

GERBANG LOGIKA DAN ALJABAR BOOLEAN

Pertemuan 3

OUTLINE

- Binary Logic
- Logic Gates (AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR)
- Dasar aljabar boolean

BINARY LOGIC

- Binary logic deals with binary variables and the mathematical operation applied to these variables
- Binary variables biasanya dinyatakan dalam alphabet :A,B,C, X,Y,Z
- Nilai binary logic 0 atau 1
 - Disebut juga nilai Boolean
- Nilai ini menyatakan keadaan atau state atau logic level dari variable tersebut

Logic 0	Logic 1
False	True
Off	On
Low	High
No	Yes
Open switch	Closed switch

TIGA LOGIKA BINER DASAR

- AND
- OR
- NOT

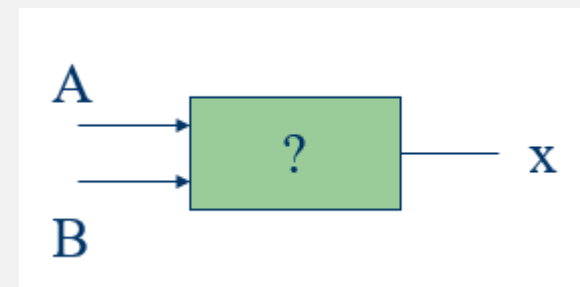
GERBANG LOGIKA

- Adalah rangkaian elektronik yang beroperasi dengan 1 atau lebih masukan untuk menghasilkan suatu keluaran
- Gate delay: tergantung pada teknologi yang digunakan dan jenis transisi yang sedang terjadi
- Implementasi gerbang logika kebanyakan dalam bentuk 3 logika dasar

TABEL KEBENARAN

- Tabel kebenaran adalah sarana untuk menggambarkan bagaimana output rangkaian logika tergantung pada level logika yang ada pada input.

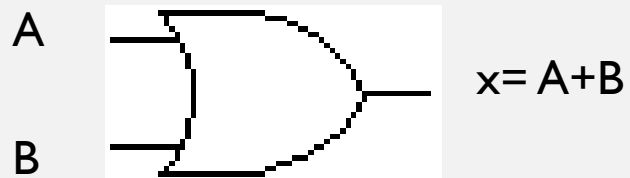
Inputs		Output
A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0



OR

- Boolean expression Untuk OR:
 $x = A + B$
- Dibaca “x equals A OR B”
 - Tidak sama dengan operasi aritmatika
 - Untuk membedakan, sering digunakan notasi lain

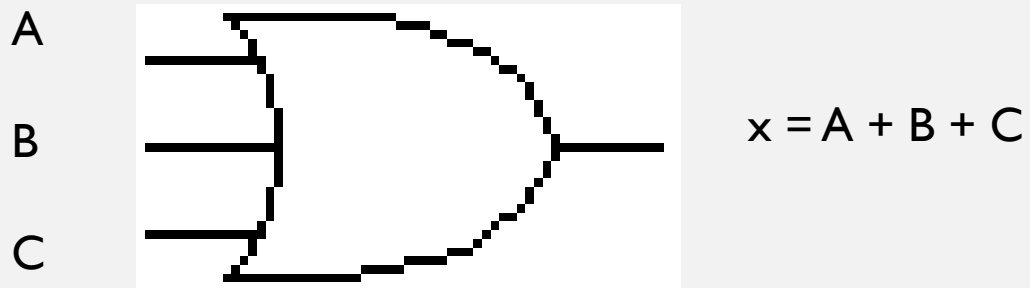
$$x = A \vee B$$



OR		
A	B	x
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR

- OR adalah rangkaian yang mempunyai 2 atau lebih input, dengan output adalah kombinasi OR dari semua input tersebut

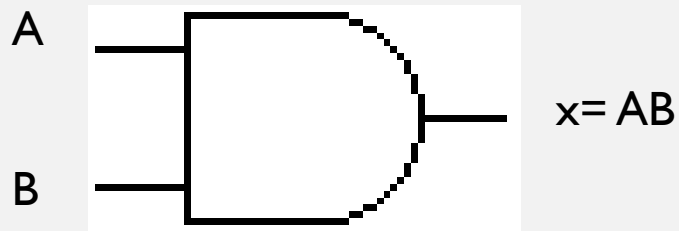


AND

- Ekspresi untuk AND:

$$x = A \cdot B$$

- “x equals A AND B”
- Notasi lain $x = A \wedge B$



AND		
A	B	x
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

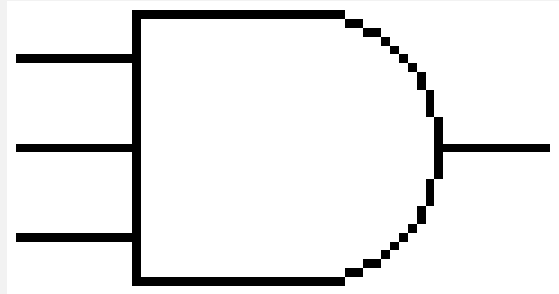
AND

- AND menerima masukan 2 atau lebih input dan output berupa kombinasi AND dari input tersebut

A

B

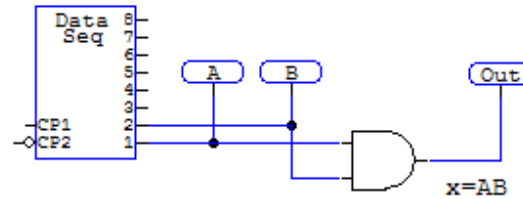
C



$$x = ABC$$

TIMING DIAGRAM

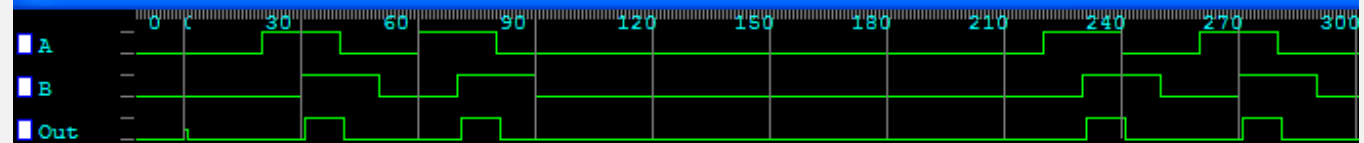
C:\CM60S\Chapter 03\Fg03-09.ckt* 100%(1)



2-input AND gate.

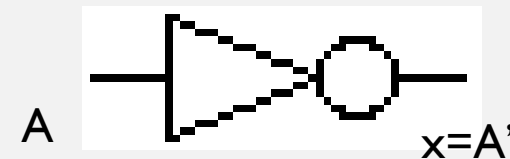
Select 'Simulation > Digital Options'
Set 'X Magnification' = 2

Waveforms(2)



NOT OPERATION

- The NOT adalah unary operation
- Boolean expression for the NOT operation:
 $x = \bar{A}$ —
- “x equals the inverse of A”
- Disebut juga inversion atau complementation.
- Notasi lain yaitu A'



NOT CIRCUIT

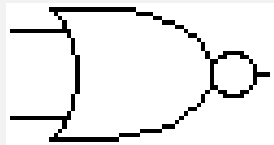
- Disebut juga inverter.
- Input selalu berupa single input

NOT	
A	$x=A'$
0	1
1	0

NOR GATE

- Boolean expression for the NOR operation:

- $x = \overline{A + B}$



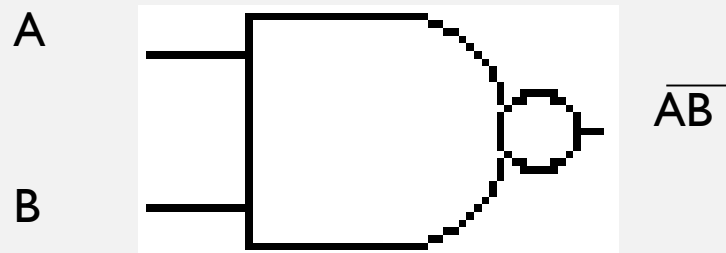
NOR		
A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NAND GATE

- Boolean expression for the NAND operation

$$x = \overline{AB}$$

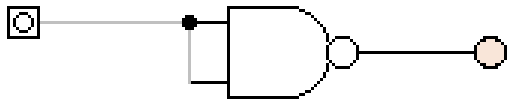
- NAND: Universal Gate, functionally complete



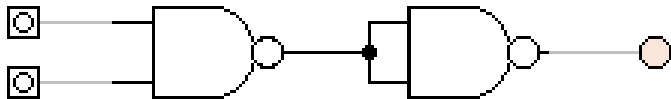
NAND		
A	B	x
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

UNIVERSALITY OF NAND GATES

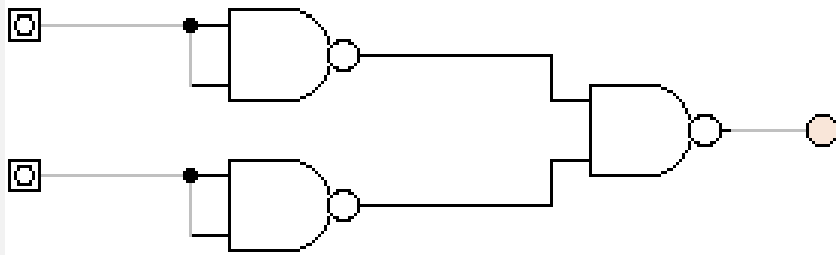
NOT implemented using NAND Gates



AND implemented using NAND Gates



OR implemented using NAND Gates

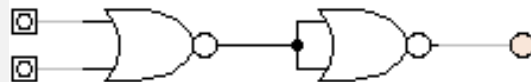


UNIVERSALITY OF NOR GATES

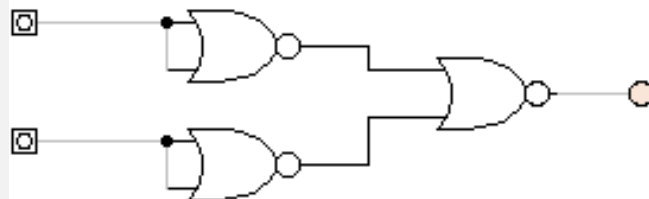
NOT implemented using NOR Gates



OR implemented using NOR Gates

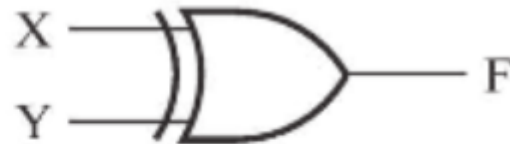


AND implemented using NOR Gates



XOR DAN XNOR

Exclusive-OR
(XOR)



$$F = X\bar{Y} + \bar{X}Y$$
$$= X \oplus Y$$

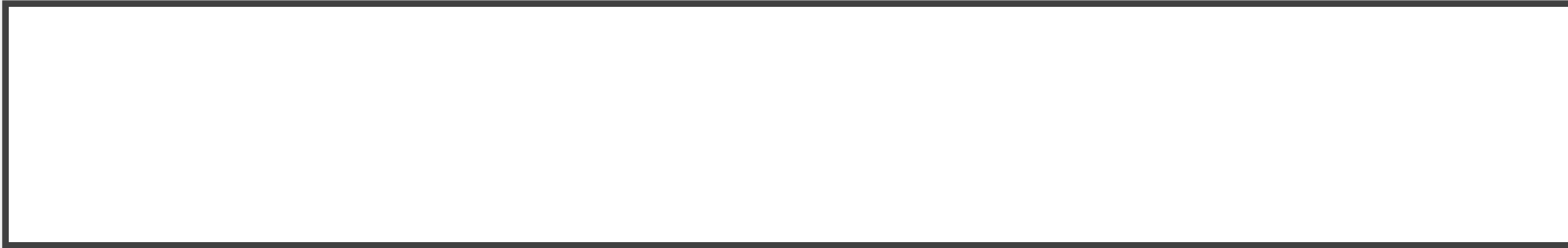
X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Exclusive-NOR
(XNOR)



$$F = \overline{XY + \bar{X}\bar{Y}}$$
$$= X \oplus Y$$

X	Y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



- Semua rangkaian logika bisa dibentuk dengan menggunakan 3 logika dasar AND, OR, NOT
 - $x = A B + C$
 - $x = (A+B)C$
 - $x = (A+B)$
 - $X = ABC(A+D)$

EVALUASI KELUARAN RANGKAIN LOGIKA

- $x = ABC(A+D)$
- Determine the output x given $A=0, B=1, C=1, D=1$.

BOOLEAN ALGEBRA

KONSEP

- George Boole
- Ekspresi Boolean: adalah ekspresi yang terdiri dari variable biner, nilai 0 dan 1; symbol operasi logika, dan kurung
- fungsi Boolean: Persamaan Boolean yang terdiri dari binary variables diikuti tanda sama dengan dan ekspresi Boolean
- Dapat dinyatakan dalam tabel kebenaran
- Fungsi Boolean dalam bentuk persamaan aljabar Boolean, dapat direpresentasikan menjadi beberapa persamaan lain
 - Mungkin untuk menghasilkan representasi yang lebih sederhana

BOOLEAN THEOREMS (SINGLE-VARIABLE)

1. $x * 0 = 0$
2. $x * 1 = x$
3. $x * x = x$
4. $x * x' = 0$
5. $x + 0 = x$
6. $x + 1 = 1$
7. $x + x = x$
8. $x + x' = 1$
9. $\sim(\sim x) = x$

BOOLEAN THEOREMS (MULTIVARIABLE)

10.	$X + Y = Y + X$	11.	$XY = YX$	Commutative
12.	$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$	13.	$X(YZ) = (XY)Z$	Associative
14.	$X(Y + Z) = XY + XZ$	15.	$X + YZ = (X + Y)(X + Z)$	Distributive
16.	$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$	17.	$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$	DeMorgan's

$$x + xy = x$$

$$x + x'y = x + y$$

$$x' + xy = x' + y$$

DEMORGAN'S THEOREMS

- $(x+y)' = x'y'$
- $(xy)' = x' + y'$

Truth Tables to Verify DeMorgan's Theorem

(a) X	Y	$X + Y$	$\overline{X + Y}$	(b) X	Y	\bar{X}	\bar{Y}	$\bar{X} \cdot \bar{Y}$
0	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	0

2-1. *Demonstrate by means of truth tables the validity of the following identities:

(a) DeMorgan's theorem for three variables: $\overline{XYZ} = \overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$

(b) The second distributive law: $X + YZ = (X + Y)(X + Z)$

(c) $\overline{X}Y + \overline{Y}Z + X\overline{Z} = X\overline{Y} + Y\overline{Z} + \overline{X}Z$

2-2. *Prove the identity of each of the following Boolean equations, using algebraic manipulation:

(a) $\overline{X}\overline{Y} + \overline{X}Y + XY = \overline{X} + Y$

(b) $\overline{A}B + \overline{B}\overline{C} + AB + \overline{B}C = 1$

(c) $Y + \overline{X}Z + X\overline{Y} = X + Y + Z$

(d) $\overline{X}\overline{Y} + \overline{Y}Z + XZ + XY + Y\overline{Z} = \overline{X}\overline{Y} + XZ + Y\overline{Z}$

2-3. +Prove the identity of each of the following Boolean equations, using algebraic manipulation:

(a) $AB\overline{C} + B\overline{C}\overline{D} + BC + \overline{C}D = B + \overline{C}D$

(b) $WY + \overline{W}Y\overline{Z} + WXZ + \overline{W}X\overline{Y} = WY + \overline{W}X\overline{Z} + \overline{X}Y\overline{Z} + X\overline{Y}Z$

(c) $A\overline{D} + \overline{A}B + \overline{C}D + \overline{B}C = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D})(A + B + C + D)$

2-4. +Given that $A \cdot B = 0$ and $A + B = 1$, use algebraic manipulation to prove that

$$(A + C) \cdot (\overline{A} + B) \cdot (B + C) = B \cdot C$$

2-2. *Prove the identity of each of the following Boolean equations, using algebraic manipulation:

(a) $\overline{X}\overline{Y} + \overline{X}Y + XY = \overline{X} + Y$

(b) $\overline{A}B + \overline{B}\overline{C} + AB + \overline{B}C = 1$

(d) $\overline{X}\overline{Y} + \overline{Y}Z + XZ + XY + Y\overline{Z} = \overline{X}\overline{Y} + XZ + Y\overline{Z}$

