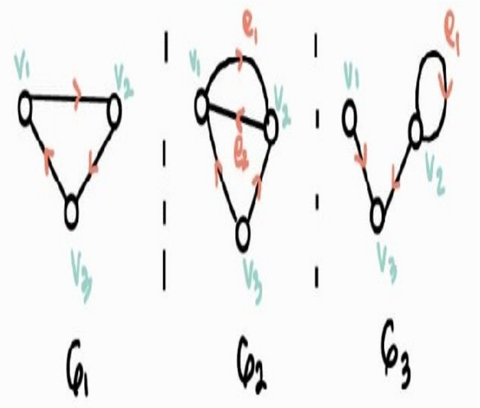
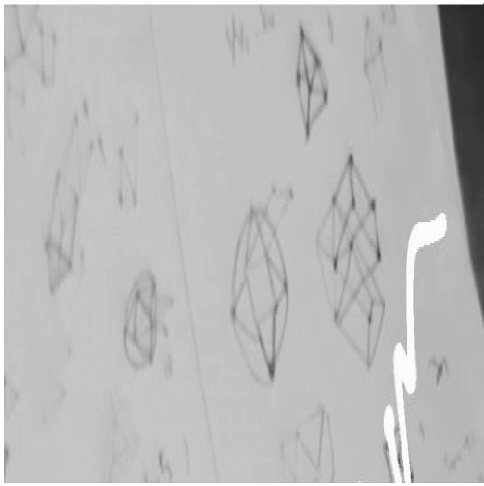
Struktur Diskrit Minggu Ke-9

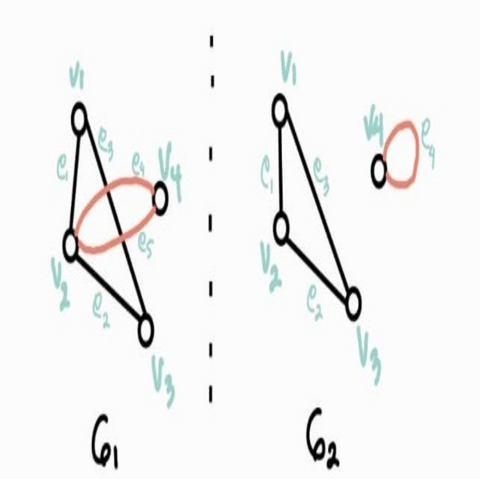
PAIK6105



TEORI GRAF

Bagian 1





Departemen Informatika
Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Diponegoro

Outline

Pendahuluan dan Motivasi

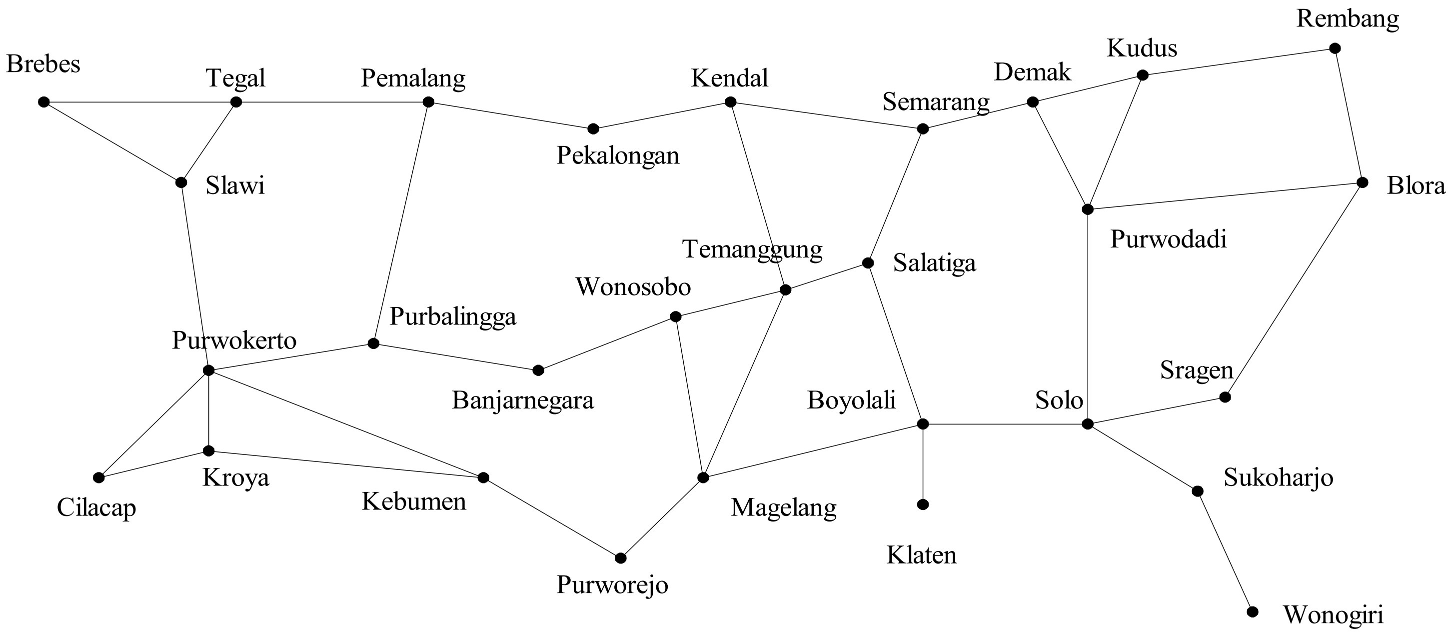
Definisi Graf dan Contohnya

Jenis-jenis Graf

Contoh Penerapan Graf

Beberapa Terminologi dalam Graf

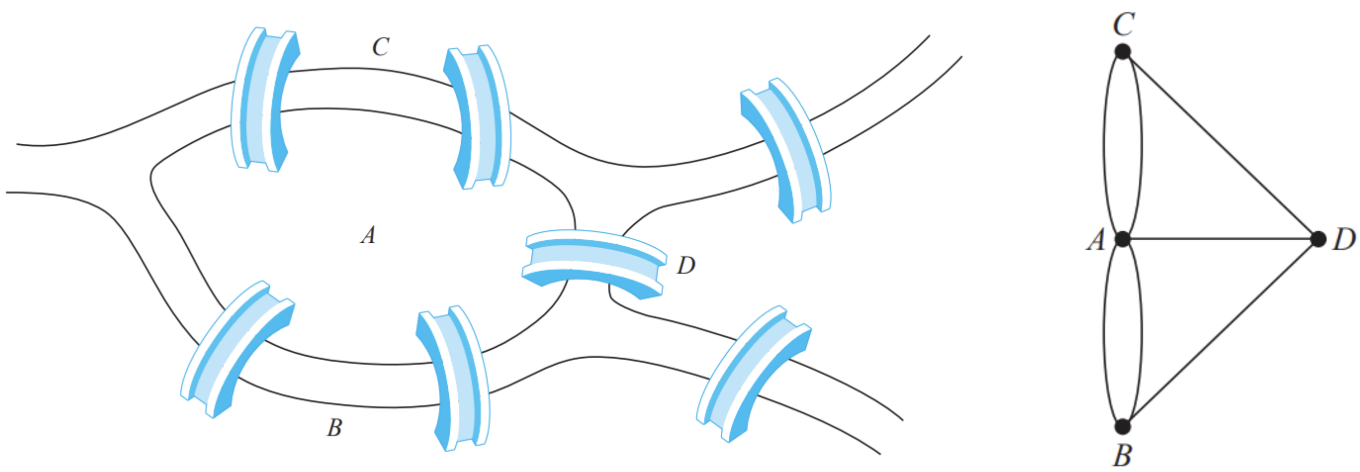
Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.



Gambar. Peta jaringan jalan raya yang menghubungkan beberapa kota di Jawa Tengah

Sumber : R. Munir, *Matematika Diskrit,* edisi 3, 2010 **(hal 354)**

Sejarah Graf

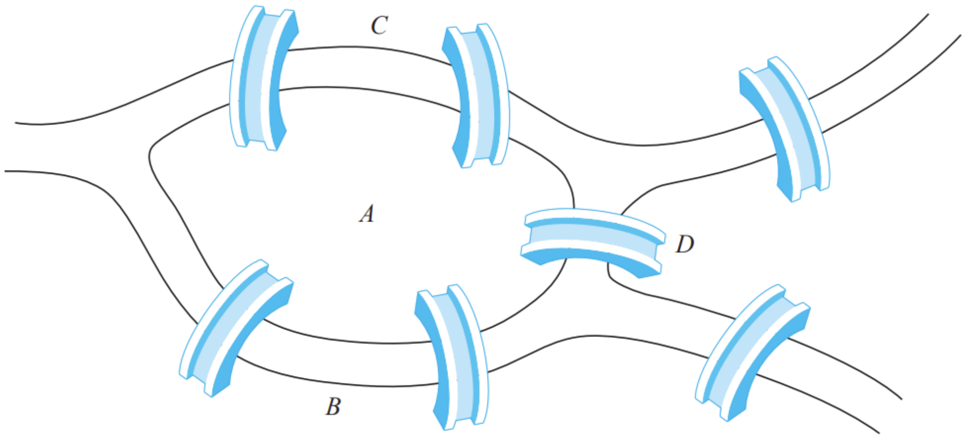


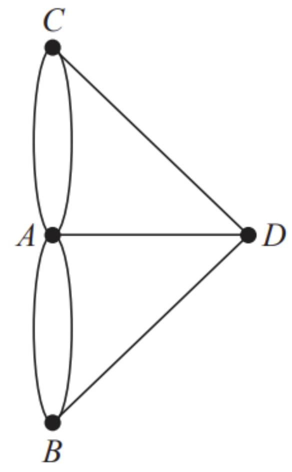
Gambar: Masalah 7 jembatan Konigsberg

Sumber : K.H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications,* edisi 7 **(hal 693)**

Permasalahan: bisakah seseorang mengunjungi setiap kota dengan melalui setiap jembatan tepat satu kali dan kembali ke titik awal/mula-mula ?

Sejarah Graf





Gambar: Masalah 7 jembatan Konigsberg

Sumber : K.H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications,* edisi 7 **(hal 693)**

Solusi Permasalahan diperoleh dengan merepresentasikan masalah tersebut kedalam graf.

Graf yang merepresentasikan jembatan Konigsberg:

Titik/Simpul (*vertex*) → menyatakan daratan

Sisi (*edge*)→ menyatakan jembatan

Definisi Graf

D

Suatu graph G merupakan pasangan terurut (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang terdiri dari

-> himpunan tidak kosong V (disebut himpunan simpul-simpul/titik-titik/node/vertex dari G) dan

-> himpunan E (disebut himpunan sisi/edge dari G).

Setiap sisi pada E menghubungkan sepasang titik (bisa dua titik yang berbeda atau satu titik yang sama), titik-titik tersebut merupakan titik ujung dari sisi tersebut.

Contoh :

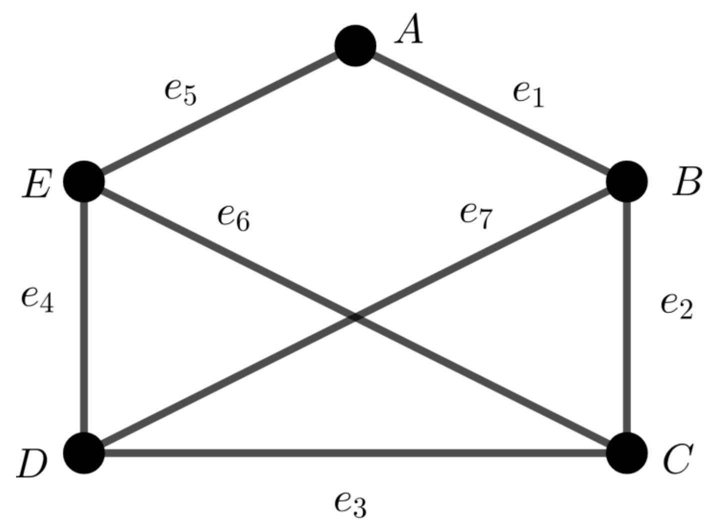
G_1 adalah graf dengan

V_1 = { A, B, C, D, E }

E_1 = {(A, B), (A, E), (B, C), (B, D), (C, D), (C,E), (D,E)}

$= \boxed{\{e_1, e_5, e_2, e_7, e_3, e_6, e_4\}}$

Catatan : Jika sisi pada graf diberikan label seperti e_1 atau e_5, maka label tersebut harus ditulis sebagai elemen dari himpunan sisinya (dalam hal ini E).

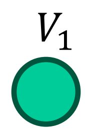


Graf $G_1 = (V_1, E_1)$

Perhatikan

N Himpunan sisi E pada G boleh merupakan himpunan kosong.

Contoh :



Titik v_1 berikut merupakan contoh Graf Sesuai pada definisi graf, himpunan titik tidak boleh kosong, sehingga kita dapatkan himpunan titik (V) dan sisinya (E) adalah :

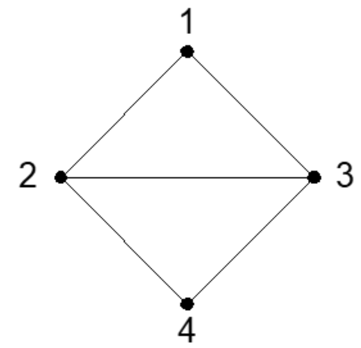
$$V = \{v_1\}$$

dan

$$E = \{\quad\}.$$

N Sisi pada graf G yang berarah disebut sebagai busur *(arc)*.

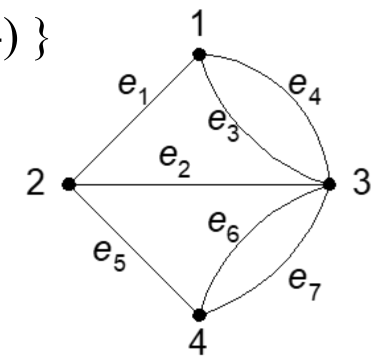
Contoh Graf



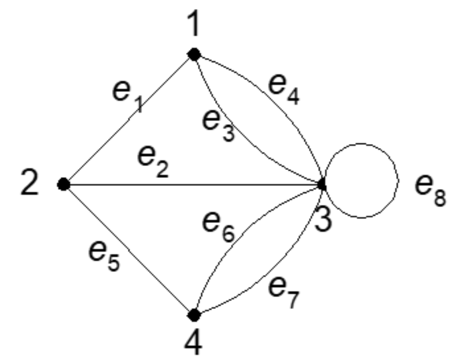
G_1

G_1 adalah graf dengan

- $V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- $E = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4) \}$



G_2



G_3

G_2 adalah graf dengan

- $V = \ldots$
- $E = \ldots$

G_3 adalah graf dengan

- $V = \ldots$
- $E = \ldots$

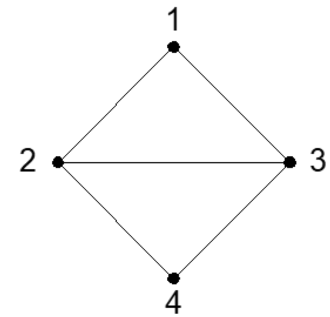
Gambarkan graf G_4 dengan

- $V = \{ 1, 2, 3, 4 , 5\}$
- $E = \{ (1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (1, 5)\}$!

Contoh Graf

G_1 adalah graf dengan

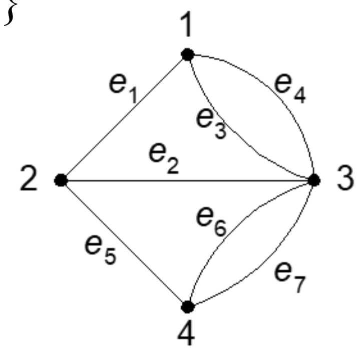
- $V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- $E = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4) \}$



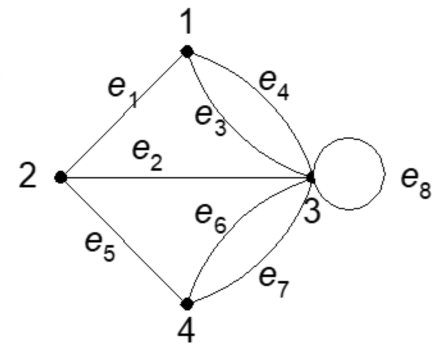
G_1

G_2 adalah graf dengan

- $V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- $E = \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (3, 1), (2, 4), (3,4), (4,3)\}$
  $= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$



G_2

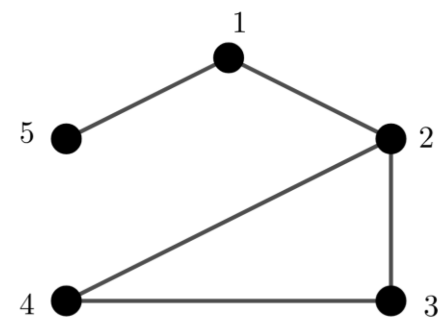


G_3

G_3 adalah graf dengan

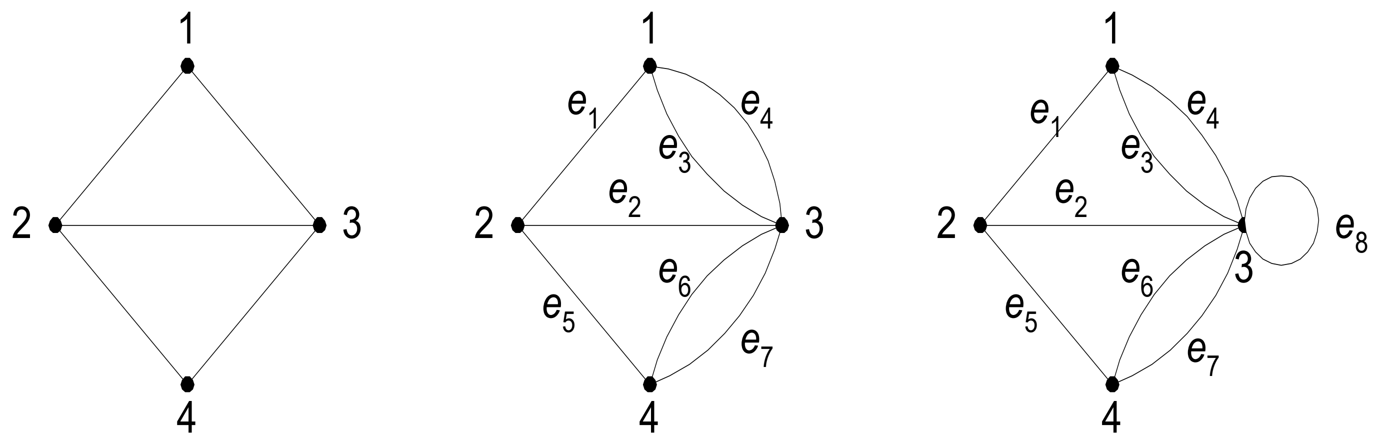
- $V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- $E = \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (3,1), (2, 4), (3, 4), (4, 3), (3, 3)\}$
  $= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$

Gambarkan graf G_4 dengan
$V = \{ 1, 2, 3, 4 , 5\}$
$E = \{ (1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (1, 5)\}$!



G_4

- Pada G_2, sisi $e_3 = (1, 3)$ dan sisi $e_4 = (1, 3)$ dinamakan **sisi-ganda** (*multiple edges* atau *paralel edges*) karena kedua sisi ini menghubungi dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3.
- Pada G_3, sisi $e_8 = (3, 3)$ dinamakan **gelang** atau **kalang** (*loop*) karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.



G_1 G_2 G_3

Jenis-jenis Graf

Berdasarkan ada atau tidaknya sisi ganda pada graf. Graf dapat dibedakan menjadi beberapa jenis:

1. **Graf sederhana / simple graph**

   <u>Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda</u>.

   Pada graf sederhana, sisi adalah pasangan tak-terurut (unordered pairs).

   Jadi menuliskan sisi (u, v) sama saja dengan (v, u).

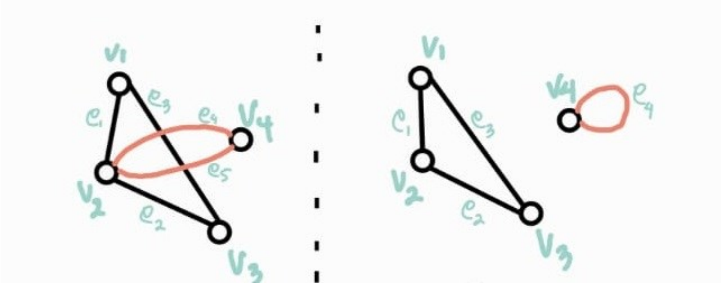
2. **Graf tak sederhana / unsimple graph**

   <u>Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang</u>.

   Terdapat dua macam graf tak sederhana:

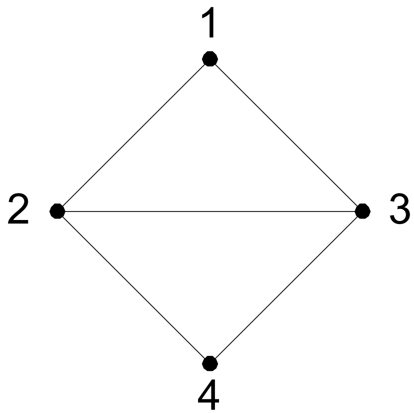
a. **Graf ganda** / multigraph: graf yang mengandung sisi ganda

b. **Graf semu** / pseudograph: graf yang mengandung gelang (loop), dan bahkan mungkin memiliki sisi ganda

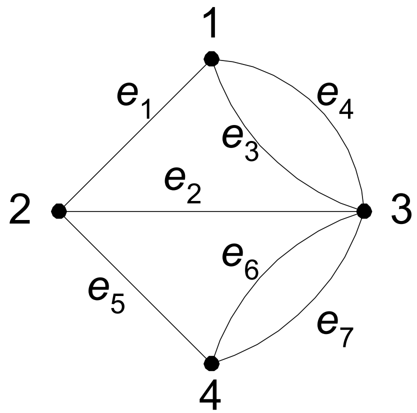


Jenis-jenis Graf

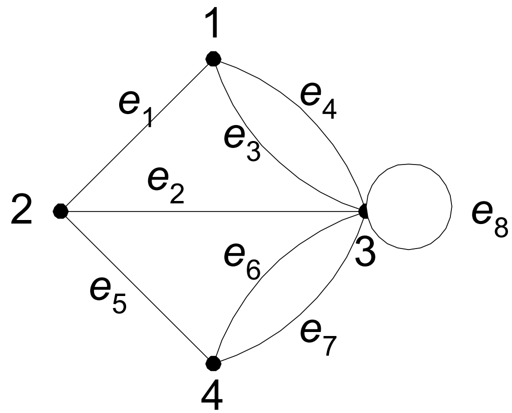
Termasuk jenis graf yang manakah G_1 , G_2 , dan G_3 ?



G_1



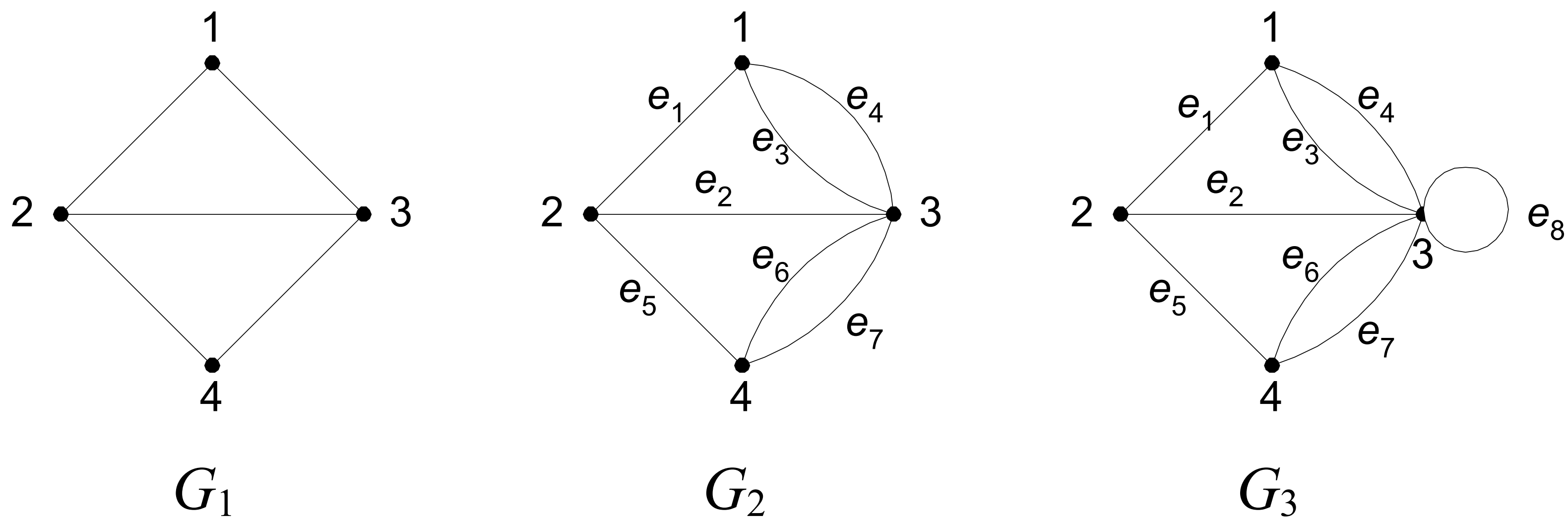
G_2



G_3

Jenis-jenis Graf

Termasuk jenis graf yang manakah G_1 , G_2 , dan G_3 ?



- Graf G_1 adalah graf sederhana, karena tidak memiliki sisi ganda dan sisi gelang.
- Graf G_2 adalah graf ganda, karena memiliki sisi ganda.
- Graf G_3 adalah graf semu, karena memiliki sisi gelang.

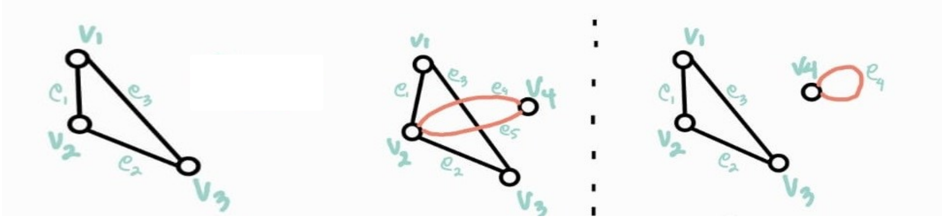
Jenis-jenis Graf

Berdasarkan orientasi arah pada sisi:

1. **Graf tak-berarah / *undirected graph***

   <u>Graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah disebut sebagai graf tak-berarah / undirected graph.</u>

   Pada graf tak-berarah, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan, sehingga $(u, v) = (v, u)$ adalah sisi yang sama.

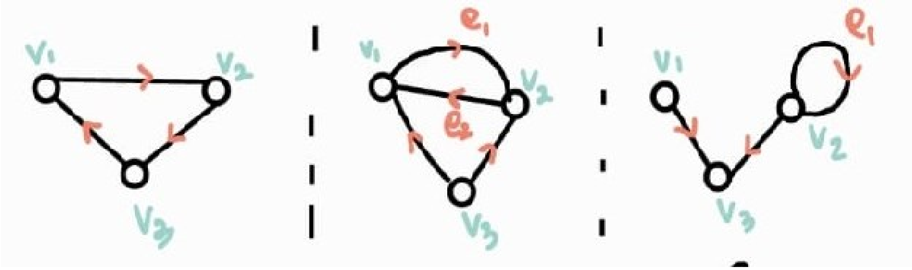


2. **Graf berarah / *directed graph***

   Graf yang sisinya memiliki orientasi arah sehingga sisi $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \neq (\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u})$.

   Graf berarah juga bisa memiliki sisi ganda dan loop, yang mana disebut sebagai graf ganda berarah / *directed multi graph.*

   Sisi berarah pada graf berarah disebut juga sebagai busur.



Jenis-jenis Graf

Jenis Graf	Sisi	Sisi ganda dibolehkan ?	Sisi gelang dibolehkan ?
Graf sederhana	**Tidak-Berarah**	**Tidak**	**Tidak**
Graf ganda (*multigraph*)	**Tidak-Berarah**	**Ya**	**Tidak**
Graf semu (*pseudograph*)	**Tidak-Berarah**	**Ya**	**Ya**
Graf sederhana berarah (*simple directed graph)*	**Berarah**	**Tidak**	**Tidak**
Graf ganda berarah *(directed multigraph)*	**Berarah**	**Ya**	**Ya**

Sumber : K.H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications,* edisi 7 **(hal 644)**

N

Sisi pada graf *G* yang berarah disebut sebagai busur *(arc)*.

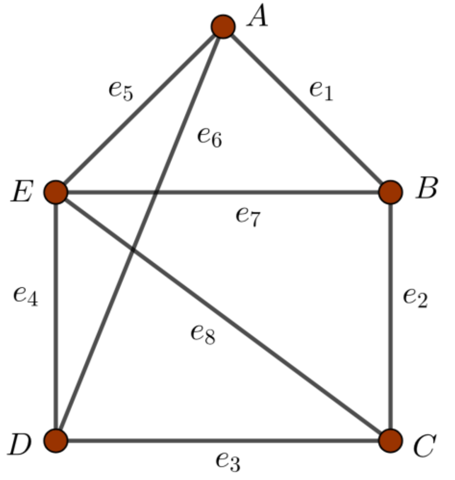
Latihan

Gambarkan masing-masing 1 contoh dari jenis graf berikut dan berikan keterangan himpunan simpul V dan himpunan sisinya E !

- Graf sederhana
- Graf ganda
- Graf semu
- Graf sederhana berarah
- Graf-ganda berarah

Latihan

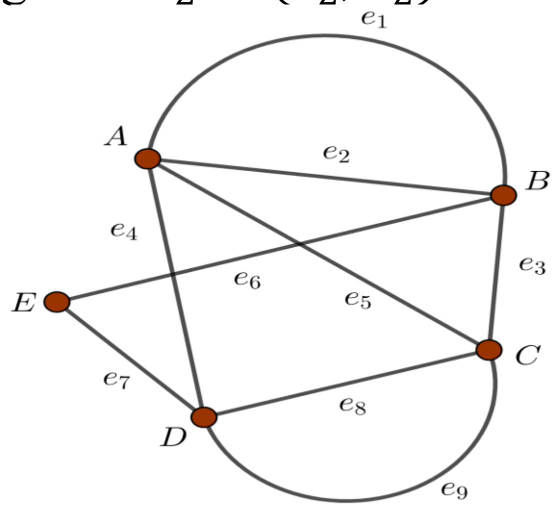
- Graf sederhana $G_1 = (V_1, E_1)$



G_1 adalah graf sederhana karena tidak memiliki sisi ganda dan sisi gelang.

- $V_1 = \{A, B, C, D, E\}$
- $E_1 = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, E), (E, A), (A, D), (E, B), (E, C)\}$
  $= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$

- Graf ganda $G_2 = (V_2, E_2)$

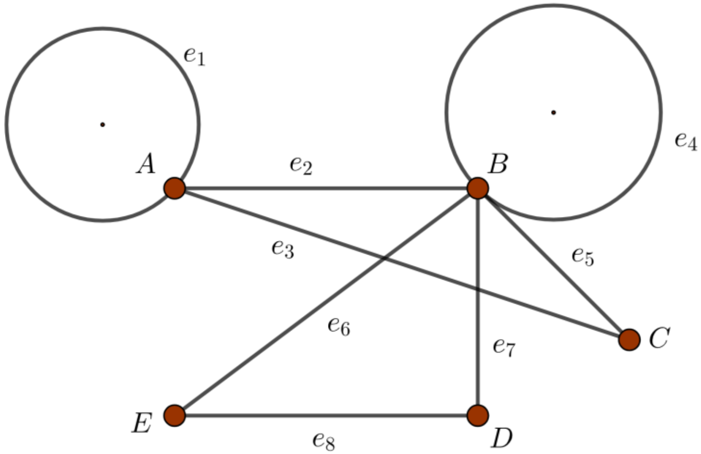


G_2 adalah graf ganda karena memiliki sisi ganda yaitu e_1 dan e_2, begitu juga e_8 dan e_9.

- $V_2 = \{A, B, C, D, E\}$
- $E_2 = \{(A, B), (A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, E), (C, D), (C, D), (D, E)\}$
  $= \{e_1, e_2, e_5, e_4, e_3, e_6, e_8, e_9, e_7\}$

Latihan

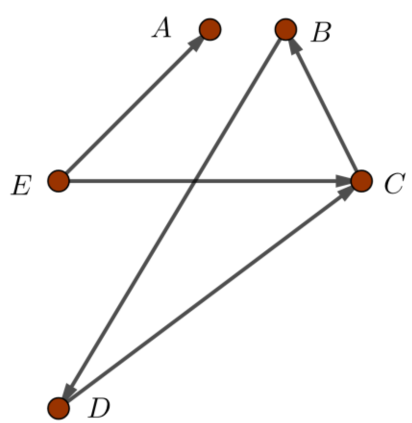
- Graf semu $G_3 = (V_3, E_3)$



G_3 adalah graf semu karena memiliki sisi gelang yaitu e_1 dan e_4.

- $V_1 = \{A, B, C, D, E\}$
- $E_1 = \{(A, A), (A, B), (A, C), (B, B), (B, C), (B, D), (B, E), (D, E)\}$
  $= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_7, e_6, e_8\}$

- Graf sederhana berarah $G_4 = (V_4, E_4)$

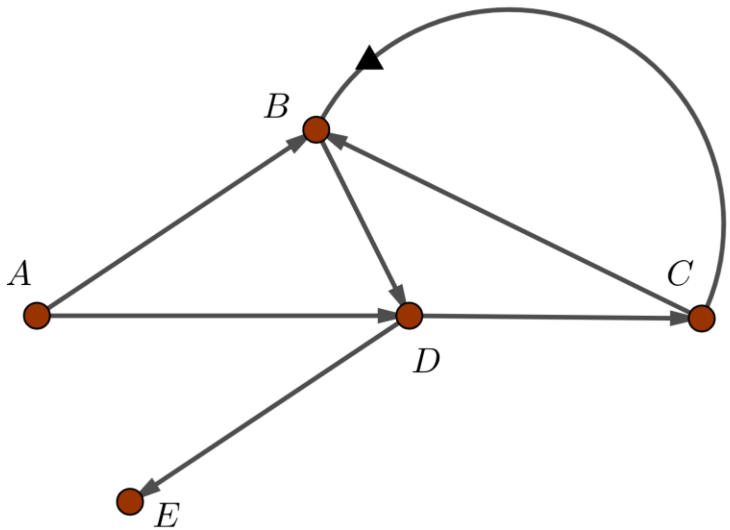


G_4 adalah graf sederhana berarah karena graf sederhana yang sisinya memiliki arah.

- $V_1 = \{A, B, C, D, E\}$
- $E_1 = \{(E, A), (E, C), (C, B), (B, D), (D, C)\}$

Latihan

- Graf ganda berarah $G_5 = (V_5, E_5)$



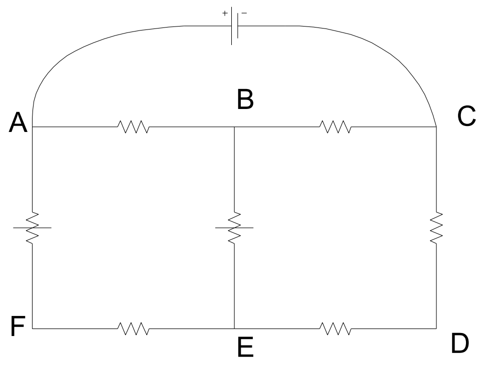
G_5 adalah graf ganda berarah karena bukan graf sederhana dan sisinya memiliki arah.

- $V_5 = \{A, B, C, D, E\}$
- $E_5 = \{(A, B), (B, D), (A, D), (C, B), (C, B), (D, C), (D, E)\}$

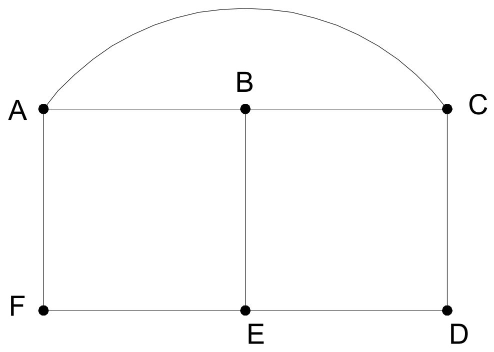
Catatan:
Graf yang dibuat bisa bebas/tidak harus sama dengan contoh jawaban Latihan.

Contoh Penerapan Graf

1. *Rangkaian listrik*.



(a)

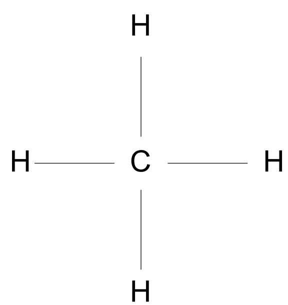


(b)

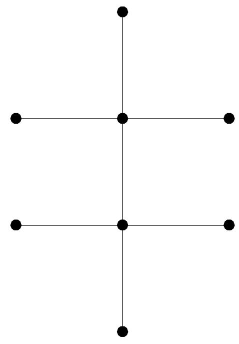
Contoh Penerapan Graf

2. *Isomer senyawa kimia karbon*

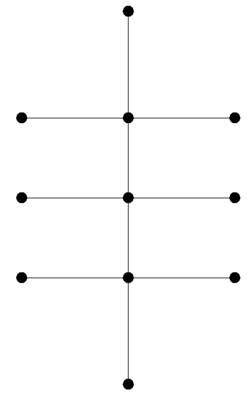
metana (CH_4)



etana (C_2H_6)



propana (C_3H_8)



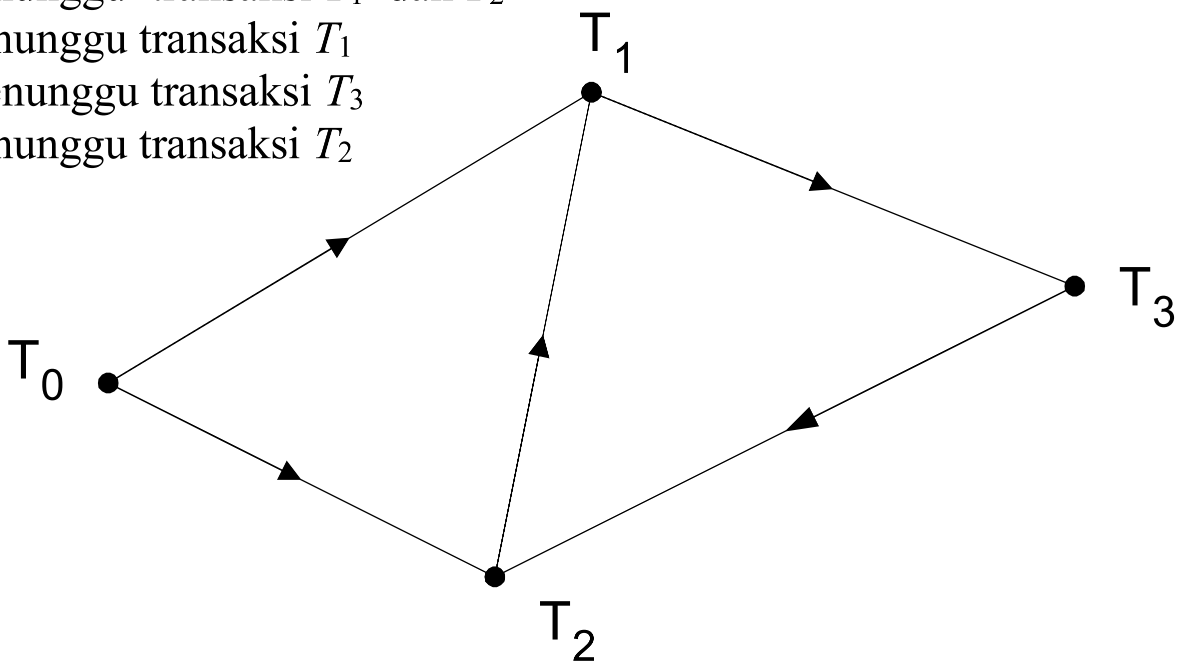
Atom karbon dan hydrogen dinyatakan sebagai simpul dalam graf, sedangkan ikatan antara atom dinyatakan sebagai sisi.

Isomer merupakan senyawa kimia yang memiliki rumus molekul sama, tapi rumus bangun / bentuk graf berbeda

Contoh Penerapan Graf

3. *Transaksi konkuren pada basis data terpusat*

Transaksi T_0 menunggu transaksi T_1 dan T_2
Transaksi T_2 menunggu transaksi T_1
Transaksi T_1 menunggu transaksi T_3
Transaksi T_3 menunggu transaksi T_2
Deadlock!

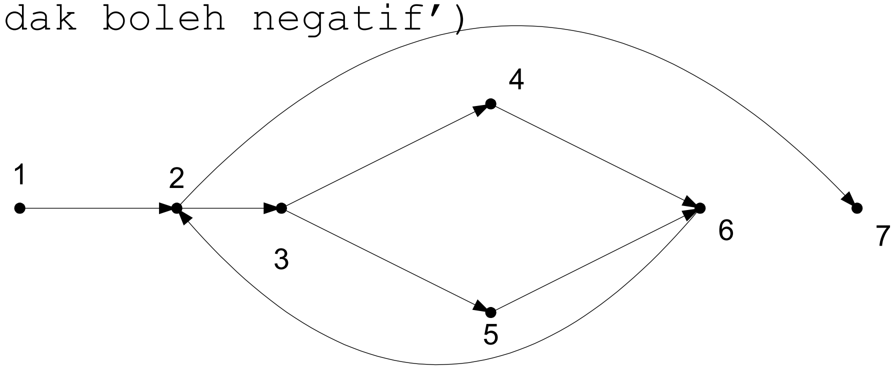


Transaksi yang dilakukan pada **basisdata/ database**
Dapat digunakan untuk mendeteksi apakah akan terjadi deadlock dengan melihat siklus graf.
Siklus graf T1-T3-T2-T1.
Penanganan deadlock tidak dipelajari di struktur diskrit, nanti akan dipelajari di **sistem operasi.**

Contoh Penerapan Graf

4. *Pengujian program*

```
read(x);
while x <> 9999 do
 begin
   if x < 0 then
      writeln('Masukan tidak boleh negatif')
   else
     x:=x+10;
   read(x);
 end;
writeln(x);
```



Keterangan: 1 : read(x)
2 : x <> 9999
3 : x < 0
4 : writeln('Masukan tidak boleh negatif');
5 : x := x + 10
6 : read(x)
7 : writeln(x)

Flow diagram dari suatu proses program
Menyatakan alur/aliran kendali program untuk berbagai kasus uji

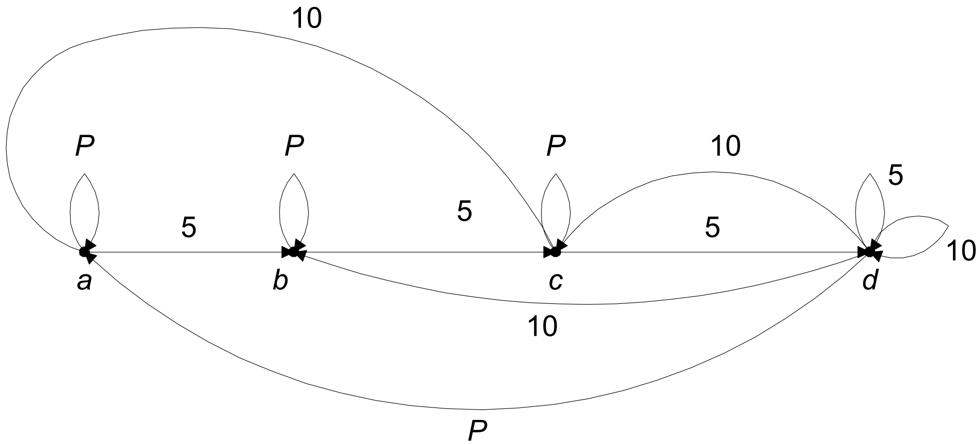
Contoh Penerapan Graf

5. Pemodelan Mesin Jaja / Vending Machine [teori otomata]

Contoh Penerapan Graf

5. Pemodelan Mesin Jaja / Vending Machine [teori otomata]

Misal vending machine menjual coklat seharga 15 sen



Keterangan:
a : 0 sen dimasukkan
b : 5 sen dimasukkan
c : 10 sen dimasukkan
d : 15 sen atau lebih dimasukkan

Latihan

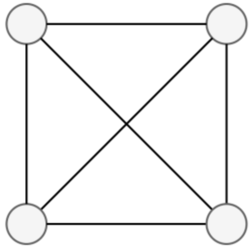
Gambarkan graf sederhana yang menggambarkan (merepresentasikan) sistem pertandingan ½ kompetisi (round-robin tournaments) yang diikuti oleh 4, 6, dan 8 tim!

- *A round-robin tournament (or all-go-away-tournament) is a competition in which each contestant meets every other participant, usually in turn.*

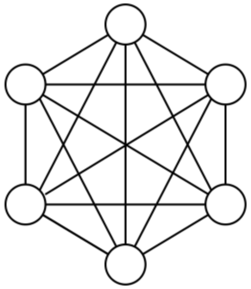
Latihan

Gambarkan graf yang menggambarkan (merepresentasikan) sistem pertandingan ½ kompetisi (round-robin tournaments) yang diikuti oleh 4, 6, dan 8 tim!

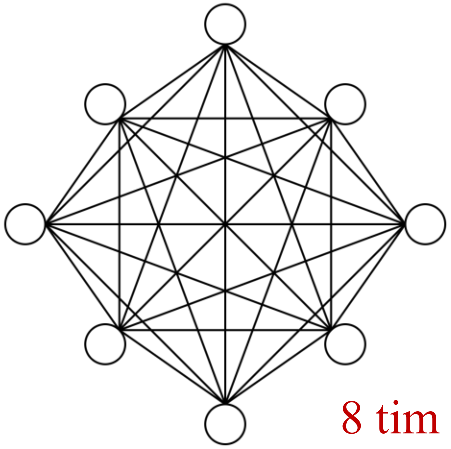
– A round-robin tournament (or all-go-away-tournament) is a competition in which each contestant meets every other participant, usually in turn.



4 tim



6 tim



8 tim

Terminologi dalam Graf

1. Bertetangga / *adjacency*
2. Bersisian / *incidency*
3. Simpul terpencil / *isolated vertex*
4. Graf kosong / *null graph* / *empty graph*
5. Lintasan / *path*
6. Siklus atau sirkuit / *cycle or circuit*
7. Terhubung / *connected*
8. Derajat / *degree*

Bertetangga / Adjacent

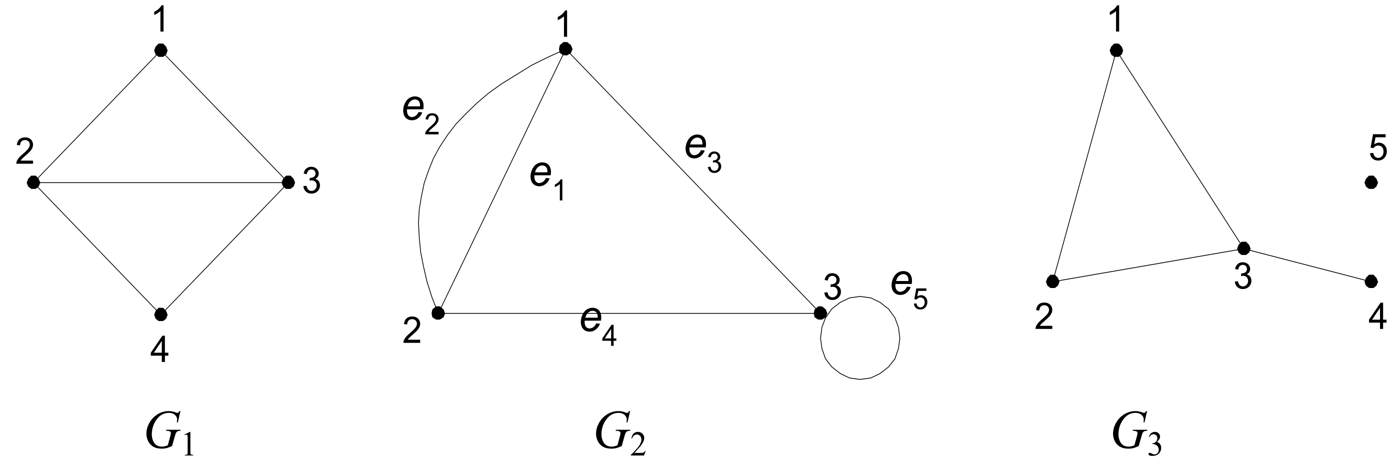
D

Dua buah simpul dikatakan ***bertetangga*** jika keduanya terhubung langsung. Dengan kata lain, titik u bertetangga dengan titik v jika (u, v) merupakan sebuah sisi pada graf G.

Tinjau graf G_1 :

titik 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3,

titik 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.



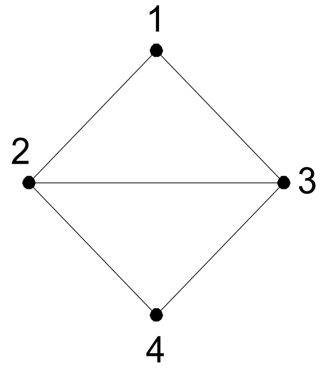
Bertetangga / Adjacent

D

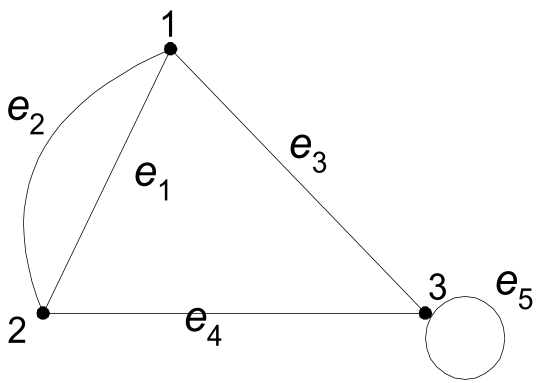
Dua buah titik dikatakan ***bertetangga*** jika keduanya terhubung langsung. Dengan kata lain, titik u bertetangga dengan simpul v jika (u, v) merupakan sebuah sisi pada graf G.

Tinjau graf G_1 :

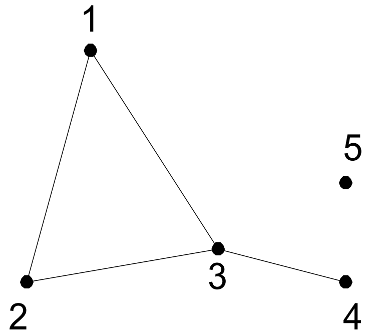
titik 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3,
titik 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.



G_1



G_2



G_3

Bertetangga / Adjacent

N

Himpunan semua tetangga dari titik v pada $G = (V, E)$, dinotasikan dengan $N(v)$, disebut sebagai tetangga dari v.

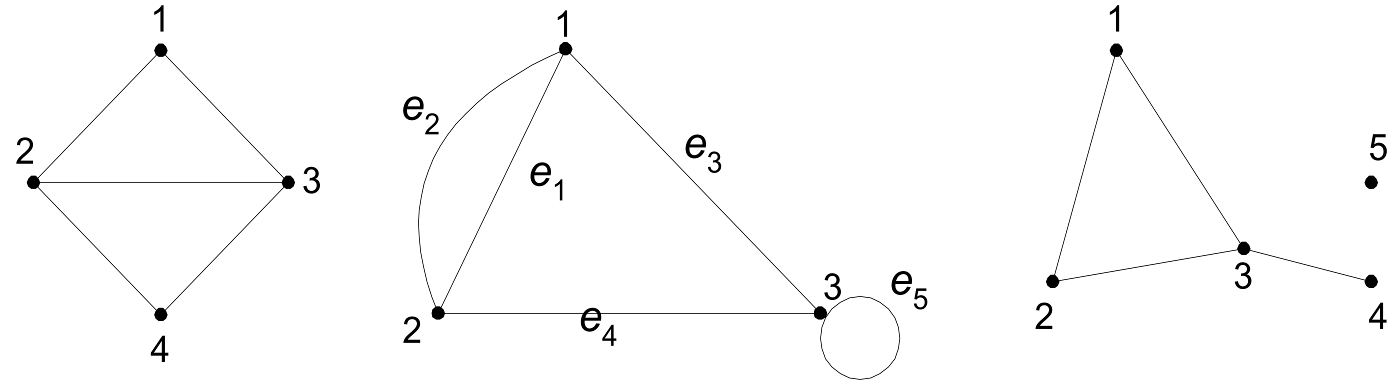
Contoh:

Tinjau graf G_1 :

titik 1 bertetangga dengan titik 2 dan 3,

titik 1 tidak bertetangga dengan titik 4.

Tetangga dari titik 3 adalah $N(3) = \{1,2,4\}$



G_1 G_2 G_3

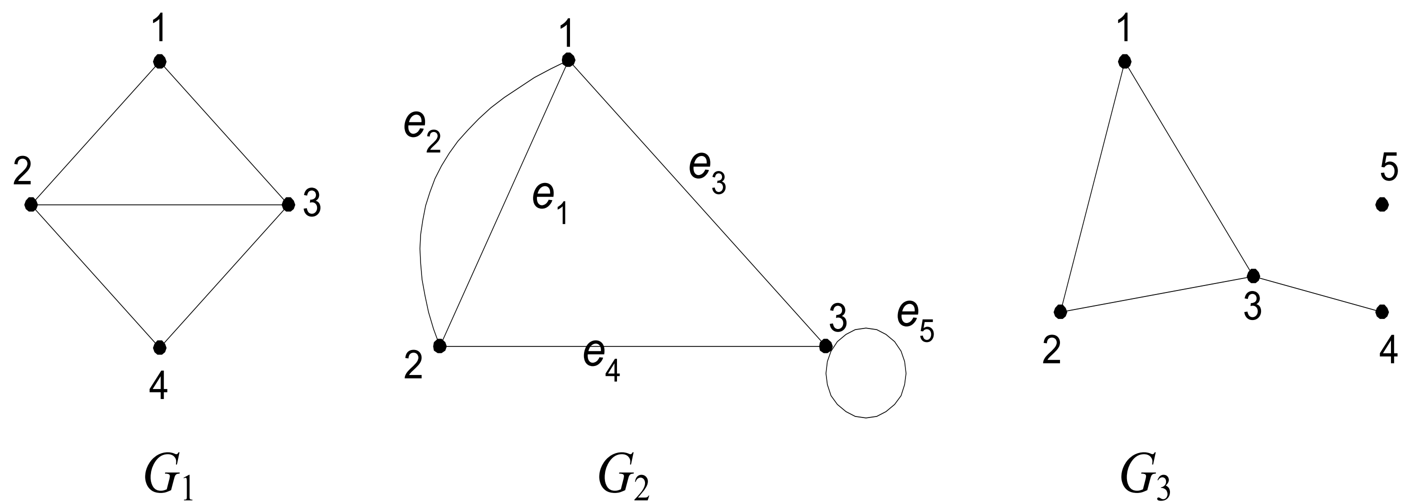
Bersisian / Incidency

D

Untuk sembarang sisi $e = (u, v)$ dikatakan

e bersisian dengan titik u , atau

e bersisian dengan titik v



Tinjau graf G_1:

sisi (2, 3) bersisian dengan titik 2 dan titik 3,
sisi (2, 4) bersisian dengan titik 2 dan titik 4,
tetapi sisi (1, 2) tidak bersisian dengan titik 4.

Tinjau graf G_2:

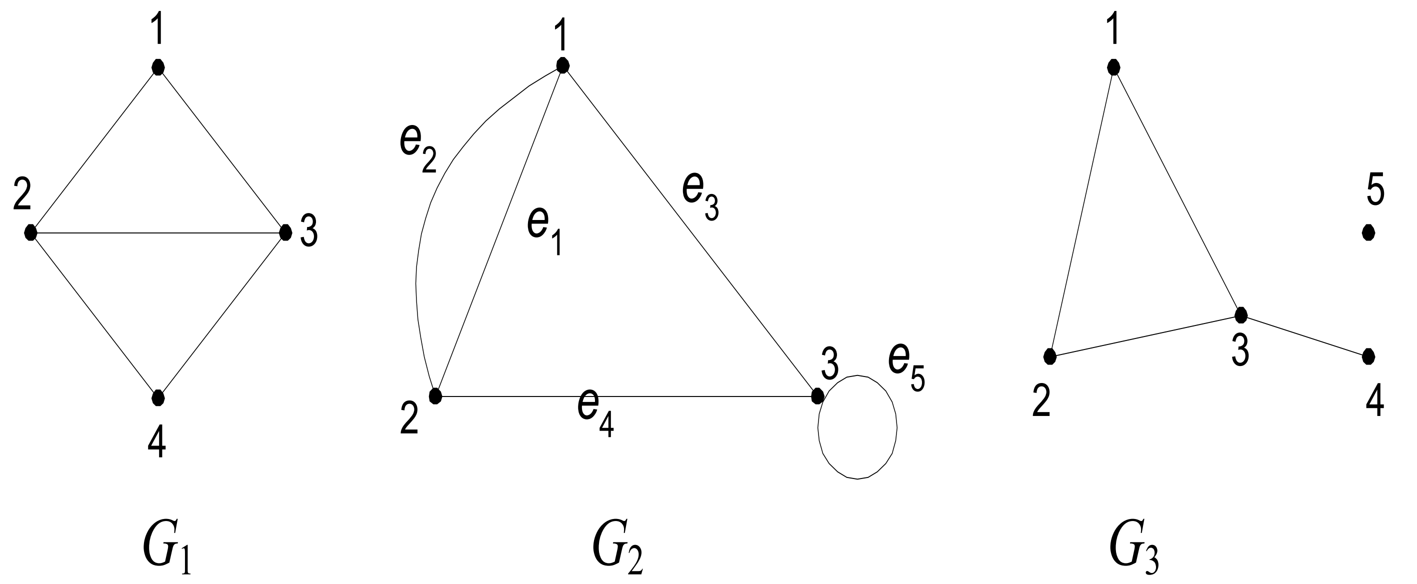
sisi e_3 bersisian dengan titik 1 dan 3.

Simpul terpencil / Isolated vertex

D

- ***Simpul/titik terpencil*** adalah titik yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.

Tinjau graf G_3: simpul 5 adalah titik terpencil.

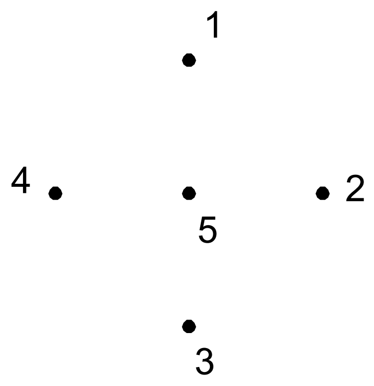


Graf kosong / Null graph / Empty graph

D

Graf Kosong adalah Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (N_n), yang dalam hal ini n merupakan banyak titik.

Graf N_5 :



Derajat / Degree

D

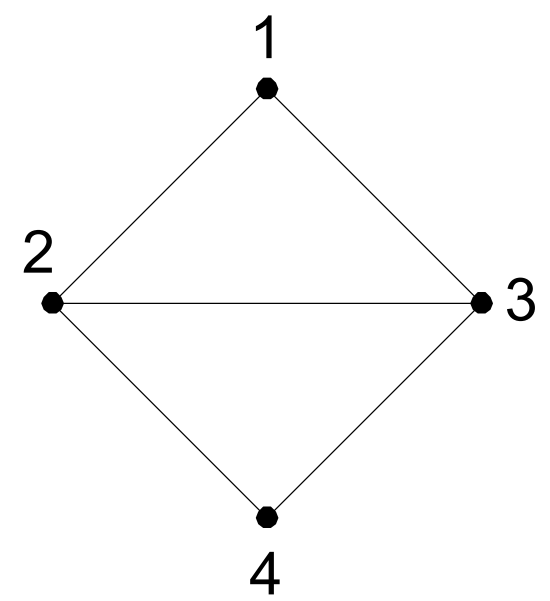
Derajat suatu simpul adalah banyak sisi yang bersisian dengan titik tersebut.

Notasi $d(v)$ menyatakan derajat simpul v. Pada beberapa literatur/buku, dituliskan dengan $\deg(v)$.

Tinjau graf G_1:

$d(1) = d(4) = 2$

$d(2) = d(3) = 3$



G_1

Catatan :
Derajat dari titik yang dihubungkan dengan sisi gelang/loop dihitung dua kali

Derajat / Degree

D ***Derajat*** suatu simpul adalah banyak sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

Notasi $d(v)$ menyatakan derajat simpul v

Tinjau graf G_3:

$d(5) = 0$ → simpul terpencil

$d(4) = 1$ → simpul anting-anting (*pendant vertex*)

Tinjau graf G_2:

$d(1) = 3$ → bersisian dengan sisi ganda

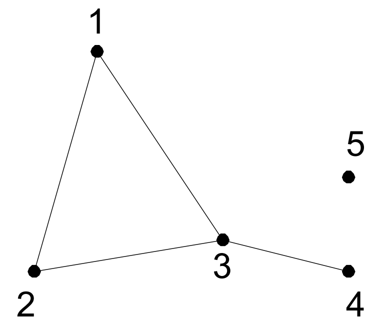
$d(3) = 4$ → bersisian dengan sisi gelang (*loop*)

> Catatan :
> Perhatikan simpul 3 pada graf G_2! Sisi gelang e_5 dihitung dua untuk simpul 3

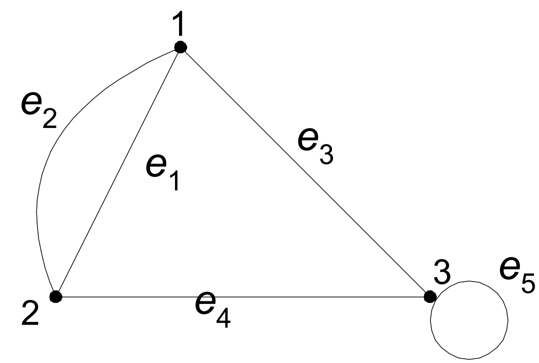
Tinjau graf G_4:

$d(A) = 2$

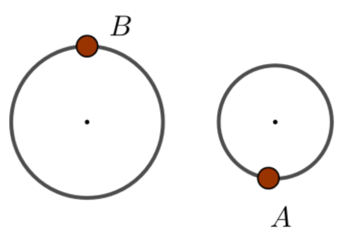
$d(B) = 2$



G_3



G_2



G_4

Derajat / Degree

D

Pada graf berarah, derajat suatu titik dibedakan menjadi dua macam:

$d_{\text{in}}(v)$ = derajat-masuk (*in-degree*)

= banyak busur (sisi berarah) yang masuk ke simpul v

$d_{\text{out}}(v)$ = derajat-keluar (*out-degree*)

= jumlah busur yang keluar dari simpul v

Sehingga:

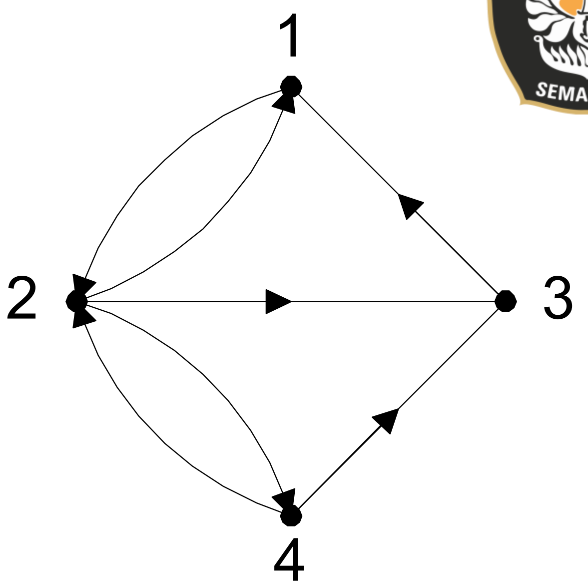
$d(v) = d_{\text{in}}(v) + d_{\text{out}}(v)$

Sisi gelang pada graf berarah menyumbangkan masing-masing 1 untuk derajat masuk dan derajat keluar

Derajat / Degree

- Tinjau graf G_4:

$d_{in}(1) = \ldots$ $d_{out}(1) = \ldots$
$d_{in}(2) = \ldots$ $d_{out}(2) = \ldots$
$d_{in}(3) = \ldots$ $d_{out}(3) = \ldots$
$d_{in}(4) = \ldots$ $d_{out}(4) = \ldots$



G_4

- Jadi, pada graf G_4

$d(1) = \ldots$
$d(2) = \ldots$
$d(3) = \ldots$
$d(4) = \ldots$

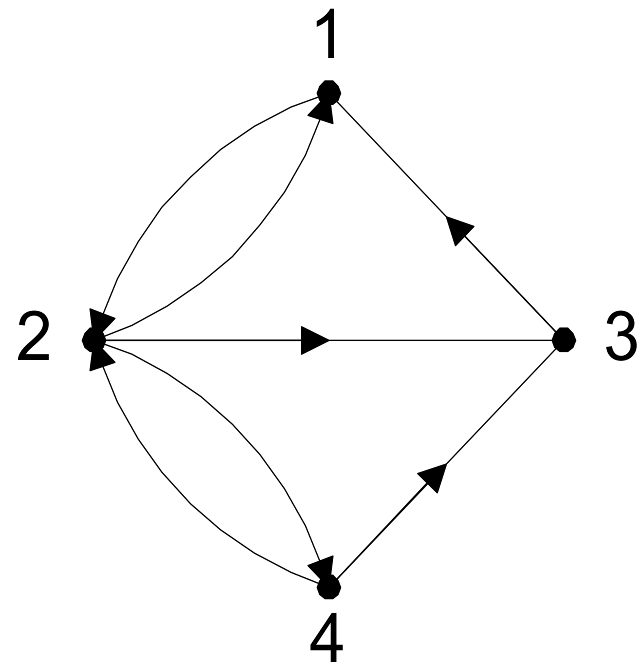
Derajat / Degree

- Tinjau graf G_4:

$$d_{in}(1) = 2 \qquad d_{out}(1) = 1$$
$$d_{in}(2) = 2 \qquad d_{out}(2) = 3$$
$$d_{in}(3) = 2 \qquad d_{out}(3) = 1$$
$$d_{in}(4) = 1 \qquad d_{out}(4) = 2$$

- Jadi, pada graf G_4

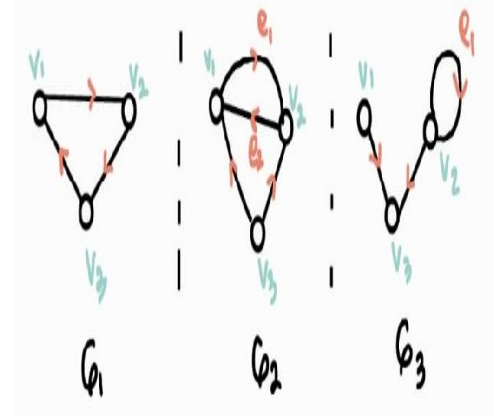
$$d(1) = d_{in}(1) + d_{out}(1) = 2 + 1 = 3$$
$$d(2) = d_{in}(2) + d_{out}(2) = 2 + 3 = 5$$
$$d(3) = d_{in}(3) + d_{out}(3) = 2 + 1 = 3$$
$$d(4) = d_{in}(4) + d_{out}(4) = 1 + 2 = 3$$

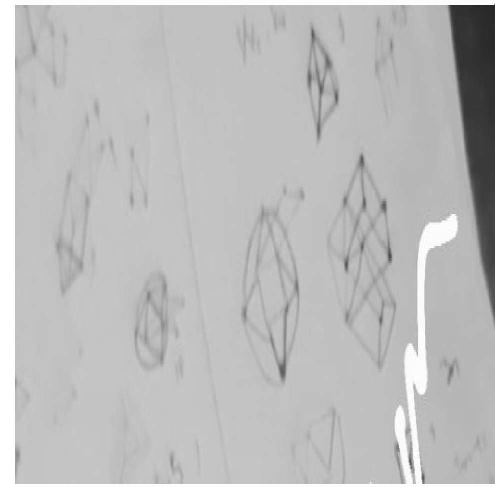


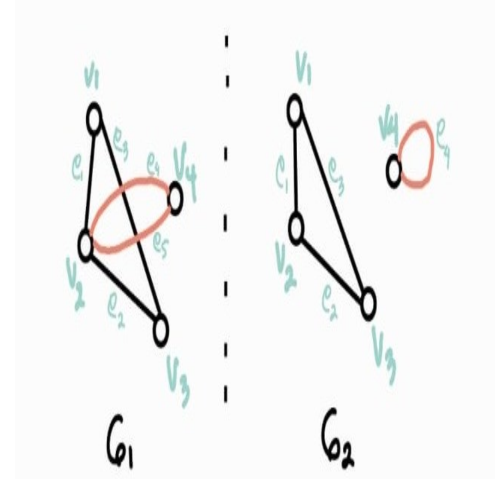
G_4

Struktur Diskrit Minggu Ke-9

PAIK6105







TEORI GRAF

Bagian 2

Departemen Informatika
Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Diponegoro

Outline

Review Materi Teori Graf sebelumnya

Beberapa terminologi dalam Graf

Komponen Graf

Review Graf

D

Suatu graph G merupakan pasangan terurut (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang terdiri dari himpunan tidak kosong V (disebut himpunan simpul-simpul/titik-titik dari G) dan himpunan E (disebut himpunan sisi dari G).

Jenis Graf	Sisi	Sisi ganda dibolehkan ?	Sisi gelang dibolehkan ?
Graf sederhana	**Tidak-Berarah**	**Tidak**	**Tidak**
Graf ganda (*multigraph*)	**Tidak-Berarah**	**Ya**	**Tidak**
Graf semu (*pseudograph*)	**Tidak-Berarah**	**Ya**	**Ya**
Graf sederhana berarah (*simple directed graph*)	**Berarah**	**Tidak**	**Tidak**
Graf ganda berarah (*directed multigraph*)	**Berarah**	**Ya**	**Ya**

Sumber : K.H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications,* edisi 7 **(hal 644)**

N

Graf dapat digunakan untuk memodelkan berbagai hubungan antara dua obyek pada suatu himpunan.

Terminologi dalam Graf

1. Bertetangga / *adjacency*
2. Bersisian / *incidency*
3. Simpul terpencil / *isolated vertex*
4. Graf kosong / *null graph* / *empty graph*
5. Derajat / *degree*
6. Lintasan / *path*
7. Siklus atau sirkuit / *cycle or circuit*
8. Terhubung / *connected*

Derajat / Degree

T

Handshaking Theorem.
Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tidak berarah dengan banyak sisi G adalah |E|.
Jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut, sehingga

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E| \; .$$

Note that this applies even if multiple edges and loops are present

Sumber : K.H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications,* edisi 7 **(hal 644)**

L **Akibat Handshaking Lemma.**

Untuk setiap graf tidak berarah $G = (V, E)$, banyaknya simpul berderajat ganjil selalu genap.

Derajat / Degree

- G_1:

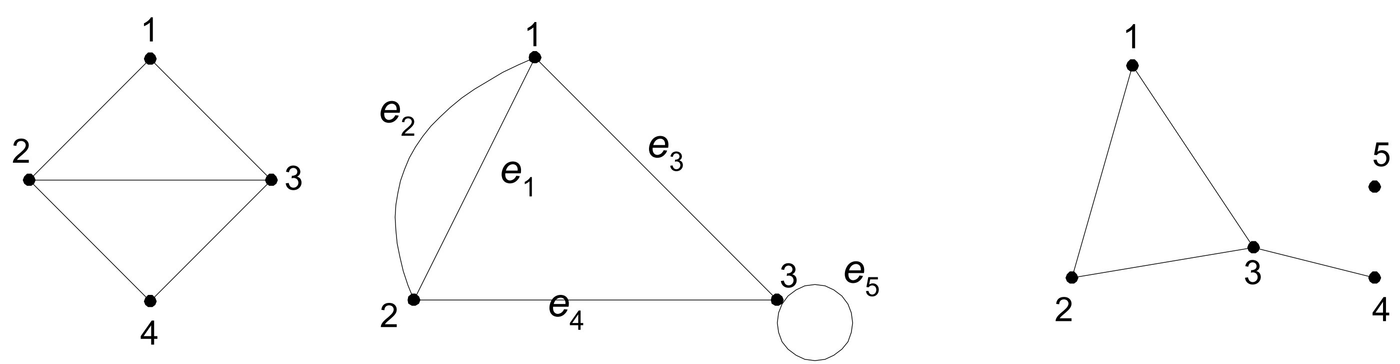
$$\sum_{v \in V} d(v) = d(1) + d(2) + d(3) + d(4) = 2 + 3 + 3 + 2 = 10$$
$$= 2 \times \text{banyak sisi} = 2 \times 5$$

- G_2:

$$\sum_{v \in V} d(v) = d(1) + d(2) + d(3) = 3 + 3 + 4 = 10$$
$$= 2 \times \text{banyak sisi} = 2 \times 5$$

- G_3:

$$\sum_{v \in V} d(v) = d(1) + d(2) + d(3) + d(4) + d(5)$$
$$= 2 + 2 + 3 + 1 + 0 = 8$$
$$= 2 \times \text{banyak sisi} = 2 \times 4$$



G_1 G_2 G_3

Derajat / Degree

T

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf berarah dengan banyak sisi G adalah |E|.
Jumlah derajat masuk semua simpul pada suatu graf berarah sama dengan jumlah derajat keluar semua simpul pada suatu graf berarah.

$$\sum_{v \in V} d_{in}(v) = \sum_{v \in V} d_{out}(v) = |E|.$$

Latihan

1. Dapatkah kita menggambar graf tidak berarah dengan barisan derajat masing-masing simpul berikut?

(a) 2, 3, 1, 1, 2

(b) 2, 3, 3, 4, 4

2. Diketahui graf sederhana dengan enam buah simpul sehingga setiap simpulnya memiliki derajat 5. Berapa banyak sisi pada graf tersebut?

Latihan

1. Dapatkah kita menggambar graf sederhana dengan barisan derajat masing-masing simpul berikut?

(a) 2, 3, 1, 1, 2

(b) 2, 3, 3, 4, 4

<u>Penyelesaian</u>:

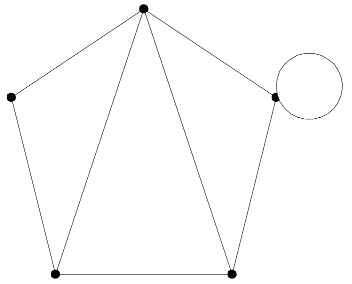
a. tidak dapat, karena jumlah derajat semua simpulnya ganjil

$(2 + 3 + 1 + 1 + 2 = 9)$.

b. dapat, karena jumlah derajat semua simpulnya genap

$(2 + 3 + 3 + 4 + 4 = 16)$.

Sebagai contoh, graf untuk barisan (b) adalah



2. Diketahui graf sederhana dengan enam buah simpul sehingga setiap simpulnya memiliki derajat 5. Berapa banyak sisi pada graf tersebut?

Penyelesaian:

Misalkan G adalah graf sederhana.
Diketahui: $|V(G)| = 6$ dan $d(v) = 5$ untuk setiap $v \in V(G)$.
Banyak sisi pada G adalah

$$\begin{aligned} |E(G)| &= \sum_{v \in V(G)} d(v) \\ &= 5.6 \\ &= 30 \end{aligned}$$

Jadi banyak sisi di G adalah 30.

Latihan

Diberikan beberapa soal Latihan dari buku :

Discrete Mathematics and Its Applications, Kenneth H Rosen, 7th Edition.