МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторної роботи № 8 на тему:

НАБЛИЖЕННЯ ДИСКРЕТНИХ (ТАБЛИЧНО ЗАДАНИХ) ФУНКЦІЙ

Львів-2018

Мета роботи: ознайомитися з методом інтерполяції таблично заданих функцій.

На практиці в наукових та інженерних розрахунках часто трапляються випадки, коли аналітичний вигляд функції є невідомим, а відомі лише її значення в скінченній кількості точок. Такі функції прийнято називати табличними. При розрахунках доводиться оперувати наборами значень, отриманими експериментально або методом випадкової вибірки. Як правило, на підставі цих наборів потрібно побудувати функцію, яка б відображала їх поведінку.

Математично це виглядає так: у точках $x_0, x_1, ..., x_n$ є відомі значення $y_0, y_1, ..., y_n$. Це можуть бути експериментальні результати, отримані у результаті вимірювань якоїсь фізичної величини. Вважаємо, що є дискретно задана функція $y = f(x)$, значення y_i $\left(i = \overline{0,n}\right)$ якої є відомими в точках x_i $\left(i = \overline{0,n}\right)$. Задача полягає в тому, щоб відобразити поведінку цієї функції в інших точках, відмінних від x_i $\left(i = \overline{0,n}\right)$. У зв'язку з цим розглянемо один із методів наближення дискретних функцій, який називається ***інтерполяцією***.

9.1. Інтерполяція табличних функцій

Найпростіша задача інтерполяції полягає в тому, що на відрізку $[a,b]$ задано $(n+1)$ точок $x_0, x_1, ..., x_n$, які називають ***вузлами інтерполяції***, і значення деякої функції у цих точках

$$f(x_0) = y_0, \quad f(x_1) = y_1, \quad \ldots, \quad f(x_n) = y_n. \tag{9.1}$$

Необхідно побудувати ***інтерполяційну функцію*** $F(x)$, яка приймає у вузлах інтерполяції ті самі значення, що й функція $f(x)$. Тобто треба знайти таку функцію $F(x)$, щоб

$$F(x_0) = y_0, \quad F(x_1) = y_1, \quad \ldots, \quad F(x_n) = y_n. \tag{9.2}$$

Геометрично це означає, що треба знайти криву $y = F(x)$ певного типу, яка проходить через задану систему точок $M_i(x_i, y_i)$, $\left(i = \overline{0,n}\right)$ (рис. 9.1):

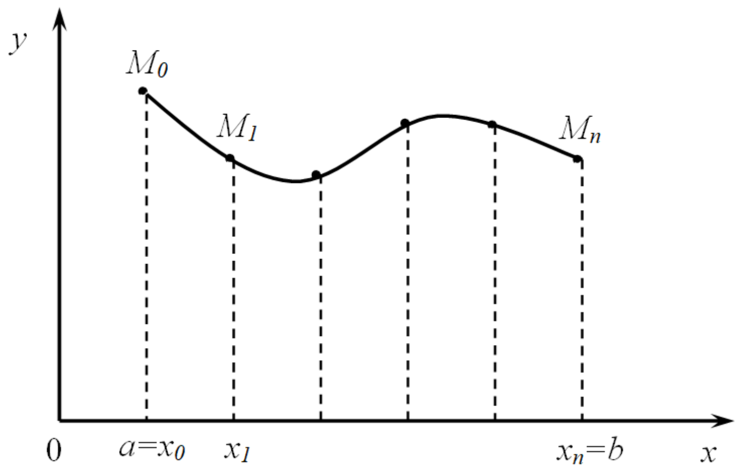

Рис. 9.1. Графічна інтерпретація задачі інтерполяції

Зауважимо, що через задану множину точок можна провести безліч гладких кривих. Тому задача інтерполяції є неоднозначною. Вона стає однозначною тоді, коли за інтерполяційну функцію вибрати поліном $P_n(x)$ n – го степеня (степінь полінома на одиницю менший від кількості вузлів інтерполяції) і такий, що виконуються умови

$$P_n(x_0) = y_0, \;\; P_n(x_1) = y_1, \;\; \ldots, \;\; P_n(x_n) = y_n .$$

Раніше під інтерполяцією розуміли знаходження значень функції у проміжних точках між вузлами інтерполяції (наприклад у точці x, такій що $x_1 < x < x_2$), значення яких відсутні у таблиці, тобто «мистецтво читання між рядками». У ширшому розумінні інтерполяція - це процес обчислення функції, графік якої проходить через задані точки (вузли інтерполяції).

Вважаємо, що для функції $y = f(x)$ є відомими її значення $y_0, y_1, ..., y_n$ в точках $x_0, x_1, ..., x_n$. Наближену функцію $y = F(x)$ вибираємо так, щоб в точках

$x_0, x_1, ..., x_n$ її значення співпадали зі значеннями y_i $\left(i=\overline{0,n}\right)$, тобто виконувались умови

$$F(x_i) = f(x_i), \quad i=\overline{0,n}. \tag{9.3}$$

Такий спосіб наближення будемо називати інтерполяцією, точки $x_0, x_1, ..., x_n$ – вузлами інтерполяції, а $y = F(x)$ – інтерполяційною формулою для обчислення значень функції $y = f(x)$.

Здебільшого дискретно задані функції інтерполюють поліномами n-го степеня, оскільки вони є достатньо гладкими функціями, їх легко диференціювати та інтегрувати. Маючи значення функції y_i $\left(i=\overline{0,n}\right)$ в точках x_i $\left(i=\overline{0,n}\right)$, легко отримати єдиний інтерполяційний поліном n-го степеня у вигляді

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + a_1 x + ... + a_n x^n, \tag{9.4}$$

у якому невідомі коефіцієнти a_i $\left(i=\overline{0,n}\right)$ однозначно визначаємо із системи $(n+1)$ лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=0}^{n} a_j x_i^j = y_i, \quad i=\overline{0,n}. \tag{9.5}$$

Якщо аналітично із використанням поліномів продовжують дискретно задану функцію в точках поза відрізком $[a;b]$, який містить вузли інтерполяції, то такий процес називають ***екстраполяцією***.

У літературі існують деякі способи знаходження інтерполяційних поліномів. Розглянемо їх.

9.2. Інтерполяційний поліном Лагранжа

Один з методів знаходження інтерполяційного полінома запропонував Лагранж. Основна ідея цього методу полягає в пошуку полінома, який в одному довільному вузлі інтерполяції приймає значення одиниця, а в усіх інших вузлах - нуль.

Наближену функцію $y = F(x)$ розглянемо у вигляді

$$F(x) = L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} P_i(x) f(x_i), \tag{9.6}$$

де $P_i(x)$-такий многочлен, що

$$P_i(x_j) = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \qquad i, j = \overline{0, n}. \tag{9.7}$$

Оскільки точки $x_0, x_1, ..., x_n$ є коренями полінома, то його можна записати у такому вигляді

$$P_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})...(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)...(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})...(x_i - x_n)}, \tag{9.8}$$

а наближена функція $F(x)$, яку називають інтерполяційним многочленом Лагранжа, матиме вигляд

$$F(x) = L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{(x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})...(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)...(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})...(x_i - x_n)} f(x_i) \tag{9.9}$$

або

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) y_i, \tag{9.10}$$

де

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\cdots(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\cdots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\cdots(x_i - x_n)}$$

- коефіцієнти Лагранжа.

Для запису інтерполяційного полінома Лагранжа зручно використовувати таблицю:

Таблиця 9.1

$\Pi_{n+1}(x)$					D_i	y_i
$x-x_0$	x_0-x_1	x_0-x_2	...	x_0-x_n	D_0	y_0
x_1-x_0	$x-x_1$	x_1-x_2	...	x_1-x_n	D_1	y_1
x_2-x_0	x_2-x_1	$x-x_2$	...	x_2-x_n	D_2	y_2
...	...	...	...	...	...	...
x_n-x_0	x_n-x_1	x_n-x_2	...	$x-x_n$	D_n	y_n

Тут D_i – добуток елементів i–го рядка, $\Pi_{n+1}(x)$ – добуток елементів головної діагоналі

$$\Pi_{n+1}(x)=(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\cdot\ldots\cdot(x-x_n), \tag{9.11}$$

$y_i=f(x_i)$, $i=\overline{0,n}$.

Тоді поліном Лагранжа можна записати у вигляді

$$L_n(x)=\Pi_{n+1}(x)\sum_{i=0}^{n}\frac{y_i}{D_i}. \tag{9.12}$$

Розглянемо випадок ***рівновіддалених вузлів***, коли $h=x_{i+1}-x_i=const$, $i=\overline{0,n}$. Введемо позначення $q=\dfrac{x-x_0}{h}$, $x_i=x_0+iqh$, $i=\overline{0,n}$. Тоді

$$x_0=0,\quad x_1=1,\quad \ldots,\quad x_n=n,$$

$$\Pi_{n+1}(x)=x(x-1)(x-2)\cdot\ldots\cdot(x-n).$$

Поліном Лагранжа для випадку рівновіддалених вузлів має вигляд

$$L_n(x)=\frac{1}{n!}\Pi_{n+1}(t)\sum_{i=0}^{n}(-1)^{n-i}\frac{C_n^i}{t-i}\,y_i, \tag{9.13}$$

де

$$C_n^i = \frac{n!}{i!\,(n-i)!}.$$

Розглянемо два часткових випадки інтерполяційного полінома Лагранжа. При n=1 поліном Лагранжа (9.12) є рівнянням першого степеня, яке описує пряму, що проходить через дві задані точки $(a;\, y_0)$ і $(b;\, y_1)$

$$y = L_1(x), \qquad y = \frac{x-b}{a-b} y_0 + \frac{x-a}{b-a} y_1. \tag{9.14}$$

При n=2 отримуємо рівняння другого степеня, яке описує параболу, що проходить через три точки $(a;\, y_0)$, $(b;\, y_1)$ і $(c;\, y_2)$

$$y = L_2(x),$$

$$y = \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} y_0 + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} y_1 + \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} y_2. \tag{9.15}$$

Оцінимо ***похибку інтерполяції*** поліномами Лагранжа. Запишемо вираз для залишкового члена, який виникає при застосуванні формули Лагранжа

$$R_n(x) = f(x) - L_n(x).$$

Вважаємо, що на відрізку $[a, b]$ існують похідні $f'(x)$, $f''(x)$, $f^{(n+1)}(x)$ функції $f(x)$ до $(n+1)$-го порядку.

Формула для абсолютної похибки інтерполяційної формули Лагранжа має вигляд

$$|R_n(x)| = |f(x) - L_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \cdot |\Pi_{n+1}(x)|, \tag{9.16}$$

де $M_{n+1} = \max\limits_{x \in [a,b]} \left| f^{(n+1)}(x_*) \right|, \quad x_* \in [a, b].$

9.3. Інтерполяційний поліном Ньютона

Інший спосіб розв'язування задачі інтерполяції запропонував Ньютон. Цей спосіб полягає в тому, що поліном $P_n(x)$ для загального випадку нерівновіддалених вузлів записують у вигляді

$$P_n(x) = f(x_0) + f(x_0,x_1)(x-x_0) + f(x_0,x_1,x_2)(x-x_0)(x-x_1) + \\ + \ldots + f(x_0,x_1,\ldots,x_n)(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1}), \qquad (9.17)$$

де

$f(x_0,x_1) = \dfrac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$ - ***розділена різниця*** 1-го порядку;

$f(x_0,x_1,x_2) = \dfrac{f(x_1,x_2)-f(x_0,x_1)}{x_2-x_0}$ - розділена різниця 2-го порядку;

$f(x_0,x_1,\ldots,x_n) = \dfrac{f(x_1,\ldots,x_n)-f(x_0,\ldots,x_{n-1})}{x_n-x_0}$ - розділена різниця n-го порядку.

Оцінку похибки формули (9.17) обчислюють за формулою

$$|R_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}\left|(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)\right|, \qquad (9.18)$$

де $$M_{n+1} = \max_{x\in[a,b]}\left|f^{(n+1)}(x)\right|.$$

Припустимо, що вузли інтерполяції є рівновіддаленими, тобто

$$x_i = x_0 + ih, \quad i = \overline{0,n}, \qquad (9.19)$$

де h - крок інтерполяції. ***Скінченною різницею*** 1-го порядку називають величину

$$\Delta f(x_i) = f(x_{i+1}) - f(x_i). \qquad (9.20)$$

Тоді скінченну різницю 2-го порядку визначимо у вигляді

$$\Delta^2 f(x_i) = \Delta(\Delta f(x_i)) = \Delta f(x_{i+1}) - \Delta f(x_i). \qquad (9.21)$$

Аналогічно запишемо скінченну різницю n-го порядку

$$\Delta^n f(x_i) = \Delta(\Delta^{n-1} f(x_i)) = \Delta^{n-1} f(x_{i+1}) - \Delta^{n-1} f(x_i) \qquad (9.22)$$

або

$$\Delta^n f(x_i) = \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \, C_n^j \; f(x_{i+j}), \qquad (9.23)$$

де $\quad C_n^j = \dfrac{n!}{(n-j)!\, j!}$.

Скінченні різниці зручно поміщати в таблицю. Для $n = 3$ вона має вигляд:

Таблиця 9.1.

x_i	$f(x_i)$	$\Delta f(x_i)$	$\Delta^2 f(x_i)$	$\Delta^3 f(x_i)$
x_0	f_0	Δf_0	$\Delta^2 f_0$	$\Delta^3 f_0$
x_1	f_1	Δf_1	$\Delta^2 f_1$	-
x_2	f_2	Δf_2	-	-
x_3	f_3	-	-	-

Розділену різницю n-го порядку можна виразити через скінченну різницю n-го порядку

$$f(x_0, x_1, \ldots, x_n) = \frac{\Delta^n f(x_0)}{n!\, h^n}. \qquad (9.24)$$

Підставивши скінченні різниці замість розділених різниць у інтерполяційну формулу Ньютона для нерівновіддалених вузлів (9.17), отримаємо

$$P_n(x) = f(x_0) + \frac{\Delta f(x_0)}{1!h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \\ + \ldots + \frac{\Delta^n f(x_0)}{n!h^n}(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1}). \qquad (9.25)$$

Розглянемо випадок інтерполяційного полінома Ньютона інтерполювання «вперед». Нехай точка x_*, для якої необхідно визначити значення функції $f(x_*)$ інтерполюванням, знаходиться в околі точки x_0 на відрізку $[x_0, x_n]$. Введемо позначення $q = \frac{x - x_0}{h}$ (кількість кроків, необхідних для досягнення точки x, виходячи з точки x_0). Тоді

$$\frac{x - x_1}{h} = \frac{x - (x_0 + h)}{h} = \frac{x - x_0}{h} - \frac{h}{h} = q - 1,$$

$$\frac{x - x_2}{h} = \frac{x - (x_0 + 2h)}{h} = \frac{x - x_0}{h} - \frac{2h}{h} = q - 2,$$

$$\ldots$$

$$\frac{x - x_{n-1}}{h} = \frac{x - (x_0 + (n-1)h)}{h} = \frac{x - x_0}{h} - \frac{(n-1)h}{h} = q - n + 1.$$

Із врахуванням цих співвідношень та виразу (9.25) отримаємо формулу інтерполяційного полінома Ньютона для рівновіддалених вузлів ***інтерполювання «вперед»***

$$N_2^{(I)}(x) = f(x_0) + \frac{\Delta f_0}{1!}q + \frac{\Delta^2 f_0}{2!}q(q-1) + \ldots + \frac{\Delta^n f_0}{n!}q(q-1)\cdots(q-n+1). \qquad (9.26)$$

Формулу (9.26) можна застосовувати і для значень $x_* < x_0$. Тоді вираз (9.26) стає екстраполяційним поліномом ***екстраполювання «назад»***.

Запишемо оцінку похибки для формули (9.26). Маємо

$$|R_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} h^{n+1} \, |q\,(q-1)\cdots(q-n)|, \tag{9.27}$$

де $M_{n+1} = \max_{x\in[a,b]} \left| f^{(n+1)}(x) \right|$.

Якщо точка x_* знаходиться в околі точки x_n на відрізку $[x_0, x_n]$, то використовують інтерполяційний поліном Ньютона інтерполювання «назад». Позначимо $q = \dfrac{x - x_n}{h}$, і аналогічно, як у попередньому випадку, отримаємо інтерполяційний поліном Ньютона для рівновіддалених вузлів ***інтерполювання «назад»:***

$$N_2^{(II)}(x) = f(x_n) + \frac{\Delta f_{n-1}}{1!} q + \frac{\Delta^2 f_{n-2}}{2!} q(q+1) + \ldots + \frac{\Delta^n f_0}{n!} q(q+1)\cdots(q+n-1). \tag{9.28}$$

Формулу (9.28) можна використовувати для $x_* > x_n$. Тоді вираз (9.28) стає екстраполяційним поліномом Ньютона ***екстраполювання «вперед»***.

Оцінку похибки для формули (9.28) записують у вигляді

$$|R_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \cdot h^{n+1} \cdot |q(q+1)\cdots(q+n)|, \tag{9.29}$$

де $M_{n+1} = \max_{x\in[a,b]} \left| f^{(n+1)}(x) \right|$.

Розглянемо два часткових випадки інтерполяційного полінома Ньютона для рівновіддалених вузлів.

Якщо у формулі (9.26) покласти $n = 1$, то одержимо формулу лінійного інтерполювання

$$N_2^{(I)} = f(x_0) + q \cdot \Delta f_0,$$

а якщо $n = 2$, то одержимо формулу параболічного або квадратичного інтерполювання

$$N_2^{(I)} = f(x_0) + q\,\Delta f_0 + \frac{q(q-1)}{2}\Delta^2 f_0 .$$

Поліноми Ньютона та Лагранжа є одним і тим самим поліномом. Різниця між ними полягає лише у підходах до їх визначення.

Приклад 9.1. Побудувати інтерполяційний поліном Лагранжа другого степеня для функції, заданої таблично

x_i	1	2	3
f_i	10	15	12

Розв'язування.

$$L_2(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}10 + \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}15 + \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}12 =$$

$$= \frac{10\,(x^2-5x+6)}{2} + \frac{15\,(x^2-4x+3)}{-1} + \frac{12\,(x^2-3x+2)}{2} =$$

$$= \frac{-8x^2+34x-6}{2} = -4x^2+17x-3.$$

Відповідь. Інтерполяційний поліном Лагранжа має вигляд:

$$L_2(x) = -4x^2+17x-3.$$

Приклад 9.2. Побудувати інтерполяційний поліном Ньютона для функції, заданої в попередньому прикладі.

Розв'язування. Обчислимо розділені різниці і внесемо їх у таблицю.

$$f(x_0,x_1) = \frac{15-10}{2-1} = 5,\ f(x_1,x_2) = \frac{12-15}{3-2} = -3,$$

$$f(x_0,x_1,x_2) = \frac{-3-5}{3-1} = -4.$$

x_i	f_i	$f(x_i, x_{i+1})$	$f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$

1	10	5	-4
2	15	-3	-
3	12	-	-

За формулою (9.17) записуємо поліном Ньютона для випадку нерівновіддалених вузлів

$$N_1(x) = 10 + 5\,(x-1) + (-4)(x-1)(x-2) =$$
$$= 10 + 5x - 5 - 4\,(x^2 - 3x + 2) =$$
$$= 5 + 5x - 4x^2 + 12x - 8 == -4x^2 + 17x - 3.$$

Відповідь. Інтерполяційний поліном Ньютона має вигляд:

$$L_2(x) = -4x^2 + 17x - 3.$$

Варіанти завдань

Використовуючи інтерполяційні поліноми Лагранжа та Ньютона, обчислити значення табличної заданої функції у точці x_0.

1-й варіант

x	1,415	1,420	1,425	1,430	1,435	1,440	1,445	1,450	1,455	1,460
y	0,88	0,889	0,890	0,891	0,892	0,893	0,894	0,895	0,896	0,897

x_0 = 1,4161

2-й варіант

x	0,101	0,106	0,111	0,116	0,121	0,126	0,131	0,136	0,141	0,146
y	1,261	1,276	1,291	1,306	1,321	1,336	1,352	1,367	1,383	1,399

x_0 = 0,1102

3-й варіант

x	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	060

y	0,86	0,819	0,779	0,741	0,705	0,670	0,638	0,606	0,577	0,549

x_0 = 0,3119

4-й варіант

x	0,18	0,185	0,190	0,195	0,200	0,205	0,210	0,215	0,220	0,225
y	5,615	5,467	5,352	5,193	5,066	4.946	4,832	4,722	4,618	4,519

x_0 = 0,1821

5-й варіант

x	3,5	3,55	3,60	3,65	3,70	3,75	3,80	3,85	3,90	3,95
y	33,11	34,65	36,60	38,47	40,44	42,52	44,70	46,99	49,40	51,93

x_0 = 3,522

6-й варіант

x	0,115	0,120	0,125	0,130	0,135	0,140	0,145	0,150	0,165	0,170
y	8,68	8,29	7,96	7,65	7,36	7,10	6,85	6,62	6,40	6,20

x_0 = 0,122

7-й варіант

x	1,340	1,345	1,350	1,360	1,365	1,370	1,375	1,380	1,385	1,390
y	4,26	4,35	4,46	4,56	4,67	4,79	4,91	5,01	5,18	5,31

x_0 = 1,362

8-й варіант

x	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24
y	4,48	4,95	5,47	5,99	6,05	6,68	6,909	7,38	8,166	9,025

x_0 = 0,153

9-й варіант

x	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54
y	20,19	19,61	18,94	18,17	17,30	16,31	15,19	13,94	12,55	10,99

x_0 = 0,455

10-й варіант

x	0,01	0,06	0,11	0,16	0,21	0,26	0,31	0.36	0,41	0,46
y	0,99	0,95	0.91	0,88	0,84	0,81	0,78	0,74	0,71	0,68

x_0 = 0,22

11-й варіант

x	0,18	0,185	0,190	0,195	0,200	0,205	0,210	0,215	0,220	0,225
y	1,261	1,276	1,291	1,306	1,321	1,336	1,352	1,367	1,383	1,399

x_0 = 0,202

12-й варіант

x	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	060
y	5,615	5,467	5,352	5,193	5,066	4.946	4,832	4,722	4,618	4,519

x_0 = 0,439

13-й варіант

x	3,60	3,65	3,70	3,75	3,80	3,85	3,90	3,95	4,00	4,05
y	4,26	4,35	4,46	4,56	4,67	4,79	4,91	5,01	5,18	5,31

x_0 = 3,771

14-й варіант

x	1,430	1,435	1,440	1,445	1,450	1,455	1,460	1,465	1,470	1,475
y	0,88	0,889	0,890	0,891	0,892	0,893	0,894	0,895	0,896	0,897

x_0 = 1,461

15-й варіант

x	0,115	0,120	0,125	0,130	0,135	0,140	0,145	0,150	0,165	0,170
y	4,48	4,95	5,47	5,99	6,05	6,68	6,909	7,38	8,166	9,025

x_0 = 0,142

Вимоги до програми

У програмі слід передбачити такі можливості:

1. Ввід вхідних даних у автоматизованому та ручному режимах здійснюється у вигляді таблиці, що містить значення аргументів та відповідні значення функції.
2. Із використанням поліномів Лагранжа та Ньютона для випадку нерівновіддалених вузлів передбачити автоматизований режим введення даних випадковим чином.
3. Передбачити можливість некоректного введення даних.

Контрольні запитання

1. Які функції називають табличними?
2. Навести означення вузлів інтерполяції.
3. У чому полягає задача інтерполювання функцій?
4. Зобразити графічну інтерпретацію задачі інтерполювання.
5. Записати формулу інтерполяційного полінома n-го степеня.
6. У чому полягає задача екстраполювання функцій?
7. Записати формулу інтерполяційного полінома Лагранжа.
8. Записати формулу для визначення похибки інтерполяційного полінома Лагранжа.
9. Навести означення розділених різниць першого, другого та n-го порядку.
10. Записати інтерполяційний поліном Ньютона для нерівновіддалених вузлів.
11. Записати співвідношення для визначення похибки інтерполяційного полінома Ньютона.

12. Навести означення скінченних різниць першого, другого та n-го порядку.
13. Записати інтерполяційний поліном Ньютона для рівновіддалених вузлів.
14. Записати інтерполяційний поліном Ньютона інтерполювання «вперед».
15. Записати інтерполяційний поліном Ньютона інтерполювання «назад».