Рекурсия. Динамическое программирование. Строковые алгоритмы.

@pvavilin

15 января 2023 г.

Outline

Что такое рекурсия?

Приём в программировании, когда задача может быть разделена на несколько таких же, но проще, задач.

```
def pow(x, n):
    # возведение числа в степень это
    # умножение числа на число
    # в степени n-1
    if n == 0:
        return 1
    return x * pow(x, n-1)
```

Правильная рекурсия

```
def pow(x, n):
    # хорошо бы проверить,
    # что база достижима
    assert n >= 0
    # base case / база рекурсии
    if n == 0:
        return 1
    # recursive case / шаг рекурсии
    return x * pow(x, n-1)
```

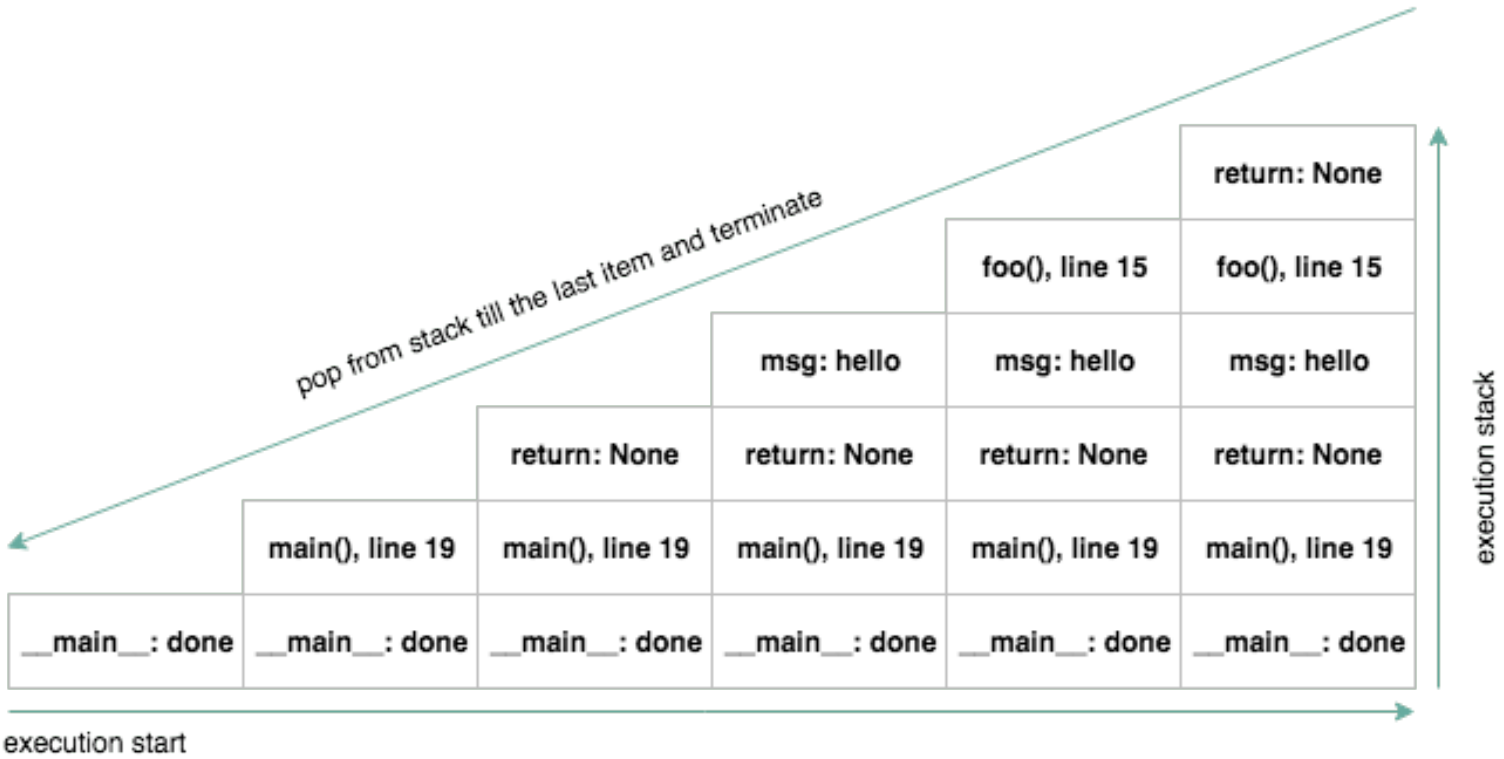
Что такое стек вызовов?

```
def foo(msg):
    print '{} foo'.format(msg)

def main():
    msg = 'hello'
    foo(msg)

if __name__ == '__main__':
    main()
```

Что такое стек вызовов?



Почему рекурсия это плохо

- стек вызовов растёт вместе с ростом глубины рекурсии
- можно попасть в бесконечную рекурсию и истратить всю память на стек вызовов

Recursion depth

```
def inf_counter(x):
    print(x)
    return inf_counter(x+1)
f(0)
```

Глубина рекурсии

```
import sys

print(sys.getrecursionlimit())
sys.setrecursionlimit(
    sys.getrecursionlimit() + 234
)
print(sys.getrecursionlimit())
```

```
1000
1234
```

Почему рекурсия это хорошо

Помогает описать решение задачи понятным языком

```
# n! = n * (n-1)
def factorial(n):
    if n == 0:
        return 1
    return n * factorial(n-1)

print(factorial(5))
```

```
120
```

Вариант задачи для рекурсии

Попробуйте реализовать решение этой задачи без использования рекурсии 

решение на LISP

count-change.lisp

```
(defun count-change (amount)
  (cc amount 5))
(defun cc (amount kinds-of-coins)
    (cond ((= amount 0) 1)
       ((or (< amount 0) (= kinds-of-coins 0)) 0)
        (t (+ (cc amount
          (- kinds-of-coins 1))
            (cc (- amount
              (first-denomination kinds-of-coins))
                kinds-of-coins)))))
(defun first-denomination (kinds-of-coins)
    (cond ((= kinds-of-coins 1) 1)
          ((= kinds-of-coins 2) 5)
          ((= kinds-of-coins 3) 10)
          ((= kinds-of-coins 4) 25)
          ((= kinds-of-coins 5) 50)))
(count-change 100)
```

трассирование

```
def trace(f):
    indent = 0
    def g(*args, **kwargs):
        nonlocal indent
        print('|   ' * indent + '|--',
              f.__name__, *args, **kwargs)
        indent += 1
        value = f(*args, **kwargs)
        print('|   ' * indent + '|--',
              'return', repr(value))
        indent -= 1
        return value
    return g
cc = trace(cc)
count_change(10)
```

Хвостовая рекурсия

Рекурсия, не требующая действий с возвращённым результатом из шага рекурсии.

```
def factorial(n, collected=1):
    if n == 0:
        return collected
    return factorial(n-1, collected*n)

print(factorial(5))
```

```
120
```

Оптимизация хвостовой рекурсии и почему её нет в Python

- Интерпретаторы/компиляторы могут оптимизировать хвостовую рекурсию (Tail Call Optimization) и не делать записей в стек вызовов, а подменять переменные в стеке вызовов, таким образом код получится равнозначным обычному циклу
- Почему TCO нет и не будет в Python

Пример когда рекурсия помогает

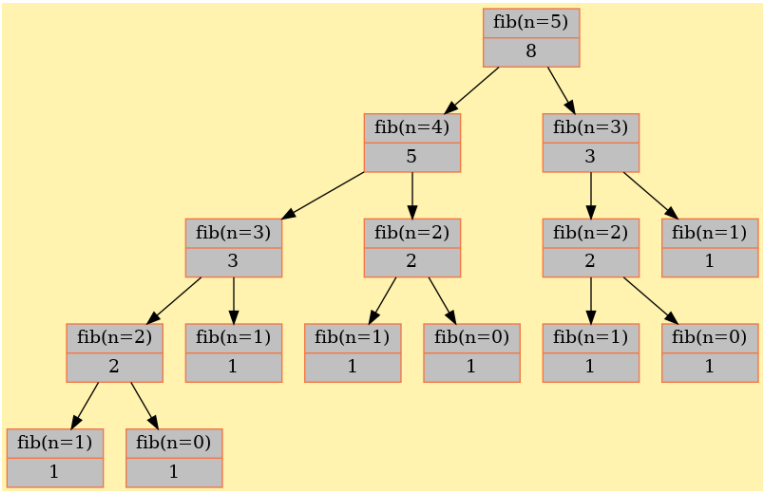
Задача У вас есть вложенная структура данных и вы хотите просуммировать значения поля X во всех объектах этой структуры.

Решение задачи

`https://github.com/pimiento/recursion_webinar/blob/master/recursion_example.py`

Динамическое программирование

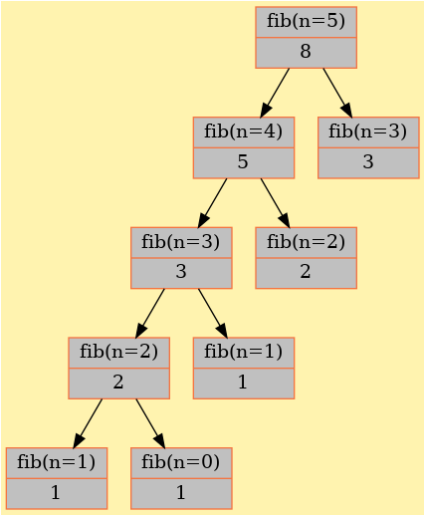
```
def fib(n):
    if n == 0:
        return 1
    if n == 1:
        return 1
    return fib(n=n-1) + fib(n=n-2)
```



Кэширование

```
cache = {0: 1, 1: 1}

def fib(n):
    if n not in cache:
        cache[n] = \
            fib(n=n-1) + fib(n=n-2)
    return cache[n]
```



Поиск приблизительно совпадающих строк

Возможные действия над строками, каждое действие будет иметь стоимость 1

замена заменить один символ в строку A1 на символ из строки A2. ("мама"$\rightarrow$ "рама")

вставка вставить один символ в строку A1 так чтобы она совпала с подстрокой A2. ("роза"$\rightarrow$ "проза")

удаление удалить один символ в строке A1 так чтобы она совпала с подстрокой A2. ("гроза"$\rightarrow$ "роза")

Рекурсивное решение

```
def lev(a: str, b: str) -> int:
    if not a: return len(b)
    if not b: return len(a)
    return min([
        lev(a[1:],b[1:])+(a[0]!=b[0]),
        lev(a[1:],b)+1,
        lev(a,b[1:])+1
    ])

print(lev("salt", "foobar"))
print(lev("halt", "salt"))
```

```
- 6
- 1
```

Динамическое программирование в действии

```
def levenshtein(
    a: str, b: str, m: List[List[int]]
) -> int:
  for i in range(1, len(a)):
    for j in range(1, len(b)):
      m[i][j] = min(
        m[i-1][j-1] + (a[i] != b[j]),
        m[i][j-1] + 1,
        m[i-1][j] + 1
      )
  return m[len(a)-1][len(b)-1]
```

Дополнительная литература

- SICP

Вопросы-ответы