

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ (“МАЛЫЕ”) ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

Математическая логика, ИТМО, М3234-М3239, весна 2018 года

Домашнее задание №1

Докажите при любых подстановках метаварiableных α , β и γ :

1. $\vdash \alpha \& \beta \rightarrow \beta \& \alpha$
2. $\vdash \alpha \rightarrow \neg \neg \alpha$
3. $\vdash \alpha \& (\beta \vee \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta) \& (\alpha \vee \gamma)$
4. $\vdash \neg(\alpha \& \beta) \rightarrow \neg \alpha \vee \neg \beta$
5. $\vdash (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg \beta \rightarrow \neg \alpha)$

Домашнее задание №2

В данном домашнем задании вам будет предложено доказать несколько важных лемм, используемых в теореме о полноте исчисления высказываний. Подробнее с этой теоремой можно ознакомиться в конспекте курса, глава 5. В решениях можно пользоваться всем, ранее доказанным на парах и в других домашних заданиях.

1. Докажите при любых значениях метаварiableных α , β :
 - (a) $\alpha, \beta \vdash \alpha \& \beta$
 - (b) $\neg \alpha, \beta \vdash \neg(\alpha \& \beta)$
 - (c) $\alpha, \neg \beta \vdash \neg(\alpha \& \beta)$
 - (d) $\neg \alpha, \neg \beta \vdash \neg(\alpha \& \beta)$
 - (e) $\alpha, \beta \vdash \alpha \vee \beta$
 - (f) $\neg \alpha, \beta \vdash \alpha \vee \beta$
 - (g) $\alpha, \neg \beta \vdash \alpha \vee \beta$
 - (h) $\neg \alpha, \neg \beta \vdash \neg(\alpha \vee \beta)$
 - (i) $\alpha, \beta \vdash \alpha \rightarrow \beta$
 - (j) $\alpha, \neg \beta \vdash \neg(\alpha \rightarrow \beta)$
 - (k) $\neg \alpha, \beta \vdash \alpha \rightarrow \beta$
 - (l) $\neg \alpha, \neg \beta \vdash \alpha \rightarrow \beta$
 - (m) $\neg \alpha \vdash \neg \alpha$
 - (n) $\alpha \vdash \neg \neg \alpha$
2. Докажите, что при любых значениях метаварiableной α справедливо $\vdash \alpha \vee \neg \alpha$
3. Докажите, что при любых списках формул Γ и Δ и при любых значениях метаварiableных γ, δ, ζ если $\Gamma \vdash \gamma$, $\Delta \vdash \delta$ и $\gamma, \delta \vdash \zeta$, то $\Gamma, \Delta \vdash \zeta$
4. Докажите, что если $\Gamma, \rho \vdash \alpha$ и $\Gamma, \neg \rho \vdash \alpha$, то $\Gamma \vdash \alpha$