École Superieure en Informatique, SBA 2017/2018
2 ère année CP Prob. & Statistique.

TD-N° 08-2

Exercice 1 *Dans une usine, une machine produit des barres de métal. On définit la variable aléatoire X qui à chaque barre associe sa longueur et on admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 92.5$ et d'écart type σ. Une barre de la production est mise au rebut si sa longueur est inférieure à 92.2 cm ou supérieure à 92.8cm.*

1. *On suppose dans cette question que $\sigma = 0.2$.*
   a) *Calculer la proobabilité que la barre extraite au hasard de la production soit mise au rebut.*
   b) *Déterminer le nombre réel a tel que la probabilité que la variable aléatoire X prenne des valeurs comprises entre $92.5 - a$ et $92.5 + a$ soit égale à 0.9.*
2. *Quelle valeur faudrait il donner à σ pour que la probabilté de mise au rebut soit égale à 0.01?*

Exercice 2 *Calculer l'espérance mathématique et la variance d'une variable aléatoire gaussienne X sachant que: $\mathbb{P}(X \leq 2) = 0,5793$ et $\mathbb{P}(X > 5) = 0,2119$.*

Exercice 3 *On effectue un contrôle sur des pièces de 10 DA dont une proportion $p = 0.05$ est fausse et sur des pièces de 20 DA dont une proportion $p' = 0.02$ est fausse. Il y a dans un lot 500 pièces dont 150 pièces de 10 DA et 350 pièces de 20 DA.*

1. *On prend une pièce au hasard dans ce lot : quelle est la probabilité qu'elle soit fausse?*
2. *Sachant que cette pièce est fausse, quelle est la probabilité qu'elle soit de 10 DA?*
3. *On contrôle à présent un lot de 1000 pièces de 10DA. Soit X la variable aléatoire :"nombre de pièces fausses parmi 1000". Quelle est la vraie loi de X ? (on ne donnera que la forme générale) ; quelle est son espérance, son écart-type?*
4. *En approchant cette loi par une loi adaptée, calculez la probabilité pour que X soit compris entre 48 et 52.*

Exercice 4 *Soit$X \rightsquigarrow \mathcal{N}(m, \sigma)$. On pose $Y = e^X$. Déterminer la loi de Y et calculer son espérance et sa variance (Y est appelé loi "log-normale").*

Exercice 5 *On désire étudier la loi de probabilité du " temps d'attente " d'un véhicule devant un signal de circulation type "rouge et vert". On suppose que la périodicité du signal est régulière et que l'arrivée du véhicule est complètement aléatoire. Le temps d'attente du véhicule est noté X ; il peut varier de $a = 0$ à $b = 60$ (en secondes). On définit sur l'intervalle de définition de X, la fonction $f(x) = k/(b - a) = k/60$, $(k > 0)$.*

1. *Calculer la valeur de k pour que f(x) puisse être considérée comme la fonction densité de probabilité de la variable aléatoire continue X qui prend ses valeurs dans l'intervalle $[a; b] = [0; 60]$.*
2. *Calculer le temps d'attente moyen (en secondes)*

3. *Calculer l'écart-type (on arrondira le résultat à deux chiffres)*
4. *Calculer la probabilité pour que le véhicule attende moins de 20 secondes*
5. *Calculer la probabilité pour que le véhicule attende entre 15 et 30 secondes*
6. *Calculer la probabilité suivante:* $\mathbb{P}|X - \mathbb{E}(X)| < \sigma$.

Exercice 6 *Soit X une variable aléatoire réelle suivant la loi uniforme sur le segment* $[-1, 2]$.

(a) *Quelle est la loi de* $Y = X^2$ *?*

(b) *Déterminer l'espérance de* Y.

Exercice 7 *Soit X une variable aléatoire suivant la loi exponentielle* $\mathcal{E}(\lambda)$.

1. *Déterminer la loi de la variable aléatoire* $Y = \sqrt{X}$.
2. *Déterminer une densité de* X^2.

Exercice 8 *On suppose que la durée de vie d'un disque dur est distribuée selon une loi exponentielle. Le fabricant veut garantir que le disque dur a une probabilité inférieure à 0.001 de tomber en panne sur un an. Quelle durée de vie moyenne minimale doit avoir le disque dur ?*