



## TD 3 – Espaces de suites

Pour  $1 \leq p < \infty$  on définit  $\ell^p$  l'ensemble des suites réelles de puissance  $p$ -ième sommable, et  $\ell^\infty$  l'ensemble des suites réelles bornées. (Les définitions et résultats qui suivent valent aussi pour des suites complexes.)

▷ **Exercice 1.** Montrer qu'on définit une norme sur  $\ell^p$  en posant

$$\|(x_k)_k\|_p = \left( \sum_k |x_k|^p \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty,$$

et

$$\|(x_k)_k\|_\infty = \sup_k |x_k|.$$

▷ **Exercice 2.** Soient  $1 \leq p < q \leq \infty$ . Montrer que  $\ell^p \subsetneq \ell^q$ , avec injection continue.

▷ **Exercice 3.** Montrer que  $(\ell^p, \|\cdot\|_p)$  est un Banach,  $1 \leq p \leq \infty$ .