



Maths de l'ingénieur 2

I. Calcul différentiel

1. Dérivée

- dérivabilité locale et propriétés (unicité, continuité), dérivabilité globale
- exemples fondamentaux : applications linéaires, affines, bilinéaires, quadratiques
- dérivation des fonctions composées
- applications composantes

2. Dérivation partielle

- applications et dérivées partielles en un point, matrice jacobienne
- équivalence en classe \mathcal{C}^1 et contreexemple
- théorème de Schwarz
- gradient, hessien, laplacien
- exemple fondamental : forme quadratique

3. Accroissements finis

- théorème des accroissements finis (première et deuxième forme)
- théorème des fonctions implicites
- algorithme de Newton

II. Espaces vectoriels normés

- norme, boules ouvertes et fermées
- parties ouvertes, fermées, adhérence
- suites, caractérisation séquentielle des parties fermées
- continuité, caractérisation séquentielle
- suites de Cauchy, parties complètes, théorème du point fixe
- parties compactes, cas de la dimension finie, image continue d'un compact

III. Espaces de Hilbert

1. Produit scalaire

- produit scalaire, théorème de Cauchy-Schwarz, norme associée (Minkowski)
- espace préhilbertien, hilbertien, euclidien
- exemples : \mathbf{R}^n , $M(m, n, \mathbf{R})$, $L^2(X, \mathcal{B}, \mu)$, $\ell^2(\mathbf{N})$

2. Théorème de la projection

- distance d'un point à une partie, projeté, partie convexe
- identité du parallélogramme, théorème de la projection
- caractère 1-lipschitzien de la projection

3. Orthogonalité

- orthogonal d'une partie, propriétés de base
- supplémentaire orthogonal d'un sev fermé
- double orthogonal
- base hilbertienne, Parseval

4. Séries de Fourier trigonométriques

- base hilbertienne trigonométrique sur $L^2_{2\pi}(\mathbf{R})$ (et $L^2_{2\pi}(\mathbf{C})$)
- résultats de convergence complémentaires, cas $H^1_{2\pi}$ et \mathcal{C}^1 par morceaux (Dirichlet)
- transformée de Fourier discrète, FFT
- extension au cas multidimensionnel

IV. Distributions

V. Formulation variationnelle de problèmes aux limites

Organisation et intervenant

- 12 séances (1 séance = 1H CM + 2H TD)
- J.-B. Caillau (caillau@unice.fr)

Évaluation

- 2 EX partiels (coeff. 1 tous les deux)
- 1 EX terminal (coeff. 2)

Bibliographie

1. Brézis, H. *Analyse fonctionnelle, théorie & applications*. Dunod, 2005.
2. Exo7. *Cours de mathématiques de première année*. exo7.emath.fr
3. Gasquet, C. ; Witomski, P. *Analyse de Fourier et applications*. Dunod, 2000.
4. Liret, F. ; Martinais, D. *Analyse : cours de première année*. Dunod, 2003.
5. Monasse, D. *Cours de Mathématiques pour les classes MP et MP**. Vuibert, 1997.
6. Schwartz, L. *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*. Hermann, 1966.
7. Zuily, C. *Éléments de distributions et d'équations aux dérivées partielles*. Dunod, 2002.