Airlangga University

MATHEMATICAL MODELING OF MALARIA DISEASE WITH SEIR MODEL

Akrom Fuadi (082011233079)

Mathematics '20 | 079

Background

Malaria is an infectious disease that caused by plasmodium or other living things single-celled parasite and belongs to the group of protozoa that later lived and reproduce in human blood cells. This disease is naturally transmitted through female anopheles mosquito bites. The types of Plasmodium carried by this mosquito is Plasmodium falciparum (causes malaria tropics), Plasmodium vivax (causes malaria tertiana), Plasmodium malariae (causes malaria quartana) and Plasmodium ovale.

Airlangga University

Problem Identification

How to simulate and read the SEIR Model on Malaria Disease with the effect of vaccination

Airlangga University

Literature

PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MODEL *SEIR*

MATHEMATICAL MODELING ON DISTRIBUTION OF MALARIA WITH SEIR MODEL

Oleh: Eko Saputro Sulistioningtias, Dwi Lestari, M.Sc.
Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA UNY
ekosaputrosulistioningtias@gmail.com

Abstrak

Malaria merupakan penyakit yang disebabkan oleh nyamuk *anopheles* betina. Penularan penyakit malaria dapat terjadi melalui kontak langsung maupun tidak langsung. Penelitian ini bertujuan untuk menjelaskan model matematika *SEIR* pada penyebaran penyakit malaria tanpa vaksinasi dan menggunakan vaksinasi, menganalisa kestabilan disekitar titik ekuilibrium pada penyebaran penyakit malaria tanpa vaksinasi dan menggunakan vaksinasi, dan menjelaskan simulasi model penyebaran penyakit malaria tanpa vaksinasi dan menggunakan vaksinasi.

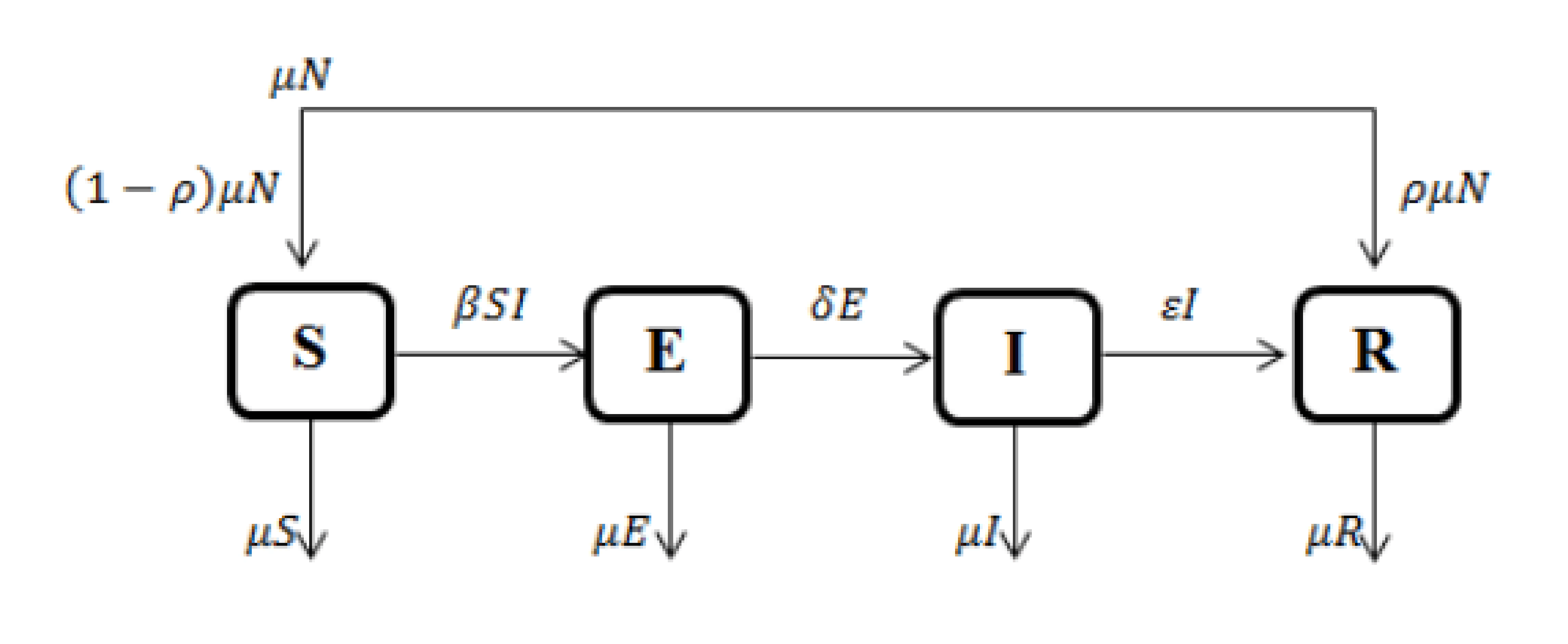
Tahapan untuk menganalisis model *SEIR* pada penyebaran penyakit malaria adalah membentuk model *SEIR*, mentransformasikan model, menentukan titik ekuilibrium, menentukan bilangan reproduksi dasar, menganalisis kestabilan di titik ekuilibrium dan melakukan simulasi menggunakan *software Maple 16*.

Hasil yang diperoleh yaitu dapat dibentuk model *SEIR* dengan 4 kelas populasi yaitu kelas *Susceptible*, kelas *Exposed*, kelas *Infected* dan kelas *Recovered*. Model yang diperoleh berupa sistem persamaan diferensial non linear. Model penyebaran penyakit malaria disederhanakan menjadi *seir* baik yang tanpa vaksinasi maupun menggunakan vaksinasi. Kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal saat bilangan reproduksi dasar kurang dari satu dan tidak stabil saat bilangan reproduksi dasar lebih dari satu. Kemudian untuk kestabilan titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik lokal saat bilangan reproduksi dasar lebih dari satu. Laju infeksi sangat berpengaruh dalam menentukan kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit maupun endemik. Semakin tinggi laju infeksi maka penyakit akan menyebar. Berdasarkan dari simulasi model, semakin tinggi tingkat vaksin yang diberikan maka kelas *Infected* akan menurun menuju nol. Jadi program vaksinasi dapat digunakan untuk mengendalikan penyebaran penyakit malaria.

Kata kunci: Malaria, Titik Ekuilibrium, Kestabilan, Vaksinasi

Mathematical Model

Mathematical model of the spread of malaria disease using vaccination



$$\frac{ds}{dt} = (1-\rho)\mu - \beta si - \mu s$$

$$\frac{de}{dt} = \beta si - \delta e - \mu e$$

$$\frac{di}{dt} = \delta e - \varepsilon i - \mu i$$

$$\frac{dr}{dt} = \varepsilon i + \rho\mu - \mu r$$

Compartments Table

Compartments	Descriptions	**Initial Value** (Based on real problems in Papua Province)
$S(t)$	A class of individuals that susceptible to malaria (**Susceptible**)	51.088
$E(t)$	A class of individuals who have been infected with malaria but have not shown symptoms of the disease (**Exposed**)	19.158
$I(t)$	A class of infected individuals who have shown symptoms of malaria and can transmit the disease to a class of susceptible individuals (**Infected**)	31.930
$R(t)$	A class of individuals who have recovered from malaria and are immune to the disease (**Recovered**)	25.544

Parameters Value

Mathematics '20 | 079

Parameters	Descriptions
μ	Birth and death rate
β	Infection rate
δ	Rate of infected individuals
ε	Recovery rate
ρ	Ratio of the number of individuals receiving the vaccine

Simulation 1		*Simulation 2*		*Simulation 3*		*Simulation 4*	
Parameters	**Value**	**Parameters**	**Value**	**Parameters**	**Value**	**Parameters**	**Value**
μ_1	0,004	μ_2	0,004	μ_3	0,004	μ_4	0,004
β_1	0,014	β_2	0,083	β_3	0,083	β_4	0,083
δ_1	0,027	δ_2	0,027	δ_3	0,027	δ_4	0,027
ε_1	0,011	ε_2	0,011	ε_3	0,011	ε_4	0,011
ρ_1	0	ρ_2	0	ρ_3	0,21	ρ_4	0,8

```
clear;
clc;
tic;
%% ODE 45
    [x,y]=ode45('Malaria',[0 400],[51088 19158 31930 25544 51088 19158 31930 25544 51088 19158 31930 25544 51088 19158 31930 25544]);
%% Grafik Simulasi 1
    figure(1)
    plot(x,y(:,1),x,y(:,2),x,y(:,3),x,y(:,4))
    xlabel('T (month)');
    ylabel('Population');
    legend('Susceptible','Exposed','Infected','Recovered');
    grid on
%% Grafik Simulasi 2
    figure(2)
    plot(x,y(:,5),x,y(:,6),x,y(:,7),x,y(:,8))
    xlabel('T (month)');
    ylabel('Population');
    legend('Susceptible','Exposed','Infected','Recovered');
    grid on
%% Grafik Simulasi 3
    figure(3)
    plot(x,y(:,9),x,y(:,10),x,y(:,11),x,y(:,12))
    xlabel('T (month)');
    ylabel('Population');
    legend('Susceptible','Exposed','Infected','Recovered');
    grid on
%% Grafik Simulasi 4
    figure(4)
    plot(x,y(:,13),x,y(:,14),x,y(:,15),x,y(:,16))
    xlabel('T (month)');
    ylabel('Population');
    legend('Susceptible','Exposed','Infected','Recovered');
    grid on
%% Menampilkan waktu running
    waktu = toc
```

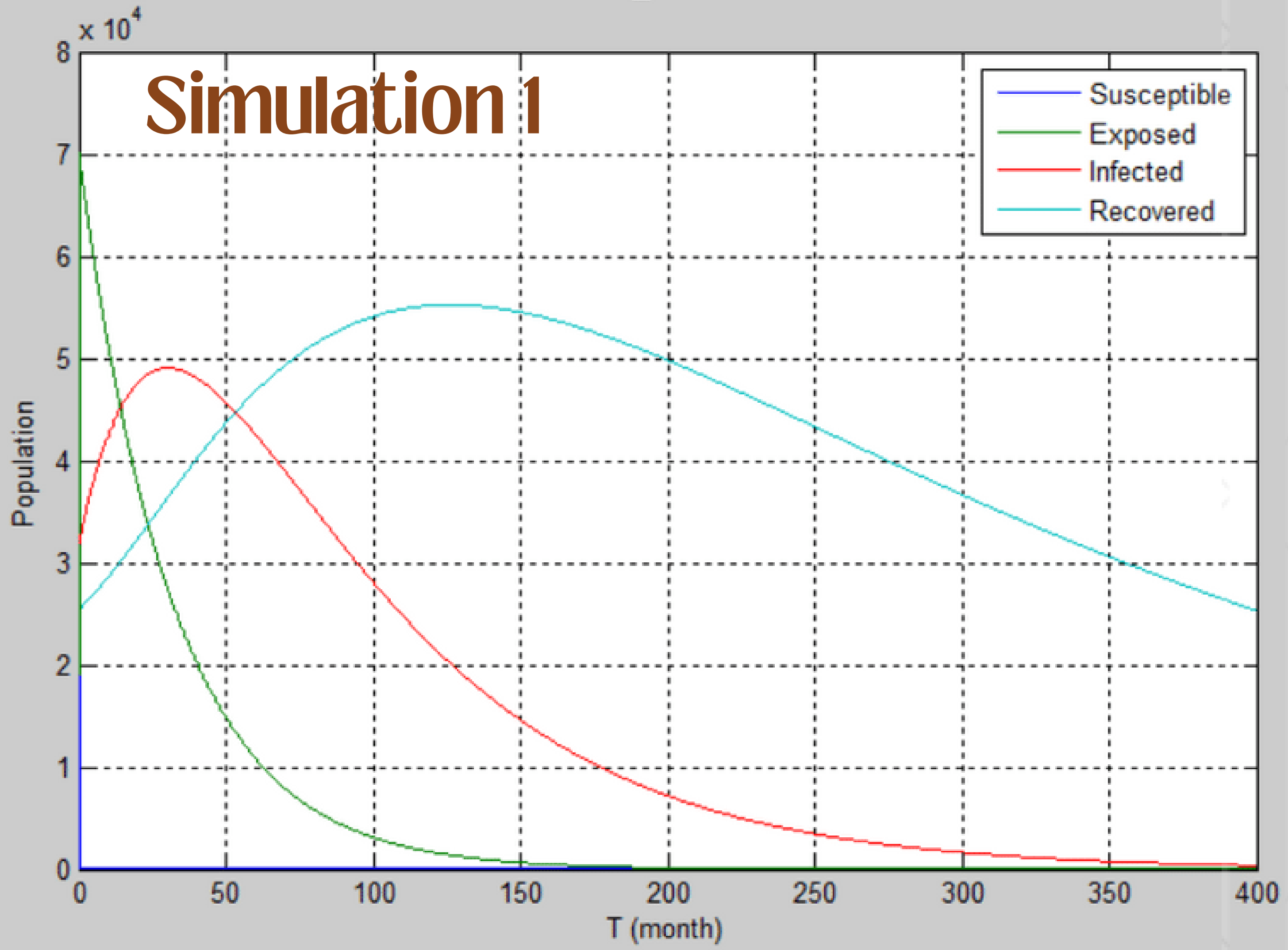
Syntax Program

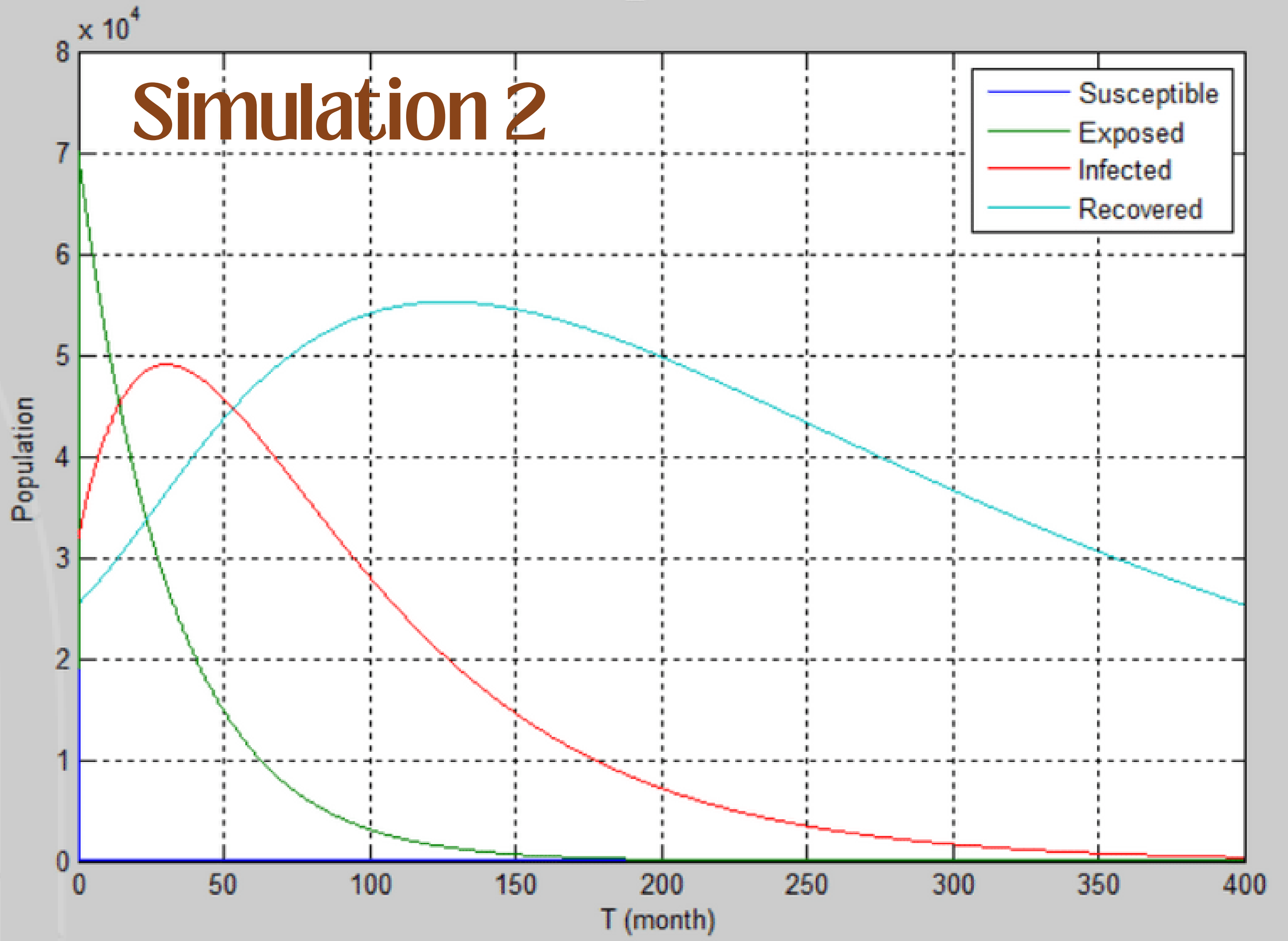
Syntax Program

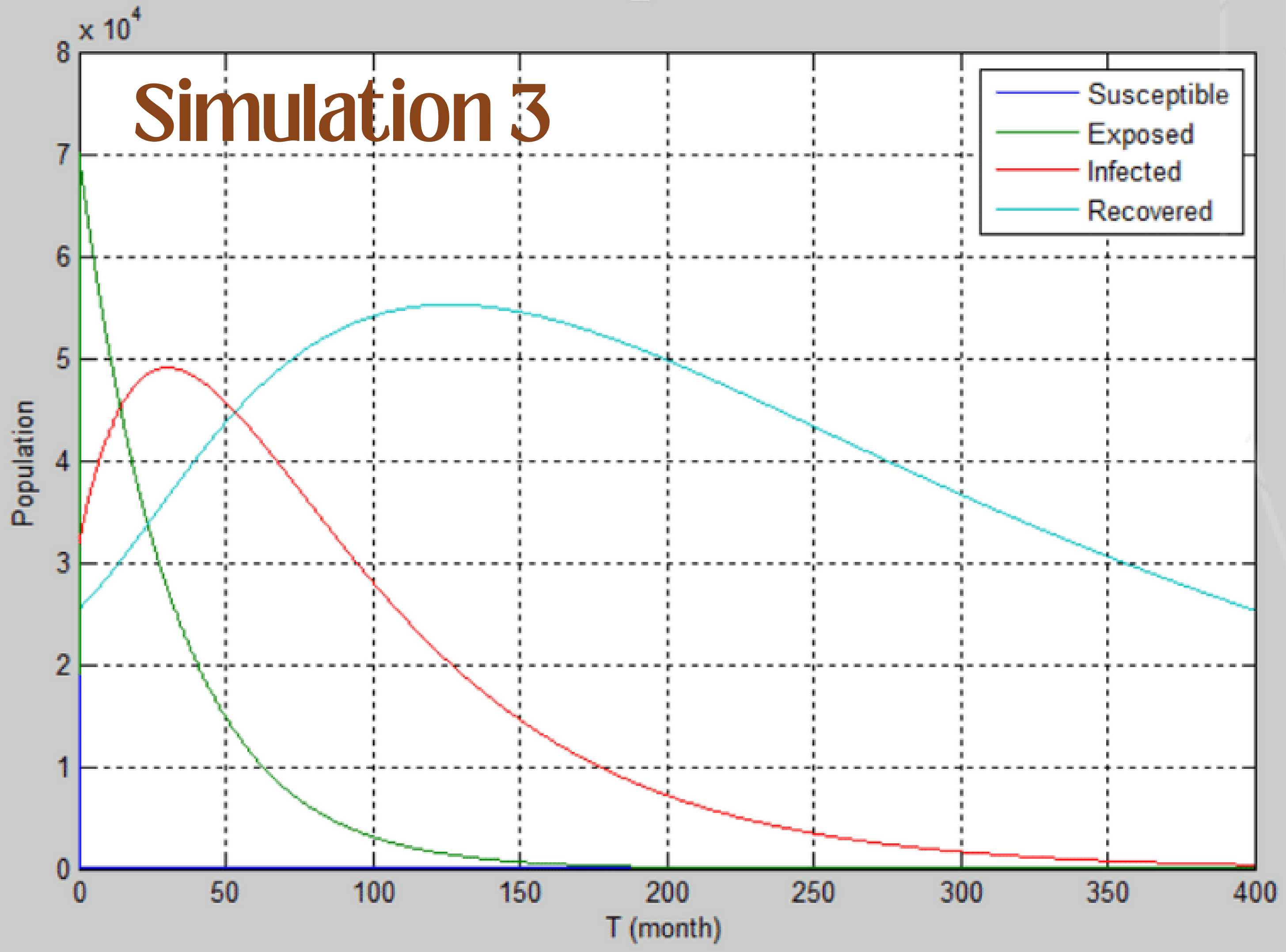
```
function dy=Malaria(x,y)
    %% S=y(1); E=y(2); I=y(3); R=y(4)
    dy=zeros(16,1);
    %% Parameter Value
        miu1     = 0.004;
        beta1    = 0.014;
        delta1   = 0.027;
        epsilon1 = 0.011;
        rho1     = 0;
        miu2     = 0.004;
        beta2    = 0.083;
        delta2   = 0.027;
        epsilon2 = 0.011;
        rho2     = 0;
        miu3     = 0.004;
        beta3    = 0.083;
        delta3   = 0.027;
        epsilon3 = 0.011;
        rho3     = 0.21;
        miu4     = 0.004;
        beta4    = 0.083;
        delta4   = 0.027;
        epsilon4 = 0.011;
        rho4     = 0.8;
    %% Simulasi Pertama
        dy(1)=(1-rho1)*miu1-beta1*y(1)*y(3)-miu1*y(1);
        dy(2)=beta1*y(1)*y(3)-delta1*y(2)-miu1*y(2);
        dy(3)=delta1*y(2)-epsilon1*y(3)-miu1*y(3);
        dy(4)=epsilon1*y(3)+rho1*miu1-miu1*y(4);
    %% Simulasi Kedua
        dy(5)=(1-rho2)*miu2-beta2*y(5)*y(7)-miu2*y(5);
        dy(6)=beta2*y(5)*y(7)-delta2*y(6)-miu2*y(6);
        dy(7)=delta2*y(6)-epsilon2*y(7)-miu2*y(7);
        dy(8)=epsilon2*y(7)+rho2*miu2-miu2*y(8);
    %% Simulasi Ketiga
        dy(9)=(1-rho3)*miu3-beta3*y(9)*y(11)-miu3*y(9);
        dy(10)=beta3*y(9)*y(11)-delta3*y(10)-miu3*y(10);
        dy(11)=delta3*y(10)-epsilon3*y(11)-miu3*y(11);
        dy(12)=epsilon3*y(11)+rho3*miu3-miu3*y(12);
    %% Simulasi Keempat
        dy(13)=(1-rho4)*miu4-beta4*y(13)*y(15)-miu4*y(13);
        dy(14)=beta4*y(13)*y(3)-delta4*y(14)-miu4*y(14);
        dy(15)=delta4*y(14)-epsilon4*y(15)-miu4*y(15);
        dy(16)=epsilon4*y(15)+rho4*miu4-miu4*y(16);
end
```

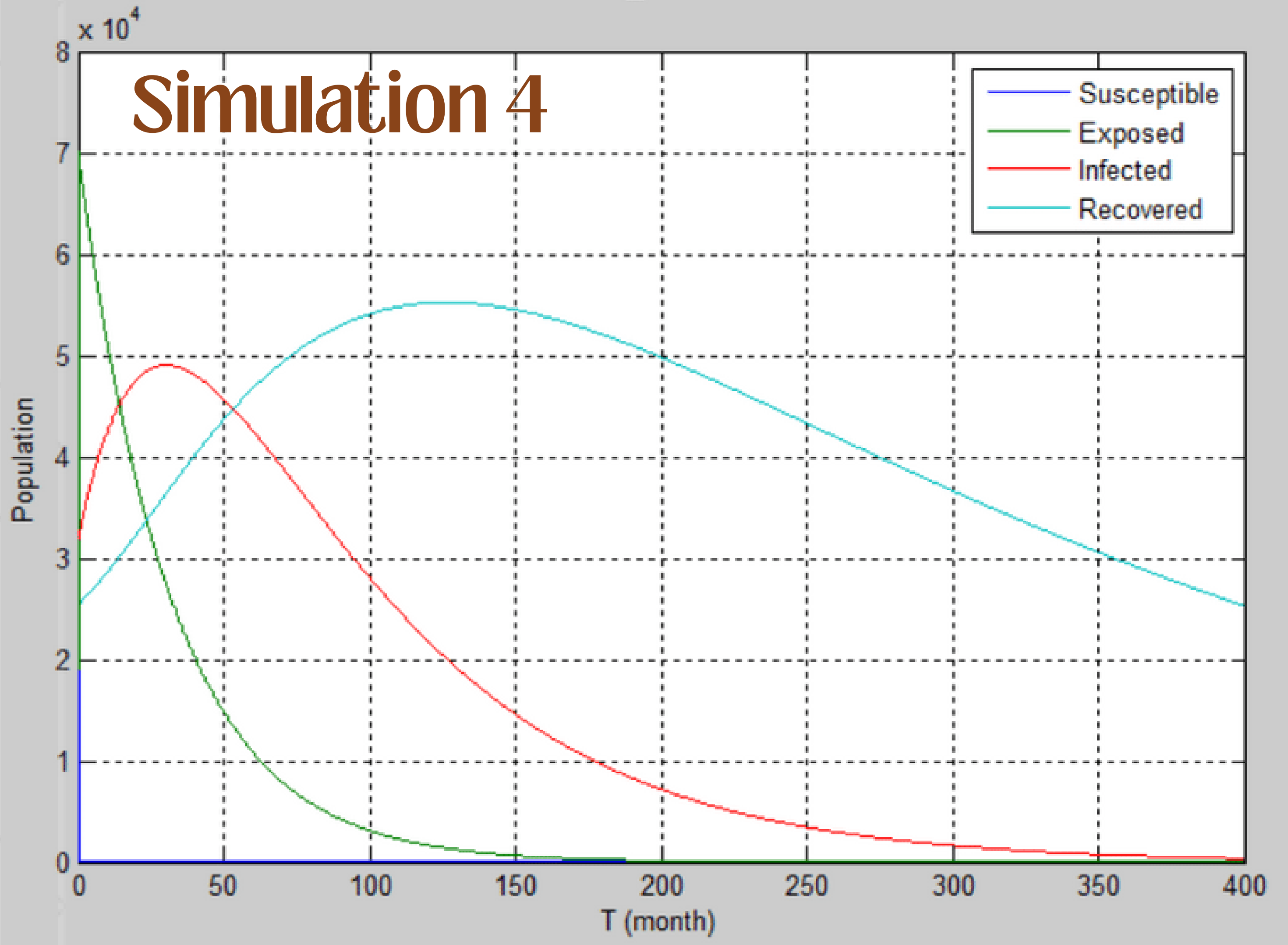
Airlangga University

Graph

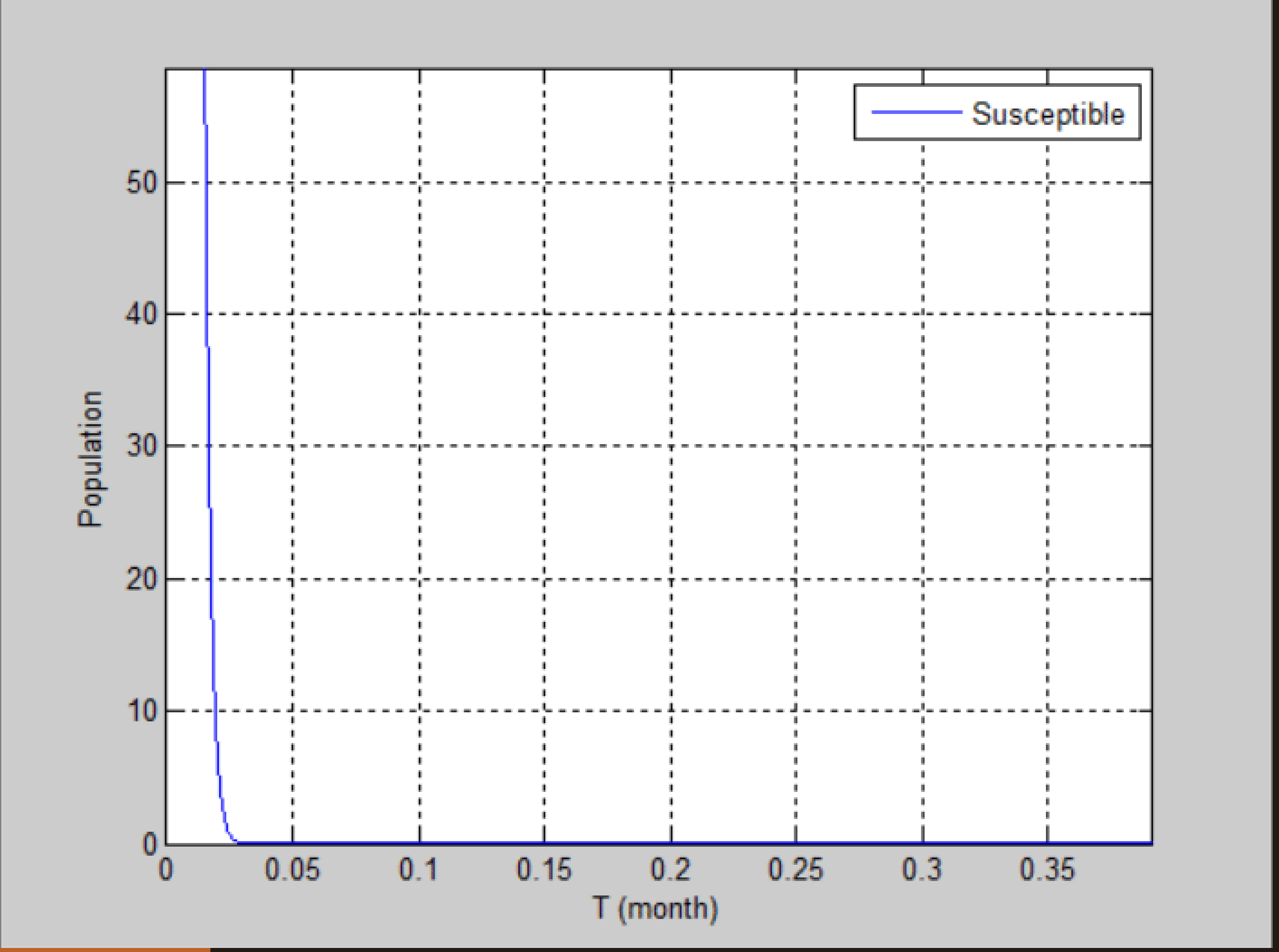


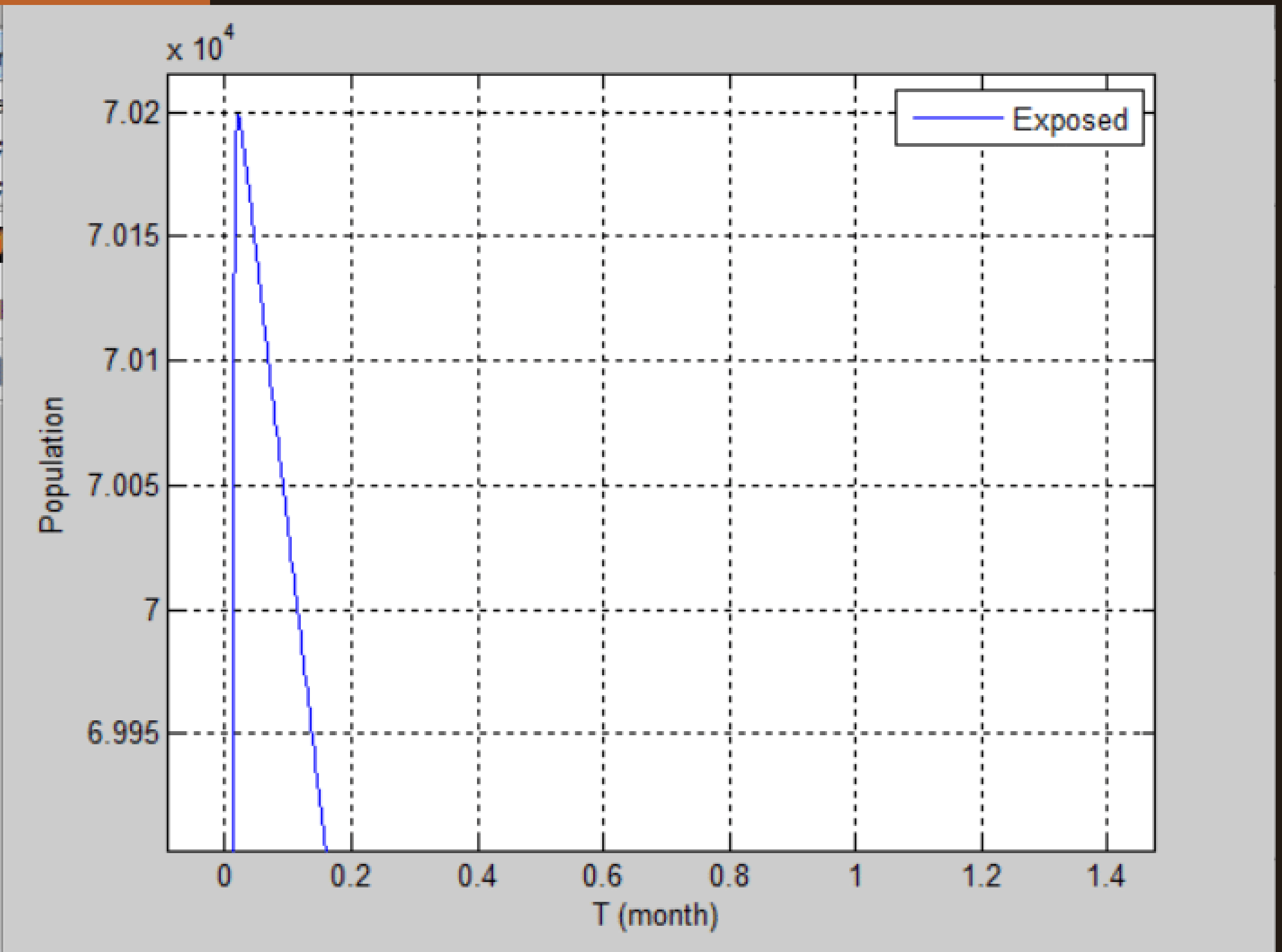






Mathematics '20 | 079

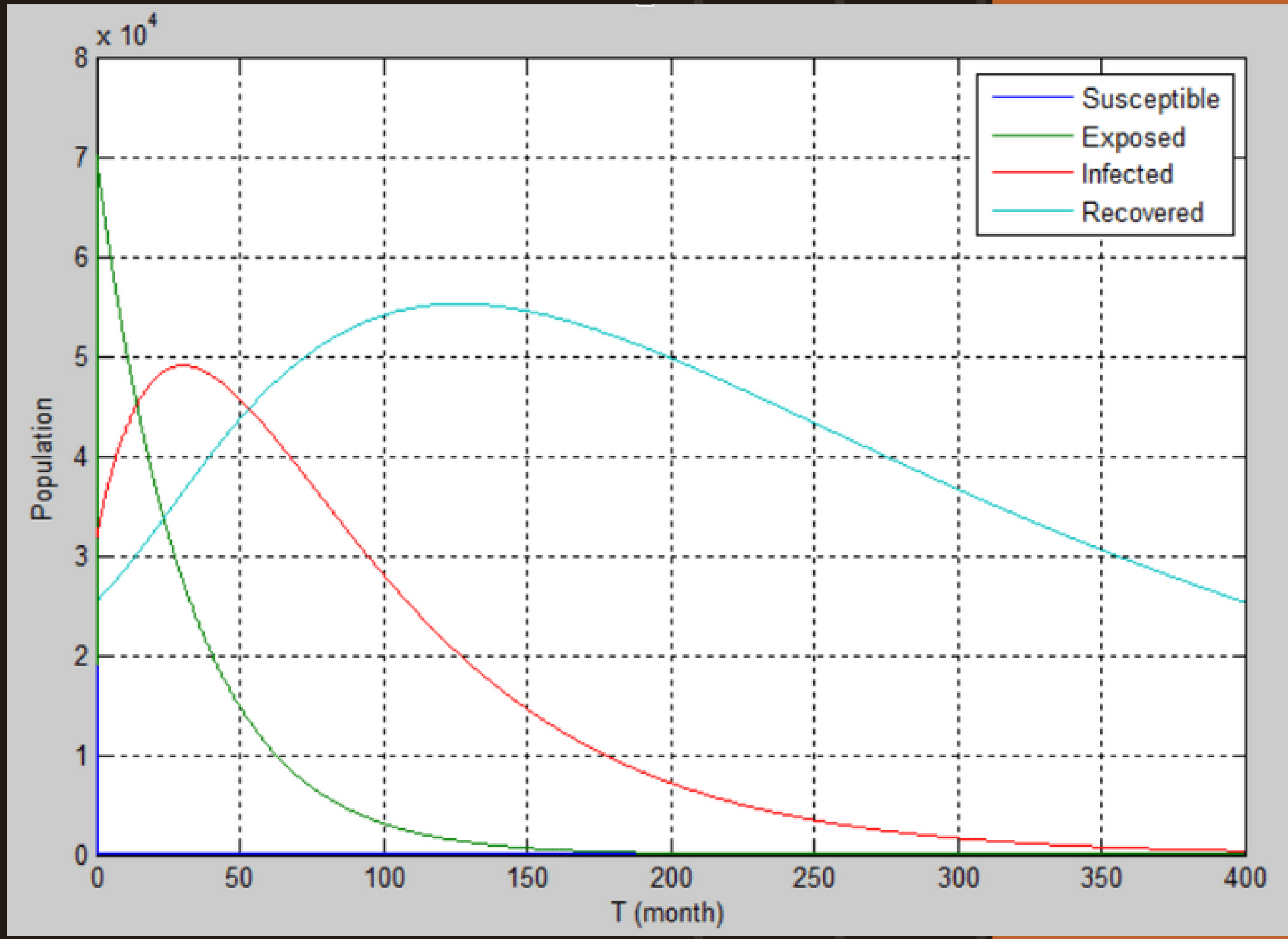




Airlangga University

Graph

Mathematics '20 | 079



Conclusion

Based on the simulation of the SEIR mathematical model, it can be seen that the infection rate is very influential, the higher the infection rate, more disease will spread in the population and the higher the vaccination for susceptible individuals, the Infected class will decrease towards zero. So the vaccination program for the spread of malaria can be used to control the disease.

Airlangga University

Thank You!

Akrom Fuadi (082011233079)

Mathematics '20 | 079