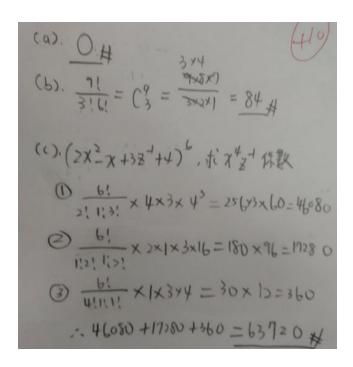
Midterm I Solution

- 1. (每題正確答案 2分, 描述 3分,共六題,總分 30分)
 - (1) False
 - (2) True
 - (3) False
 - (4) True
 - (5) True
 - (6) True
- 2. (最後一題錯只扣3分)
 - (a) 送分
 - (b) H(6, 4) or C(6, 9) =84 公式正確即滿分
 - (c) 公式正確即滿分 ,沒有相加出最終答案,公式正確答案錯誤都不給分



- 3. (a) 2 pts, n為質數時
 - (b) 3 pts, n為<u>質數(1pt)</u>的<u>完全平方數(2pts)</u>
 - (c) 3 pts, n為兩個不同質數的乘積或某質數的三次方 (寫對1條件給2分)
- 4. 每小題4分, 共12分
 - (a) 2 = 1(n+2) + (-1)n. Since $\gcd(n, n+2)$ is the smallest positive integer that can be expressed as a linear combination of n and n+2, it follows that $\gcd(n, n+2) \le 2$. Furthermore, $\gcd(n, n+2)|2$. Hence $\gcd(n, n+2) = 1$ or 2. In fact, $\gcd(n, n+2) = 1$, for n odd, and $\gcd(n, n+2) = 2$, for n even.

- (b) In general, for $n, k \in \mathbb{Z}^+$, $\gcd(n, n+k)$ is a divisor of k. Consequently, if k is a prime, then $\gcd(n, n+k) = k$, for n a multiple of k, and $\gcd(n, n+k) = 1$, for n not a multiple of k.
- (c) 17 | (2a+3b) and 17 | 17(a+b)
- \rightarrow 17 | -4(2a+3b) + 17(a+b) = 17 | 9a + 5b if a, b \in N
- ⇒ a. 推導出 gcd(n, n+2) | 2 或 根據奇偶數列舉 即得4分,過程遺漏扣1分
 - b. 寫出 divisor of k 即得4分,只討論 k is prime 或 範圍寫 1~k 扣2分,過程遺漏扣1分
 - c. 由條件組合出 9a + 5b 即得4分
- 5. n=64 64=17*2+5*6

n=65, 65=5*13

n=66, 66=17+5*12

n=67, 67=17+5*12

假設64, 65, 66, 67, 68, ..., (n-2), (n-1), n n>=64 成立

k=n,n=69,k=(n-5)+5

k=n+1,n=69,k=(n-4)+5

由數學歸納法

6. 1題5分,寫錯一部份全扣

(A)(p↓p)↓(q↓q)(5分)

 $(B)((p\downarrow p)\downarrow q)\downarrow ((p\downarrow p)\downarrow q)(5分)$

7.

- a. H(3, 6) = C(8, 6) = 28
- b. H(4, 3) = C(6, 3) = 20

Sol:

$$(a+1) + (b+1) + (c+3) < 9$$

 $(a+1) + (b+1) + (c+3) + (d+1) = 9$
 $a+b+c+d=3 \rightarrow H(4,3)$

- 每小題5分,計算錯誤每處扣一分
- 8. 在n個物品中取一個,再從剩下的n-1個物品中取r個 = 在n個物品中取r+1個,再從r+1個物品中取1個。

٥r

一個班級中要選r+1位幹部,其中一位是班長,

從n人中選一位班長,在從剩下的n-1位選r位幹部 = 在n位中選r+1位幹部,再從r+1位 幹部中選一位當班長。

or

其他, 邏輯對即可