

7. Закон сохранения энергии.

$$A = \int \vec{F} d\vec{r} = \int F_s ds \quad F_s = F \cdot \cos \alpha$$

$$A_{\text{упр.}} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

$$A = \frac{Gm_1m_2}{r_1^2} - \frac{Gm_1m_2}{r_2^2}$$

$$A = U_1 - U_2, \quad U(x, y, z) - \text{потенциальная энергия, Дж}$$

$$dA = -dU$$

$$\vec{F} d\vec{r} = -dU$$

$$d\vec{r} \text{ по } Ox$$

$$F_x dx = -dU$$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\text{Аналогично для других осей: } F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad} U$$

$$\vec{F}(x, y, z) \longrightarrow U(x, y, z)$$

Например, в электростатике напряженность поля $\vec{E} = -\nabla \varphi$ - это градиент потенциал

Кинетическая энергия

$$A = \int \vec{F} d\vec{r} = \int m \vec{a} d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = \int_{v_1}^{v_2} m \vec{v} d\vec{v} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$A = U_1 - U_2$$

Энергия вращательного движения

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 r^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}$$

Работа при вращательном движении

$$dA = \vec{F}_i d\vec{r}_i = F_{r_i} dr = F_{r_i} r_i d\varphi_i = M_i d\varphi_i$$

$$A = \int \vec{M} d\vec{\varphi} = \int \vec{F} d\vec{r}$$

Механическая энергия - скалярная физическая величина, характеризующая способность тел совершать работу

$$E_{\text{мех}} = E_k + U - \text{сумма кинетической и потенциальной энергий}$$

$$\text{Кинетическая энергия - функция состояния движения системы: } E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

$$\text{Потенциальная энергия - функция состояния системы } U(x, y, z)$$

Работа всех сил:

$$A_{12} + A_{\text{внешн}} = E_{k2} - E_{k1}$$

$$A_{\text{внешн}} = (E_{k2} + U_2) - (E_{k1} + U_1) = E_{\text{мех}2} - E_{\text{мех}1} = \Delta E$$

$$\text{Если работа внешних сил равна нулю, то } \Delta E = 0 \iff E_{\text{мех}} = E_k + U = \text{const}$$

Закон сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которым действуют только консервативные силы остается постоянной

Если в системе действуют неконсервативные силы, из-за которых механическая энергия системы уменьшается, то такие силы называют диссипативными. При этом общий ЗСЭ выполняется: потерянная энергия переходит в другие виды, например, тепловую.

Энергия никогда не создается и не уничтожается - она переходит из одной формы в другой.

Задача: полнотелый шарик радиуса r катится со склона с высоты H , на конце склона есть мертвая петля радиуса R . Какая изначальная высота склона H должна быть у шара, чтобы он смог прокатиться по мертвой петле.

Условие прохождения шара по мертвой петле:

$$mg = a_{ц} = \frac{mv^2}{R} \implies v = \sqrt{gR}$$

Кинетическая энергия в верхней точке петли:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Шар катится без скольжения, значит имеет место быть вращательное движение, момент инерции для полнотелого шара $I = \frac{2}{3}mr^2$

$$\text{Получаем } mgH = 2mgR + \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = 2mgR + \frac{mv^2}{2} +$$

$$\frac{1}{3}mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} = 2mgR + \frac{5}{6}mv^2$$

$$h = 2R + \frac{5v^2}{6g} = 2R + \frac{5}{6}R = \frac{17}{6}R$$

