9. Электрическое поле в вакууме

Электромагнитное взаимодействие

Электромагнитное взаимодействие - одно из четырёх фундаментальных взаимодействий, оно существует между частицами, обладающими электрическим зарядом

Электрон переводится с древнегреческого как янтарь - греки заметили, что натертый мехом янтарь притягивает вещи

С тех пор человек обозначил заряд положительным, если в теле образовался его избыток, и отрицательным при его дефиците.

У. Гильберт предложил первый электроскоп: два лепестка фольги в банке, соединенные с металлическим шариком, при касании заряженного предметом шарика лепестки расходятся

В 1861 году Максвелл вывел уравнения Максвелла, который стали основой классической электродинамикой:

Уравнения Максвелла

$$\oint_l \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{H}d\vec{l} = I_{\text{полн}} = \int_S (\vec{j} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$$

$$\oint \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

$$\int_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Смысл уравнений:

1 уравнение: изменение магнитной индукции порождает вихревое электрическое поле - закон электромагнитной индукции Фарадея

2 уравнение: переменное электрическое поле D и электрический ток $\vec{j}$ будут вызывать магнитное поле - теорема о циркуляции магнитного поля

3 уравнение: электрический заряд порождает электрическую индукции - закон Гаусса

4 уравнение: поток магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю - закон Гаусса для магнитного поля

Эти уравнения можно переписать в дифференциальной форме:

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$$
$$\mathrm{div}\vec{B} = 0$$

Второй уравнение можно представить так: $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ - плотность тока равна проводимости среды на напряженность поля (закон Ома)

Заряд - характеристика вещества, показывающая, может ли тело участвовать в электромагнитом взаимодействии

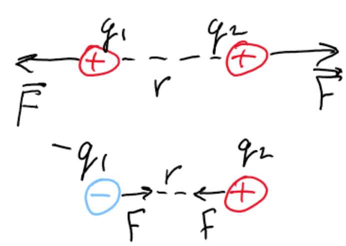
Милликен показал, что $\overline{e} = -1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл

Позже были найдены заряд электрона $|p| = -1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, массы электрона $m_{\overline{e}} = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг и протона $m_p = 1836 \cdot m_{\overline{e}} = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг

Отрицательно заряженное тело - тело, где электронов больше, чем протонов; положительное тело - тело, где электронов меньше, чем протонов

Если тело не заряжено, то его суммарный заряд равен нулю

Точечный заряд - заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до других заряженных тел



Путем бесчисленного количества опытов Кулон установил, что $|F| \sim \dfrac{1}{r^2} \sim q_1 \sim q_2$

В итоге появилась сила Кулона в вакууме: $\vec{F} = \dfrac{k|q_1||q_2|}{r^3}\vec{r}$

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{\text{Ф}}{\text{м}}$

Электрическое (электромагнитное) поле - определенная форма материи, через которую осуществляются электромагнитные взаимодействия. Любое заряженное тело, помещенное в какую-либо точку поля оказывается под воздействием силы.

Электростатическое поле - поле неподвижных зарядов

Пробный заряд - точечный положительный заряд, который не искажает исследуемое поле, то есть не вызывает в нем перераспределения зарядов

Выделяют 2 характеристики поля:

- Напряженность (силовая)
- Потенциал (энергетическая)

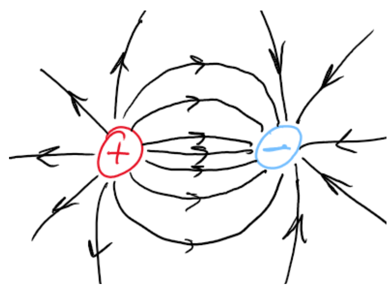
Напряженность электрического поля - векторная величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля. Вектор напряженности совпадает по направлению с силой, действующей на «+» заряд

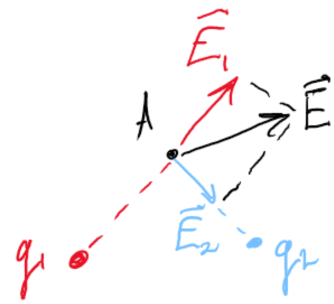
$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$ $\qquad [E] = \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$

$\vec{E} = \dfrac{k|q|}{r^3}\vec{r}$ - напряженность поля точечного заряда

Линии напряженности - линии, касательные к которым в каждой точке поля направлены также, как и вектор напряженности. Линии напряженности начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных зарядах. Линии не пересекаются, не замкнуты. Густота линий напряженности пропорциональна модулю вектора напряженности электрического поля

Диполь - система из равных по модулю, но разных по знаку точечных зарядов





Принцип суперпозиции: напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которое создает каждый из этих зарядов в отдельности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n$$

Однородное поле - поле, в каждой точке которого напряженность одинакова по модулю и направлению, например, поле конденсатора

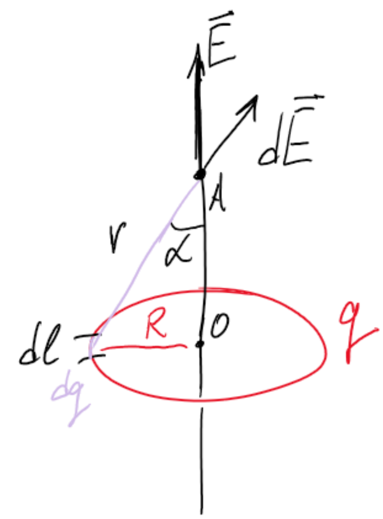
Линейная плотность заряда (однородное распределение заряда): $\tau = \dfrac{dq}{dl} = \dfrac{q}{l}$ $\qquad [\tau] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}}$

Поверхностная плотность заряда $\sigma = \dfrac{dq}{dS} = \dfrac{q}{S}$ $\qquad [\sigma] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

Объемная плотность заряда $\rho = \dfrac{dq}{dV} = \dfrac{q}{V}$ $\qquad [\rho] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$

Поле на оси тонкого равномерно-заряженного кольца:

Заряд q равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом R. Найти напряженность, создаваемую кольцом как функцию расстояния z от его центра



$E = \int_l dE = \int_l k\dfrac{dq}{z^2+R^2}$

$dEz = dE\cos\alpha$

$E = \sum dE \cdot z = \int dE \cdot z = \int k\dfrac{dq}{r^2} \cdot z$

$E = \int \dfrac{kdq}{r^2}\cos\alpha = \dfrac{k\cos\alpha}{r^2}\int dq = \dfrac{kq\cos\alpha}{r^2}$

$\cos\alpha = \dfrac{z}{r}$

$r = \sqrt{R^2+z^2}$

$E = \dfrac{kqz}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$

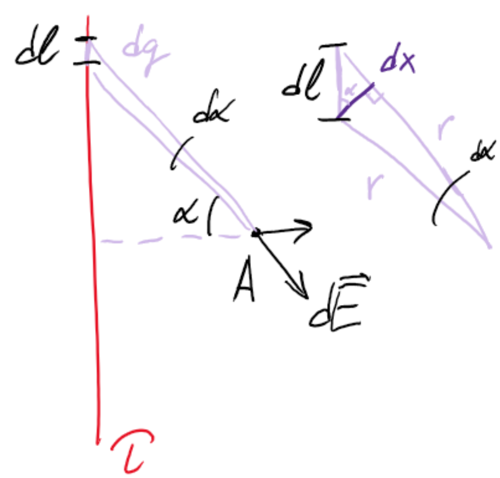
Заметим, что в центре кольца напряженность нулевая

При слишком больших z получаем формулу напряженность для точечного заряда - размерами кольца можно пренебречь

Поле равномерно-заряженной прямой нити:

Бесконечная прямая нить равномерно заряжена с линейной плотностью τ. Найти напряженность, создаваемую нитью на расстоянии a от ее центра

В силу симметрии напряженность будет направлена вправо



$dE_x = dE\cos\alpha = \dfrac{kdq}{r^2}\cos\alpha$

$dq = \tau dl = \left[dl = \dfrac{dx}{\cos\alpha} = \dfrac{rd\alpha}{\cos\alpha}\right] = \tau\dfrac{rd\alpha}{\cos\alpha}$

$dE_x = \dfrac{k\tau rd\alpha}{r^2\cos\alpha}\cos\alpha = \dfrac{k\tau d\alpha}{r} = \left[r = \dfrac{a}{\cos\alpha}\right] = \dfrac{k\tau}{a}\cos\alpha d\alpha$

$E = \dfrac{k\tau}{a}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\alpha d\alpha = \dfrac{2k\tau}{a}$

$E = \dfrac{2k\tau}{a}$

Теорема Гаусса-Остроградского

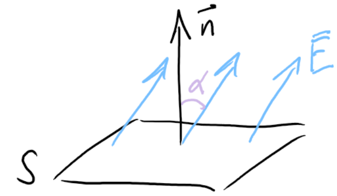
Подробнее о теореме можно прочитать в конспекте математического анализа

Поток вектора напряженности электрического поля

Поток $d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_n dS = E \cdot dS \cdot \cos\alpha$

Поток пропорционален числу линий напряженности электрического поля, пронизывающих площадку dS

$[\Phi] = \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 = \text{В} \cdot \text{м}$



Через произвольную поверхность $\Phi = \int_S d\Phi = \int \vec{E} d\vec{S}$.

Отсюда $\Phi = E \cdot S \cdot \cos\alpha$

Заряд q в центре замкнутой сферической поверхности

$\Phi = \oint \vec{E} d\vec{s} \quad \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{n}$

$E = \frac{kq}{r^2} = \text{const}$

$\Phi = \frac{kq}{r^2} \cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$\oint \vec{E} d\vec{S} = \Phi = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}$ - теорема Гаусса-Остроградского