

13. Электрическое поле в диэлектриках и проводниках. Конденсаторы

Поляризованность

$$\vec{P} = \frac{\sum \Delta V \vec{P}}{\Delta V}$$

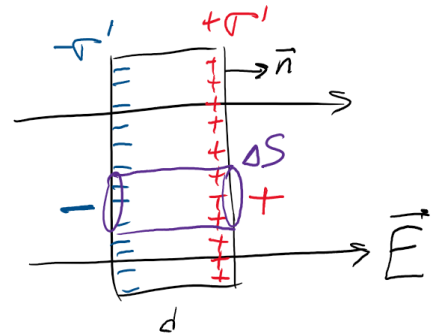
$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

$$[P] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

$\chi \geq 0$ - диэлектрическая восприимчивость ($\chi = 0$ для воздуха и вакуума)

$$\vec{P} \uparrow \uparrow \vec{E}$$

Обычно, зависимость поляризованности от напряженности внешнего электрического поля линейна. Однако у сегнетоэлектриков она не линейная - при колебаниях направления напряженности поля зависимость поляризованности образует на графике петлю гистерезиса из-за того, что сегнетоэлектрики меняют свою диэлектрическую проницаемость. Возьмем пластину толщиной d . Поместим ее в однородное горизонтальное электрическое поле. По воздействию поля слева на пластине образуется отрицательный заряд, а справа положительный.



Выделим элементарный цилиндр высотой d . Его можем представить как диполь

$$|\vec{P}| = \frac{|\sum \vec{P}|}{\Delta V} = \frac{|\vec{P}|}{\Delta V} = \frac{q'd}{\Delta S d} = \frac{q'}{\Delta S} = \sigma' - \text{поверхностное распределение заряда}$$

Для произвольного направления внешнего поля: $P_n = P \cos \alpha = \sigma'$, где α - угол между вектором поляризованности и нормальный вектор к боковой поверхности пластины

Теорема Гаусса для вектора поляризованности

Мет. Теорема Гаусса - $\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q_{\text{общ}}}{\epsilon_0}$

Найдем поток \vec{P} через ds

$$\int \vec{P} d\vec{s} = \int P \cos \alpha ds = \int \sigma' ds = \int dq' = q'$$

Если поверхность замкнутая: $\oint \vec{P} d\vec{s} = -q'$ - теорема Гаусса для вектора поляризованности

Взаимосвязи q' и q (σ' и σ)

$$\oint \vec{P} d\vec{s} = -q'$$

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\chi \epsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{s} = -q'$$

$\chi q_{\text{общ}} = -q'$, где $q_{\text{общ}} = q_{\text{связ}} + q_{\text{своб}}$

$$\chi(q + q') = -q'$$

$q' = -\frac{\chi q}{1 + \chi}$ - связанный заряд появится только тогда, когда есть свободные

Значит внутри диэлектриков связанных зарядов нет

Электрическое смещение (электрическая индукция)

$$\text{Мет. } \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{q + q'}{\epsilon_0}$$

$$\oint \epsilon_0 \vec{E} d\vec{s} + \oint \vec{P} d\vec{s} = q$$

$$\oint \underbrace{(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P})}_{\vec{D}} d\vec{s} = q$$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ - электрическое смещение

$$[D] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$\epsilon = 1 + \chi$ - диэлектрическая проницаемость среды

Граничные условия

Возьмем элементарный цилиндр и поместим его на границе двух сред с разными проницаемостями

Тогда при уменьшении высоты цилиндра получим поток через него:

$$\Phi = P_{2n} \Delta S - P_{1n} \Delta S = -\sigma' \Delta S$$

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma'$$

Если какая-то среда не является диэлектриком (например, первая становится воздухом), то

$$P_{2n} = -\sigma'$$

$\epsilon \epsilon_0 E_n = -\sigma'$, где E_n - поле внутри диэлектрика

Для электрического смещения:

$$\Phi = D_{2n} \Delta S - D_{1n} \Delta S = q_{\text{своб}}$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_{\text{своб}}$$

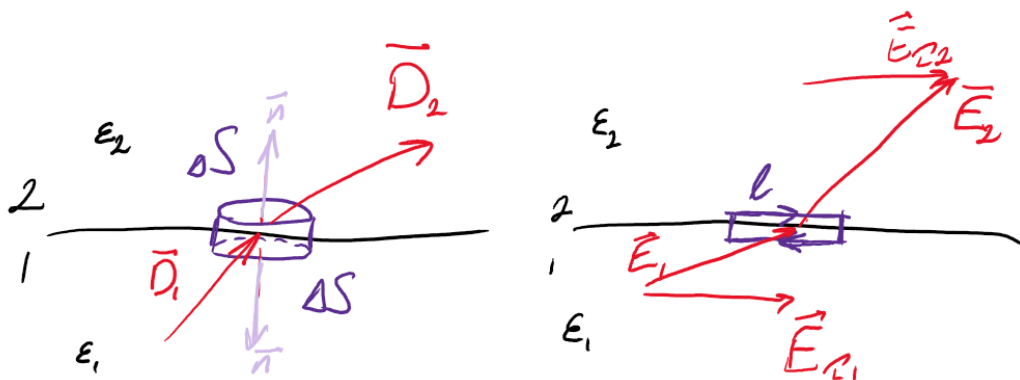
Но для диэлектриков $q_{\text{своб}} = 0$, поэтому $D_{2n} = D_{1n}$

Для напряженности:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = E_{\tau 2} l \cdot E_{\tau 1} l = 0 \text{ по теореме о циркуляции}$$

$$E_{\tau 2} = E_{\tau 1}$$

Линии напряженности поля преломляются на границе двух сред



Конденсатор

Конденсатор - две пластины, между которыми есть разность потенциалов. Из-за этого конденсатор может иметь емкость, которую измеряют в фарадах

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

$$[C] = \Phi$$

Для плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{Ed} = \frac{q\epsilon_0\epsilon}{d\sigma} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

Для цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\int \vec{E} d\vec{l}} = \frac{l \cdot 2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$