Solución a la tarea del día 19 de mayo

1) Representa las siguientes funciones definidas a trozos y da las características:

$$a)\ f(x)=\begin{cases} x^2-1 & x\le 1 \\ 3x-4 & x>1 \end{cases}$$

TROZO 1

$$f(x)=x^2-1\rightarrow\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-1 \end{cases}$$

Se trata de una función cuadrática (parábola).

Lo primero que hacemos es buscar dónde está el vértice:

$$\left.\begin{array}{r} v_x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-0}{2\cdot 1}=0 \\ v_y=f(v_x)=f(0)=0^2-1=-1 \end{array}\right\} V=(0,-1)$$

A continuación buscamos una tabla de valores para representar la parábola:
Hay que tener en cuenta que esta función sólo está definida para $x\le 1$

				v	
x	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**
$f(x)$	**8**	**3**	**0**	**-1**	**0**

TROZO 2

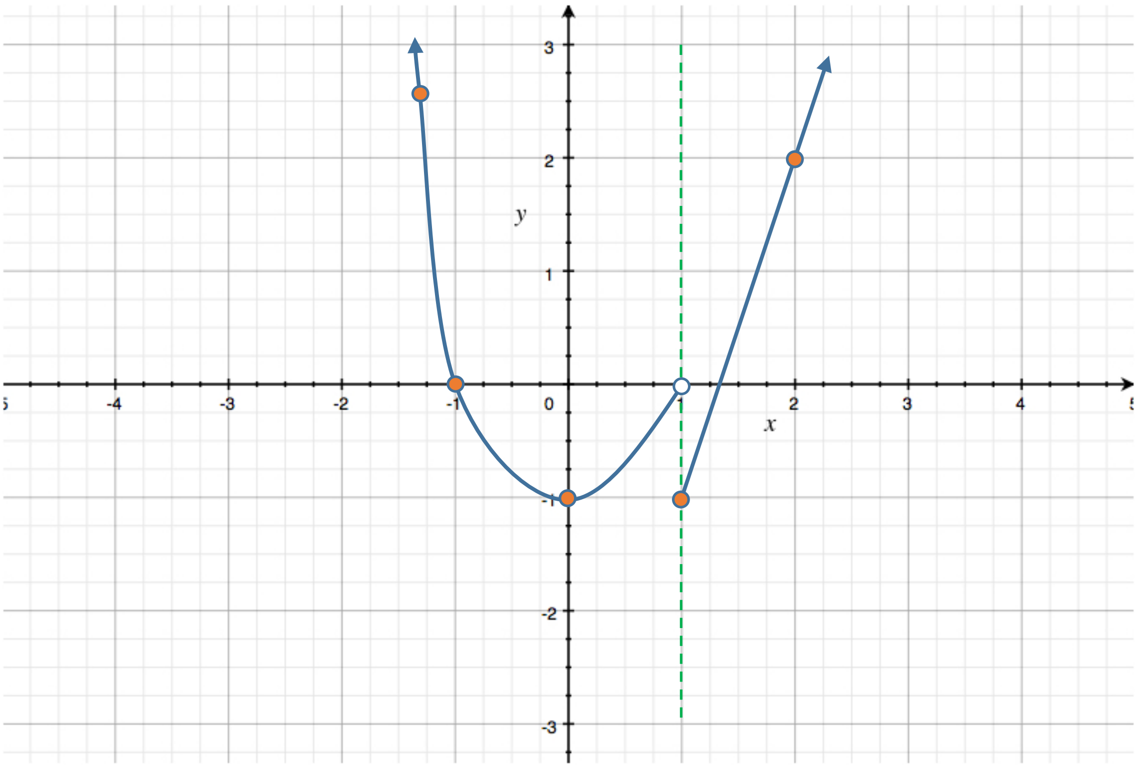
$$f(x)=3x-4$$

Se trata de una función lineal (recta).

Sólo necesitamos dos valores para representar una recta. Los valores que pondremos son los de los extremos del intervalo para el que está definida.

x	**1**	**2**
$f(x)$	**-1**	**2**

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R}$
$Im\big(f(x)\big) = (-1, +\infty)$
$Creciente: [0, +\infty)$
$Decreciente: (-\infty, 0]$
$Discontinuidades:\ x = 1$
$Min. \to (0, -1)$
$Corte\ ejeX: (-1, 0)\ (1, 0)\ \left(\frac{4}{3}, 0\right)$

El tercer punto de corte $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ con el eje X sale de resolver la ecuación de primer grado:

$f(x) = 0$

$3x - 4 = 0 \to 3x = 4 \to x = \dfrac{4}{3}$

$Corte\ ejeY: (0, -1)$

$$b)\ \ f(x) = \begin{cases} 3 & x < -1 \\ x^2 + 2 & -1 < x < 2 \\ -x + 5 & x \geq 2 \end{cases}$$

TROZO 1

$$f(x) = 3$$

Se trata de una función constante.

TROZO 2

$$f(x) = x^2 + 2 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}$$

Se trata de una función cuadrática (parábola).

Lo primero que hacemos es buscar dónde está el vértice:

$$\left.\begin{array}{r} v_x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-0}{2 \cdot 1} = 0 \\ v_y = f(v_x) = f(0) = 0^2 + 2 = 2 \end{array}\right\} V = (0, 2)$$

A continuación buscamos una tabla de valores para representar la parábola:
Hay que tener en cuenta que esta función sólo está definida para $-1 < x < 2$

		v		
x	**-1**	**0**	**1**	**2**
$f(x)$	**3**	**2**	**3**	**6**

TROZO 3

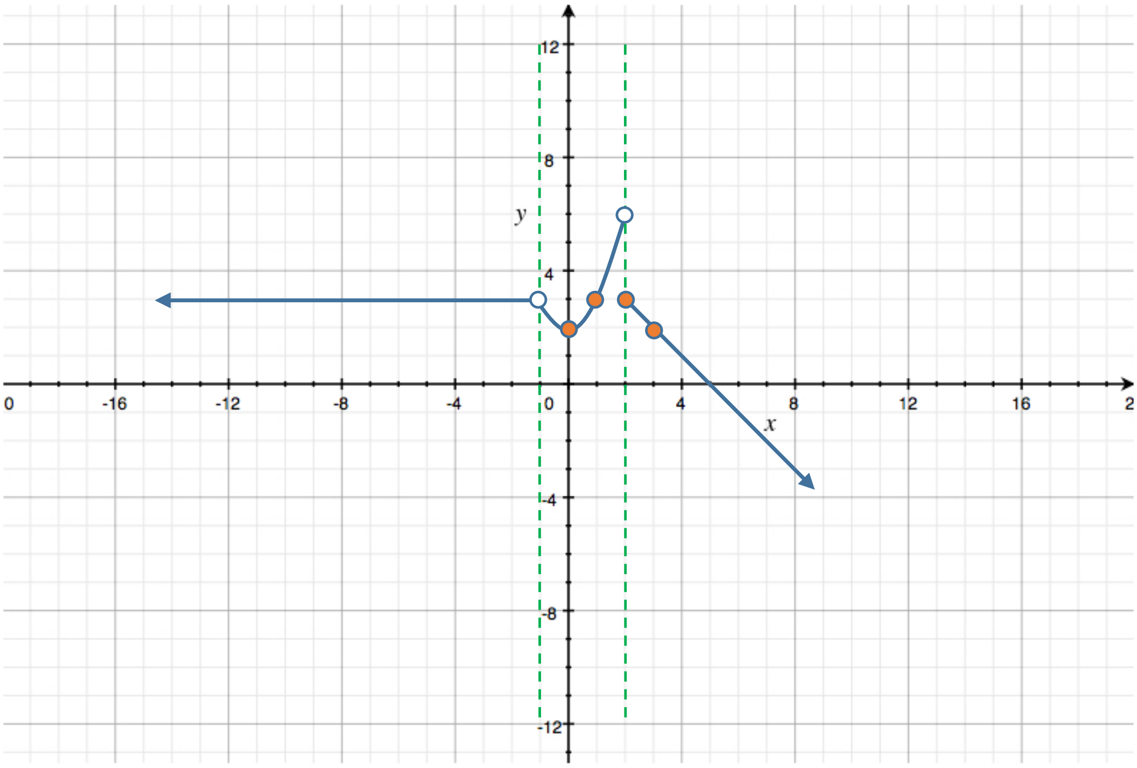
$$f(x) = -x + 5$$

Se trata de una función lineal (recta).

Sólo necesitamos dos valores para representar una recta. Los valores que pondremos son los de los extremos del intervalo para el que está definida.

x	**2**	**3**
$f(x)$	**3**	**2**

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R} - \{-1\}$
$Im\big(f(x)\big) = (-\infty, 6)$
$Creciente: [0, 2]$
$Decreciente: [-1,0] \cup [2, +\infty)$
$Constante: (-\infty, -1]$
$Discontinuidades:\ x = 1, x = 2$
$Min. \rightarrow (0, 2)$
$Corte\ ejeX: (5, 0)$
$Corte\ ejeY: (0, 2)$

$$c)\ \ f(x)=\begin{cases} x^2-2 & x<0 \\ -1 & x=0 \\ x-2 & x>0 \end{cases}$$

TROZO 1

$$f(x)=x^2-2 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-2 \end{cases}$$

Se trata de una función cuadrática (parábola).

Lo primero que hacemos es buscar dónde está el vértice:

$$\left.\begin{array}{r} v_x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-0}{2\cdot 1}=0 \\ v_y=f(v_x)=f(0)=0^2-2=-2 \end{array}\right\} V=(0,-2)$$

A continuación buscamos una tabla de valores para representar la parábola:
Hay que tener en cuenta que esta función sólo está definida para $x<0$

				v
x	**-3**	**-2**	**-1**	**0**
$f(x)$	**7**	**2**	**-1**	**-2**

TROZO 2

$$f(x)=-1$$

Se trata de una función constante.

TROZO 3

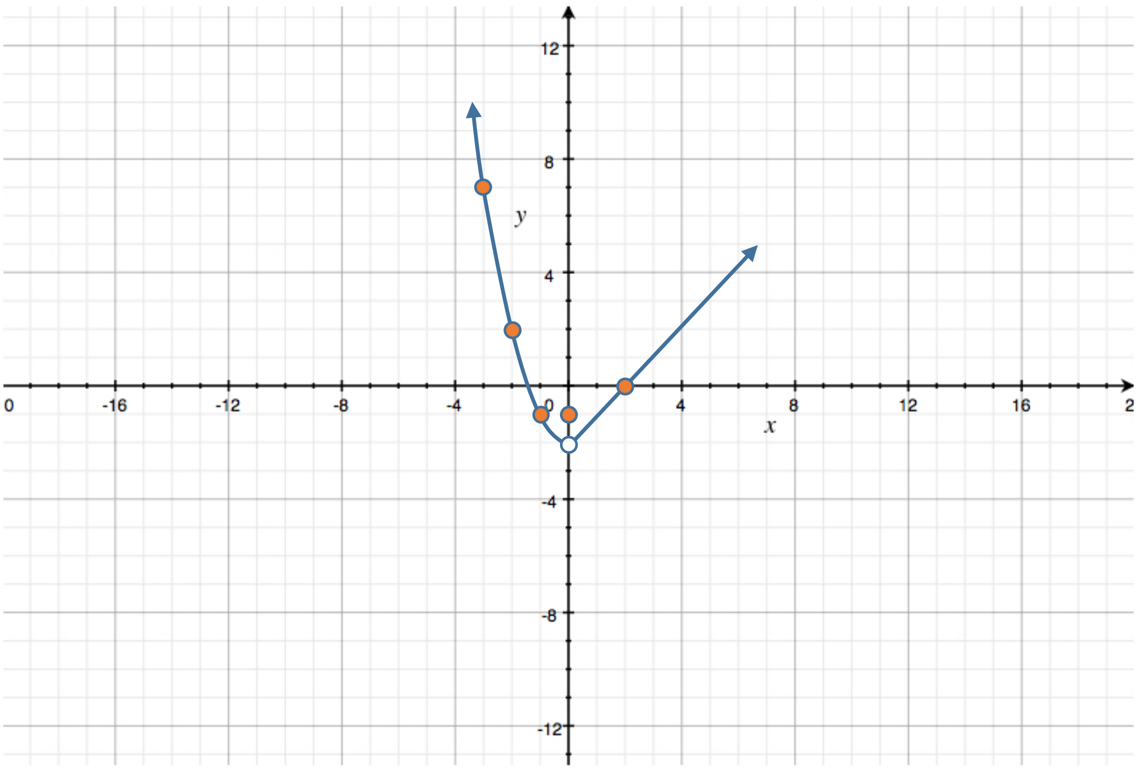
$$f(x)=x-2$$

Se trata de una función lineal (recta).

Sólo necesitamos dos valores para representar una recta. Los valores que pondremos son los de los extremos del intervalo para el que está definida.

x	**0**	**2**
$f(x)$	**-2**	**0**

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R}$
$Im\big(f(x)\big) = (-2, +\infty)$
$Creciente: [0, +\infty)$
$Decreciente: (-\infty, 0]$
$Discontinuidades: \ x = 0$
$Corte\ ejeX: (2, 0)\ (-\sqrt{2}, 0)$
El otro punto de corte $(-\sqrt{2}, 0)$ sale de resolver la ecuación de segundo grado:
$f(x) = 0$
$x^2 - 2 = 0$
$x^2 = 2$
$x = -\sqrt{2}$
$Corte\ ejeY: (0, -1)$

2) Representa las siguientes funciones y da las características:

$$a)\ f(x) = -\frac{1}{x}$$

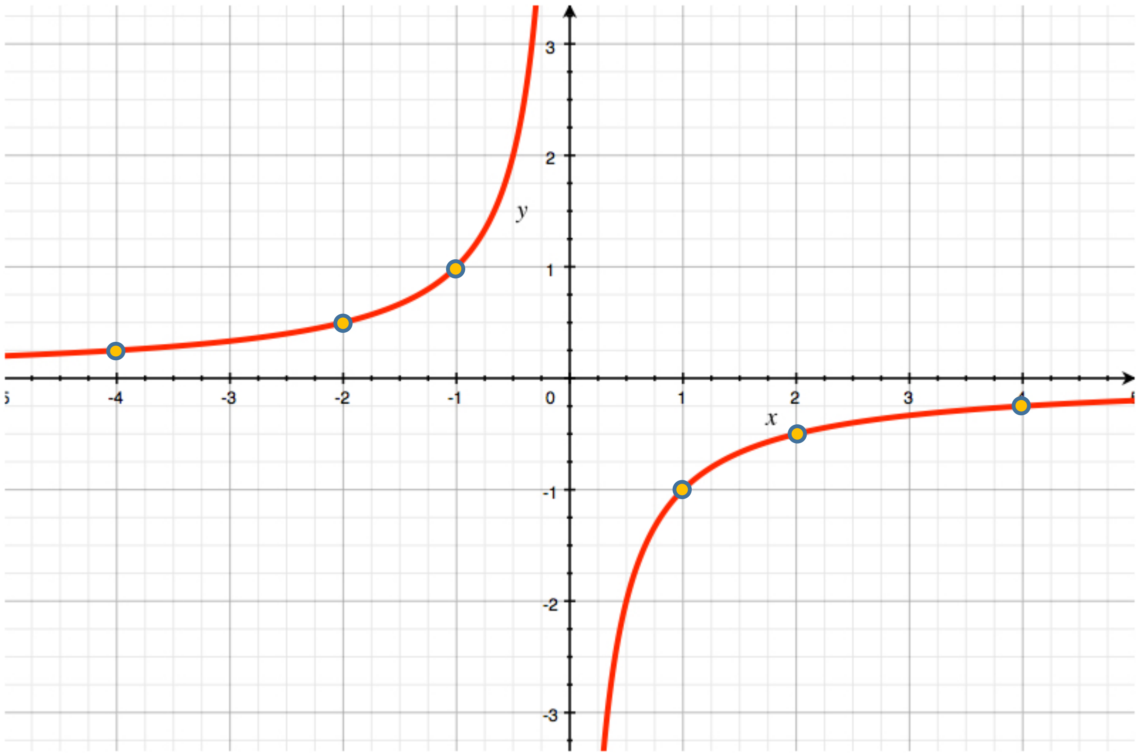
$$k = -1$$

A partir de la función podemos extraer las siguientes conclusiones:

- La función es creciente.
- La función se encuentra en los cuadrantes II y IV.

Construimos una tabla de valores en torno al origen:

x	**-4**	**-2**	**-1**	**1**	**2**	**4**
$f(x)$	**0.25**	**0.5**	**1**	**-1**	**-0.5**	**-0.25**



$$Dom(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$$
$$Im(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$$
$$Discontinuidad \rightarrow x = 0$$
$$Creciente\ en\ su\ dominio$$
$$Función\ impar$$

$b)\ f(x) = \dfrac{0.5}{x}$

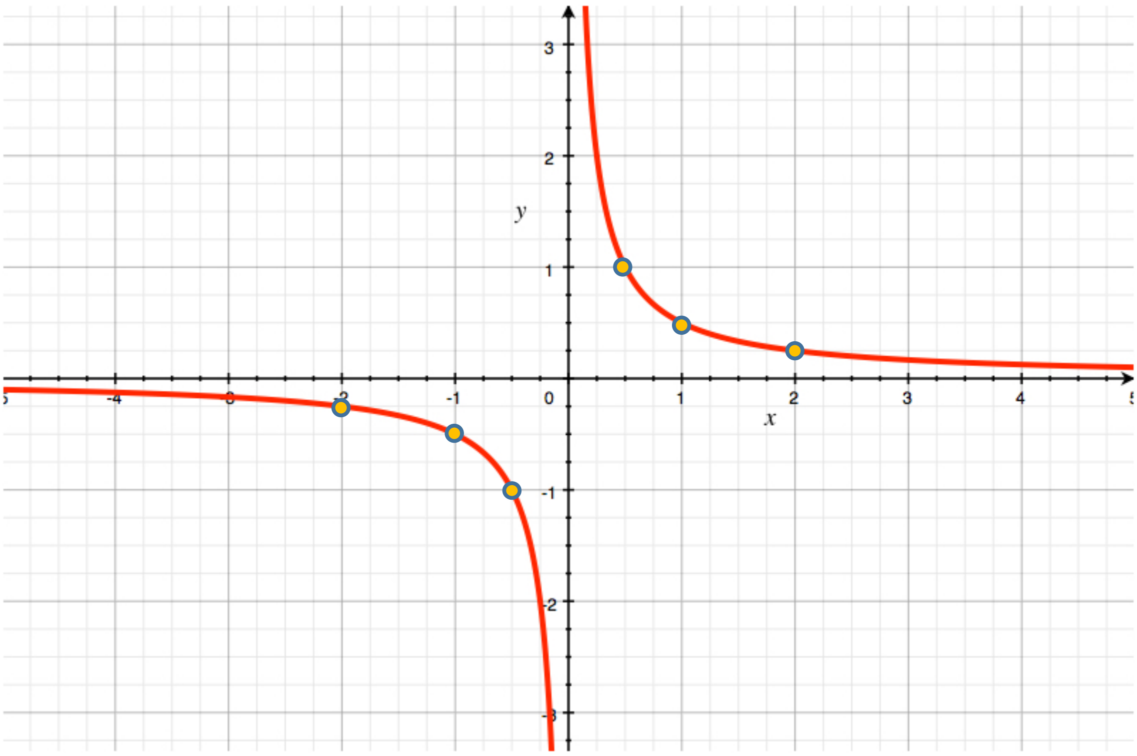
$k = 0.5$

A partir de la función podemos extraer las siguientes conclusiones:

- La función es decreciente.
- La función se encuentra en los cuadrantes I y III.

Construimos una tabla de valores en torno al origen:

x	**-2**	**-1**	**-0.5**	**0.5**	**1**	**2**
$f(x)$	**-0.25**	**-0.5**	**-1**	**1**	**0.5**	**0.25**



$Dom(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$
$Im(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$
$Discontinuidad \rightarrow x = 0$
$Decreciente\ en\ su\ dominio$
$Función\ impar$

$c)\ f(x) = \dfrac{2}{x}$

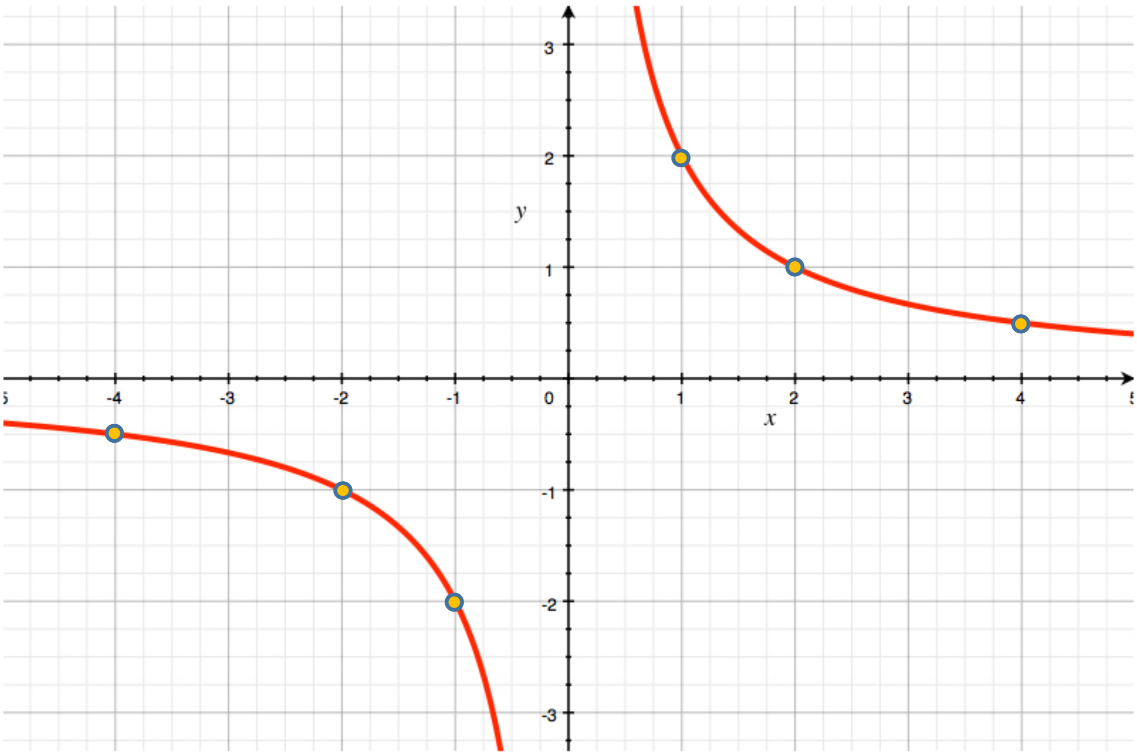
$k = 2$

A partir de la función podemos extraer las siguientes conclusiones:

- La función es decreciente.
- La función se encuentra en los cuadrantes I y III.

Construimos una tabla de valores en torno al origen:

x	-4	-2	-1	1	2	4
$f(x)$	-0.5	-1	-2	2	1	0.5



$Dom(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$

$Im(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$

$Discontinuidad \rightarrow x = 0$

$Decreciente\ en\ su\ dominio$

$Función\ impar$

$d)\ f(x) = \dfrac{3/4}{x}$

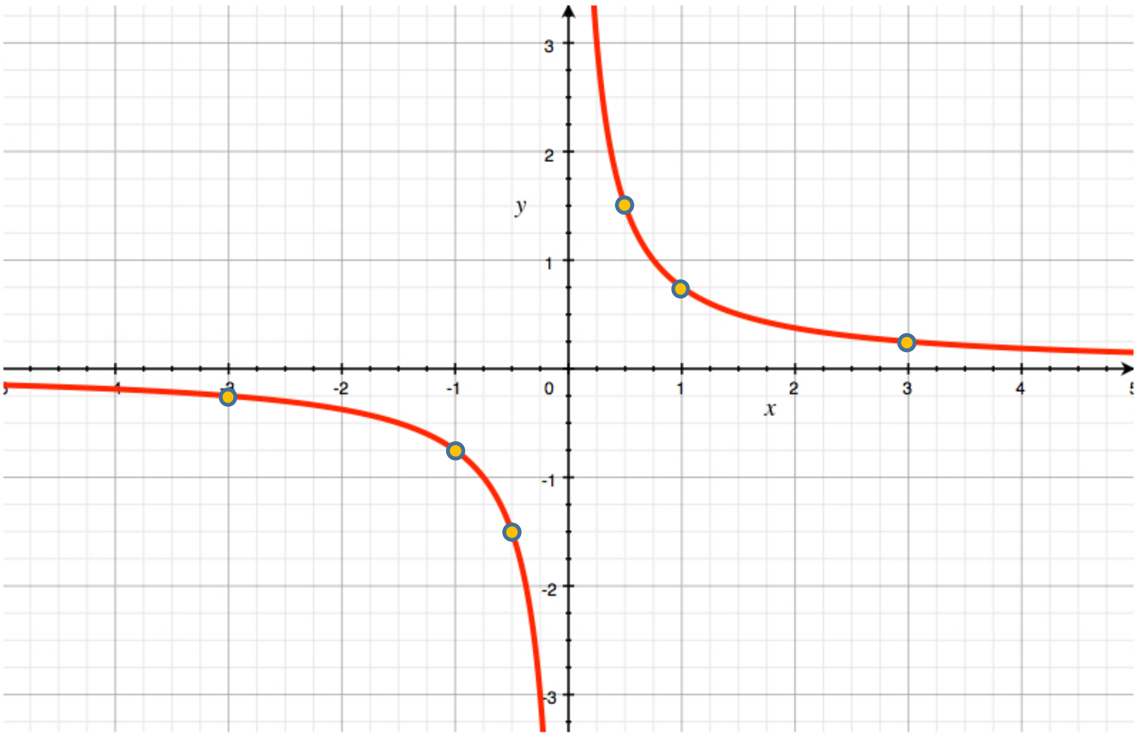
$k = 3/4$

A partir de la función podemos extraer las siguientes conclusiones:

- La función es decreciente.
- La función se encuentra en los cuadrantes I y III.

Construimos una tabla de valores en torno al origen:

x	**-3**	**-1**	**-0.5**	**0.5**	**1**	**3**
$f(x)$	**-0.25**	**-0.75**	**-1.5**	**1.5**	**0.75**	**0.25**



$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R} - \{0\}$
$Im\big(f(x)\big) = \mathbb{R} - \{0\}$
$Discontinuidad \rightarrow x = 0$
$Decreciente\ en\ su\ dominio$
$Función\ impar$