Soluciones. Tarea del 7 de abril

1)

$x^2 - 3x + 4$

Se trata de una función polinómica.

Dominio:

$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R}$

Puntos de corte con el eje X:

$f(x) = 0$

$$x^2 - 3x + 4 = 0\begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -(-3) \pm \frac{\sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 3 \pm \frac{\sqrt{-7}}{2}$$

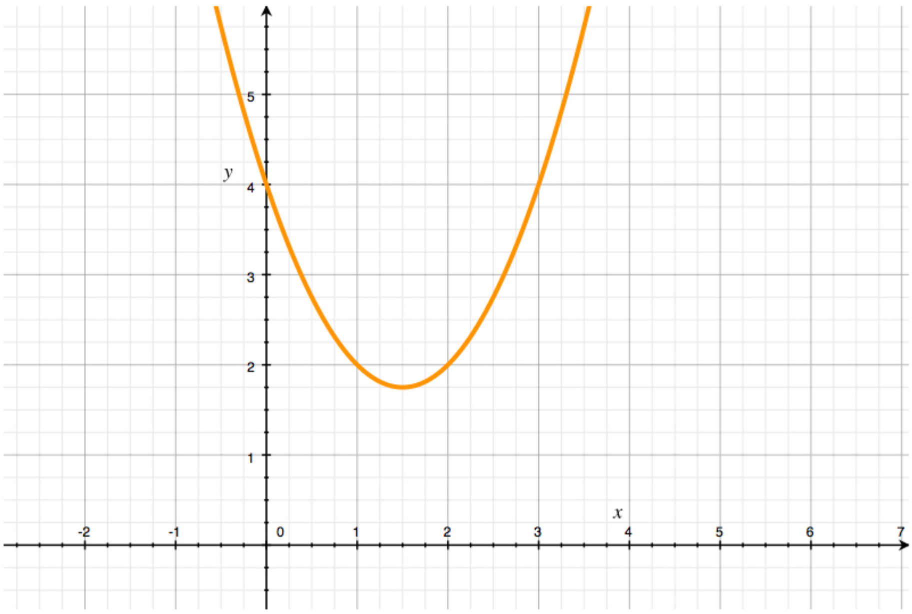
Al ser una raíz negativa, quiere decir que no tiene solución, y por tanto, la función no corta el eje X.

Puntos de corte con el eje Y:

$f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 4$

$f(0) = 4$

La función corta el eje Y en el punto (0, 4)



2)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 + 9}$$

Se trata de una función racional.

Dominio:

Hay que buscar los valores de x que hacen 0 el denominador

$$x^2 + 9 = 0$$
$$x^2 = -9$$
$$x = \sqrt{-9}$$

Al ser una raíz negativa, no tiene solución. Por lo tanto no hay ningún valor de x que haga 0 el denominador. Con todo eso, el dominio queda:

$$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R}$$

Puntos de corte con el eje X:

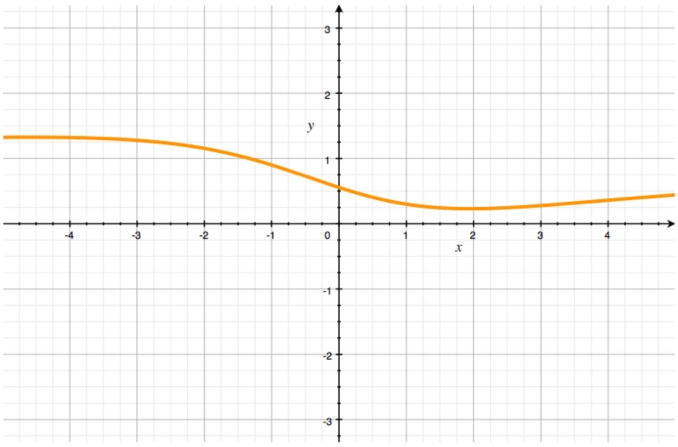
$$f(x) = 0$$
$$\frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 + 9} = 0$$
$$x^2 - 3x + 5 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 5 \end{cases}$$
$$x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = -(-3) \pm \frac{\sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$
$$x = 3 \pm \frac{\sqrt{-11}}{2}$$

Al ser una raíz negativa, quiere decir que no tiene solución, y por tanto, la función no corta el eje X.

Puntos de corte con el eje Y:

$$f(0) = \frac{0^2 - 3 \cdot 0 + 5}{0^2 + 9} = \frac{5}{9}$$

La función corta el eje Y en el punto (0, 5/9)



3)

$f(x) = \sqrt{x+3}$
Se trata de una función radical.

Dominio:
El dominio de una función radical está definido en todos los valores que hagan que lo que hay dentro de la raíz sea mayor o igual que cero.

$x + 3 \geq 0$
$x \geq -3$

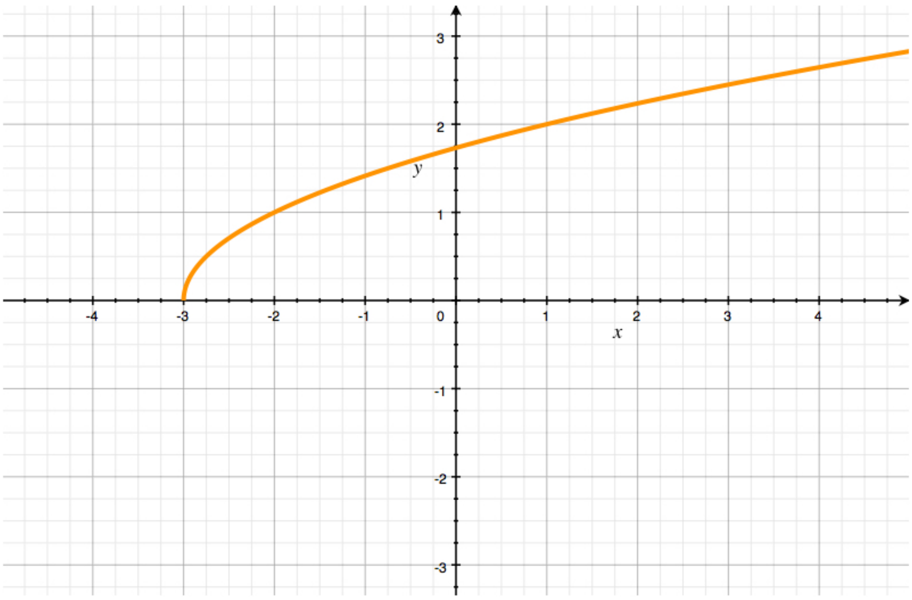
Por lo tanto, el dominio será:
$Dom(f(x)) = [-3, +\infty)$

Puntos de corte con el eje X:
$f(x) = 0$
$\sqrt{x+3} = 0$
$x + 3 = 0$
$x = -3$

La función corta el eje X en el punto (-3, 0)

Puntos de corte con el eje Y:
$f(0) = \sqrt{0+3} = \sqrt{3}$

La función corta el eje Y en el punto $(0, \sqrt{3})$



4)

$f(x) = 5x^2$

Se trata de una función polinómica.

Dominio:

$Dom(f(x)) = \mathbb{R}$

Puntos de corte con el eje X:

$f(x) = 0$

$5x^2 = 0$

$x^2 = \frac{0}{5}$

$x^2 = 0$

$x = \sqrt{0}$

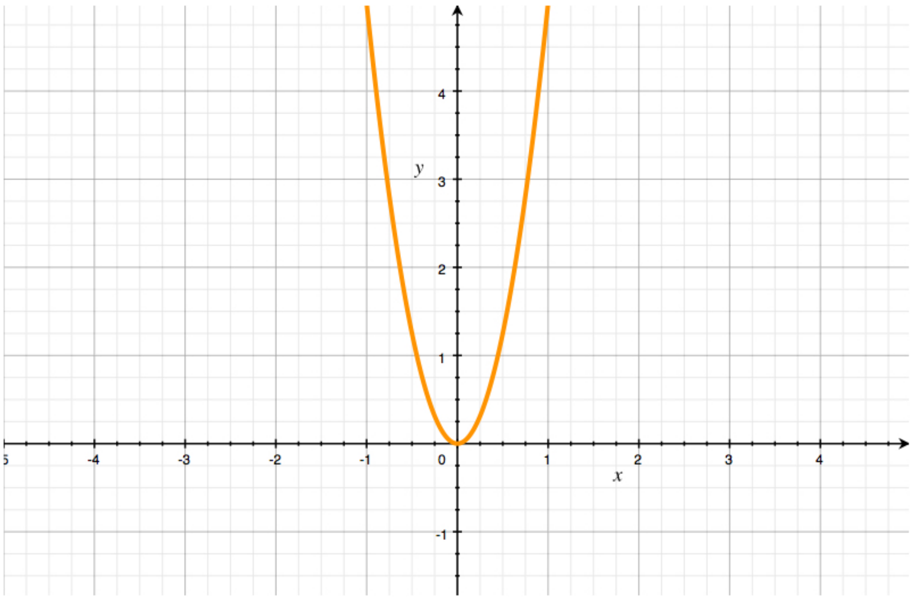
$x = 0$

La función corta el eje X en el punto (0, 0) [origen]

Puntos de corte con el eje Y:

$f(0) = 5 \cdot 0^2 = 0$

La función corta el eje Y en el punto (0, 0) [origen]



5)

$$f(x) = \frac{7 - x}{x^2}$$

Se trata de una función racional.

Dominio:

Hay que buscar los valores de x que hacen 0 el denominador

$$x^2 = 0$$
$$x = 0$$

Por lo tanto, el dominio queda de la siguiente manera:

$$Dom(f(x)) = \mathbb{R} - \{0\}$$

Puntos de corte con el eje X:

$$f(x) = 0$$
$$\frac{7 - x}{x^2} = 0$$
$$7 - x = 0$$
$$x = 7$$

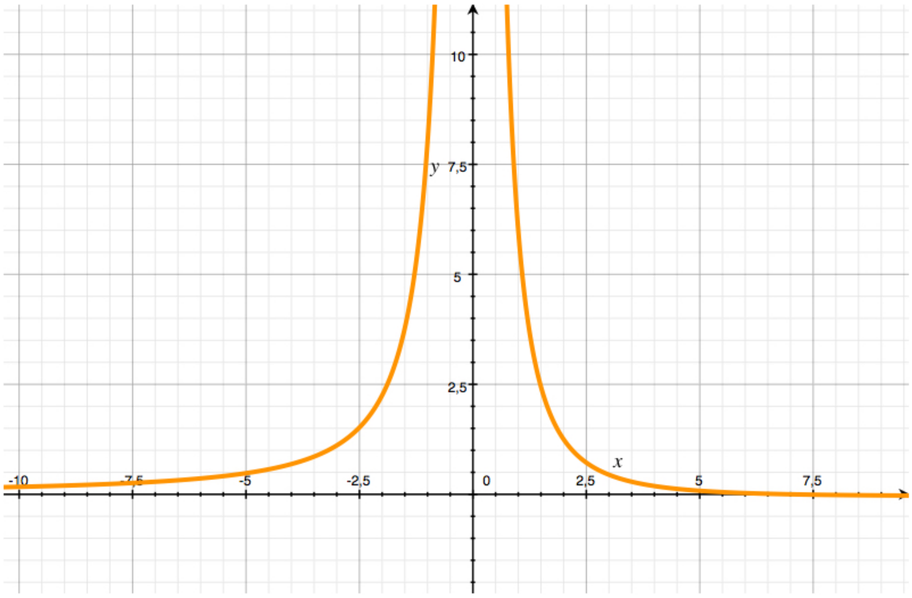
La función corta el eje X en el punto (7, 0)

Puntos de corte con el eje Y:

$$f(0) = \frac{7 - 0}{0^2} = \frac{7}{0}$$

No se puede dividir por 0. Se trata de una indeterminación. Por lo tanto:

La función no corta nunca el eje Y



6)

$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

Se trata de una función radical.

Dominio:

El dominio de una función radical está definido en todos los valores que hagan que lo que hay dentro de la raíz sea mayor o igual que cero.

Lo primero que hacemos es buscar los valores que hacen 0 a la función:

$f(x) = 0$

$\sqrt{x^2 - 9} = 0$

$\left(\sqrt{x^2 - 9}\right)^2 = 0^2$

$x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

-5	-3	0	3	5
$f(-5)$ $= \sqrt{(-5)^2 - 9}$ $f(-5) = \sqrt{16}$ $f(-5) = 4$ Sí existe	$f(-3) = 0$ Sí existe	$f(0)$ $= \sqrt{0^2 + 3}$ $f(0) = \sqrt{3}$ Sí existe	$f(3) = 0$ Sí existe	$f(5)$ $= \sqrt{5^2 - 9}$ $f(5) = \sqrt{16}$ $f(5) = 4$ Sí existe

Por lo tanto, el dominio será:

$Dom(f(x)) = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

Puntos de corte con el eje X:

Ya lo hemos calculado previamente: $x = \pm 3$

La función corta el eje X en los puntos (-3, 0) y (3,0)

Puntos de corte con el eje Y:

$f(0) = \sqrt{0^2 - 9} = \sqrt{-9}$

Al ser una raíz negativa, se concluye que:

La función nunca corta el eje Y