Tarea del 15 de abril de 2016

1a)

$Dom\big(f(x)\big) = [-3, +\infty)$
$Im\big(f(x)\big) = [1, +\infty)$
Presenta una discontinuidad en $x = 1$

$[-3, 0]$ ↔	$[0, 1)$ ↗	$(1,4]$ ↔	$[4, +\infty)$ ↗

No presenta máximos ni mínimos
No corta el eje X
Corta el eje Y en el punto $(0, 1)$
No es periódica
No es simétrica

1b)

$Dom\big(f(x)\big) = (-\infty, 2]$
$Im\big(f(x)\big) = (-\infty, 2]$
Es continua en todo su dominio

$(-\infty, -1]$ ↗	$[-1, 0]$ ↘	$[0, 2]$ ↗

Presenta un máximo en el punto $(-1, 1)$
Presenta un mínimo en el punto $(0, -1)$
Corta el eje X en los puntos $(-0.5, 0)$ y $(1.25, 0)$
Corta el eje Y en el punto $(0, -1)$
No es periódica
No es simétrica

2a)

$$f(x) = \frac{x-1}{x+5}$$

Dominio
Buscamos los valores de x que hacen 0 el denominador:
$x + 5 = 0$
$x = -5$
Por lo tanto, el dominio queda:
$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R} - \{-5\}$

Puntos de corte con el eje X
$f(x) = 0$
$\frac{x-1}{x+5} = 0$
$x - 1 = 0$
$x = 1$
Por lo tanto, la función corta el eje X en el punto $(1, 0)$

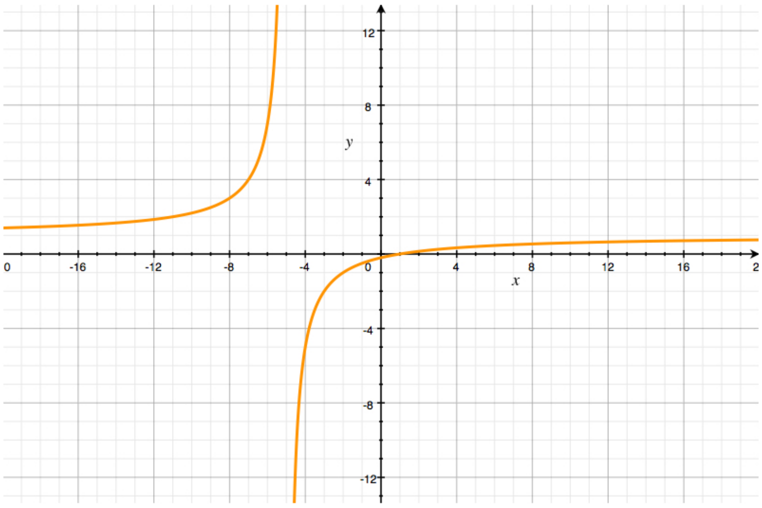
Puntos de corte con el eje Y

$$f(0) = \frac{0-1}{0+5}$$

$$f(0) = -\frac{1}{5}$$

Por lo tanto, la función corta el eje Y en el punto $(-0.2, 0)$

Representación gráfica



2b)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

Dominio

Se trata de una función polinómica, con lo cual: $Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R}$

Puntos de corte con el eje X

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

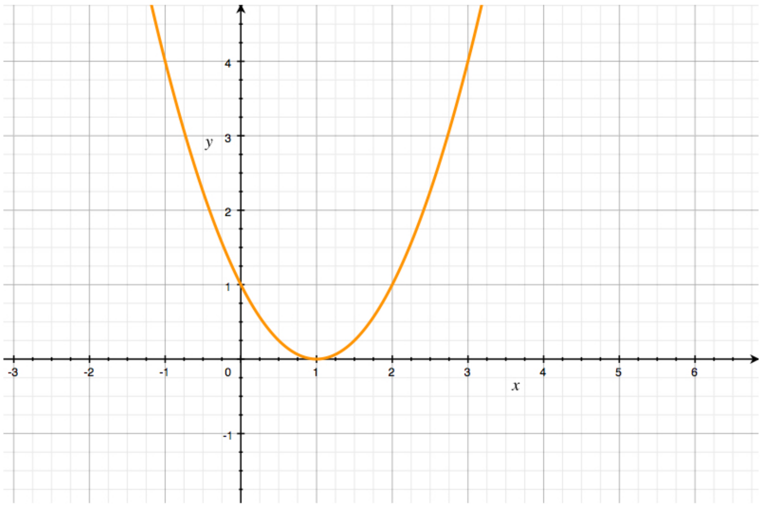
Por lo tanto, la función corta el eje X en el punto $(1, 0)$

Puntos de corte con el eje Y

$$f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

Por lo tanto, la función corta el eje Y en el punto $(0, 1)$

Representación gráfica



2c)

$f(x) = \sqrt{x-3}$

Dominio

Se trata de una función radical, cuyo dominio está definido para los valores de x que hagan lo de dentro de la raíz mayor o igual que cero.

$x - 3 \geq 0$

$x \geq 3$

Por lo tanto:

$Dom\big(f(x)\big) = [3, +\infty)$

Puntos de corte con el eje X

$f(x) = 0$

$\sqrt{x-3} = 0$

$x - 3 = 0$

$x = 3$

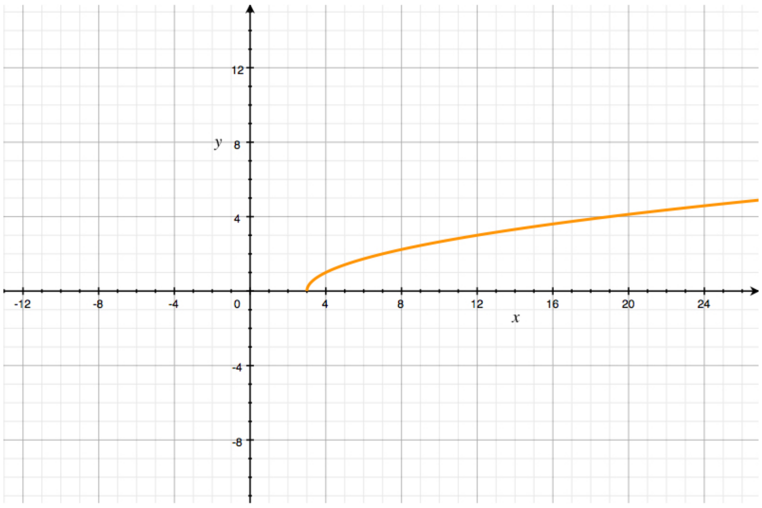
Por lo tanto, la función corta el eje X en el punto $(3, 0)$

Puntos de corte con el eje Y

$f(0) = \sqrt{0-3} = \sqrt{-3}$

Dado que no existe la raíz cuadrada de un número negativo, concluimos que la función no corta el eje Y.

Representación gráfica



2d)

$f(x) = \sqrt[3]{8x+2}$

Dominio

Se trata de una función con raíz cúbica. Las raíces cúbicas están definidas para todos los números reales, ya que existen raíces cúbicas de números negativos. Por lo tanto:

$Dom(f(x)) = \mathbb{R}$

Puntos de corte con el eje X

$f(x) = 0$

$\sqrt[3]{8x+2} = 0$

$\left(\sqrt[3]{8x+2}\right)^3 = 0^3$

$8x + 2 = 0$

$8x = -2$

$x = -\frac{2}{8}$

$x = -\frac{1}{4}$

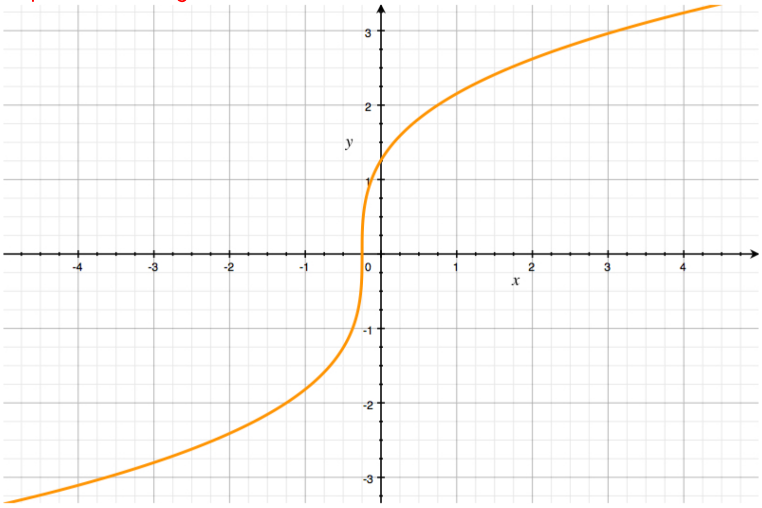
Por lo tanto, la función corta el eje X en el punto $(-0.25, 0)$

Puntos de corte con el eje Y

$f(0) = \sqrt[3]{8 \cdot 0 + 2} = \sqrt[3]{2}$

La función corta el eje Y en el punto $(0, \sqrt[3]{2})$

Representación gráfica



2e)

$f(x) = x^3 - 2x$

Dominio

Se trata de una función polinómica de grado 3. Por lo tanto:

$Dom(f(x)) = \mathbb{R}$

Puntos de corte con el eje X

$f(x) = 0$

$x^3 - 2x = 0$

$x(x^2 - 2) = 0$

$x_1 = 0$

$$x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}\begin{cases} x_2 = \sqrt{2} \\ x_3 = -\sqrt{2} \end{cases}$$

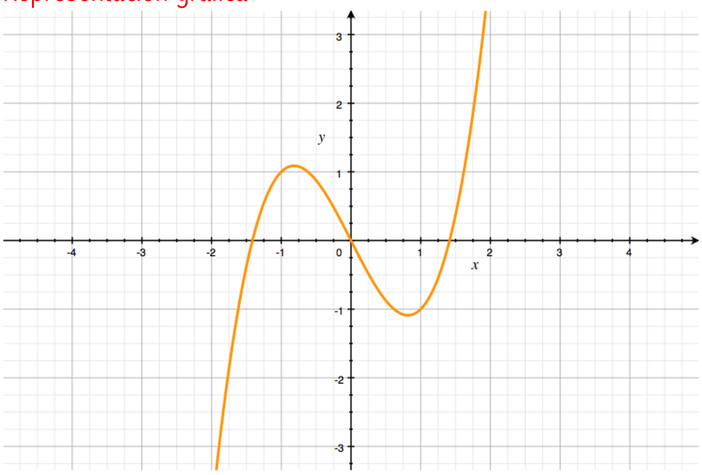
La función corta el eje X en los puntos $(0,0)$, $(\sqrt{2},0)$ y $(-\sqrt{2},0)$

Puntos de corte con el eje Y

$f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0 = 0$

La función corta el eje Y en el punto $(0,0)$

Representación gráfica



3)