

Fonctions Numériques

Opérations sur les fonctions

MPSI 2

1 Opérations sur les fonctions admettant des limites

1.1 Limites finies

Soit $x_0 \in \mathbb{R}$, tel que $x \in I$ ou que x soit une extrémité de I .

- $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} 0 \iff |f(x)| \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} 0$
- Si $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l$ et si $g(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l'$,
Alors $(f + g)(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l + l'$
- Si $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} 0$ et si g est bornée au voisinage de x_0 ,
Alors $(f \times g)(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} 0$
- Si $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l$ et $g(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l'$,
Alors $(f \times g)(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l \times l'$
- Si $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} l$ et $l \neq 0$,
Alors $\frac{1}{f}$ existe au voisinage V de x_0 , et $\frac{1}{f(x)} \underset{x \in V}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} \frac{1}{l}$

1.2 Limites infinies

Soit $x_0 \in \mathbb{R}$, tel que $x \in I$ ou que x soit une extrémité de I .

- Si $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} +\infty$ et si g est bornée au voisinage de x_0 ,
Alors $(f + g)(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} +\infty$
- Si $f(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} +\infty$ et si g est bornée par un réel strictement positif au voisinage de x_0 ,
Alors $(f \times g)(x) \underset{x \in I}{\xrightarrow{x \rightarrow x_0}} +\infty$