Espaces Vectoriels de Dimension finie
Dépendance linéaire dans un espace vectoriel de dimension finie

MPSI 2

Propriété 0.0.1
Soit E un $\mathbb{K}_{\text{EV}}$.
Soit $(e_1, \dots, e_n)_{i\in[\![1,n]\!]}$ une base de E
$$\varphi\colon (\mathbb{K}^n, +, \cdot) \longrightarrow (E, +, \cdot)$$
$$(x_1, \dots, x_n) \longmapsto \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot e_i$$
φ est un isomorphisme de $\mathbb{K}_{\text{EV}}$, de $\mathbb{K}^n$ dans E.
En particulier, K^n et E sont isomorphes.

Propriété 0.0.2
Soit $\{V_1, \dots, V_p\}$ un système d'éléments de E.
- *$\{V_1, \dots, V_p\}$ est libre ssi $\{\varphi^{-1}(V_1), \dots, \varphi^{-1}(V_p)\}$ est libre dans $\mathbb{K}^n$.*
- *$\{V_1, \dots, V_p\}$ est générateur ssi $\{\varphi^{-1}(V_1), \dots, \varphi^{-1}(V_p)\}$ est générateur de $\mathbb{K}^n$.*
- *$(V_1, \dots, V_p)$ est une base ssi $(\varphi^{-1}(V_1), \dots, \varphi^{-1}(V_p))$ est une base de $\mathbb{K}^n$.*

Corollaire 0.0.1

- *Si $\{V_1, \dots, V_p\}$ est libre, alors $p \leqslant n$.*
- *Si $\{V_1, \dots, V_p\}$ est générateur, alors $p \geqslant n$.*
- *Si $(V_1, \dots, V_p)$ est une base, alors $p = n$.*