

# Fonctions Numériques

## Limites de fonctions

### MPSI 2

## 1 Définitions

### Définition 1.0.1

Soit  $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$

Soit  $x_0 \in \mathbb{R}$ , tel que  $x_0 \in I$  ou  $x_0$  est une extrémité de  $I$ .

Soit  $l \in \mathbb{R}$

•  $f(x)$  tend vers  $l$  quand  $x$  tend vers  $x_0$ :

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^{+*}, \exists \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \forall x \in I, |x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

### Définition 1.0.2

Soit  $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$

Soit  $x_0 \in \mathbb{R}$ , tel que  $x_0 \in I$  ou  $x_0$  est une extrémité de  $I$ .

•  $f(x)$  tend vers  $+\infty$  quand  $x$  tend vers  $x_0$ :

$$\forall K \in \mathbb{R}, \exists \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \forall x \in I, |x - x_0| < \alpha \Rightarrow f(x) > K$$

•  $f(x)$  tend vers  $-\infty$  quand  $x$  tend vers  $x_0$ :

$$\forall K \in \mathbb{R}, \exists \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \forall x \in I, |x - x_0| < \alpha \Rightarrow f(x) < K$$

### Propriété 1.0.1

Si  $x_0 \in I$ , alors la seule limite éventuelle de  $f(x)$  en  $x_0$  est  $f(x_0)$

On suppose qu'il existe  $l$  dans  $\mathbb{R}$ , tel que  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} l$

□