Fonctions Numériques
Fonctions continues sur un intervalle

MPSI 2

1 Fonctions continues

Soit I un intervalle non vide.
Soit $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction dfinie sur I.
On dit que f est continue sur I si pout tout x_0 de I, f est continue en x_0.

Théorème des valeurs intermdiaires
L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.

Soit I un intervalle.
Soit $f : I \to R$ une application continue sut I.
Montrer que $f(I)$ est un intervalle.
Ou montrer que $\forall (y, y') \in \mathbb{R}^2,\ ((y, y') \in f(I)^2 \Rightarrow (\forall y'' \in \mathbb{R},\ y < y'' < y' \Rightarrow y'' \in f(I))$

Soit y et y' deux lments distincts de $f(I)$.
Alors il existe a et b dans I tels que: $f(a) = y$ et $f(b) = y'$
y et y' sont distincts, donc a et b sont distincts.
On suppose par exemple que $f(a) < f(b)$ et $a < b$

$\square$