Oscillateur Harmonique
Mise en équation

MPSI 2

1 Inventaire des forces

Dans R_T galiléen , le solide M est soumis à :
- Son poids : $\vec{P} = m\vec{g}$, $||\vec{g}|| = 9.81 N.kg^{-1}$.
- La réaction du support (axe (Ox)) sur la masse : $\vec{R}$, perpendiculaire au suport car les frottements solides sont négligés.
- La force de rappel exercée par le ressort $\vec{T}$.

On a vu en TP que $||\vec{T}||$ est proportionelle à l'alllongement du ressort Δl et da direction est colinéaire au ressort :

$$\vec{T} = \pm k(l - l_0)\vec{e}_x$$

Remarques :
- La formule est la même si le ressort est étiré ou comprimé.
- **Unité de k :** $||\vec{T}|| = k(l - l_0) \implies k$ est en $N.m^{-1}$.
- On néglige les frottements fluides.

2 Equations du mouvement

On applique la seconde loi de Newton :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma\vec{F} \text{ avec } \vec{P} = m\vec{v}$$
$$\text{ici, } m = constante$$
$$\text{donc } \frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{a}$$

D'ou $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$ (E)
Le mouvement se fait sur l'axe (Ox) donc on projette (E) sur Ox :

$$m\ddot{x} = 0 + 0 - k(l - l_0)$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_0$$

On pose $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ de telle sorte que :
$(E) \iff \boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 l_0}$: équation de l'oscillateur harmonique.