# Suites Réelles
# Généralités

MPSI 2

## 1 Droite numrique acheve $\overline{\mathbb{R}}$

**Définition 1.0.1**
*On note $\overline{\mathbb{R}}$ la runion de $\mathbb{R}$ et de deux lments distincts: $-\infty$ et $+\infty$*
$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$

- On peut prolonger partiellement les lois internes $+$ et $\times$ à $\overline{\mathbb{R}}$, mais il existe des opration indfinies.
- On peut prolonger la relation d'ordre naturelle de $\mathbb{R}$ à $\overline{\mathbb{R}}$: $\overline{\mathbb{R}}$ est ordonn.

Utilisation: une suite tend vers un lment de $\overline{\mathbb{R}}$

## 2 Dfinitions

**Définition 2.0.2**
*On appelle suite relle toute application* $\phi \colon \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ n & \longmapsto & \phi(n) \end{array}$

Une suite relle est une famille d'lments indexe par $\mathbb{N}$

Notations: $\begin{array}{l} u_n = \phi(n) \\ u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}} = \phi \end{array}$

**Définition 2.0.3**
*On appelle ensemble des valeurs de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ le sous ensemble de $\mathbb{R}$:*

$$A = \{x \in \mathbb{R},\ \exists n \in \mathbb{N},\ x = u_n\}$$

**Définition 2.0.4**
*On dit que $u$ est une suite monotone si $\phi$ est monotone.*
*De même avec croissante et dcroissante.*

**Définition 2.0.5**
*On dit que u est majore si A est major dans* $\mathbb{R}$
*De même avec minore et borne.*

# 3 Notations et limites

## 3.1 Limites relles

**Définition 3.1.1**
*Soit* $u = (u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ *une suite relle, et* $l$ *un rel.*
*On dit que* <u>*u converge vers l*</u> *si pour tout intervalle* $I$ *centr en* $l$*, il existe un rang* $n_0$ *à partir duquel tous les* $u_n$ *sont dans* $I$*:*

$$\forall\epsilon \in \mathbb{R}^{+*},\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ n \geqslant n_0 \Rightarrow |u_n - l| < \epsilon$$

**Propriété 3.1.1**
*Si u converge vers un l rel, alors* <u>*l est unique.*</u>

Utiliser les dfinitions, raisonner par l'absurde avec $\epsilon = \frac{l_2-l_1}{2}$ □