Drivabilit
Drivabilit d'un point

MPSI 2

Soit I un intervalle rel non rduit à un point.
Soit $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction numrique.

1 Dfinition

Soit x_0 un lment de I.
On pose $\phi\colon I \setminus \{x_0\} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

Définition 1.0.1

- *On dit que f est drivable en x_0 si $\phi(x)$ admet une limite finie note L lorsque x tend vers x_0 sur $i \setminus \{x_0\}$:*

$$\text{On note } f'(x) = L = \lim_{\substack{x\to x_0\\ x\in I\setminus\{x_0\}}} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\right)$$

  Cette limite, quand elle existe, s'appelle le nombre driv de f en x_0.
- *On dit que f est drivable à gauche en x_0 si $\phi(x)$ admet une limite finie à gauche, L_g:*

$$\text{On note } f'_g(x) = L_g = \lim_{\substack{x\to x_0\\ x<x_0}} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\right)$$

- *On dit que f est drivable à droite en x_0 si $\phi(x)$ admet une limite finie à droite, L_d:*

$$\text{On note } f'_d(x) = L_d = \lim_{\substack{x\to x_0\\ x>x_0}} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\right)$$