METODE ELECTRE

(ELimination Et Choix TRaduisant la realitE)



Saifur Rohman Cholil, S.Kom., M.Kom.

- ☐ Metode ELECTRE diperkenalkan oleh Bernard Roy pada tahun 1965.
- ☐ Merupakan salah satu metode pengambilan keputusan berdasarkan pada konsep outranking dengan menggunakan perbandingan berpasangan dari alternatifalternatif berdasarkan setiap kriteria yang sesuai (Janko, 2005).

- ☐ Metode Electre didasarkan pada konsep perankingan, yaitu dengan menggunakan perbandingan berpasangan antar alternatif pada kriteria yang sesuai.
- ☐ Suatu alternatif dikatakan mendominasi alternatif yang lainnnya jika satu atau lebih kriterianya melebihi (dibandingkan dengan kriteria yang lain) dan sama dengan kriteria lain yang tersisa (Kusumadewi, 2006).



- Tahapan metode ELECTRE:
- 1. Normalisasi matriks keputusan;
- 2. Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi;
- 3. Menentukan himpunan *concordance* dan *discordance* pada index;
- 4. Menghitung matriks *concordance* dan *discordance*;
- 5. Menghitung matriks dominan *concordance* dan *discordance*.
- 6. Menetukan agregate dominance matrix.
- 7. Eliminasi alternatif yang less favourable.



1. Membuat normalisasi matriks keputusan dengan persamaan :

$$\mathbf{r}_{ij} = \frac{\mathbf{X}_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_{ij}^{2}}} \longrightarrow R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & & & & \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

Dimana r_{ij} merupakan matriks hasil normalisasi dari matriks dasar permasalahannya, dengan i = 1,2,3,...m, dan j = 1,2,3...n.

Sedangkan x_{ii} merupakan matriks dasar yang akan dinormalisasikan.

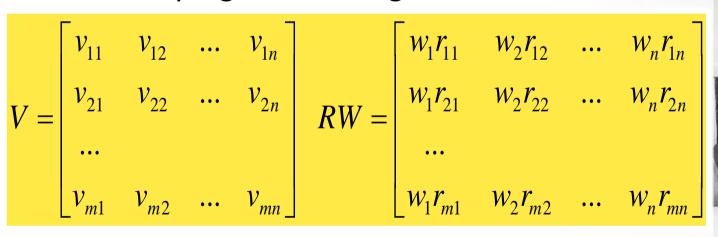
Untuk setiap imenunjukkan baris dari matriks,

dan untuk setiap j menunjukkan kolom dari setiap matriks.



2. Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi:

- Setelah dinormalisasi, setiap kolom dari matriks R dikalikan dengan bobot (W_i).
- > Sehingga Weight normalized matrix adalah
- ➤ V = R x W yang ditulis sebagai :



- 3. Menentukan himpunan concordance dan discordance pada index.
 - Pembentukan concordance index dan discordance index untuk setiap pasangan alternatif dilakukan melalui taksiran terhadap relasi perangkingan.
 - Untuk setiap pasangan alternatif k dan l (k, l = 1, 2, 3,, m dan k tidak sama dengan l) kumpulan j kriteria dibagi menjadi 2 himpunan bagian yaitu concordance dan discordance.

- 3. Menentukan himpunan concordance dan discordance pada index.
 - Sebuah Kriteria dalam suatu alternatif termasuk Concordance jika :

$$C_{kl} = \{ j \mid v_{kj} \ge v_{ij} \} \text{ untuk } j = 1,2,3 \dots n$$

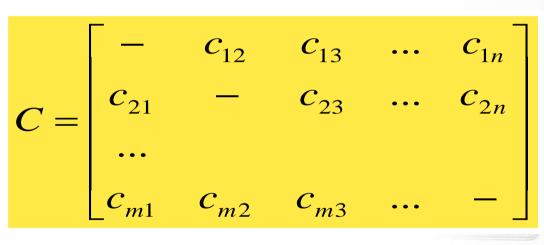
Sebuah Kriteria dalam suatu alternatif termasuk Discordance jika :

$$D_{kl} = \{ j \mid v_{ki} < v_{ii} \} \text{ untuk } j = 1,2,3 \dots n \}$$

- 4. Menghitung matriks concordance dan discordance.
 - Untuk menentukan nilai-nilai dari elemenelemen pada matriks concordance adalah dengan menjumlahkan bobot-bobot yang termasuk pada himpunan concordance yaitu :

$$C_{kl} = \sum_{j \in C_{kl}} w_j$$

- 4. Menghitung matriks concordance dan discordance.
 - > Sehingga matriks concordance yang dihasilkan adalah:



- 4. Menghitung matriks concordance dan discordance.
 - Untuk menentukan nilai dari elemen-elemen pada matriks discordance adalah dengan membagi maksimum selisih kriteria yang termasuk kedalam himpunan bagian discordance dengan maksimum selisih nilai seluruh kriteria yang ada yaitu :

$$d_{kl} = \frac{\max\{|v_{kj} - v_{lj}|\}_{j \in D_{kl}}}{\max\{|v_{kj} - v_{lj}|\}_{\nabla j}}$$

➤ | | → adalah nilai mutlak artinya bilangan negatif diubah menjadi positif.



- 4. Menghitung matriks concordance dan discordance.
 - > Sehingga matriks discordance yang dihasilkan adalah:

h:
$$D = \begin{bmatrix} - & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & - & d_{23} & \dots & d_{2m} \\ \dots & & & & \\ d_{m1} & d_{m2} & d_{m3} & \dots & - \end{bmatrix}$$

- 5. Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.
 - Menghitung matriks dominan concordance, Matriks F sebagai matriks dominan concordance dapat dibangun dengan bantuan nilai threshold yaitu dengan membandingkan setiap nilai elemen matriks concordance dengan nilai threshold.

$$C_{kl} = \geq \underline{c}$$

Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.

Dengan nilai threshold (c) adalah :

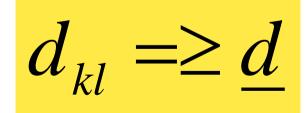
$$\underline{c} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} c_{kl}}{m(m-1)}$$

m = alternatif

Sehingga elemen matriks F ditentukan sebagai berikut :

$$f_{kl} = 1$$
 jika $c_{kl} \ge \underline{c}$ dan $f_{kl} = 0$ jika $c_{kl} < \underline{c}$

- 5. Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.
 - Menghitung matriks dominan discordance matriks G sebagai matriks dominan discordance dapat dibangun dengan bantuan nilai yaitu dengan membandingkan setiap nilai elemen matriks discordance dengan nilai threshold.



5. Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.

Dengan nilai threshold (<u>d</u>) adalah :

$$\underline{d} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} d_{kl}}{m(m-1)}$$

m = alternatif

Sehingga elemen matriks G ditentukan sebagai berikut :

$$g_{kl} = 1$$
 jika $d_{kl} \ge \underline{d}$ dan $g_{kl} = 0$ jika $d_{kl} < \underline{d}$

- 6. Menetukan agregate dominance matrix.
 - Matriks E sebagai agregate dominance matriks adalah matriks yang setiap elemenya merupakan perkalian antara elemen matriks F dengan elemen matriks G yang bersesuaian, sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$e_{kl} = f_{kl} \times g_{kl}$$

- 7. Eliminasi alternatif yang less favourable.
 - Matriks E memberikan urutan pilihan dari setiap alternatif, yaitu bila $E_{kl} = 1$ maka alternatif A_k merupakan alternatif yang lebih baik daripada A_l .
 - > Sehingga baris dalam matriks E yang memiliki jumlah $E_{kl} = 1$ paling sedikit dapat dieleminasi.
 - Dengan demikian, alternatif terbaik adalah alternatif yang mendominasi alternatif lainnya.



Contoh:

- ☐ Suatu perusahaan ingin membangun sebuah gudang yang akan digunakan sebagai tempat untuk menyimpan sementara hasil produksinya.
- □ Ada 3 lokasi yang akan menjadi alternatif, yaitu : A1 = Ngemplak, A2 = Kalasan, A3 = Kota Gedhe

- ☐ Ada 5 kriteria yang dijadikan acuan dalam pengambilan keputusan, yaitu :
 - C1 = jarak dengan pasar terdekat (km)
 - C2 = kepadatan penduduk di sekitar lokasi (orang/km²)
 - C3 = jarak dari pabrik (km)
 - C4 = jarak dengan gudang yang sudah ada (km)
 - C5 = harga tanah untuk lokasi (x1000 Rp/m²)



- ☐ Tingkat kepentingan setiap kriteria, juga dinilai dengan 1 sampai 5, yaitu :
 - 1 = Sangat rendah
 - 2 = Rendah
 - 3 = Cukup
 - 4 = Tinggi
 - 5 = Sangat Tinggi
- ☐ Pengambil keputusan memberikan bobot preferensi sebagai :

W = (5, 3, 4, 4, 2)

☐ Nilai setiap alternatif di setiap kriteria :

Alternatif	Kriteria						
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅		
A ₁	0,75	2000	18	50	500		
A ₂	0,50	1500	20	40	450		
A ₃	0,90	2050	35	35	800		



Kategori setiap kriteria:

- ☐ Kriteria C2 (kepadatan penduduk di sekitar lokasi) dan C4 (jarak dengan gudang yang sudah ada) adalah kriteria keuntungan;
- ☐ Kriteria C1 (jarak dengan pasar terdekat), C3 (jarak dari pabrik), dan C5 (harga tanah untuk lokasi) adalah kriteria biaya.

Jawab:

1. Membuat matrik ternormalisasi, R:

Rumus:
$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^{2}}}$$

$$x_1 = \sqrt{0.75^2 + 0.50^2 + 0.90^2} = 1.273$$

$$r_{11} = \frac{0.75}{1.273} = 0.589$$

$$r_{21} = \frac{0.50}{1.273} = 0.392$$

$$r_{31} = \frac{0.90}{1.273} = 0.706$$

Alternatif	Kriteria					
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	
A ₁	0,75	2000	18	50	500	
A ₂	0,50	1500	20	40	450	
A ₃	0,90	2050	35	35	800	



$$x_{2} = \sqrt{2000^{2} + 1500^{2} + 2050^{2}} = 3233,032$$

$$r_{12} = \frac{2000}{3233,032} = 0,618$$

$$r_{22} = \frac{1500}{3233,032} = 0,463$$

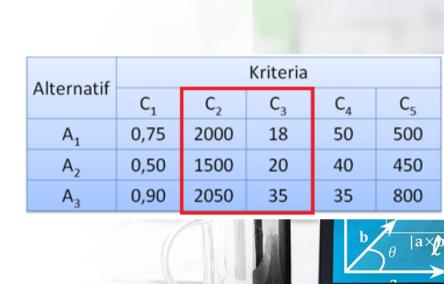
$$r_{32} = \frac{2050}{3233,032} = 0,634$$

$$x_{3} = \sqrt{18^{2} + 20^{2} + 35^{2}} = 44,147$$

$$r_{13} = \frac{18}{44,147} = 0,407$$

$$r_{23} = \frac{20}{44,147} = 0,453$$

$$r_{33} = \frac{35}{44,147} = 0,792$$



$$x_4 = \sqrt{50^2 + 40^2 + 35^2} = 72,972$$

$$r_{14} = \frac{50}{72,972} = 0,685$$

$$r_{24} = \frac{40}{72,972} = 0,548$$

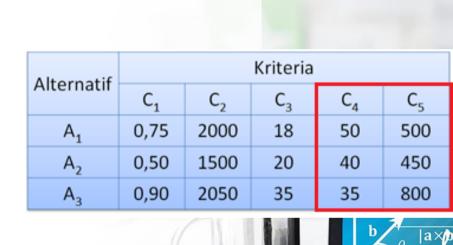
$$r_{34} = \frac{35}{72,972} = 0,479$$

$$x_5 = \sqrt{500^2 + 450^2 + 800^2} = 1045,227$$

$$r_{15} = \frac{500}{1045,227} = 0,478$$

$$r_{25} = \frac{450}{1045,227} = 0,430$$

$$r_{35} = \frac{800}{1045,227} = 0,765$$



☐ Matrik ternormalisasi :

$$R = \begin{bmatrix} 0,589 & 0,618 & 0,407 & 0,685 & 0,478 \\ 0,392 & 0,463 & 0,453 & 0,548 & 0,430 \\ 0,706 & 0,634 & 0,792 & 0,479 & 0,765 \end{bmatrix}$$



2. Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi.

Rumus: $V = R \times W$

$$R = \begin{bmatrix} 0,589 & 0,618 & 0,407 & 0,685 & 0,478 \\ 0,392 & 0,463 & 0,453 & 0,548 & 0,430 \\ 0,706 & 0,634 & 0,792 & 0,479 & 0,765 \end{bmatrix}$$

$$W = 5 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 2$$

$$V = \begin{bmatrix} 2,945 & 1,854 & 1,628 & 2,740 & 0,956 \\ 1,960 & 1,389 & 1,812 & 2,192 & 0,860 \\ 3,530 & 1,902 & 3,168 & 1,916 & 1,530 \end{bmatrix}$$

- Menentukan Himpunan Concordance dan Discordance pada Index.
- a. Concordance

Sebuah Kriteria dalam suatu alternatif termasuk Concordance jika :

$$C_{kl} = \{ j \mid v_{kj} \ge v_{ij} \} \text{ untuk } j = 1,2,3 \dots n$$

$$C_{12} = \{1,2,4,5\}$$

$$C_{13} = \{4\}$$

$$C_{21} = \{3\}$$

$$C_{23} = \{4\}$$

$$C_{31} = \{1,2,3,5\}$$

$$C_{32} = \{1,2,3,5\}$$

$$U = \begin{bmatrix} 2,945 & 1,854 & 1,628 & 2,740 & 0,956 \\ 1,960 & 1,389 & 1,812 & 2,192 & 0,860 \\ 3,530 & 1,902 & 3,168 & 1,916 & 1,530 \\ 3,530 & 1,902 & 3,168 & 1,916 & 1,530 \end{bmatrix}$$

- Menentukan Himpunan Concordance dan Discordance pada Index.
- b. Discordance

Sebuah Kriteria dalam suatu alternatif termasuk Discordance jika :

$$D_{kl} = \{ j \mid v_{kj} < v_{ij} \} \text{ untuk } j = 1,2,3 \dots n$$

$$D_{12} = \{3\}$$

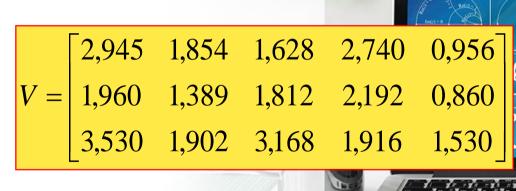
$$D_{13} = \{1,2,3,5\}$$

$$D_{21} = \{1,2,4,5\}$$

$$D_{23} = \{1,2,3,5\}$$

$$D_{31} = \{4\}$$

$$D_{32} = \{4\}$$



4. Menentukan Matriks Concordance dan Discordance.

a. Concordance

$$C_{12} = w_1 + w_2 + w_4 + w_5 = 5 + 3 + 4 + 2 = 14$$

$$C_{13} = w_4 = 4$$

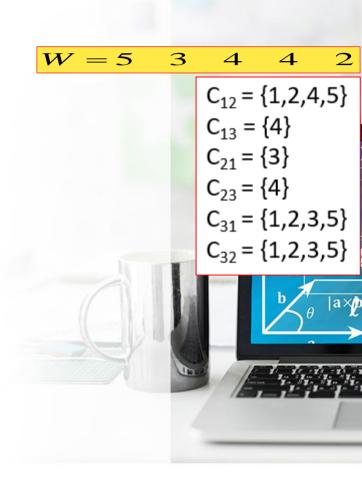
$$C_{21} = w_3 = 4$$

$$C_{23} = w_4 = 4$$

$$C_{31} = w_1 + w_2 + w_3 + w_5 = 5 + 3 + 4 + 2 = 14$$

$$C_{32} = w_1 + w_2 + w_3 + w_5 = 5 + 3 + 4 + 2 = 14$$

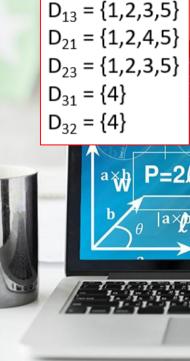
$$C = \begin{bmatrix} - & 14 & 4 \\ 4 & - & 4 \end{bmatrix}$$

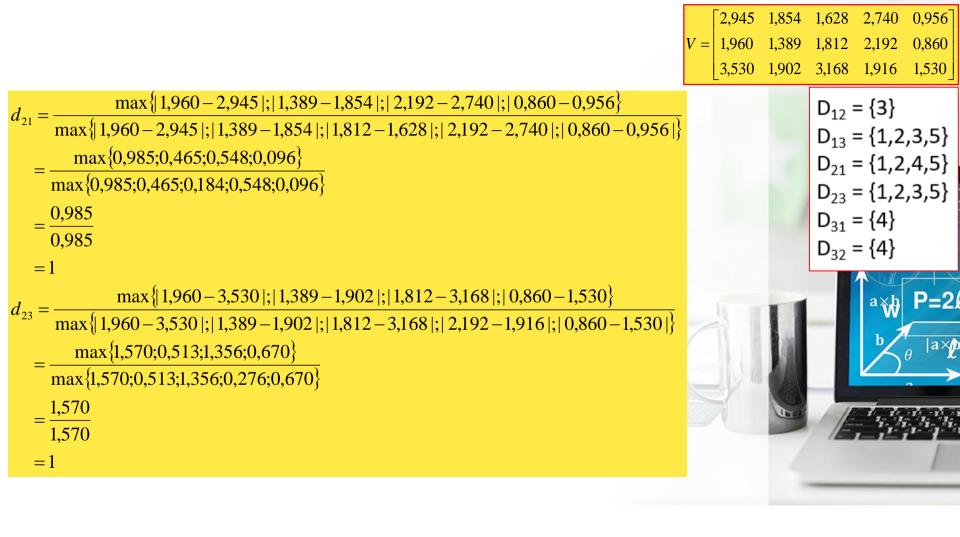


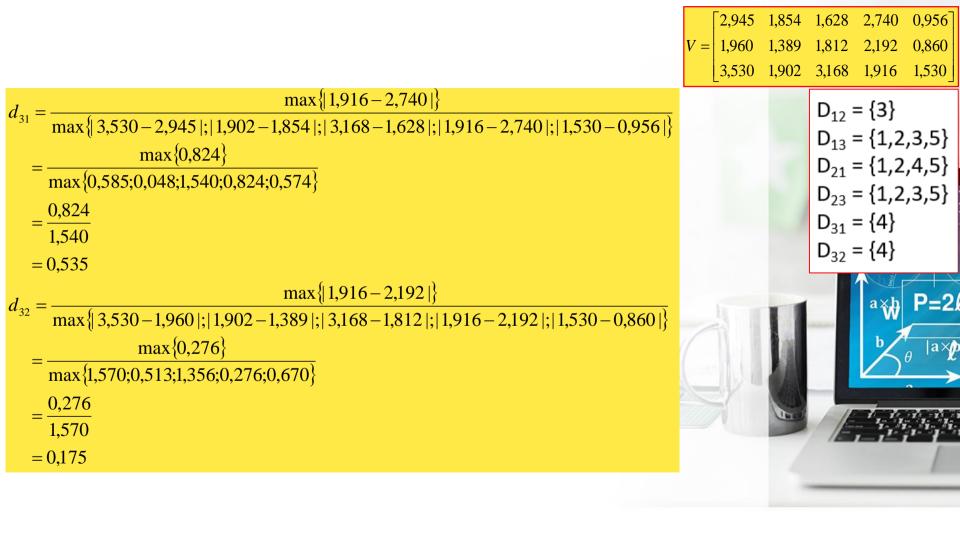
b. Discordance
$$d_{kl} = \frac{\max\{|v_{kj} - v_{lj}|\}_{j \in D_{kl}}}{\max\{|v_{kj} - v_{lj}|\}_{\nabla j}}$$

1,389 1,812 2,192 0,860 3,530 1,902 3,168 1,916 1,530 $\max\{|1,628-1,812|\}$ $D_{12} = \{3\}$

$$\begin{split} d_{12} &= \frac{\max\{0.945 - 1.960 \mid ; \mid 1.854 - 1.389 \mid ; \mid 1.628 - 1.812 \mid ; \mid 2.740 - 2.192 \mid ; \mid 0.956 - 0.860 \mid \}}{\max\{0.985; 0.465; 0.184; 0.548; 0.096\}} \\ &= \frac{\max\{0.184\}}{\max\{0.985; 0.465; 0.184; 0.548; 0.096\}} \\ &= \frac{0.184}{0.985} \\ &= 0.186 \\ d_{13} &= \frac{\max\{0.945 - 3.530 \mid ; \mid 1.854 - 1.902 \mid ; \mid 1.628 - 3.168 \mid ; \mid 0.956 - 1.530\}}{\max\{0.585; 0.048; 1.540; 0.574\}} \\ &= \frac{\max\{0.585; 0.048; 1.540; 0.824; 0.574\}}{\max\{0.585; 0.048; 1.540; 0.824; 0.574\}} \\ &= \frac{1.540}{1.540} \\ &= 1 \end{split}$$



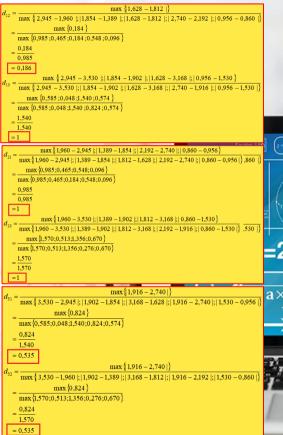




Dari perhitungan di atas diperoleh Matriks discordance

sebagai berikut:

$$D = \begin{bmatrix} - & 0,186 & 1 \\ 1 & - & 1 \\ 0,535 & 0,535 & - \end{bmatrix}$$



- Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.

a. Concordance
$$C_{kl} = \geq \underline{c}$$

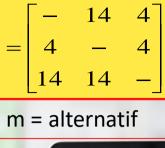
Nilai Threshold (c) adalah:

$$\underline{c} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} c_{kl}}{m(m-1)}$$

$$\underline{c} = \frac{14+4+4+4+14+14}{3(3-1)}$$

$$\underline{c} = \frac{54}{6}$$

$$\underline{c} = 9$$





- 5. Menghitung matriks dominan concordance dan
 - discordance. $f_{ij} = 1$ iik

 $f_{kl} = 1$ jika $c_{kl} \ge \underline{c}$ dan $f_{kl} = 0$ jika $c_{kl} < \underline{c}$

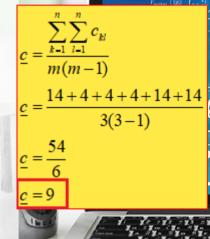
a. Concordance

Sehingga diperoleh matriks sebagai berikut :

$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 1 & - \end{bmatrix}$$



$$C = \begin{vmatrix} - & 14 & 4 \\ 4 & - & 4 \\ 14 & 14 & - \end{vmatrix}$$



Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.

b. Discordance

Nilai Threshold (d) adalah:

$$\underline{d} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} d_{kl}}{m(m-1)}$$

$$\underline{d} = \frac{0,186+1+1+1+0,535+0,535}{3(3-1)}$$

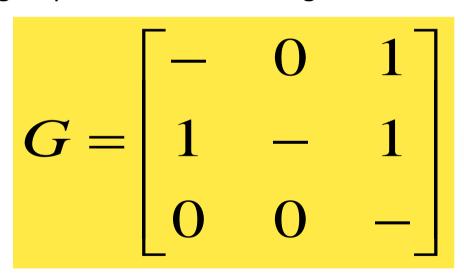
$$\underline{d} = \frac{4,256}{6}$$

$$\underline{d} = 0.709$$



- 5. Menghitung matriks dominan concordance dan discordance.
 - b. Discordance

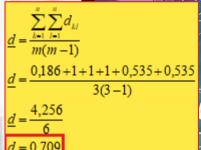
Sehingga diperoleh matriks sebagai berikut:



 $g_{kl} = 1$ jika $d_{kl} \ge \underline{d}$ dan $g_{kl} = 0$ jika $d_{kl} < \underline{d}$



$$D = \begin{bmatrix} - & 0,186 & 1 \\ 1 & - & 1 \\ 0,535 & 0,535 & - \end{bmatrix}$$



6. Menetukan Agregate Dominance Matrix.

$$e_{kl} = f_{kl} \times g_{kl}$$

$$E_{12}=F_{12} \times G_{12} = 1 \times 0 = 0$$

$$E_{13}=F_{13} \times G_{13} = 0 \times 1 = 0$$

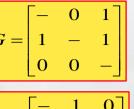
$$E_{21}=F_{21} \times G_{21} = 0 \times 1 = 0$$

$$E_{23}=F_{23} \times G_{23} = 0 \times 1 = 0$$

$$E_{31}=F_{31} \times G_{31} = 1 \times 0 = 0$$

$$E_{32}=F_{32} \times G_{32} = 1 \times 0 = 0$$

$$E = \begin{bmatrix} - & 0 & 0 \\ 0 & - & 0 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$$

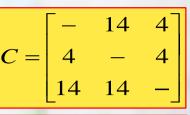


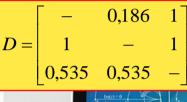
$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 1 & - \end{bmatrix}$$

- 7. Eliminasi alternatif yang less favourable.
 - ✓ Matriks E memberikan urutan pilihan dari setiap alternatif, yaitu bila $E_{kl} = 1$ maka alternatif A_k merupakan alternatif yang lebih baik daripada A_l .
 - ✓ Dari matriks E tidak dapat dilihat nilai $E_{kl} = 1$, artinya belum ada alternatif terpilih.
 - ✓ Selanjutnya melakukan perangkingan menggunakan nilai C_{kl} dan D_{kl}.

✓ Perangkingan berdasarkan data dapat melakukan dengan cara sebagai berikut. Yaitu menggunakan nilai C_{kl} dan D_{kl}:

Alternatif	C_{kl}		D _{kl}	E	Rank
A ₁	14	-	0,186	16 011	2
	4	-	1	16,814	
A ₂	4	-	1	C	3
	4	-	1	6	
A ₃	14	-	0,535	26.02	1
	14	-	0,535	26,93	1





 \square Dari hasil data perangkingan dapat dilihat bahwa alternatif A_3 = Kota Gedhe terpilih sebagai lokasi untuk mendirikan gudang baru.



Soal:

- ☐ Pada bagian marketing di perusahaan teknologi ingin melakukan ekspansi dan mengembangkan pangsa pasar di berbagai daerah. Perangkat teknologi yang dianalisa adalah handphone.
- Ada 3 tipe handphone (HP1, HP2, HP3) yang akan di analisis untuk melihat sejauh mana daya serap konsumen selama ini.



- ☐ Ada 5 kriteria yang dijadikan acuan dalam pengambilan keputusan, yaitu :
 - C1 = Harga
 - C2 = Kamera
 - C3 = Memori
 - C4 = Berat
 - C5 = Keunikan
- ☐ Pengambil keputusan memberikan bobot preferensi sebagai :

W = (5, 4, 3, 4, 2)

☐ Nilai setiap alternatif di setiap kriteria :

Alternatif	Kriteria					
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	
HP ₁	80	70	80	70	90	
HP ₂	80	80	70	70	90	
HP ₃	90	70	80	70	80	

