

# 《数字逻辑》 Digital Logic

## 第一章 数制和编码

北京工业大学软件学院  
王晓懿

# 信息的二进制表示

- ▶ 数值信息 —— 数制及其转换

例如：

$$(156)_{10} = (1001\ 1100)_2$$

- ▶ 其他信息 —— 编码

例如：字符ASCII码

$$'A' : (0100\ 0001)_2$$

# 提纲

## ▶ 数制

- ▶ 二进制、八进制、十六进制
- ▶ 二进制与十进制之间的相互转换
- ▶ 带符号二进制数：原码、反码、补码

## ▶ 编码

- ▶ BCD码
- ▶ 格雷码
- ▶ 字符编码

# 1.1 数制

## ▶ 进位计数制

### ▶ 十进制数

$$(143.75)_{10} = 1 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

## ▶ 一般的进位计数制 $D = d_{p-1}d_{p-2} \dots d_1d_0.d_{-1}d_{-2} \dots d_{-n}$

$$= \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i$$


第*i*位的权 (weight) ; *r* 计数的基数 (radix)

# 二进制

数码为：0、1；

基数是2。运算规律：逢二进一，即：1 + 1 = 10。

二进制数的权展开式： $D = \sum k_i \times 2^i$

$$(101.11)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$
$$= (5.75)_{10}$$


各数位的权是2的幂

# 八进制和十六进制

	基数	数码	特性
八进制	8	0~7	逢八进一
二进制	2	0,1	逢二进一
十六进制	16	0~9,A~F	逢十六进一

- 二进制与八进制和十六进制之间的转换

$$\begin{aligned}100011001001_2 &= (4311)_8 \\ &= (8C9)_{16}\end{aligned}$$

# 数制的选择

- ▶ 选择什么数制来表示信息，对数字系统的成本和性能影响很大。

若在数字电路中采用十进制必须要有十个电路状态与十个计数码相对应。将在技术上带来许多困难，很不经济。

- ▶ 常用十六进制便于阅读

0xFFFFFFFF

# 常用按位计数制的转换

▶ 任意进制数  $\Rightarrow$  十进制数

▶ 方法：利用位权展开

$$\text{例：} (101.01)_2 = (5.25)_{10}$$

$$(7F.8)_{16} = (127.5)_{10}$$



# 常用按位计数制的转换

## ▶ 十进制 $\Rightarrow$ 其它进制

### ▶ 方法：基数乘法

整数部分：除  $r$  取余，逆序排列

小数部分：乘  $r$  取整，顺序排列

$$\text{例：} (44.375)_{10} = ( ? )_2$$

## 整数部分:

基数连除,

取余数自下而上.

## 小数部分:

基数连乘,

取整数自上而下.

2	44	余数	低位
2	22	.....	0= $K_0$
2	11	.....	0= $K_1$
2	5	.....	1= $K_2$
2	2	.....	1= $K_3$
2	1	.....	0= $K_4$
	0	.....	1= $K_5$
			高位

0.375			
× 2	整数	高位	
0.750	.....	0= $K_{-1}$	
0.750			
× 2			
1.500	.....	1= $K_{-2}$	
0.500			
× 2			
1.000	.....	1= $K_{-3}$	低位

所以:  $(44.375)_{10} = (101100.011)_2$

# 常用按位计数制的转换

例：要求  $\varepsilon < 10^{-2}$ ，完成下面转换

$$(617.28)_{10} = (10\ 0110\ 1001.0100\ 011)_{2}$$

$$2^{-n} \leq \varepsilon < 10^{-2} \quad \rightarrow n = 7$$

思考：

1. 二-十六，二-八进制如何转换？（自学）
2. 任意两种进位计数制之间的转换

以十进制（二进制）作为桥梁

## 1.2 编码：带符号二进制数的编码

### ▶ 符号—数值表示法（原码）

- ▶ 最高有效位表示符号位（0 = 正，1 = 负）
- ▶ 零有两种表示（+0、-0）
- ▶ n位二进制表示范围： $-(2^{n-1} - 1) \sim +(2^{n-1} - 1)$
- ▶ 原码表示法简单易懂，但是进行异号原码加法时，先要判断大小，从大数中减去小数，并且判断结果的符号位。

## ▶ 二进制反码表示法

- ▶ 负数的反码符号位不变，其余在原码基础上按位取反

## ▶ 二进制补码表示法

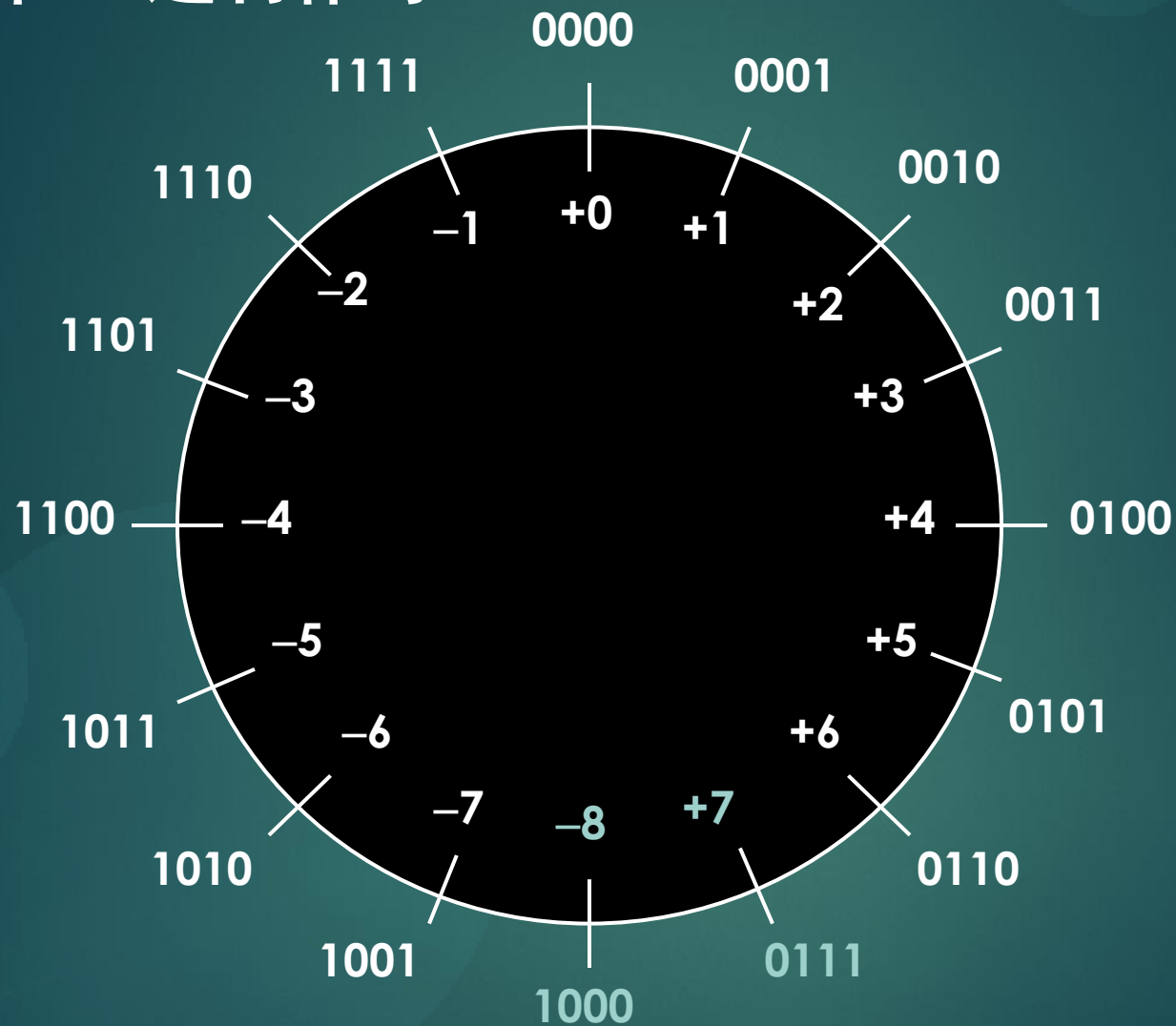
- ▶  $n$ 位二进制表示范围： $-2^{n-1} \sim + (2^{n-1} - 1)$
- ▶ 零只有一种表示
- ▶ 二进制补码的求取：反码 + 1
- ▶ 符号位扩展

正数的原码、反码、补码相同

$$[[D]_{\text{反}}]_{\text{反}} = D$$

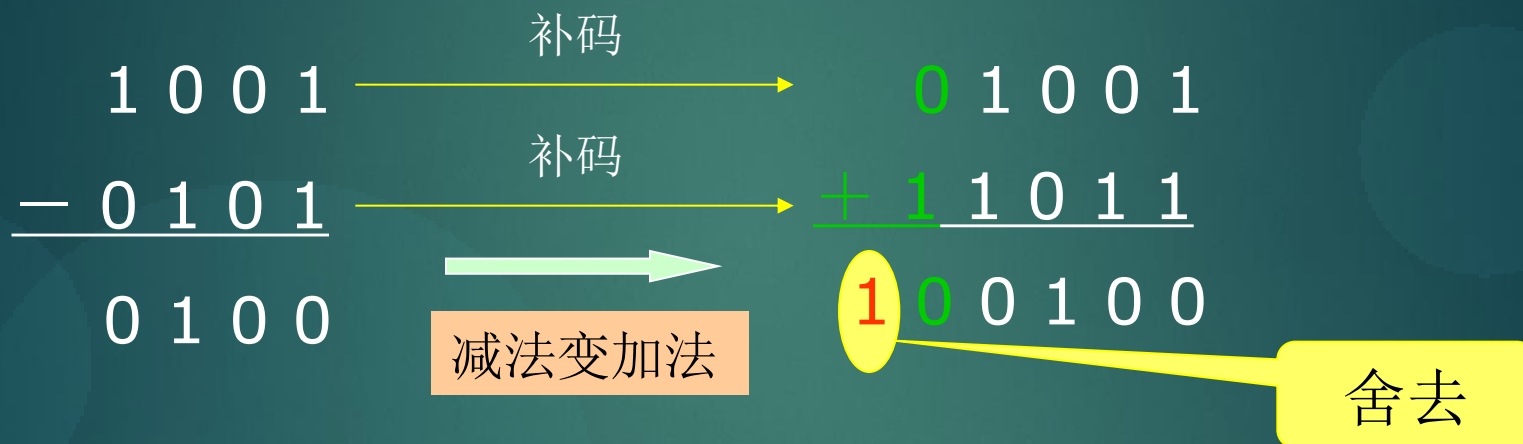
$$[[D]_{\text{补}}]_{\text{补}} = D$$

# 4位二进制补码



# 利用二进制补码进行运算

计算 $(1001)_2 - (0101)_2$



二进制加、减、乘、除都可以用加法运算来实现。

例：写出下面二进制数的符号-数值码、补码

$(-1101)_2$

5位二进制表示：

原码	反码	补码
1 1101	1 0010	1 0011

8位二进制表示：

原码	反码	补码
1111 1101	1111 0010	1111 0011



# 常用编码：数字和字符

## ▶ 十进制数字的二进制编码（BCD码）

- ▶ 用途：如何表示数字组成信息？

例如 显示时间数码管 08:00，输入门牌号的开关 001。

- ▶ 如何用 4位二进制码 表示 1位十进制码？

—— BCD码 (binary coded decimal)

- ▶ 用四位自然二进制码中的前十个码字来表示十进制数码，因各位的权值依次为8、4、2、1，故称8421 BCD码。

# 十进制数的二进制编码

- ▶ 8421码
  - ▶ 2421码
  - ▶ 余三码
- 加权码** weighted code
- 自反码** self-complement code

请大家参考学习课本上表1-2

# 格雷码 ( Gray code )

十进制数

4位循环码

0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101
10	1111
11	1110
12	1010
13	1011
14	1001
15	1000

特点:

- ▶ 1. 每一位的状态变化都按一定的顺序循环。
- ▶ 2. 编码顺序依次变化，按表中顺序变化时，相邻代码只有一位改变状态。

▶ 应用:

减少过渡噪声

减少功耗

# 字符编码

- ▶ ASCII码

美国标准信息交换码，是一种7位二进制代码，共有128种状态，分别代表128种字符

- ▶ 中文编码

- ▶ GB2312, GBK, BIG5

- ▶ Unicode编码

- ▶ UTF8