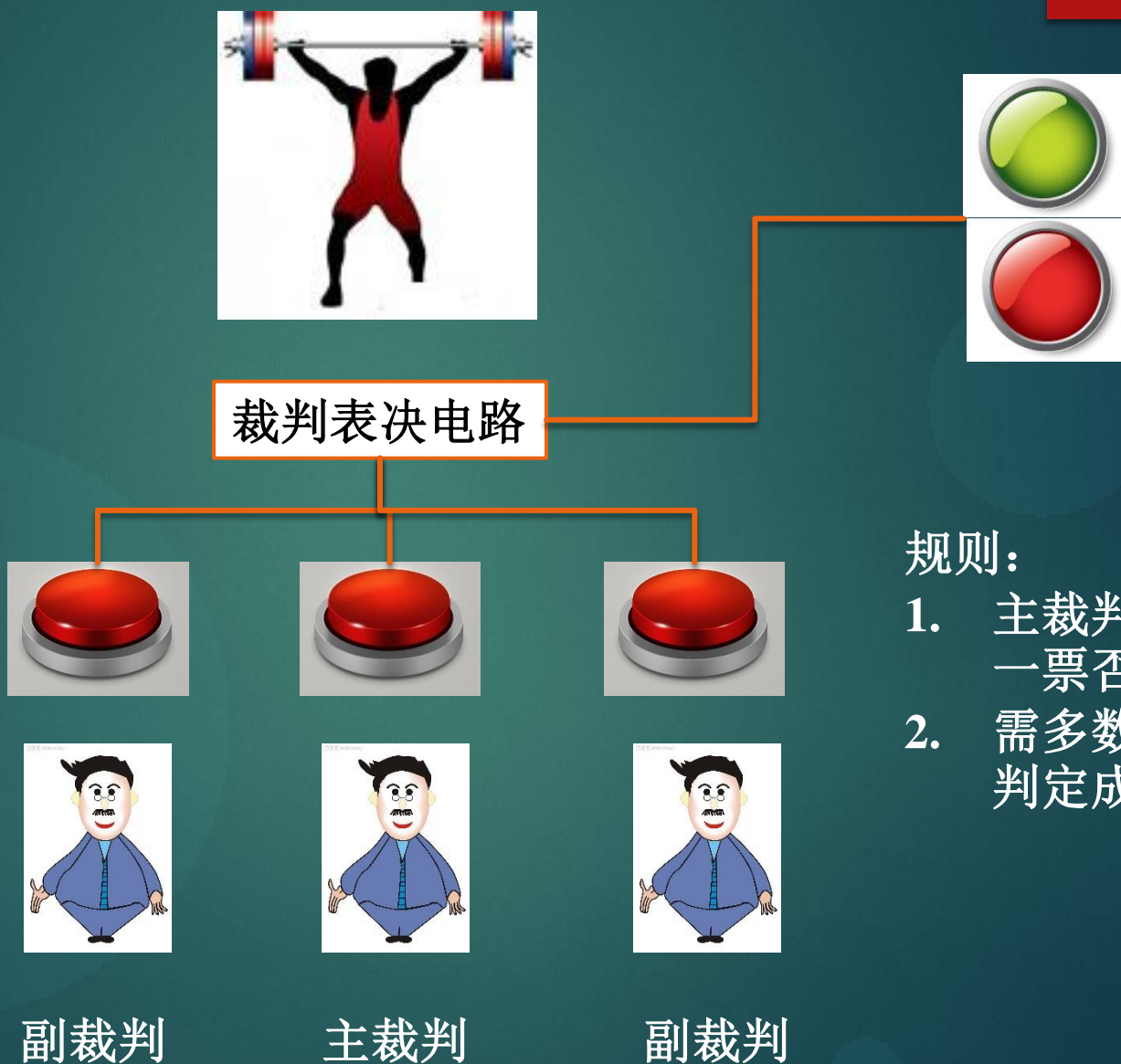


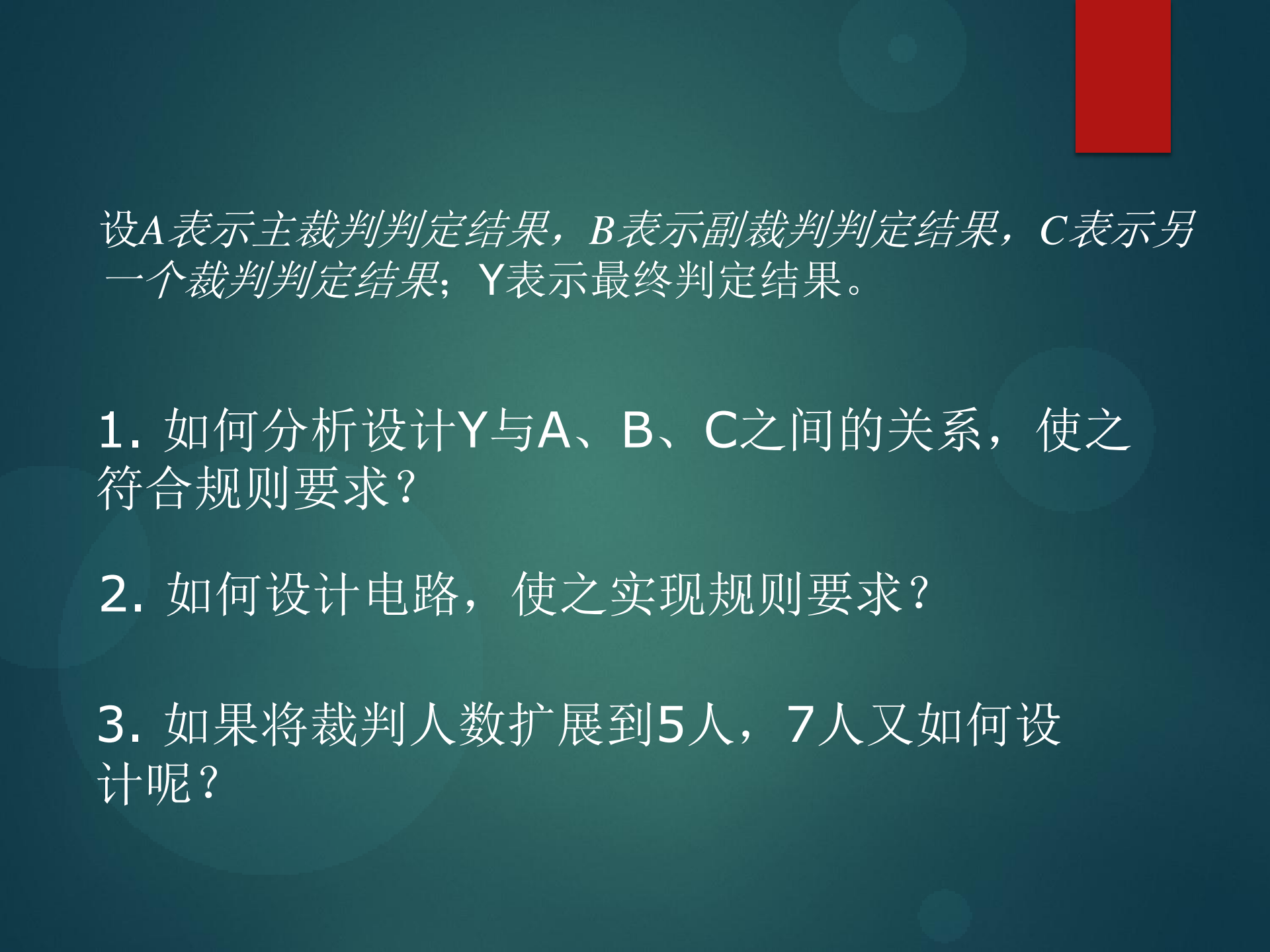
《数字逻辑》 Digital Logic

第二章 逻辑代数基础

北京工业大学软件学院
王晓懿

一个逻辑问题：举重裁判电路





设 A 表示主裁判判定结果， B 表示副裁判判定结果， C 表示另一个裁判判定结果； Y 表示最终判定结果。

1. 如何分析设计 Y 与 A 、 B 、 C 之间的关系，使之符合规则要求？
2. 如何设计电路，使之实现规则要求？
3. 如果将裁判人数扩展到5人，7人又如何设计呢？

逻辑代数概述

在数字电路中，主要研究的是电路的输入输出之间的逻辑关系，因此数字电路又称逻辑电路，其研究工具是逻辑代数（布尔代数或开关代数）。

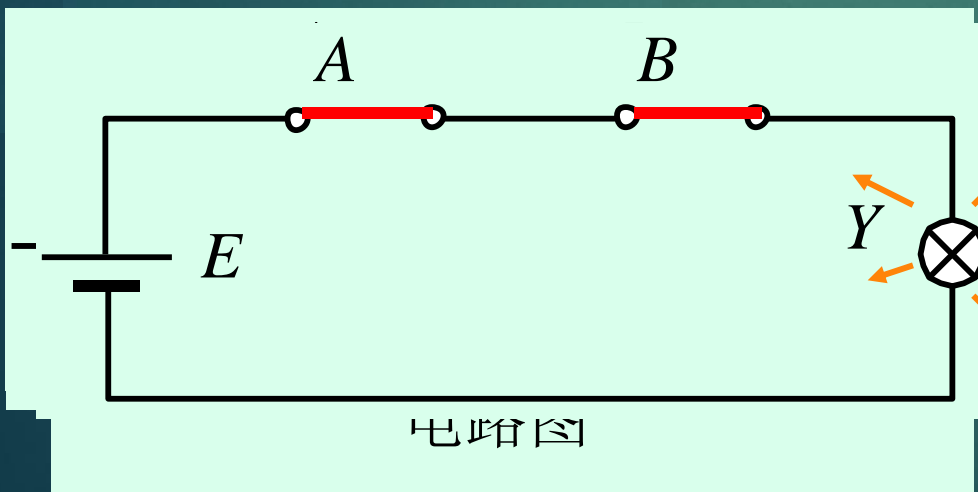
逻辑变量：用字母表示，取值只有0和1。
此时，0和1不再表示数量的大小，
只代表两种不同的状态。

逻辑代数中的三种基本运算

一、与逻辑（与运算）

与逻辑：仅当决定事件（Y）发生的所有条件（A，B，C，...）均满足时，事件（Y）才能发生。表达式为： $Y = A B C \dots$

例：开关A，B串联控制灯泡Y



A、B都断开，灯不亮。
A接通、B断开，灯不亮。
A断开、B接通，灯不亮。

将开关接通记作1，断开记作0；灯亮记作1，灯灭记作0。可以作出如下表格来描述与逻辑关系：

功能表

开关 A	开关 B	灯 Y
断开	断开	灭
断开	闭合	灭
闭合	断开	灭
闭合	闭合	亮

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

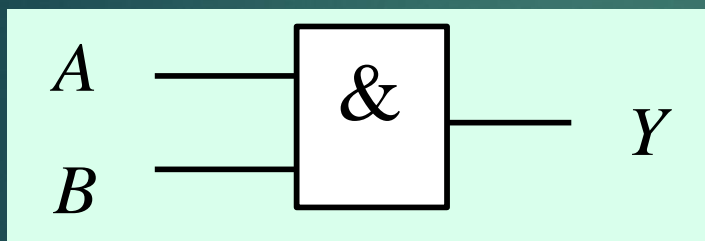
真值表

两个开关均接通时，灯才会亮。逻辑表达式为：

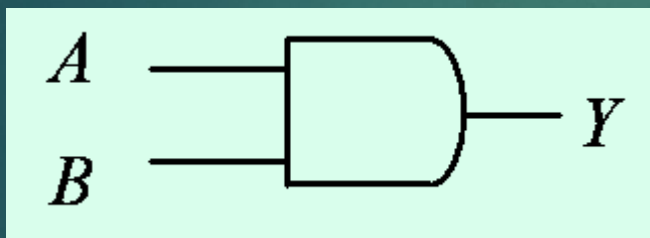
$$Y = A \cdot B$$

实现与逻辑的电路称为与门。

与门的逻辑符号：



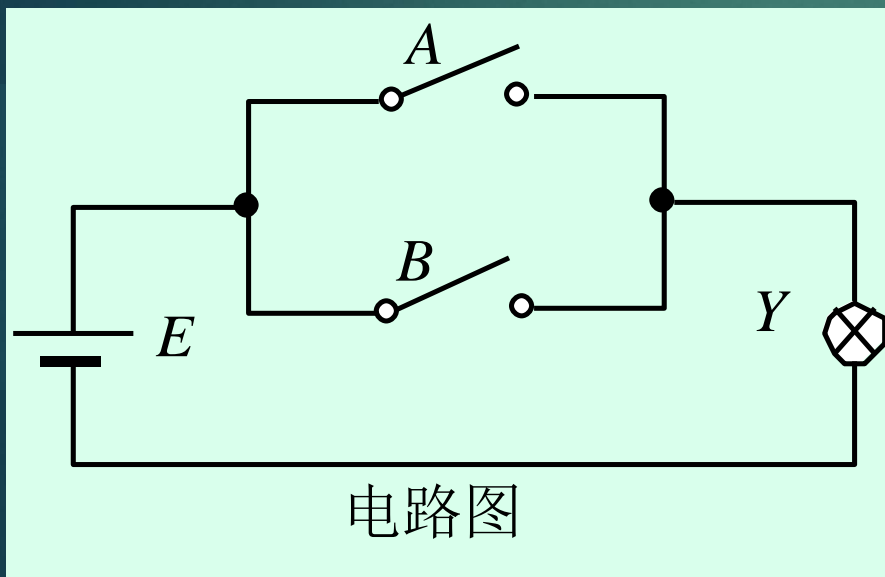
$$Y = A \cdot B$$



二、或逻辑（或运算）

或逻辑：当决定事件（Y）发生的各种条件A，B，C，...中，只要有一个或多个条件具备，事件（Y）就发生。表达式为： $Y = A + B + C + \dots$

真值表



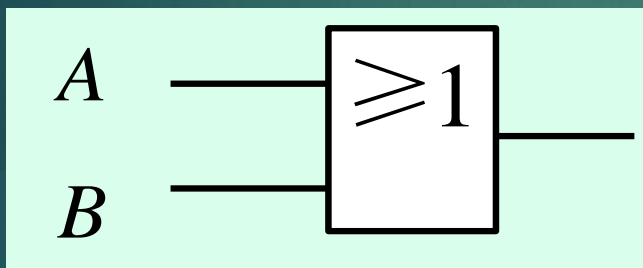
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

两个开关只要有一个接通，灯就会亮。逻辑表达式为：

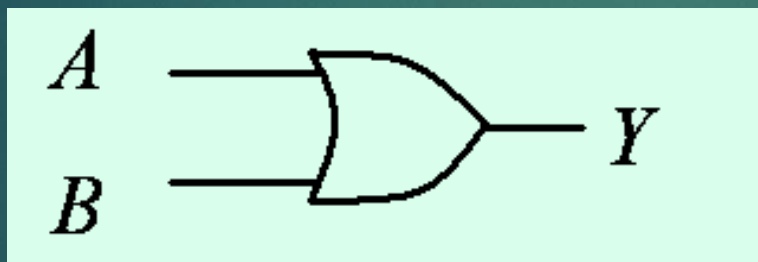
$$Y = A + B$$

实现或逻辑的电路称为或门。

或门的逻辑符号：



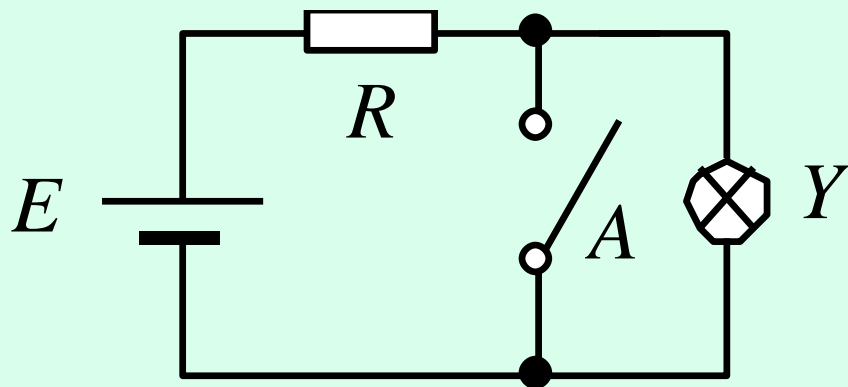
$$Y=A+B$$



三、非逻辑（非运算）

非逻辑：指的是逻辑的否定。当决定事件（Y）发生的条件（A）满足时，事件不发生；条件不满足，事件反而发生。表达式为： $Y = \bar{A}$ 或 $Y = A'$

真值表

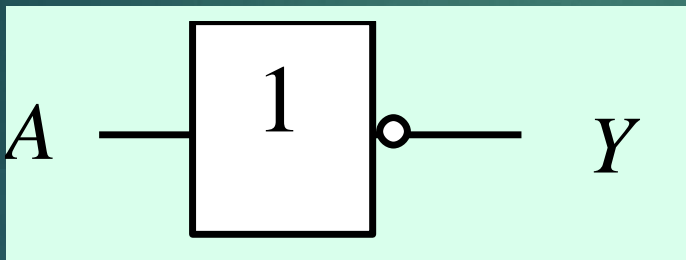


电路图

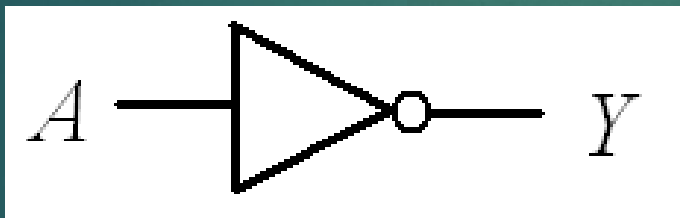
A	Y
0	1
1	0

实现非逻辑的电路称为**非门**。

非门的逻辑符号：



$$Y = A'$$



逻辑函数及其表示方法

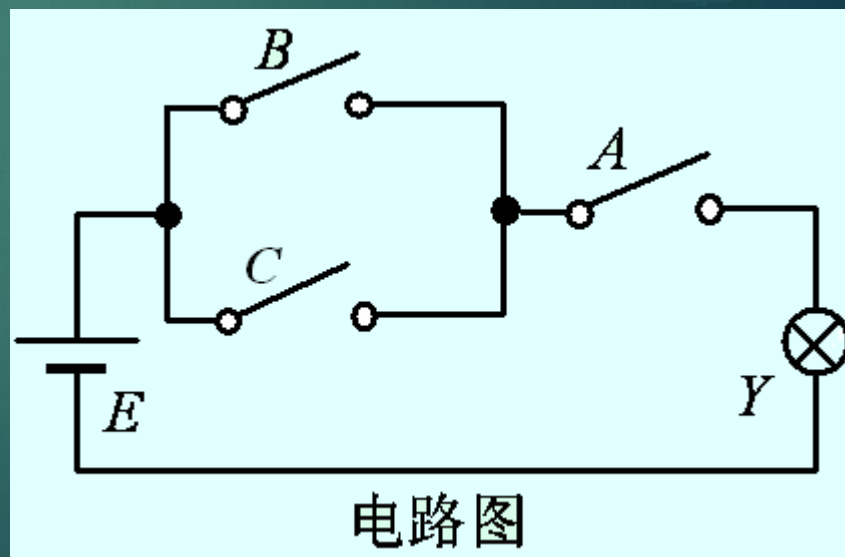
一、逻辑函数

如果以逻辑变量作为输入，以运算结果作为输出，当输入变量的取值确定之后，输出的取值便随之而定。输出与输入之间的函数关系称为逻辑函数。 $Y=F(A,B,C,\dots)$

二、逻辑函数表示方法

常用逻辑函数的表示方法有：逻辑真值表（真值表）、逻辑函数式（逻辑式或函数式）、逻辑图、波形图、卡诺图及硬件描述语言。它们之间可以相互转换。

举重裁判电路



设 A 、 B 、 C 为1表示开关闭合，0表示开关断开；

Y 为1表示灯亮，为0表示灯暗。得到逻辑函数的各种表示形式：

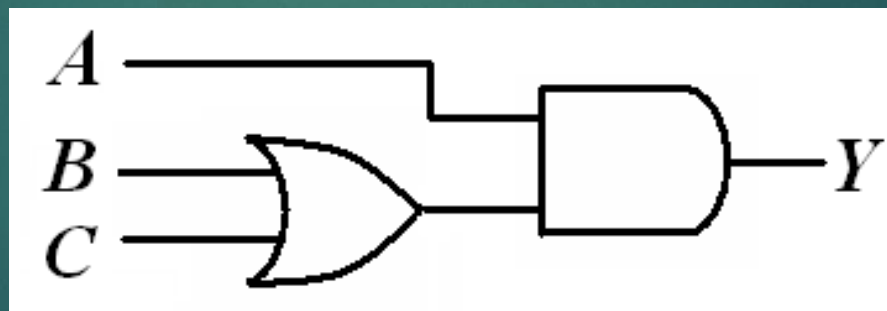
真值表

输 入			输 出
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

函数式

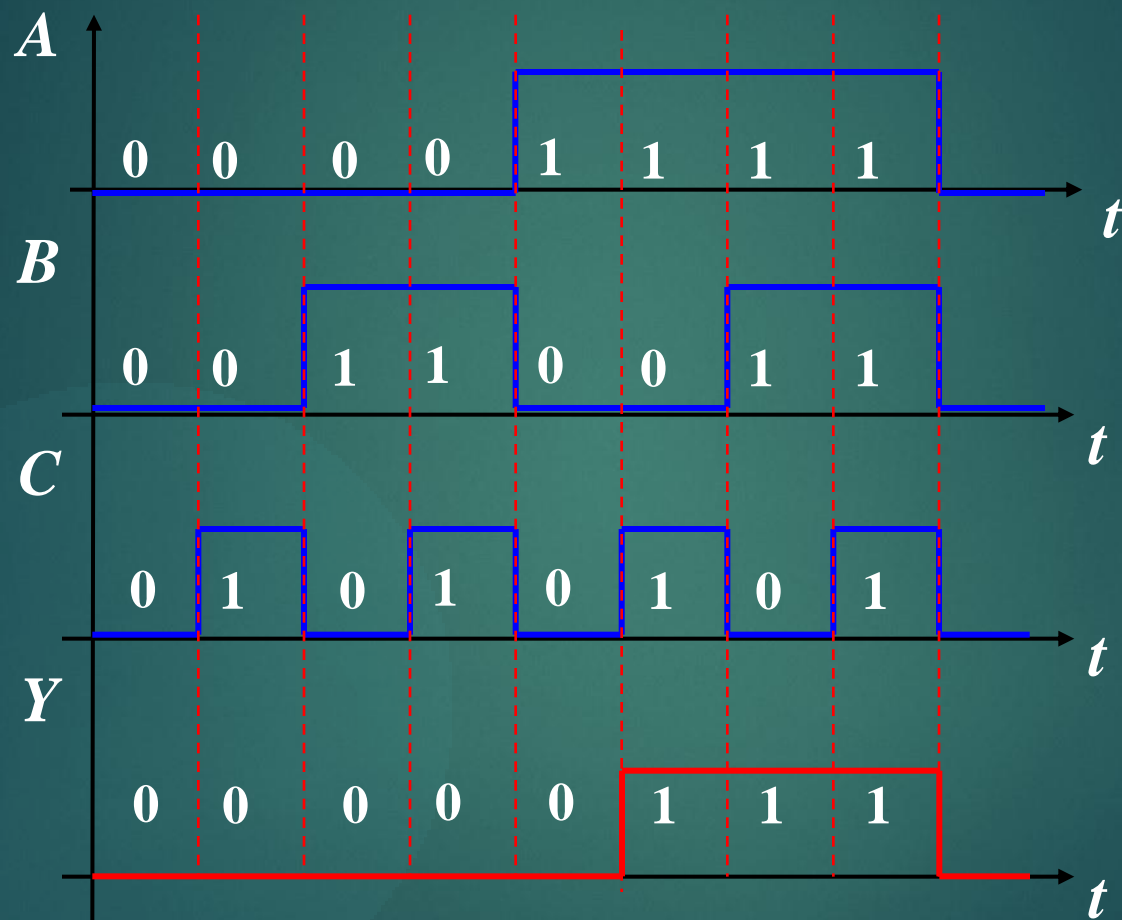
$$\begin{aligned} Y &= A(B + C) \\ &= AB'C + ABC' + ABC \end{aligned}$$

逻辑图



波形图

$$Y = A(B + C)$$



真值表：将输入、输出的所有可能状态一一对应地列出。

A	Y
0	1
1	0

一输入变量，二种组合

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

二输入变量，四种组合

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

三输入变量，八种组合

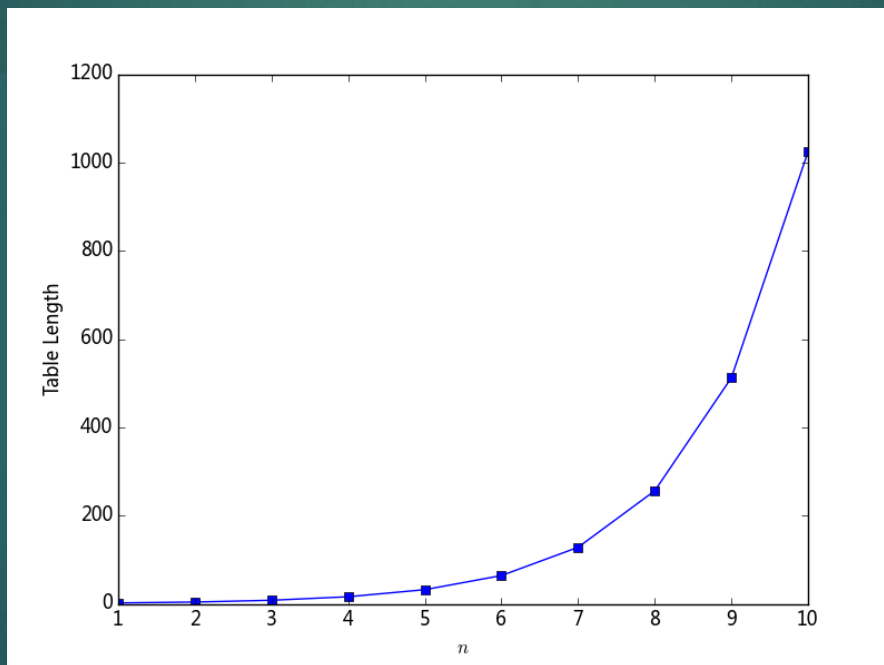
A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

A	B	C	D	Y
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

四输入变量，16种组合

真值表的特点

- ▶ 思路直接，表达直观
- ▶ 真值表的长度随逻辑变量个数增多迅速增加
n个输入变量的真值表的行数为 2^n



逻辑函数式

把逻辑函数的输入、输出关系写成与、或、非等逻辑运算的组合式，即逻辑代数式，又称为逻辑函数式，通常采用“与或”的形式。

比如：

$$Y = AB'C + ABC' + ABC$$

逻辑函数式的特点

优点:

▶ 可以较为简洁

$$Y = A(B + C)$$

▶ 易于变量替换（代入定理）

缺点:

▶ 表达式不唯一

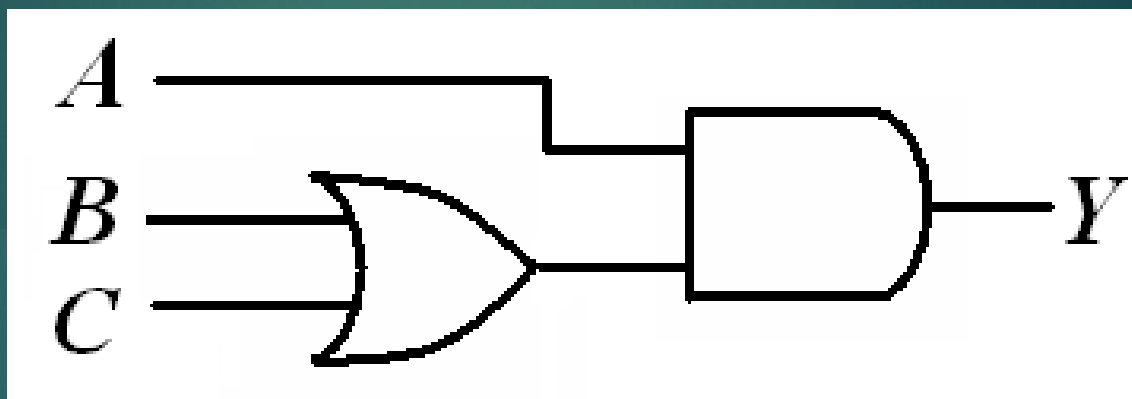
▶ 较为抽象，难于直接得到

$$Y = A(B + C)$$

$$= AB'C + ABC' + ABC$$

逻辑图:

把相应的逻辑关系用逻辑符号和连线表示出来。



$$Y = A(B + C)$$

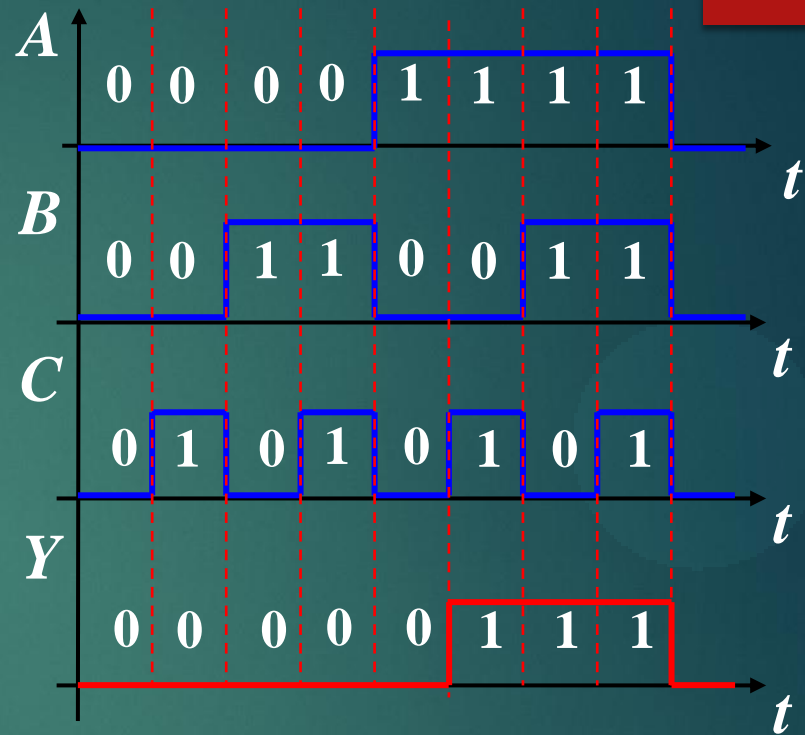
特点:

直接对应于逻辑门电路实现

逻辑表达较为繁琐，用于分析设计逻辑较为不便

波形图:

真值表的“改头换面”？

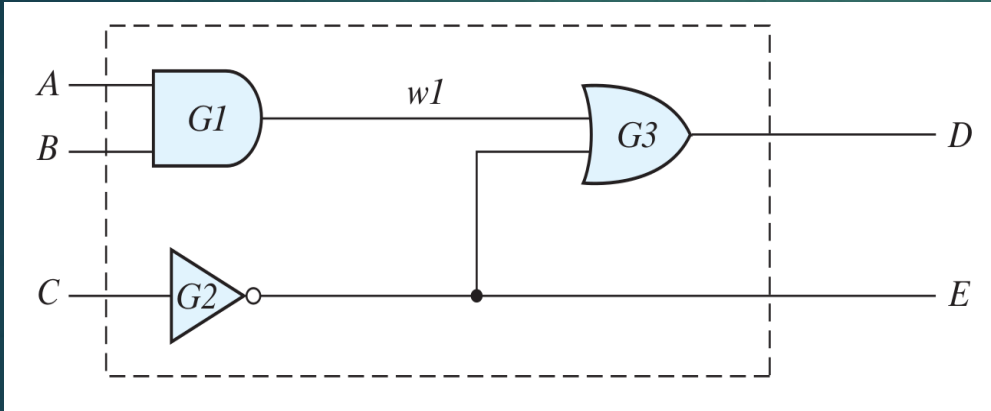


特点:

体现了逻辑变量的电信号表示。

对于分析“不完美”的电信号所导致问题非常有用。

硬件描述语言（HDL）：



```
module Simple_Circuit (A, B, C, D, E);  
  output      D, E;  
  input       A, B, C;  
  wire        w1;  
  
  and         G1 (w1, A, B); // Optional gate instance name  
  not         G2 (E, C);  
  or          G3 (D, w1, E);  
endmodule
```


几种表示方法之间的相互转换

1、真值表→逻辑函数式

方法: 将真值表中为1的项相加, 写成“与或式”。

$$Y = A'BC + AB'C + ABC'$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

2、逻辑式→真值表

方法:将输入变量取值的所有组合状态逐一带入逻辑式求函数值,列成表即得真值表。

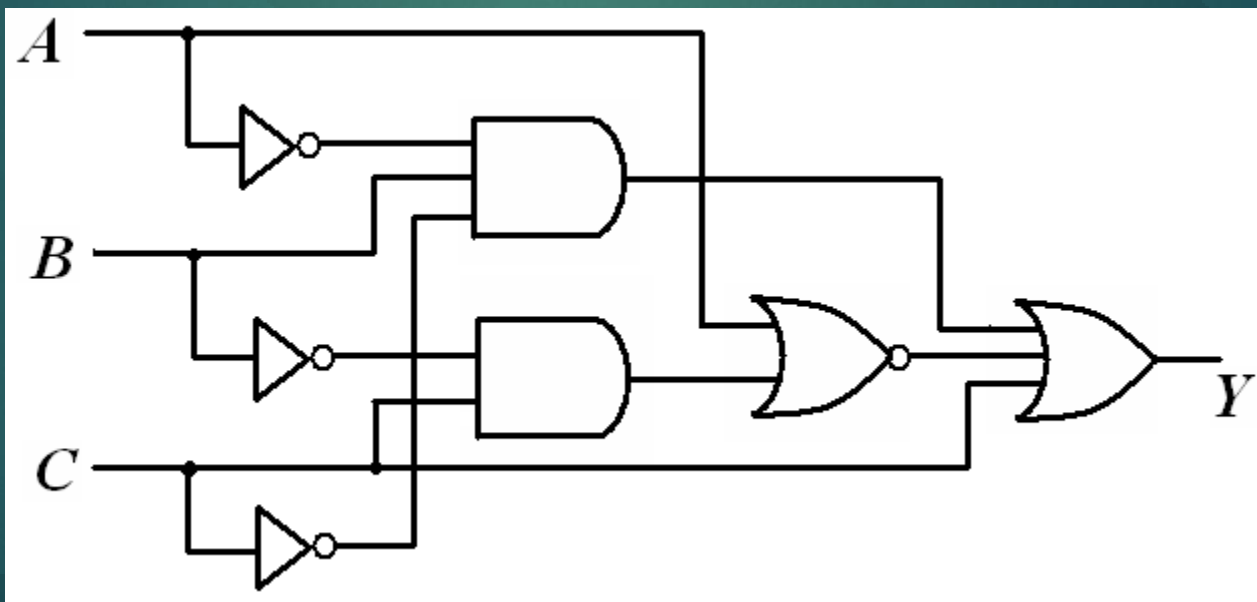
$$Y = A + B'C + A'BC'$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

3、逻辑式→逻辑图

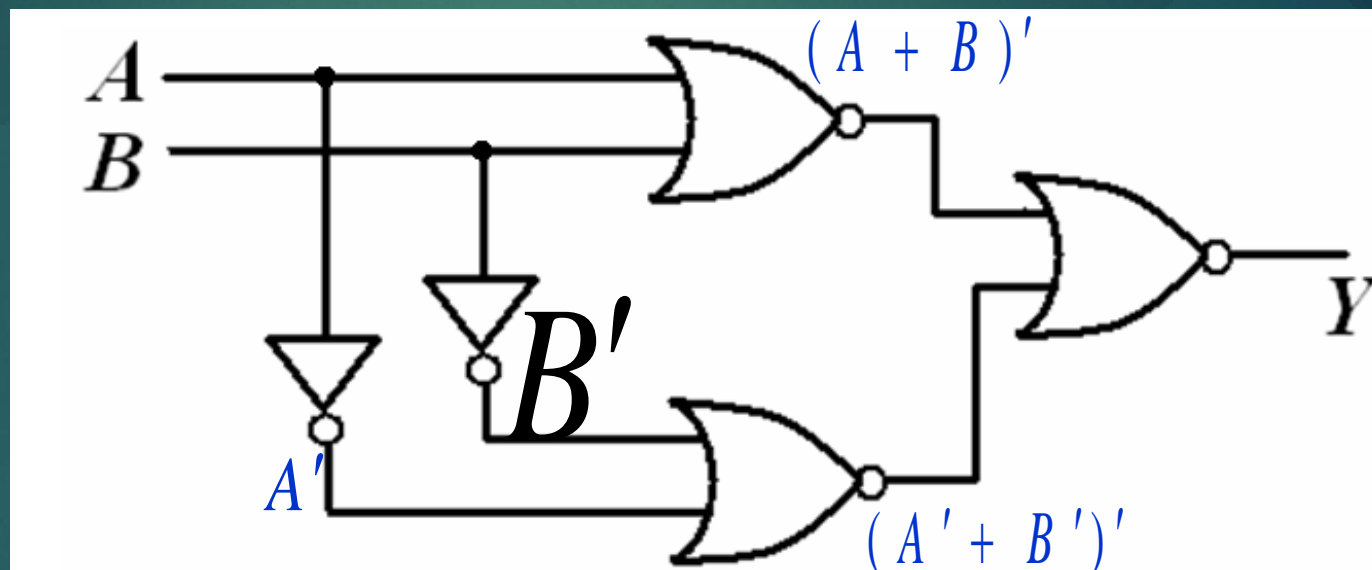
方法:用图形符号代替逻辑式中的运算符号,就可以画出逻辑图.

$$Y = (A + B'C)' + A'BC' + C$$



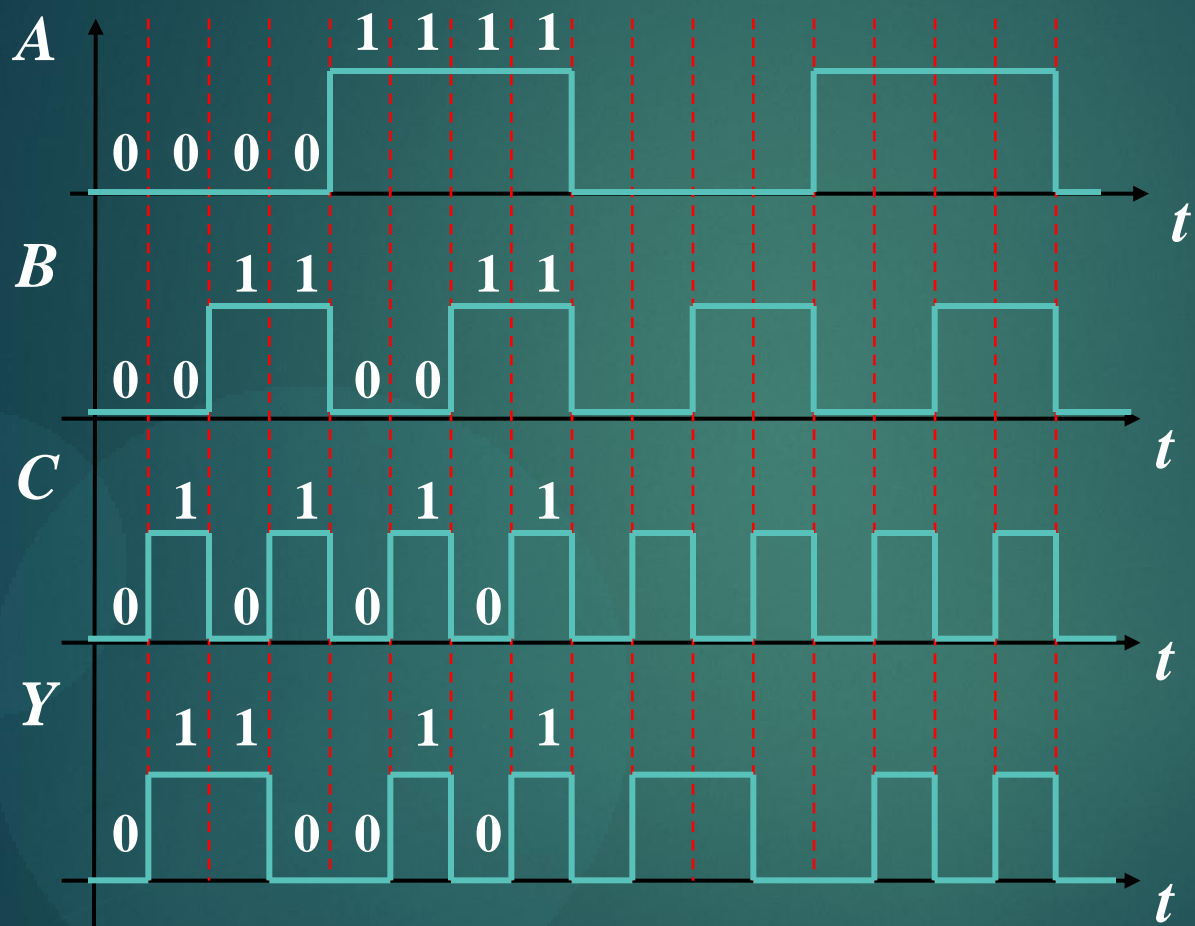
4、逻辑图→逻辑式

方法:从输入端到输出端逐级写出每个图形符号对应的逻辑式, 即得到对应的逻辑函数式.



$$Y = ((A+B)' + (A'+B')')' = (A+B)(A'+B') = AB' + A'B$$

5、波形图→真值表



A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

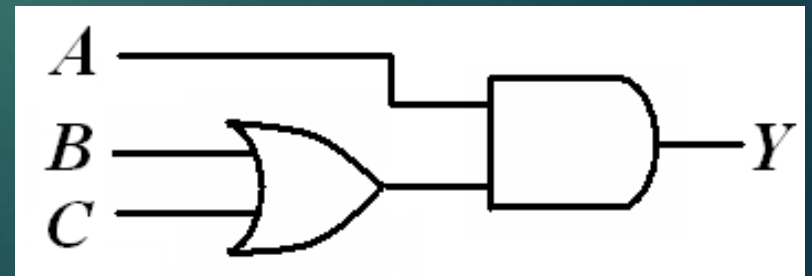
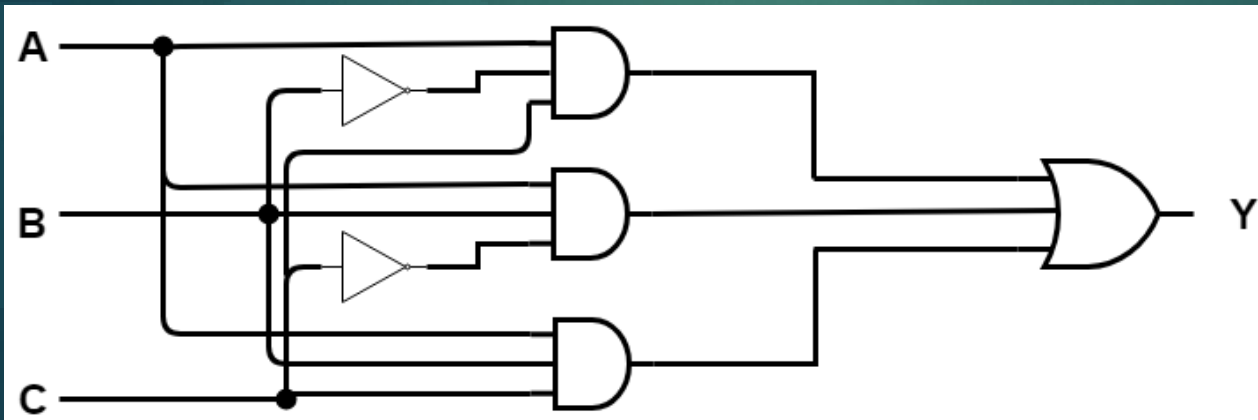
逻辑函数化简

举重裁判电路：

$$Y = AB'C + ABC' + ABC$$

$$Y = A(B + C)$$

为什么要化简逻辑函数？



公式法化简逻辑函数

逻辑函数化简的目的: 省器件! 用最少的门实现相同的逻辑功能, 每个门的输入也最少。

主要掌握与或表达式的化简:

- (1) 乘积的个数最少(用门电路实现, 所用与门的个数最少)
- (2) 在满足(1)的条件下, 乘积项中的变量最少(与门的输入端最少)

最简的目标不同, 达到的效果也不同。如果功耗最小或者可靠性最高是目标, 化简的结果完全不同!

逻辑代数的基本公式和定律

一、基本公式

1. 常量之间的关系

与运算： $0 \cdot 0 = 0$ $0 \cdot 1 = 0$ $1 \cdot 0 = 0$ $1 \cdot 1 = 1$

或运算： $0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1$ $1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 1$

非运算： $\bar{1} = 0$ $\bar{0} = 1$

请特别注意与普通代数不同之处

2.基本公式

$$0-1 \text{ 律: } \begin{cases} A + 0 = A \\ A \cdot 1 = A \end{cases} \quad \begin{cases} A + 1 = 1 \\ A \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

$$\text{互补律: } A + \bar{A} = 1 \quad A \cdot \bar{A} = 0$$

$$\text{重叠律: } A + A = A \quad A \cdot A = A$$

$$\text{还原律 (双重否定律): } \bar{\bar{A}} = A$$

分别令 $A=0$ 及 $A=1$ 代入这些公式，即可证明它们的正确性。

亦称 非非律

3.基本定理

交换律:
$$\begin{cases} A \cdot B = B \cdot A \\ A + B = B + A \end{cases}$$

结合律:
$$\begin{cases} (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) \\ (A + B) + C = A + (B + C) \end{cases}$$

分配律:
$$\begin{cases} A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \\ A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C) \end{cases}$$

反演律 (摩根定律):
$$\begin{cases} \overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B} \\ \overline{(A + B)} = \bar{A} \cdot \bar{B} \end{cases}$$

利用真值表很容易证明这些公式的正确性。
如证明 $A \cdot B = B \cdot A$:

A	B	AB	BA
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

二、常用公式

$$1. A + \textcolor{red}{AB} = A$$

$$2. A + \textcolor{red}{\overline{A}B} = A + B \qquad A(\textcolor{red}{\overline{A}} + B) = \textcolor{red}{AB}$$

$$\overline{A} + \textcolor{red}{\overline{A}B} = \overline{A} + B \qquad \overline{A}(\textcolor{red}{\overline{A}} + B) = \overline{A}B$$

注：红色变量被吸收掉！统称 吸收律

冗余定律或多余项定理的其他形式

$$(A+B)(\bar{A}+C)(\mathbf{B+C}) = (A+B)(\bar{A}+C)$$

$$(A+B)(\bar{A}+C)(\mathbf{B+C+D}) = (A+B)(\bar{A}+C)$$

同理：此多余项可以
扩展成其他形式

逻辑代数的基本定理

一、代入定理

任何一个含有变量A的等式，如果将所有出现A的位置都用同一个逻辑函数代替，则等式仍然成立。这个规则称为代入定理。

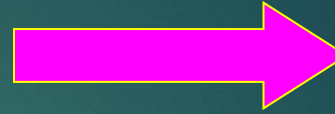
例如，已知等式 $\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B}$ ，用函数 $Y=BC$ 代替等式中的 B ，根据代入定理，等式仍然成立，即有：

$$\overline{(A \cdot (B \cdot C))} = \bar{A} + \overline{(B \cdot C)} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

二、反演定理

对于任何一个逻辑表达式 Y ，如果将表达式中的所有“ \cdot ”换成“ $+$ ”，“ $+$ ”换成“ \cdot ”，“ 0 ”换成“ 1 ”，“ 1 ”换成“ 0 ”，原变量换成反变量，反变量换成原变量，那么所得到的表达式就是函数 Y 的反函数 \bar{Y} （或称补函数）。这个规则称为反演定理。

$$Y = A(B + C) + CD$$



$$\bar{Y} = (\bar{A} + \bar{B}\bar{C})(\bar{C} + \bar{D})$$

$$Y = \overline{\overline{((\bar{A}\bar{B} + C) + D)} + C}$$



$$\bar{Y} = \overline{\overline{(((\bar{A} + B)\bar{C})\bar{D})}} \cdot \bar{C}$$

应用反演定理应注意两点：

- 1、保持原来的运算优先顺序，即如果在原函数表达式中， AB 之间先运算，再和其它变量进行运算，那么非函数的表达式中，仍然是 AB 之间先运算。
- 2、不属于单个变量上的反号应保留不变。

三、对偶定理

对于任何一个逻辑表达式 Y ，如果将表达式中的所有“ \cdot ”换成“ $+$ ”，“ $+$ ”换成“ \cdot ”，“ 0 ”换成“ 1 ”，“ 1 ”换成“ 0 ”，而变量保持不变，则可得到的一个新的函数表达式 Y^D ， Y^D 称为 Y 的对偶式。

对偶定理：如果两个逻辑式相等，则它们的对偶式也相等。

利用对偶规则,可以使要证明及要记忆的公式数目减少一半。

$$Y = A(B + C)$$



$$Y^D = A + B \cdot C$$

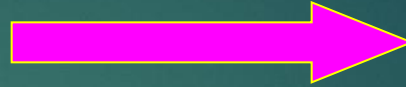
$$Y = \overline{(AB + CD)}$$



$$Y^D = \overline{((A + B) \cdot (C + D))}$$

(2) 式

$$1 \cdot A = A$$



(12) 式

$$0 + A = A$$

$$A(B + C) = AB + AC$$



$$A + BC = (A + B)(A + C)$$

逻辑函数的标准形式

逻辑函数可以表示为最小项之和的形式（与或表达式）或者最大项之积的形式（或与表达式）

应用最多的是最小项之和的形式，也叫最小项标准式。

最小项也是卡诺图化简的基础。

最小项(MinTerm)

逻辑函数有n个变量，由它们组成的具有n个变量的乘积项中，每个变量以原变量或反变量的形式出现且仅出现一次，这个乘积项为最小项。N个变量有 2^n 个最小项。

例如：n=3，对A、B、C，有8个最小项

$$\begin{array}{cccc} \overline{A}\overline{B}\overline{C} & \overline{A}\overline{B}C & \overline{A}B\overline{C} & \overline{A}BC \\ \overline{A}B\overline{C} & \overline{A}BC & A\overline{B}\overline{C} & A\overline{B}C \\ A\overline{B}\overline{C} & A\overline{B}C & AB\overline{C} & ABC \end{array}$$

最小项(续)

- ▶ 对任意最小项，只有一组变量取值使它的值为1，其他取值使该最小项为0
 - ▶ 为方便起见，将最小项表示为 m_i
- n=3的8个最小项为：

$$\begin{array}{llll} m_0 = \overline{A}\overline{B}\overline{C} & m_1 = A\overline{B}\overline{C} & m_2 = \overline{A}B\overline{C} & m_3 = AB\overline{C} \\ m_4 = \overline{A}B\overline{C} & m_5 = A\overline{B}C & m_6 = \overline{A}BC & m_7 = ABC \end{array}$$

最小项(续)

- ▶ 任何逻辑函数均可表示为唯一的一组最小项之和的形式，称为标准的与或表达式
- ▶ 某一最小项不是包含在F的原函数中，就是包含在F的反函数中

- ▶ 例：
$$\begin{aligned} F &= \overline{A}B + BC + A\overline{B}\overline{C} \\ &= \overline{A}B(C + \overline{C}) + (A + \overline{A})BC + A\overline{B}\overline{C} \\ &= \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + ABC + A\overline{B}\overline{C} \\ &= m_6 + m_2 + m_7 + m_1 \\ &= \sum m^3(1,2,6,7) \end{aligned}$$

最大项(MaxTerm)

- ▶ n 个变量组成的或项，每个变量以原变量或反变量的形式出现且仅出现一次，则称这个或项为最大项

例如： $n=3$ 的最大项为

$$M_0 = A + B + C \quad M_1 = \bar{A} + B + C$$

$$M_2 = A + \bar{B} + C \quad M_3 = \bar{A} + \bar{B} + C$$

$$M_4 = A + B + \bar{C} \quad M_5 = \bar{A} + B + \bar{C}$$

$$M_6 = A + \bar{B} + \bar{C} \quad M_7 = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

最大项(续)

- ▶ 对任意一个最大项，只有一组变量取值使它的值为0，而变量的其他取值使该项为1
- ▶ 将最大项记作 M_i
- ▶ 任何一个逻辑函数均可表示为唯一的一组最大项之积，称为标准的或与表达式
- ▶ n 个变量全体最大项之积必为“0”
- ▶ 某个最大项不是含在 F 的原函数中，就是在 F 的反函数中

最大项(续)

例如:

$$\begin{aligned} F &= (A + B) \bullet (\bar{A} + B + C) \\ &= [A + B + (C \bullet \bar{C})] \bullet (\bar{A} + B + C) \\ &= (A + B + C) \bullet (A + B + \bar{C}) \bullet (\bar{A} + B + C) \\ &= M_0 + M_4 + M_1 \\ &= \prod M^4(0,1,4) \end{aligned}$$

卡诺图化简逻辑函数

卡诺图(Karnaugh Map): 逻辑函数的图示表示, 把最小项填入卡诺图, 利用相邻最小项的互补性, 消去一个变量, 实现化简。

卡诺图的构成

- (1)、由矩形或正方形组成的图形
- (2)、将矩形分成若干小方块, 每个小方块对应一个最小项

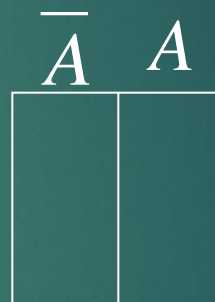
2变量卡诺图(Karnaugh Map)

► 2变量卡诺图

整体为**1**

左、右部分表示

\bar{A} A



上、下部分表示

\bar{B} B



2变量卡诺图(Karnaugh Map)

2变量卡诺图可由代表4个最小项的四个小方格组成

$\overline{A}\overline{B}$			$A\overline{B}$
	m_0	m_1	
	m_2	m_3	
$\overline{A}B$			AB

改画成



B \ A	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

2变量卡诺图

3变量Karnaugh Map

3变量卡诺图由**8**个最小项组成，对应图中**8**个小方格

<div>B C</div>		A			
		00	01	11	10
0	0	m_0	m_1	m_3	m_2
	1	m_4	m_5	m_7	m_6

注意：表中最小项编码按**00—01—11—10**循环码顺序排列，而不是**00—01—10—11**（二进制计数的顺序）

4变量Karnaugh Map

B A		00 01 11 10			
D C	00	m₀	m₁	m₃	m₂
	01	m₄	m₅	m₇	m₆
	11	m₁₂	m₁₃	m₁₅	m₁₄
	10	m₈	m₉	m₁₁	m₁₀

卡诺图化简的步骤

- 1 按照循环码规律指定卡诺图变量取值；
- 2 在函数最小项对应的小方块填“1”，其他方块填“0”；
- 3 合并相邻填“1”的小方块，两个方块合并消去一个变量（一维块）；4个方块合并消去两个变量（二维块）；
- 4 合并过程中先找大圈合并，圈越大消去的变量越多；
- 5 使每一最小项至少被合并包含过一次；每个合并的圈中，至少要有一个“1”没有被圈过，否则这个圈就是多余的。

“与或”式化简：例1

将表达式 $F=AB+\bar{A}C$ 填入卡诺图

<div>B C</div>		A			
		00	01	11	10
0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1

“与或”式化简：例2

$$F = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}C = \sum m^4(2,3,5,8,10,11,12,13)$$

B A					
D C		00	01	11	10
	00				
	01				
	11	1	1		
	10				

“与或”式化简：例2（续）

$$F = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}C = \sum m^4(2,3,5,8,10,11,12,13)$$

$\begin{matrix} B \\ A \end{matrix}$					
		00	01	11	10
D \ C	00			1	1
	01				
	11	1	1		
	10			1	1

“与或”式化简：例2（续）

$$F = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}C = \sum m^4(2,3,5,8,10,11,12,13)$$

$\begin{matrix} B \\ \diagdown \\ A \end{matrix}$		C			
		00	01	11	10
D	00			1	1
	01				
	11	1	1		
	10	1		1	1

“与或”式化简：例2（续）

$$F = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}C = \sum m^4(2,3,5,8,10,11,12,13)$$

$\begin{array}{c} B \\ \diagdown \\ A \end{array}$					
		00	01	11	10
D \ C	00			1	1
	01		1		
	11	1	1		
	10	1		1	1

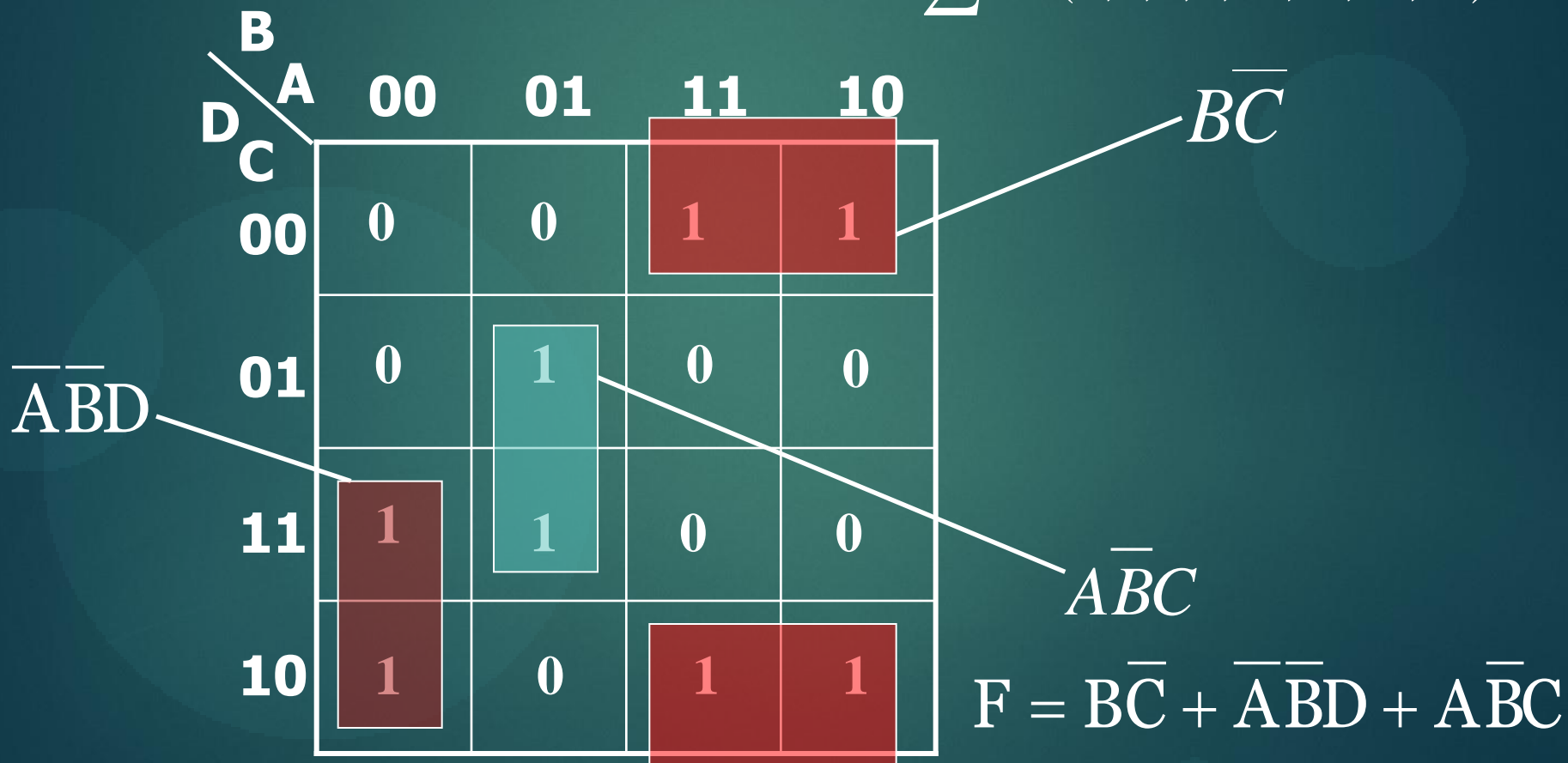
“与或”式化简：例2（续）

$$F = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}C = \sum m^4(2,3,5,8,10,11,12,13)$$

$\begin{array}{c} B \\ \diagdown \\ A \end{array}$					
		00	01	11	10
D \ C	00			1	1
	01		1		
	11	1	1		
	10	1		1	1

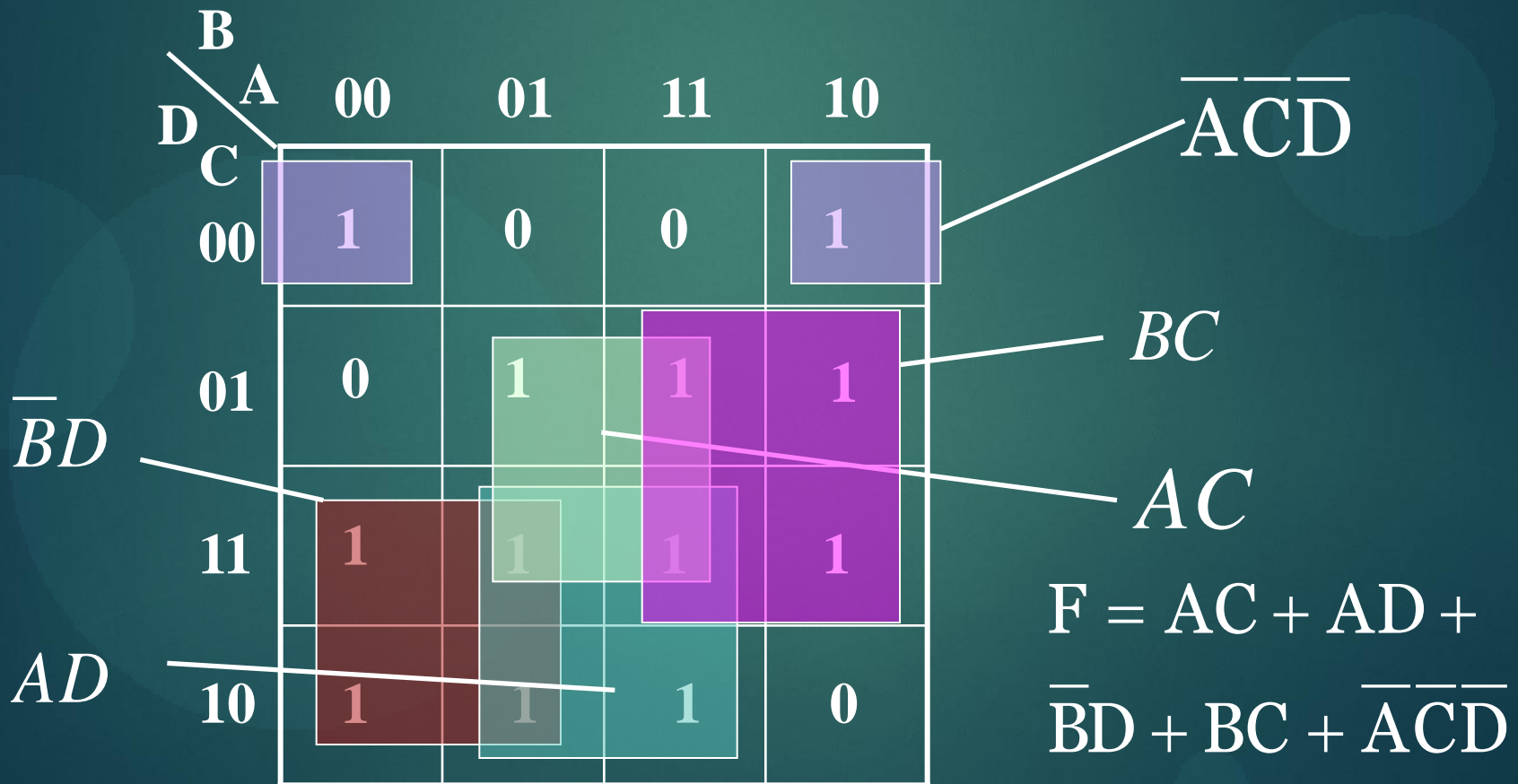
“与或”式化简：例2（续）

$$F = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}C = \sum m^4(2,3,5,8,10,11,12,13)$$



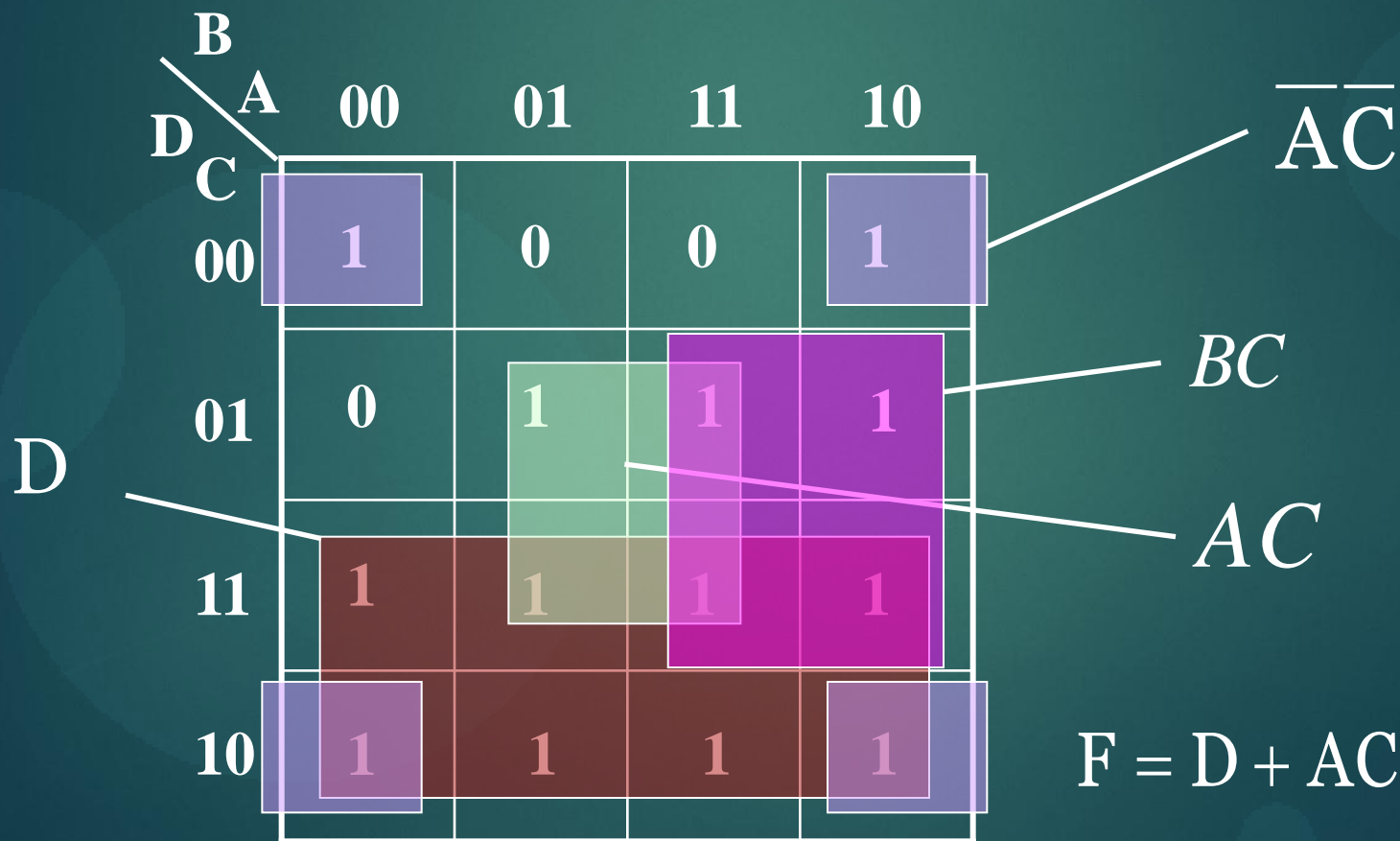
“与或”式化简：例3

$$F = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}CD + \overline{A}B\overline{D} + AD + AC$$



“与或”表达式化简：

如果在上图中的 $m_{10}=1$,可以出现8个1相连，消去3个变量。



“与或”表达式化简：

此时，图上有13个最小项为1，只有3个最小项为0，写 \bar{F} 的表达式更简单。

B A		00	01	11	10	
D C	00	1	0	0	1	$\bar{A}\bar{C}\bar{D}$
	01	0	1	1	1	
	11	1	1	1	1	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$
	10	1	1	1	1	

$$\bar{F} = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$$

$$F = \overline{\bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}}$$

注意：经常是写 \bar{F} 比直接写F简单。

卡诺图化简总结

卡诺图化简的核心是找到并且合并相邻最小项。

相邻三种情况：相接，相对，相重。5变量卡诺图才会出现相重的情况。

合并过程中先找大圈合并，圈越大消去的变量越多；使每一最小项至少被合并包含过一次；每个合并的圈中，至少要有一个“1”没有被圈过，否则这个圈就是冗余的。

特殊形式的逻辑函数化简

- ▶ 基本形式的逻辑函数：

单输出逻辑函数， $F=f(A,B,C\dots)$

- ▶ 特殊形式的逻辑函数：

1. 多输出逻辑函数

2. 包含不管项的逻辑函数

- ▶ 只要求掌握卡诺图化简法

(1)多输出逻辑函数的化简

多输出逻辑函数：同一组输入变量，有两个以上的输出。

$$F_1 = f(A, B, C \dots)$$

$$F_2 = f(A, B, C \dots)$$

化简时，在“与或”表达式中要尽量寻找公共的“或”项，使公共项为多个函数共享，这时从单个输出看可能不是最简，但总体是最简。

$$\begin{cases} F_1 = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + ABC \\ F_2 = ABC\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + ABC \end{cases}$$

BA					
C		00	01	11	10
	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	0

$$F_1 = A\overline{B} + AC$$

BA					
C		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	0	1	0

$$F_2 = AB + B\overline{C}$$

单独看 F_1 , F_2 都是最简, 但没有公共项。

BA					
C		00	01	11	10
	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	0

$$F_1 = A\overline{B} + ABC$$

BA					
C		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	0	1	0

$$F_2 = B\overline{C} + ABC$$

ABC是公共项

(2)有“不管项”的逻辑函数化简

包含不管项（**Don't Care**）的逻辑函数：函数F的取值只和一部分最小项有关，另一部分最小项既可以取“0”，也可以取“1”，这些最小项称“不管项”或“任意项”。

“不管项”的两种情况：

1. 这些输入组合不可能出现
2. 其输入组合虽能出现，但最小项的值是“1”还是“0”，人们不关心。

例：设计一位十进制数的数值范围判断器，
当 $x \geq 5$ ， $F=1$ ；否则， $F=0$ 。

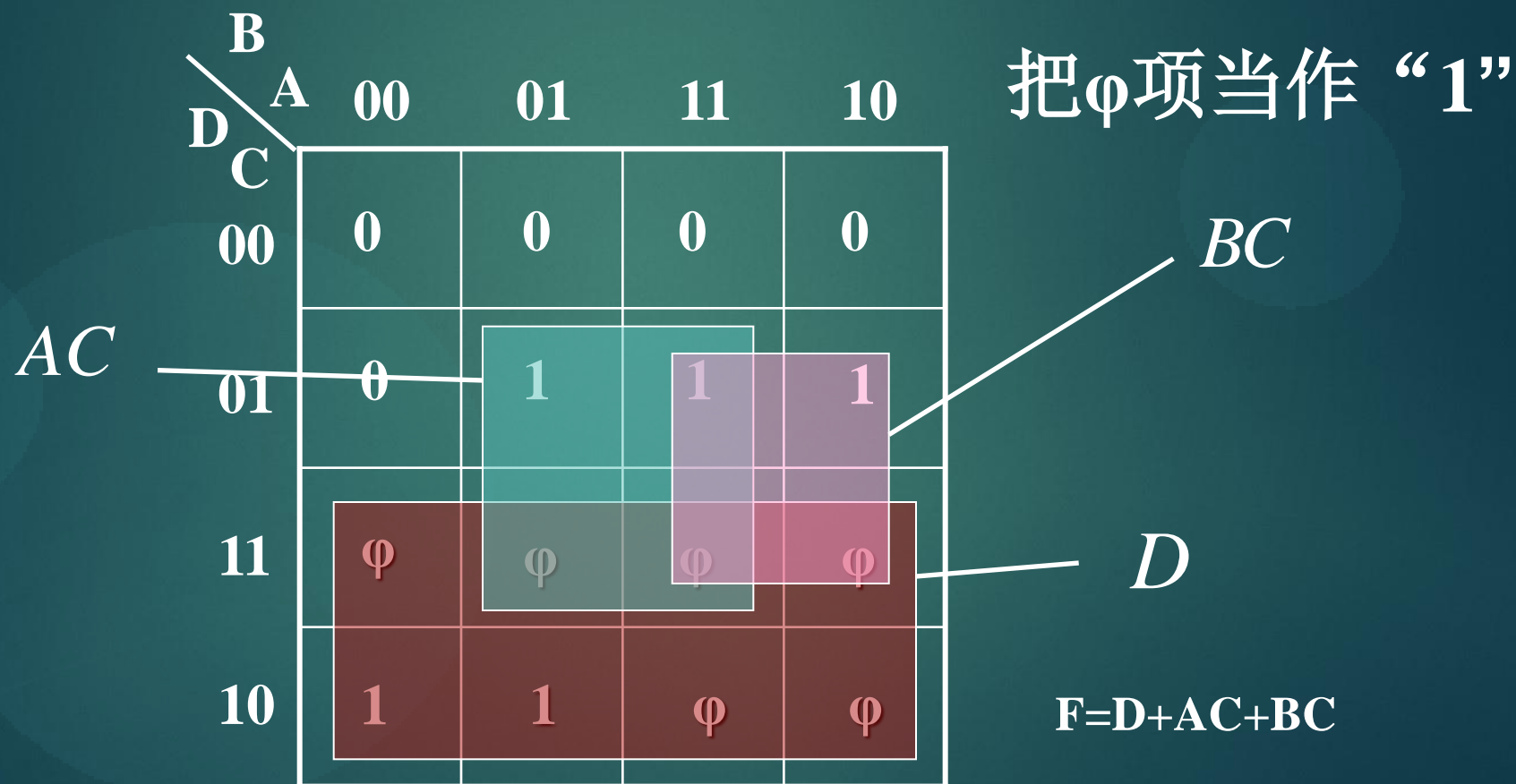
(ABCD表示一位十进制数,A是低位,D是高位)

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	1
7	1	1	1	0	1

	A	B	C	D	F
8	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1
	0	1	0	1	Φ
	1	1	0	1	Φ
	0	0	1	1	Φ
	1	0	1	1	Φ
	0	1	1	1	Φ
	1	1	1	1	Φ

有“不管项”的逻辑函数化简（续）

F的卡诺图



本章重点：

逻辑代数与逻辑函数的概念

逻辑函数的化简，重点是4变量卡诺图

课后扩展：

搜索Expresso逻辑化简工具并使用它