### МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

# ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А. И. ГЕРЦЕНА»

Институт компьютерных наук и технологического образования Кафедра компьютерных технологий и электронного обучения

### КУРСОВАЯ РАБОТА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Направление подготовки: «Технологии компьютерного моделирования»

Руководител	ь:
Кандидат пед	цагогических наук,
доцент	
	С. В. Гончарова
«»	2019 г.
Автор работн	ы:
Студентка 2	курса ИВТ
	У.С. Пляскина
« »	2019 г.

Санкт-Петербург

### ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. Колебания	5
1.1 Классификация колебаний	5
1.2 Затухающие колебания	6
Глава 2. Практическое применение компьютерного моделирования	8
2.1 Постановка задачи	8
2.2 Инструменты, используемые для решения поставленной задачи	8
2.3 Решение поставленной задачи с помощью Lazarus	9
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	14
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	16

### **ВВЕДЕНИЕ**

Оглянитесь вокруг, нас окружает столько разной информации. Вы никогда не задумывались, что всё, что нас окружает, является предметом расчётов и каких-либо вычислений? Для наглядного представления процесса вычислений и конечного результата можно использовать компьютерное моделирование.

Само по себе моделирование представляет из себя процесс построения и использования модели. Под моделью понимают такой материальный или абстрактный объект, который в процессе изучения заменяет объект-оригинал, сохраняя его свойства, важные для данного исследования.

Компьютерное моделирование как метод познания основано на математическом моделировании. Математическая модель — это система математических соотношений, отображающих существенные свойства изучаемого объекта или явления.

Компьютерное моделирование является одним из эффективных методов изучения сложных систем. Компьютерные модели проще и удобнее исследовать ИΧ возможности проводить вычислительные В силу эксперименты, в тех случаях, когда проведение реальных экспериментов затруднено из-за финансовых или физических препятствий, а также из-за возможности наличия непредсказуемых результатов. С их помощью можно прогнозировать и даже имитировать явления, события или предметы в заранее заданных параметрах. А потому методами компьютерного моделирования пользуются специалисты практически всех отраслей и областей науки и техники — от истории до космонавтики.

Нередко компьютерное моделирование используется при изучении колебательных процессов. Мы сталкиваемся с колебаниями практически каждый день. Будь то качание веток деревьев или волны на поверхности воды,

всё это является колебаниями. Для наглядного изучения данного процесса используется моделирование.

Цель работы: наглядное представление процесса затухания колебаний посредством компьютерного моделирования.

Задача работы: изучение материала по данной теме и моделирование затухающих колебаний.

#### Глава 1. Колебания

Колебания — это повторяющийся в той или иной степени во времени процесс изменения состояний системы около точки равновесия. Например, при колебаниях маятника повторяются все углы его отклонения относительно вертикали, а при колебаниях в электрическом колебательном контуре повторяются величина и направление тока, текущего через катушку.

Колебания почти всегда связаны с превращением энергии из одной формы в другую и обратно. Колебания различной физической природы имеют много общих закономерностей и тесно связаны с волнами. Поэтому исследованиями этих закономерностей занимается теория колебаний и волн. Принципиальное отличие волн в том, что их распространение сопровождается переносом энергии.

### 1.1 Классификация колебаний

По характеру взаимодействия с окружающей средой колебания можно разделить на свободные, вынужденные, автоколебания и параметрические.

Свободные создаются только упругостью и инерцией, а вынужденные подталкиваются периодическим внешним воздействием.

Автоколебания являются колебаниями, при которых система имеет запас потенциальной энергии, расходующейся на совершение колебаний. Характерным отличием автоколебаний от вынужденных колебаний является то, что их амплитуда определяется свойствами самой системы, а не начальными условиями.

Параметрические же колебания, возникающие при изменении какоголибо параметра колебательной системы в результате внешнего воздействия.

### 1.2 Затухающие колебания

В реальных условиях свободные колебания всегда затухающие. Простейшими примерами свободных колебаний являются колебания груза, прикреплённого к пружине, или груза, подвешенного на нити.

Затухающие колебания — колебания, энергия которых уменьшается с течением времени. Бесконечно длящийся процесс вида (1)

$$u(t) = A * \cos(\omega t * q) (1),$$

в природе невозможен. Для механических систем всегда имеет место сопротивление среды, вследствие чего энергия движения объекта рассеивается при трении. Поэтому на практике обычно имеют дело с затухающими колебаниями. Они характеризуются тем, что амплитуда колебаний А является убывающей функцией. Обычно затухание происходит под действием сил сопротивления среды.

Уравнение затухающих колебаний описывает движение реальных колебательных систем. В дифференциальной форме оно записывается следующим образом (2):

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_0^2 x = 0 (2).$$

Из этого выражения можно получить еще одну каноническую форму (3):

$$x = A * e^{-\beta t} * \cos(\omega t + \varphi_0)$$
 (3).

Здесь х и t – координаты пространства и времени, A – первоначальная амплитуда,  $\beta$  – коэффициент затухания, который зависит от сопротивления среды r и массы колеблющегося объекта m (4):

$$\beta = \frac{r}{2m}(4).$$

Чем больше сопротивление среды, тем больше энергии рассеивается при вязком трении. И наоборот — чем больше масса тела, тем дольше оно будет продолжать движение.

Циклическая частота свободных колебаний (такой же системы, но без трения)  $\omega_0$  учитывает силу упругости в системе (например, жесткость пружины k) (5):

$$\omega_0 = \frac{k}{m} (5).$$

Строго говоря, в случае затухающих колебаний нельзя говорить про период — время между повторяющимися движениями системы постоянно увеличивается. Однако если колебания затухают медленно, для них с достаточной точностью можно определить период Т (6):

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$
(6).

# Глава 2. Практическое применение компьютерного моделирования

В наше время есть великое множество сфер деятельности, в которых требуется моделирование тех или иных процессов. Компьютерное моделирование позволяет выполнить симуляцию работы. А математическое моделирование описывает параметры ее работы. Например, в авиа и автостроении обтекаемость машин обеспечивается за счет компьютерного моделирования. Компоновка сложных механизмов, свобода движения деталей внутри - все проверки могут быть обеспечены проверкой на модели. В частности, моделируются и среды - твердые, жидкие газообразные.

Раньше описание свойств в каждой точке среды было усреднённым, очень приближенным. Теперь метод конечных элементов и огромная память ЭВМ позволяет посчитать с практической точностью процесс в динамике. Например, движение тепла в ядерном реакторе. Зная динамику, можно процесс регулировать с большой точностью.

В своей курсовой работе я хочу рассмотреть моделирование затухающих колебаний с помощью компьютера.

### 2.1 Постановка задачи

Смоделировать затухающие колебания средствами компьютерного моделирования.

### 2.2 Инструменты, используемые для решения поставленной задачи

Для решения данной задачи я буду использовать:

• открытую среду разработки программного обеспечения Lazarus.

### 2.3 Решение поставленной задачи с помощью Lazarus

Для проведения вычислений необходимо воспользоваться уравнением затухающих колебаний (7):

$$x(t) = A * e^{-\beta * t} * \cos(\omega t + \varphi) (7),$$

где x(t) – зависимость положения координаты от времени,

А - первоначальная амплитуда,

 $e^{-\beta *t}$  - экспоненциальная функция,

β - коэффициент затухания,

t – время,

ω - частота затухающих колебаний,

φ – начальная фаза.

Для того, чтобы произвести данные вычисления, воспользуемся открытой средой разработки программного обеспечения Lazarus.

Код программы:

unit Unit1;

{\$mode objfpc}{\$H+}

interface

uses

Classes, SysUtils, FileUtil, TAGraph, TAFuncSeries, Forms, Controls, Graphics,

```
Dialogs, ExtCtrls, StdCtrls;
type
 { TForm1 }
 TForm1 = class(TForm)
  Button1: TButton;
  Image1: TImage;
  procedure Button1Click(Sender: TObject);
 private
  { private declarations }
 public
  { public declarations }
 end;
var
 Form1: TForm1;
implementation
{$R *.lfm}
{ TForm1 }
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
const A= 10; //Первоначальная амплитуда
   b= 0.8; //Коэффициент затухания
   w= 400; // Частота затухающих колебаний
```

```
f= 0.2; //Начальная фаза
      var xt, t:real;
        y0: integer;
     begin
       with Image1 do //Работа с объектом ТІтаде
       begin
       y0:= Height div 2; //Экранная у
       with Canvas do //Работа с Канвасом
       begin
       Brush.Color:= ClWhite;
       rectangle(0,0,Width,Height); //Закрашиваем фон белым
       Pen.Color:= ClBlack;
       Pen.Width:= 1; //Рисование оси ОХ
       MoveTo(0,y0); //которая обозначает время t
       LineTo(Width,y0);
       Pen.Color:= ClBlue; //Изменение цвета и ширины линии
       Pen.Width:= 2; //для будущего графика
       t:= 0; //Начальное время
       xt:= A; //Начальное положение
       MoveTo(Trunc(t*120),y0-Trunc(xt*30)); //Перемещение курсора
начало графика
       while t \le 10 \text{ do} //\text{Вычисление } x(t) за время t=10
       begin
```

```
t:= t+0.05;
xt:= A*exp(-b*t)*cos(w*t+f);
LineTo(Trunc(t*120),y0-Trunc(xt*30)); //Рисуется график
end;
end;
end;
end;
end;
```

Результат работы программы представлен на Рисунке 1.

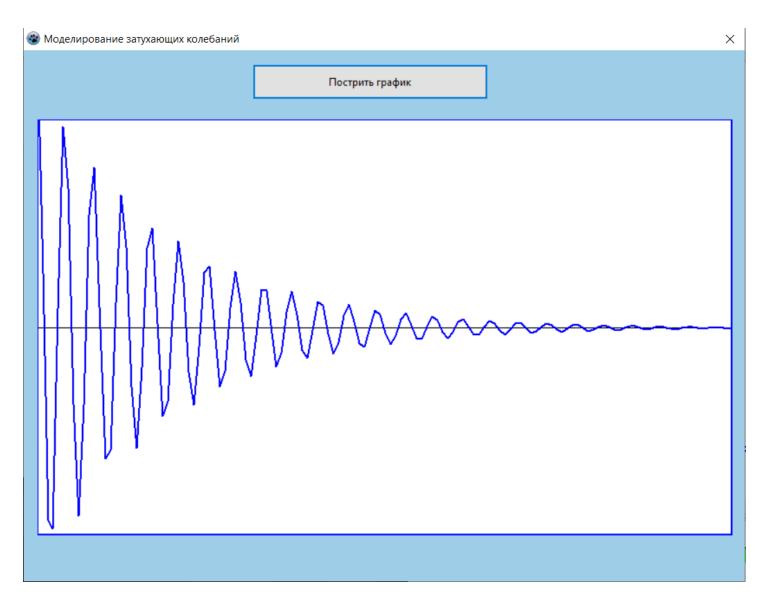


Рисунок 1

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из проведенных исследований, можно сделать вывод, что в нашей жизни существует необходимость использования компьютерного моделирование.

Использование данных технологий крайне актуально для наглядного представления моделируемых процессов, а также для тестирования тех или иных моделей, в целях оптимизации и предотвращения непредвиденных ситуаций, связанных с особенностями окружающей среды и воздействием внешних факторов.

Предметом исследования в данной курсовой работе были колебания. По характеру взаимодействия с окружающей средой колебания делятся на:

свободные — совершаются только благодаря первоначально сообщенной энергии при отсутствии внешних воздействий;

вынужденные — происходят под воздействием внешних сил;

автоколебания — система имеет запас потенциальной энергии, расходующейся на совершение колебаний;

параметрические — возникающие при изменении какого-либо параметра колебательной системы в результате внешнего воздействия.

В реальных условиях свободные колебания всегда затухающие, а их энергия уменьшается с течением времени. Именно эти колебания необходимо было смоделировать в данной работе.

Программа вычисляет и наглядно представляет процесс затухания колебаний. Процесс моделирования прошел успешно и как показывает график, колебания действительно с течением времени затухают. В связи с этим можно сказать, что цель работы успешно достигнута.

В качестве инструмента моделирования использовалась:

• открытая среда разработки программного обеспечения Lazarus.

Вычисления производились за считанные секунды и имели точный результат, а также наглядно показывали процесс моделирования.

Если бы данные вычисления производил человек, то результаты могли быть не точными, а график построенный от руки мог быть искажён и не отражал бы реальной картины. Из этого следует, что вычисления человеком имеют значительные отклонения от факта, что в дальнейшем создаст проблемы при практическом применении результата исследования.

В заключении хотелось бы сказать о том, что компьютерное моделирование крайне актуально в настоящее время и не потеряет своей актуальности в дальнейшем. Будь то строительство новых зданий или научные исследования, моделирование всегда будет являться одним из обязательных условий при создании новых проектов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Официально-документальные издания

6.30-2003 ΓΟCT P Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов [Электронный pecypcl: ОТ 01.07.2003 Γ. (ред. 03.2007) // Техэксперт: OT профессиональная справочная **URL**: система. http://docs.cntd.ru/document/1200031361 (дата обращения: 25.05.2019).

## Книги, учебники, статьи из периодических и продолжающихся изданий, электронные ресурсы, ресурсы Интернет

- 1. SolverBook [Электронный ресурс] / Онлайн сервисы для учебы; ред. Алексей Кондратьев. -2015 -Режим доступа: <a href="http://ru.solverbook.com/spravochnik/uravneniya-po-fizike/uravnenie-zatuxayushhix-kolebanij/">http://ru.solverbook.com/spravochnik/uravneniya-po-fizike/uravnenie-zatuxayushhix-kolebanij/</a>, свободный. -Загл. с экрана. -Яз. рус., англ.
- 2. Введение в теорию колебаний/ 2 изд. Стрелков С. П. М., 2002. с. 597.
- 3. Лекции по физике [Электронный ресурс] / Сайт посвящен изучению основ физики; авт. Неизвестно. -Режим доступа: <a href="http://physics-lectures.ru/mexanicheski-kolebaniya-i-volny/7-7-zatuxayushhie-kolebaniya/">http://physics-lectures.ru/mexanicheski-kolebaniya-i-volny/7-7-zatuxayushhie-kolebaniya/</a>, свободный. -Загл. с экрана. -Яз. рус.
- 4. Основы теории колебаний/ Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. М.: Наука, 1989. 390 с.
- 5. Русская Физика [Электронный ресурс] / Часть научного проекта "Русская Физика"; авт. Владимир Антонов. -2013 -Режим доступа: <a href="https://russkaja-fizika.ru/vidy-kolebaniy">https://russkaja-fizika.ru/vidy-kolebaniy</a>, свободный. -Загл. с экрана. -Яз. рус.
- 6. Теория колебаний/ Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. М.: Наука, 1991. 568 с.