

# Active Contour External Force Using Vector Field Convolution for Image Segmentation MVA 2014 - Medical Imaging project

Nicolas PAUMIER, Alexandre THIS

1<sup>er</sup> décembre 2014

## Table des matières

|                 |  |           |
|-----------------|--|-----------|
| <b>1</b>        | <b>Segmentation d'images</b>   | <b>2</b>  |
| 1.1             | Problématique . . . . .  | 2         |
| 1.2             | Méthodes de segmentation d'images . . . . .                            | 2         |
| 1.3             | Modèles à contours actifs . . . . .                                    | 3         |
| <b>2</b>        | <b>Proposition de l'article</b>  | <b>5</b>  |
| 2.1             | Minimisation de l'énergie $E_{ac}$ . . . . .                           | 5         |
| 2.2             | Vector Field Convolution . . . . .                                     | 5         |
| 2.3             | Variantes . . . . .  | 6         |
| <b>3</b>        | <b>Analyse de VFC</b>  | <b>7</b>  |
| 3.1             | Analyse des fonctions de magnitudes . . . . .                          | 7         |
| 3.2             | Taille du noyau de convolution . . . . .                               | 7         |
| 3.3             | Convergence sur des contours concaves . . . . .                        | 8         |
| 3.4             | Robustesse à l'initialisation du contour . . . . .                     | 8         |
| 3.5             | Robustesse à différents type de bruit . . . . .                        | 8         |
| <b>4</b>        | <b>Conclusion et discussions</b>                                       | <b>10</b> |
| <b>Annexe A</b> | <b>Analyse des paramètres des fonctions de magnitude</b>               | <b>11</b> |
| A.1             | Analyse de $m_1(x, y)$ . . . . .                                       | 11        |
| A.2             | Analyse de $m_2(x, y)$ . . . . .                                       | 12        |
| <b>Annexe B</b> | <b>Taille du noyau de convolution</b>                                  | <b>13</b> |
| <b>Annexe C</b> | <b>Analyse de la convergence dans les zones concaves</b>               | <b>14</b> |
| <b>Annexe D</b> | <b>Analyse de la robustesse à l'initialisation des contours actifs</b> | <b>15</b> |
| <b>Annexe E</b> | <b>Analyse de la robustesse au bruit</b>                               | <b>17</b> |

# 1 Segmentation d'images

## 1.1 Problématique

La segmentation d'image consiste à réaliser une partition de l'image afin que les différents groupes de pixels/voxels de l'image aient un sens pour le problème. De manière plus générale, la segmentation d'images consiste souvent à séparer des objets d'intérêt du fond de l'image (le fond de l'image étant constitué de l'environnement dans lequel est placé l'objet, cet environnement n'étant pas forcément de premier intérêt pour la résolution du problème).

Cette définition très générale implique que les champs d'applications de la segmentation d'image sont très vastes. En effet, les domaines dans lesquels les techniques de segmentation peuvent être utilisées sont très variés (suivi de missiles, analyse d'images satellitaires, surveillance, imagerie microscopique, domaine médical, etc) et les méthodes d'acquisition d'images aussi (dans le domaine médical, on peut par exemple travailler sur de l'imagerie par rayons X, de l'imagerie IRM ou de l'imagerie échographique).

### Segmentation d'images médicales

Dans le domaine de l'imagerie médicale, la détection d'objets d'intérêts dans les images joue un rôle important. En effet ces objets d'intérêts peuvent par exemple être des structures anatomiques, des organes, différents types de tissus ou des pathologies. La détection de ces différents objets peut déjà fournir une aide pour la caractérisation de l'état d'un patient, et leur étude temporelle peut mener à affiner un diagnostic, à déterminer si un traitement a l'impact escompté, ou bien encore si l'état du patient s'aggrave.

Il est donc indispensable de fournir aux médecins des méthodes efficaces de partitionnement des images et ces méthodes, pouvant impacter la vie de patients, doivent être les plus précises possibles.

Il est aussi important de noter que dans le domaine médical, le nombre de méthode d'acquisition d'images est très vaste, et que chaque problème doit être adapté aux types d'images étudiées. D'autre part, les méthodes doivent aussi être robustes aux différences de morphologies des patients.

## 1.2 Méthodes de segmentation d'images

### Méthodes par seuillage

Les méthodes de segmentation par seuillage consistent à considérer que les différents objets de l'image peuvent être caractérisés par leurs distributions en intensité. Pour que ces méthodes soient efficaces, il est nécessaires que les différentes classes (objets d'intérêts) de l'image correspondent à différentes gammes d'intensité. Ainsi, segmenter l'image correspond à trouver une partition de l'histogramme de l'image.

L'utilisation de ces méthodes reposent néanmoins sur de nombreux aprioris sur les images, ainsi que sur des conditions de prises de vue optimales. Ces méthodes sont néanmoins rapide et très simple à mettre en œuvre. Dans le domaine médical tout particulièrement, ces méthodes sont fortement impactées par l'effet de volume partiel (Partial Volume Effect) qui implique que deux objets anatomiques peuvent contribuer à l'intensité d'un même pixel en raison d'une résolution d'image trop faible.

## Méthodes par recherche de régions

Les méthodes de segmentation par région (Une région est un ensemble de pixels connexes) sont fondées sur l'idée que l'image est composée de régions homogènes. Elles impliquent donc un critère d'homogénéité (similarité des niveaux de gris, répétition de textures, etc) et un critère de voisinage.

La segmentation consiste à créer une partition de l'image telle que l'image soit décrite par l'union de toute les régions, que toute ces régions soient connexes, que le critère d'homogénéité soit respecté pour chacune de ces régions, et enfin que deux régions voisines ne satisfont pas ce critère d'homogénéité. On notera que le choix du critère d'homogénéité est primordial.

## Méthodes par classification

Les méthodes de segmentation par classification consistent à estimer la probabilité d'appartenance d'un pixel à une classe. Pour faire cela, on considère un certain nombre de caractéristiques pour chaque pixels (intensité, intensité de plusieurs modalités différentes, corrélation de l'intensité des pixels, etc) et on tente de constituer des groupes significatifs en regard de ces différentes caractéristiques. Une des difficultés de ces méthodes est l'estimation du nombre de classes qui doit souvent être réalisée a priori.

## Méthodes par utilisation des contours

L'idée principale des méthodes de segmentation par utilisation des contours de l'image est que les objets sont définis par une bordure. Cette bordure est censée être fermée et peut-être détectée grâce à l'intensité des pixels de l'image. En détectant les contours de l'image, on pense donc être capable de décrire les objets d'intérêts dont les bordures sont ces contours.

Ces méthodes consistent donc à créer un détecteur de bords. Un bord est une discontinuité locale de l'intensité des pixels, et correspond donc à un maximum de la dérivée de premier ordre (ou à un passage par zéro de la dérivée de second ordre). Dans un second temps, les bordures détectées sont suivies pour constituer une courbe fermée correspondant à la bordure des objets d'intérêts.

## 1.3 Modèles à contours actifs

Les modèles à contours actifs ont été introduits par Kass et al. en 1988 ([1]). Un contour actif est défini par une courbe continue qui est représentée par sa forme paramétrique :

$$\mathbf{v} : \Omega = [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Cette courbe est soumise à différentes forces et se déforme ainsi jusqu'à atteindre une énergie minimale. En règle générale l'énergie du système est définie par :

$$E_{ac} = \int_{\Omega} E_{ext}(\mathbf{v}(s)) + E_{int}(\mathbf{v}(s)) + E_{contraintes} ds \quad (1)$$

Dans l'équation 1, le terme  $E_{int}(\mathbf{v}(s))$  correspond à l'énergie interne de la courbe (ou énergie de régularisation). Cette énergie décrit l'énergie du modèle physique de la courbe, à savoir la rigidité et l'élasticité de la courbe.

$$E_{int}(\mathbf{v}(s)) = \frac{1}{2} (\alpha |\mathbf{v}'(s)|^2 + \beta |\mathbf{v}''(s)|^2) \quad (2)$$

Le troisième terme de l'énergie représente l'énergie de contraintes. Elle correspond aux contraintes qu'on souhaite ajouter afin de prendre en compte une connaissance a priori que l'on cherche à introduire dans le modèle.

Le second terme de l'énergie est l'énergie externe  $E_{ext}$ . Il correspond à l'adéquation de la courbe aux données selon des critères définis par l'utilisateur. Si on cherche à exprimer l'adéquation de la courbe aux fortes discontinuités de l'image (on rappelle que le problème dual de la segmentation d'objet d'une image est la détection de ses bordures), on pourra alors par exemple exprimer  $E_{ext}(\mathbf{v}(s))$  par :

$$E_{ext}(\mathbf{v}(s)) = -|\nabla I(\mathbf{v}(s))| \quad (3)$$

Dans [1] ce terme  $E_{ext}$  est décrit comme une combinaison d'énergies dépendant de l'image. La littérature décrit de nombreuses variantes de ce terme d'énergie afin de résoudre différents problèmes. L'un d'entre eux est la mauvaise convergence des contours actifs dans le cas d'une bordure contenant une forte concavité.

Pour résoudre ce problème, [6] introduit le gradient vector flow (GVF), qui est une nouvelle écriture de l'énergie  $E_{ext}$ . Il est défini par le champ de vecteur  $f_{gvf}(x, y) = [u(x, y), v(x, y)]$  qui minimise  $\varepsilon$  défini par 4

$$\varepsilon = \int \int \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |f_{gvf} - \nabla f|^2 \quad (4)$$

où  $f$  représente la carte des contours de l'image que l'on cherche à segmenter.

Dans ce document, nous ferons l'étude d'une nouvelle écriture de ce terme  $E_{ext}$  nommée Vector Field Convolution (VFC).

## 2 Proposition de l'article

Le modèle de segmentation par contour actif utilisant le champ GVF pour définir son énergie externe  $E_{ext}$  présente cependant des limitations dont Bing Li & al font mention dans leur article : un temps de calcul important, une forte sensibilité au bruit et aux paramètres. D'autre part, la relation entre les paramètres de GVF et la portée à laquelle le contour actif est attirée par le bord n'est pas claire.

Afin de corriger ces différents problèmes, Bing Li & al présentent dans cet article une nouvelle définition de la force externe régissant l'évolution du contour actif vers les bords de l'objet à segmenter. Cette nouvelle force externe, nommé Vector Field Convolution (VFC), est calculée en convoluant un noyau de champ de vecteur à une carte des contours extraite de l'image d'origine.

### 2.1 Minimisation de l'énergie $E_{ac}$

Lorsque le minimum de  $E_{ac}$ , définie en 1, est atteint, le contour actif  $\mathbf{v}(s)$  doit satisfaire l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\alpha \mathbf{v}'' - \beta \mathbf{v}'''' + f_{ext}(\mathbf{v}) = 0 \quad (5)$$

où  $f_{ext} = -\nabla E_{ext}(\mathbf{v})$ .

Cette équation, qui peut être vue comme une équation bilan des forces internes ( $\alpha \mathbf{v}'' - \beta \mathbf{v}''''$ ) et externes  $f_{ext}$ , permet de calculer  $\mathbf{v}(s)$ . Afin de résoudre 5, le contour  $\mathbf{v}(s)$  est considéré comme une fonction du temps  $t$ . La solution est obtenue en appliquant une descente de gradient sur l'équation en partant d'un contour initial  $\mathbf{v}(s, 0)$  :

$$\frac{\partial \mathbf{v}(s, t)}{\partial t} = \alpha \mathbf{v}''(s, t) - \beta \mathbf{v}''''(s, t) + f_{ext}(\mathbf{v}(s, t)) \quad (6)$$

Cette équation est ensuite habituellement résolue numériquement en utilisant une approche par différence finie.

Bing Lie & al remplace dans leur article la force externe  $f_{ext}(\mathbf{v})$  par le champ VFC  $f_{vfc}(\mathbf{v})$  dans l'équation 6.

### 2.2 Vector Field Convolution

Afin de calculer cette nouvelle force externe, les auteurs définissent d'abord un *vector field kernel*  $\mathbf{k}(x, y) = [u_k(x, y), v_k(x, y)]$  tel que chaque vecteur pointe vers l'origine du noyau

$$\mathbf{k}(x, y) = m(x, y)\mathbf{n}(x, y) \quad (7)$$

où  $m(x, y)$  est le poids affecté au vecteur en  $(x, y)$  et  $\mathbf{n}(x, y)$  est le vecteur unitaire pointant vers l'origine du noyau  $(0, 0)$ .

A partir du noyau  $\mathbf{k}(x, y)$  et de la carte des contours  $f(x, y)$  obtenue à partir de l'image d'origine  $I(x, y)$ , le champ VFC est définie par :

$$\begin{aligned} f_{vfc}(x, y) &= f(x, y) * \mathbf{k}(x, y) \\ &= [f(x, y) * u_k(x, y), f(x, y) * v_k(x, y)] \end{aligned}$$

Etant donné que la carte des contours a une réponse forte au niveau des contours, ceux-ci participent d'avantage au champ de forces VFC par rapport aux zones homogènes. Ainsi, en considérant une particule libre placée dans le champ VFC, celle-ci sera attirée vers les contours de l'image.

Le champ VFC dépend fortement du noyau  $\mathbf{k}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  et en particulier du poids  $m(x, y)$  qui est affecté à chaque vecteur du noyau de convolution. Les auteurs partent du principe que plus une particule s'éloigne du contour d'intérêt plus la force d'attraction du contour sur la particule diminue. Ainsi ils proposent deux types de fonctions :

$$m_1(x, y) = (r + \epsilon)^{-\gamma} \quad (8)$$

$$m_2(x, y) = \exp(-r^2/\sigma^2) \quad (9)$$

où  $\gamma$  et  $\sigma$  contrôle la décroissance de la fonction et  $\epsilon$  permet d'éviter la division par zero à l'origine du noyau. Pour la fonction de poids  $m_1(x, y)$ , plus  $\gamma$  diminue, plus la portée d'attraction des contours d'intérêt augmente. De même, pour  $m_2(x, y)$ , plus  $\sigma$  augmente, plus la portée d'attraction des contours d'intérêt augmente. Les figures 2 et 3 montrent les lignes que suivrait une particule libre placée dans le champ de vecteur, cela permet d'étudier la portée d'attraction des différents contours d'intérêt (un bruit impulsionnel, un contour fort et un contour faible).

## 2.3 Variantes

L'article de Bing Li & al décrit, en plus de cette nouvelle force externe, plusieurs variantes afin de palier à certains défauts du champ VFC.

### Mixed VFC

Le champ VFC introduit précédemment peut causer, aux endroits où les contours de l'objet à segmenter sont faibles, des problèmes de fuite du contour actif [4]. Afin de palier à ce problème, une version adaptative du champ VFC,  $f_{mix}$ , est proposée :

$$f_{mix}(x, y) = \begin{cases} \nabla f(x, y) & \|\nabla f(x, y)\| \geq \phi \\ f_{vfc}(x, y) & \|\nabla f(x, y)\| < \phi \end{cases} \quad (10)$$

où  $\phi$  est un seuil qui détermine les contours que l'on souhaite conserver et  $f(x, y)$  est la carte des contours. Il s'agit d'une force adaptative qui remplit les zones homogènes par le champ VFC et garde la force externe standard au niveau des contours.

### Fonction de magnitude anisotrope

Le champ *motion* GVF, proposé par N. Ray et al [5], est une variante du champ GVF prenant en compte la direction du mouvement de cellules entre 2 images afin de pouvoir les suivre avec le contour actif. Pour suivre cette idée, Bing Li & al propose d'inclure un terme anisotrope à la fonction de magnitude afin de prendre en compte la direction du mouvement des objets que l'on souhaite segmenter. La fonction de magnitude est définie par :

$$m_3(x, y) = c(x, y)m_i(x, y), \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

où  $c(x, y) = 1/[2 - \mathbf{d} \cdot \mathbf{n}(x, y)]$  avec  $\mathbf{d}$  le vecteur directeur normalisé du mouvement. Plus  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{n}(x, y)$  ont une direction similaire, plus  $c(x, y)$  se rapproche de 1. Ainsi, la direction  $\mathbf{d}$  est privilégiée dans le champ VFC.

### 3 Analyse de VFC

#### 3.1 Analyse des fonctions de magnitudes

Les paramètres des fonctions de magnitude  $m_1(x, y)$  et  $m_2(x, y)$  du noyau de convolution  $\mathbf{k}$  ont une influence importante sur la convergence du contour actif vers les contours d'intérêt.

**Paramètre  $\gamma$  de  $m_1(x, y)$**  L'évolution du profil de la fonction  $m_1(x, y)$  en fonction de  $\gamma$  (1a) permet de voir le poids important appliqué aux bords du noyau de convolution lorsque  $\gamma$  diminue. Cela à pour conséquence d'accroître la portée de convergence des contours d'intérêts (le contour fort) comme le montre la figure 2 en annexe pour des valeurs faibles de  $\gamma$ . Au contraire, une valeur trop élevée diminue fortement la portée de convergence du contour d'intérêt.

**Paramètre  $\sigma$  de  $m_2(x, y)$**  On peut voir la fonction  $m_2(x, y)$  comme une gaussienne d'écart type  $\sigma$ . Ainsi, plus  $\sigma$  augmente, plus les poids appliqués au noyau de convolution sont importants comme le montre le profil de  $m_2(x, y)$  en fonction de  $\sigma$  (1b). Cependant, on peut voir que le choix de sigma est lié à la taille du noyau de convolution  $R$ . En effet, si  $\sigma$  est trop important, un poids quasi-uniforme sera appliqué sur tout le noyau de convolution. La figure 3 en annexe permet de voir l'évolution des lignes de courants pour une taille du noyau de convolution  $R = 128$  et différentes valeurs de  $\sigma$ , on constate que plus la valeur de  $\sigma$  augmente plus la portée de convergence du contour d'intérêt augmente. Pour des valeurs de  $\sigma$  trop importantes, le contour fort domine toute l'image et le contour faible est perdu. Enfin, on peut voir que la portée de convergence du bruit impulsionnel reste très importante comparée aux résultats obtenus avec la fonction de poids  $m_1(x, y)$ .

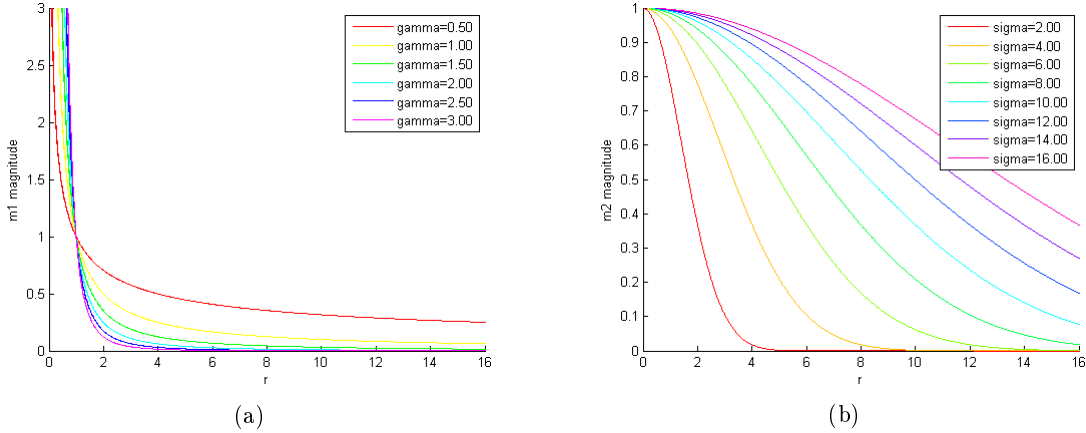


FIGURE 1 – Profil des fonctions de magnitude  $m_1(x, y)$  (a) et  $m_2(x, y)$  (b) en fonction de  $\gamma$  et  $\sigma$ .

#### 3.2 Taille du noyau de convolution

Un des principaux inconvénients du champ GVF est le manque de clarté dans la relation entre la portée de convergence du contour d'intérêt et les paramètres du champ GVF ( $\mu$  et  $nb_{iter}$ ). Contrairement au champ GVF, la portée de convergence de la nouvelle force externe introduite par Bing & Li ne dépend que de la taille du noyau de convolution et des paramètres de la fonction de magnitude choisi ( $\gamma$  ou  $\sigma$ ).

Afin de vérifier cela, nous avons calculé le champ VFC pour différentes tailles du noyau de convolution  $k(x, y)$  en utilisant  $m_1(x, y)$  avec  $\gamma = 1.7$  et affiché les lignes de courant engendrées par le champ VFC dans la figure 4 disponible en annexe. Une première remarque est que la portée de convergence des contours d'intérêt ne peut pas dépasser la taille du noyau de convolution (par construction du champ VFC). Pour des valeurs trop petites du rayon du noyau de convolution, par exemple  $R = 16$ , on peut observer des lignes de courant qui divergent dans les zones homogènes trop éloignées des contours d'intérêt. Ainsi, une valeur trop petite de la taille du noyau ne permet pas une bonne convergence vers les contours d'intérêt. Il paraît plus intéressant d'appliquer le noyau de convolution avec une taille élevée et modifier la portée de convergence des contours d'intérêt avec les paramètres des fonctions de magnitudes  $m_1$  ou  $m_2$ .

### 3.3 Convergence sur des contours concaves

Une des principales améliorations introduites par GVF est la convergence des contours actifs dans les concavités de l'objet d'intérêt. La nouvelle force externe introduite par Bing Li et al. ([4]) est censée conserver ces propriétés de convergences. Nous avons donc décidé de tester la bonne convergence d'un contour actif et de comparer les résultats obtenus en utilisant GVF et VFC.

Pour réaliser ces tests, nous avons donc choisi deux images de test synthétiques. La première est une étoile, la seconde est représentée par un carré dont un bord a été retiré (voir annexe ??). L'initialisation des contours actifs est la même pour les deux forces externes, et les paramètres choisis ont été les suivants :

VFC :  $R = 128$ , force  $m_1$  avec  $\gamma = 1.7$

GVF :  $\mu = 0.2$ ,  $nb_{iter} = 10000$

Les images sont présentées en annexe (annexe C). On peut remarquer que dans le cas des deux forces externes, les contours actifs ont bien convergé dans les différentes concavités des objets d'intérêt. D'autre part, le nombre d'itération nécessaire pour converger est à peu près le même dans les deux cas. Cependant, il est important de noter que le temps de calcul des deux forces externes est très différent. En effet, pour que la force externe GVF soit capable de converger, il a fallu prendre un nombre d'itération de 10000. En pratique, le calcul de la force externe VFC a été 160 fois plus rapide que celui de GVF. Cette spécificité est d'ailleurs mise en valeur dans [4].

### 3.4 Robustesse à l'initialisation du contour

D'après [4], VFC se comporte très bien en ce qui concerne l'initialisation du contour actif. Nous avons voulu tester cette déclaration. Nous avons donc lancé l'algorithme avec différentes initialisations. Les résultats sont présentés dans l'annexe D.

Les résultats montrent que malgré une bonne convergence pour des initialisations centrées approximativement au milieu de l'étoile, la convergence ne se fait pas dans le cas où le contour actif est placé préférentiellement sur un des bord des lignes de courant. Cela met en valeur l'intérêt d'ajouter une énergie de contrainte  $E_{contraintes}$  comme défini dans [1].

### 3.5 Robustesse à différents type de bruit

La force externe VFC a été introduite afin de réduire la sensibilité des contours actifs au bruit. Nous avons donc décidé de comparer les résultats obtenus en utilisant GVF et VFC en présence de différents



types de bruit. [4] précise que GVF est spécialement sensible à un bruit impulsionnel. Nous avons donc choisi de tester l'influence de ce bruit. Nous avons aussi testé l'évolution des deux forces en présence d'un bruit additif gaussien.

Les images sont présentées en annexes (E). On peut remarquer qu'effectivement, la force externe GVF se comporte très mal en présence d'un bruit impulsionnel. Avec uniquement 5% des pixels touchés, les contours ne convergent pas vers l'étoile. Avec 10% le contour initial n'est presque pas déformé. A l'inverse, VFC converge très rapidement. Même avec 15% de pixels touchés, on obtient des résultats convaincants. Les bouts des étoiles sont cependant moins bien définis par le contour actif.

Dans le cas d'un bruit additif gaussien, GVF ne se comporte pas très bien non plus. En revanche, on remarque que VFC ne fait pas beaucoup mieux. Les contours actifs sont bien attirés vers les bords de l'étoile dans un premier temps. Cependant, le bruit présent à l'intérieur de l'étoile cumulé avec la force interne des contours entraîne une contraction du contour actif.

On peut remarquer qu'avec une taille de noyau plus petit ( $R = 64$ ), le contour actif converge mieux vers les contours. On peut donc se demander si la portée de convergence doit être la même pour tout les points de l'image. Cette question sera abordée dans le dernier chapitre.

## 4 Conclusion et discussions

Dans ce document, nous avons tout d’abord fait un récapitulatif des méthodes de segmentation d’images, et nous avons défini la problématique (à la fois dans un cadre général et dans le cadre du traitement d’images médicales).

Nous avons présenté un peu plus en détail les méthodes de contours actifs et nous avons présenté une écriture du terme de force extérieure dénommée Gradient Vector Flow. Puis, dans un second temps, nous avons présenté les travaux de l’article étudié, dans lesquels une nouvelle force extérieure est présentée : Vector Field Convolution.

Dans un dernier temps, nous avons fait une analyse vaste des différentes propositions énoncées dans l’article afin de les vérifier. Cette analyse a permis d’identifier des comportements que l’on pourrait souhaiter améliorer.

En effet, nous avons pu vérifier que le choix de la portée d’attraction est beaucoup plus direct lorsqu’on utilise la force externe VFC. La portée de convergence étant directement lié au rayon  $R$  du noyau  $k(x, y)$  (et bien entendu aux paramètres des forces  $m_1$  ou  $m_2$ ), il est beaucoup plus aisé de choisir la portée d’attraction maximale souhaitée. Cependant, choisir une portée d’attraction élevée n’est pas forcément souhaitable dans tout les cas (Nous l’avons montré dans la section 3.5).

D’autre part, nous avons montré que le choix des paramètres  $\sigma$  et  $\gamma$  des forces  $m_1$  et  $m_2$  influent fortement sur l’écriture de la force externe totale. [4] présente une estimation du paramètre  $\gamma$ .

Bien que nous ayons pu remarquer que VFC n’est pas aussi insensible à l’initialisation que ce qui est présenté dans [4], nous avons pu montrer que cette écriture de force permet bien aux contours actifs d’épouser la forme de concavités importantes. Enfin, notre étude des résultats de GVF et VFC face au bruit montre que si VFC résous bien les problèmes posés par le bruit impulsionnel, les résultats de VFC soumis à un bruit additif gaussien ne sont pas aussi bons. Nous avons notamment montré qu’avec une portée de convergence plus petite, les résultats peuvent être amélioré et une question peut donc être formulée : **Est-il logique de convoluer toute l’image avec un noyau de convolution unique ?**

Une idée pourrait être de modifier le noyau de convolution  $k$  en fonction de l’image (ou de la carte des contours). Un exemple simple pourrait être de changer la taille du noyau de convolution en fonction de l’intensité du contour. On attend en effet qu’un contour intense ait une portée d’attraction importante et, à l’inverse, une particule de bruit moins intense devrait avoir une portée d’attraction plus faible. En réalité, on pourrait déjà s’attendre à avoir ce genre de comportement avec l’écriture de VFC actuelle, malheureusement un amas de particule de faible intensité peut changer le bilan des forces et empêcher une bonne convergence de la solution.

On notera que cette idée de noyau adaptatif a été étudié dans des publications récentes. [3] présente une méthode pour modifier la structure du noyau de convolution en utilisant les caractéristiques des structures locales de l’image. D’autre part [2] propose de réaliser une évolution des contours actifs à petite échelle, et d’utiliser chaque résultats comme initialisation des contours actifs de l’échelle suivante. Ce principe d’espace-échelle est par ailleurs décrit dans [7].

## Annexe A Analyse des paramètres des fonctions de magnitude

### A.1 Analyse de $m_1(x, y)$

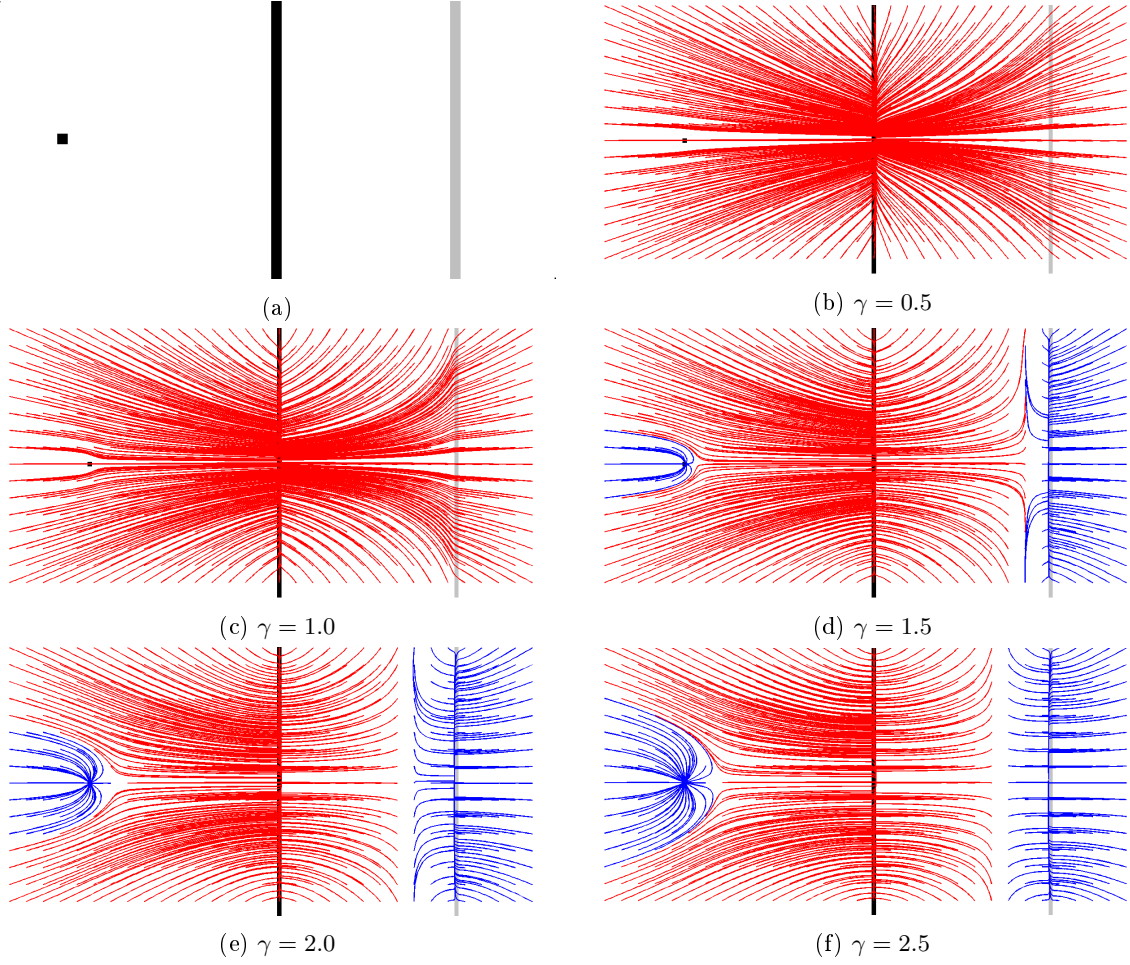


FIGURE 2 – (a) Carte de contours  $F(x, y)$  synthétique avec un bruit impulsionnel, un contour fort et un contour faible. Lignes de courant générées à partir du champ VFC utilisant  $m_1(x, y)$  avec plusieurs valeurs du paramètre  $\gamma$  et pour un rayon  $R = 128$  du noyau de convolution.

## A.2 Analyse de $m_2(x, y)$

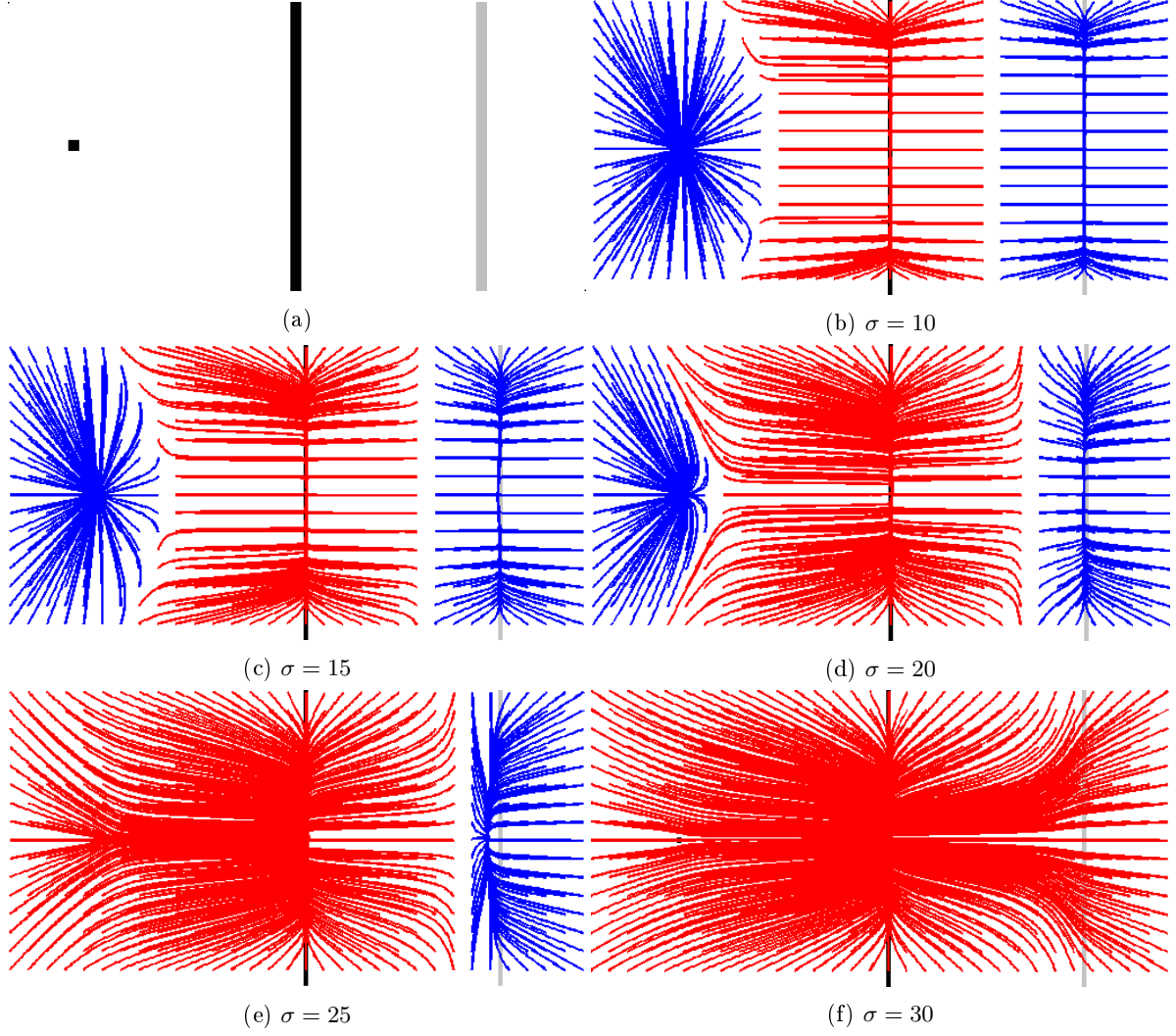


FIGURE 3 – (a) Carte de contours  $F(x, y)$  synthétique avec un bruit impulsif, un contour fort et un contour faible. Lignes de courant générées à partir du champ VFC utilisant  $m_2(x, y)$  avec plusieurs valeurs du paramètre  $\sigma$  et pour un rayon  $R = 128$  du noyau de convolution.

## Annexe B Taille du noyau de convolution

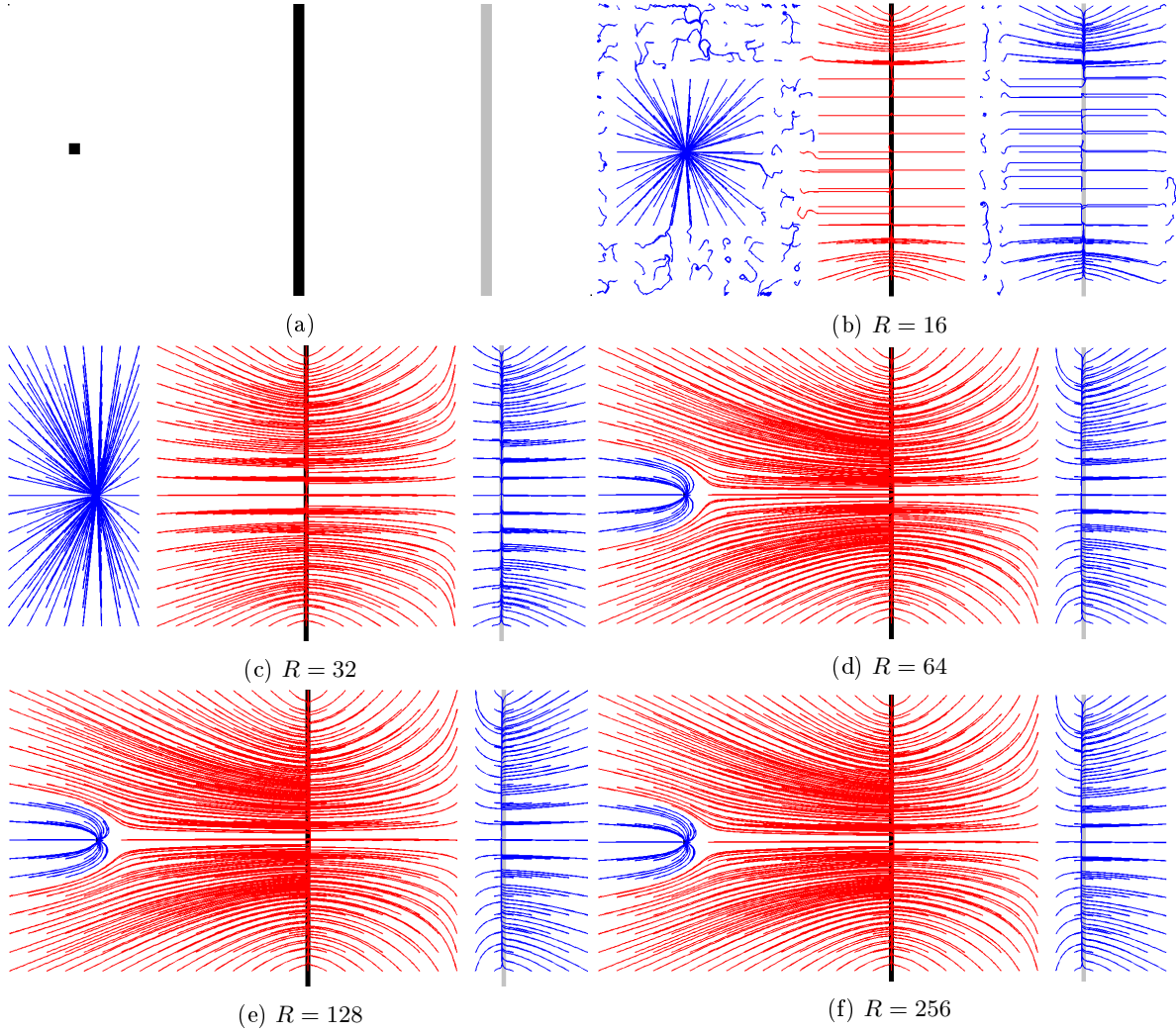


FIGURE 4 – (a) Carte de contours  $F(x, y)$  synthétique avec un bruit impulsif, un contour fort et un contour faible. Lignes de courant générées à partir du champ VFC utilisant  $m_1(x, y)$  avec  $\gamma = 1.7$  et pour différents rayons  $R$  du noyau de convolution.

## Annexe C Analyse de la convergence dans les zones concaves

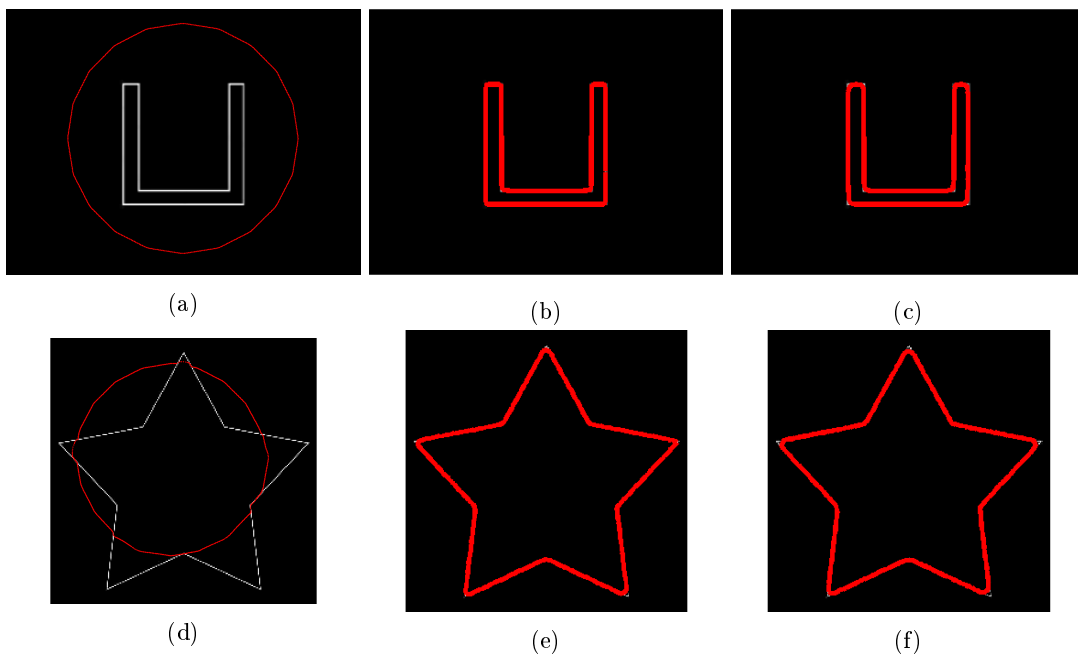


FIGURE 5 – (a),(b) : initialisation du contour actif (b),(e) : GVF ( $\mu = 0.2$ ,  $nb_{iter} = 10000$ ), (c), (f) : VCF ( $R = 128$ , force  $m_1$  avec  $\gamma = 1.7$ )

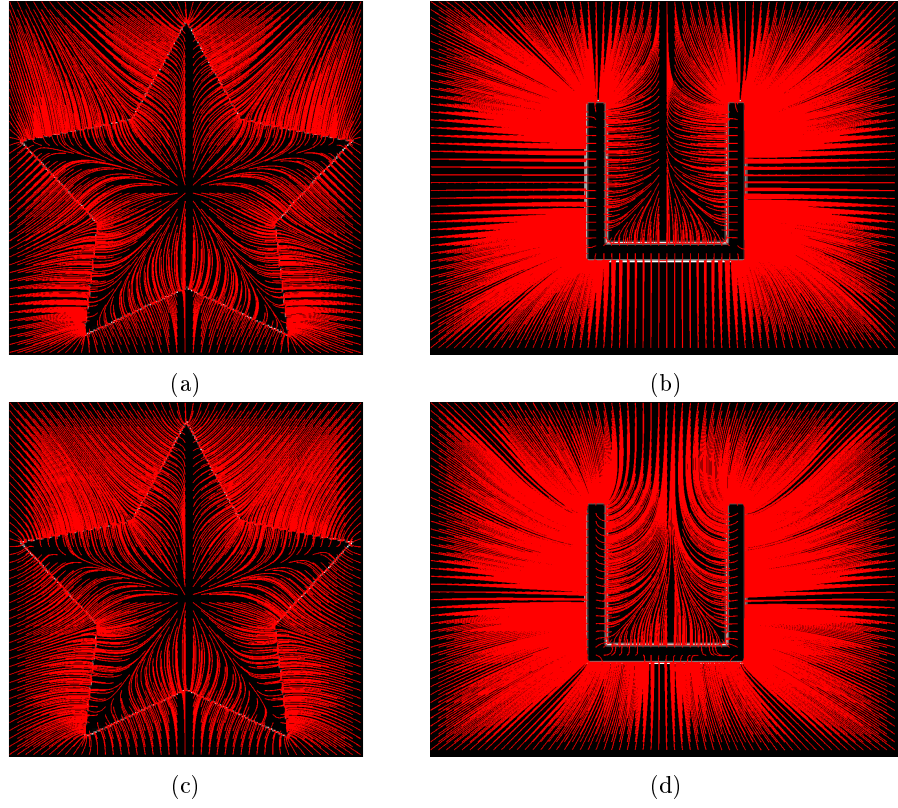


FIGURE 6 – (a),(b) : lignes d'attractions de GVF (c),(d) : lignes d'attractions de VFC

## Annexe D Analyse de la robustesse à l'initialisation des contours actifs

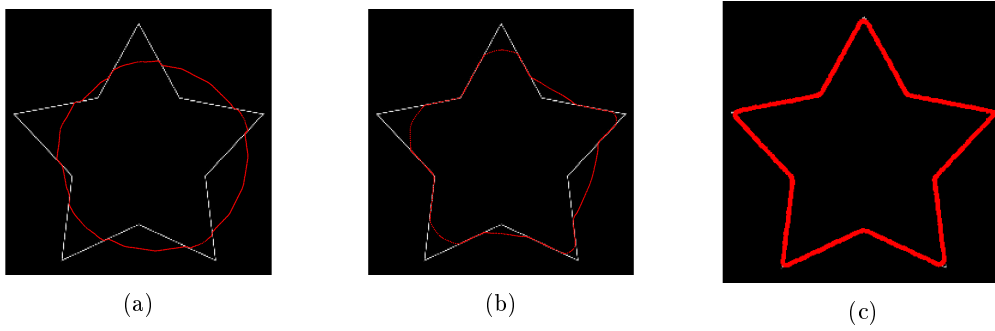


FIGURE 7 – Initialisation centrée et taille importante - Convergence vers l'objet d'intérêt

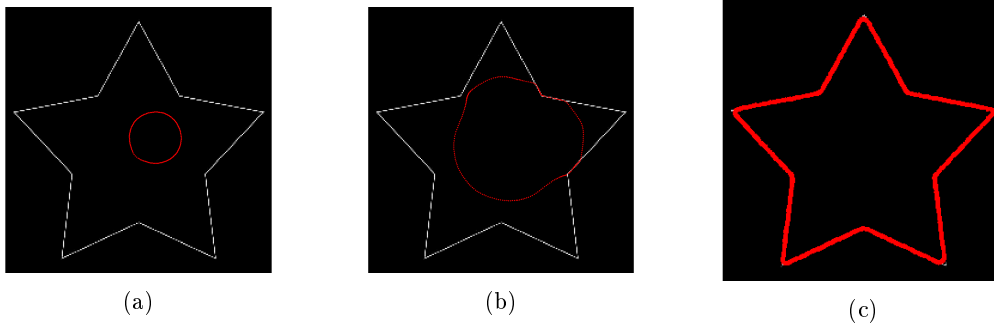


FIGURE 8 – Initialisation centrée et petite taille - Convergence vers l'objet d'intérêt

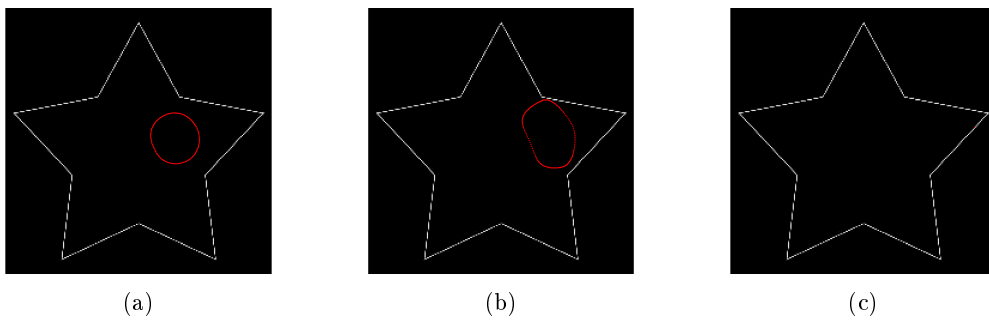


FIGURE 9 – Initialisation non centrée et petite taille - Pas de convergence vers l'objet d'intérêt

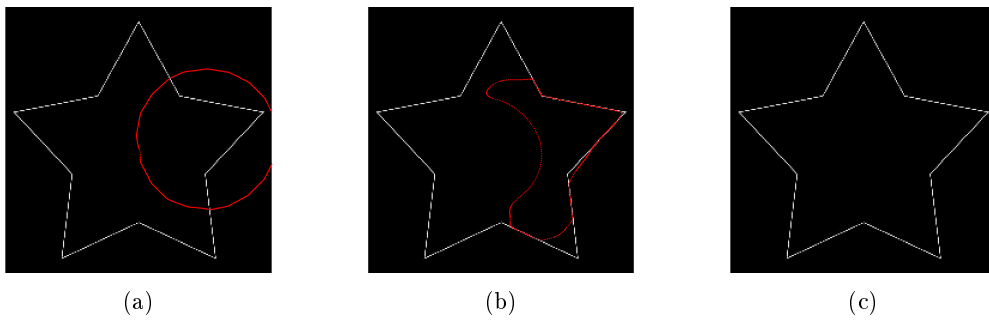


FIGURE 10 – Initialisation non centrée mais se rapprochant du centre de symétrie - Pas de convergence vers l'objet d'intérêt



## Annexe E Analyse de la robustesse au bruit

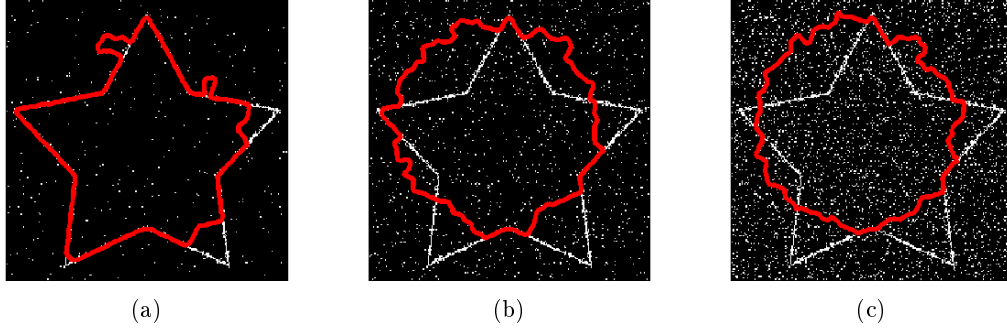


FIGURE 11 – GVF à 100 itérations sur une image bruitée par un bruit impulsionnel pour (a) 1%,(b) 5%,(c) 15% de pixels touchés

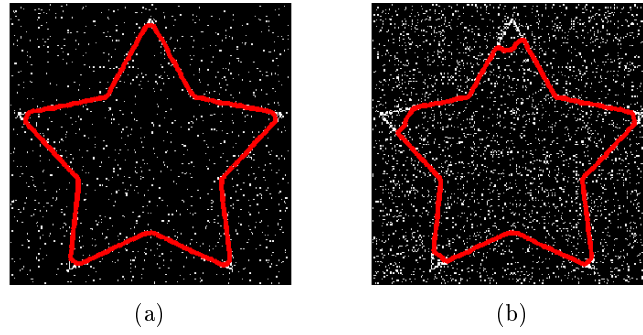


FIGURE 12 – VFC à 100 itérations sur une image bruitée par un bruit impulsionnel pour (a) 5%,(b) 15% de pixels touchés

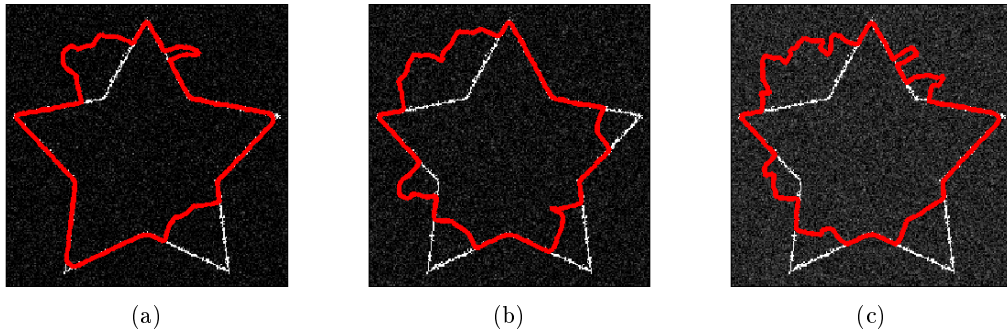


FIGURE 13 – GVF à 100 itérations pour une image bruitée par un bruit additif gaussien pour (a)  $\sigma = 0.01$ ,(b)  $\sigma = 0.05$ ,(c)  $\sigma = 0.15$

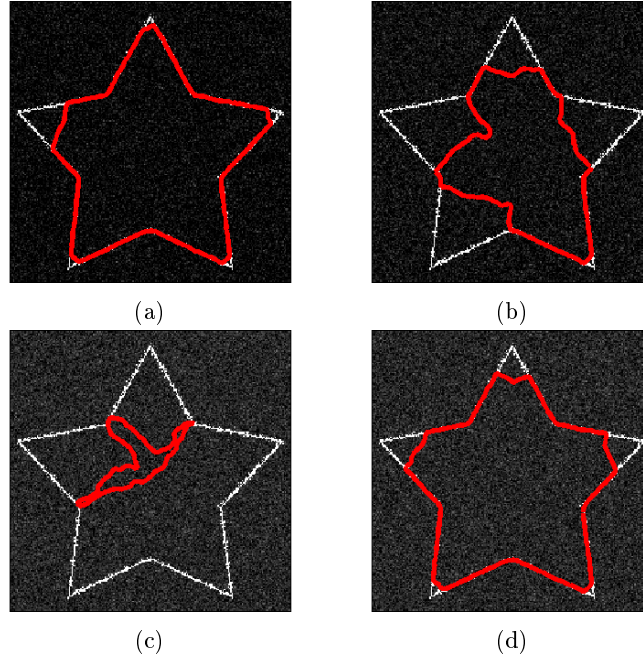


FIGURE 14 – VFC à 100 itérations pour une image bruitée par un bruit additif gaussien pour (a)  $\sigma = 0.01$ , (b)  $\sigma = 0.05$ , (c)  $\sigma = 0.15$ . (d) VFC à 100 itérations pour une image bruitée par un bruit additif gaussien  $\sigma = 0.15$  avec une taille de noyau  $R = 64$

## Références

- [1] Michael Kass, Andrew Witkin, and Demetri Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *International journal of computer vision*, 1(4) :321–331, 1988.
- [2] A. Kumar, A. Wong, P. Fieguth, and D.A. Clausi. Multi-scale tensor vector field active contour. In *Image Processing (ICIP), 2012 19th IEEE International Conference on*, pages 2557–2560, Sept 2012.
- [3] Abhishek Kumar, Alexander Wong, Akshaya Mishra, David A Clausi, and Paul Fieguth. Tensor vector field based active contours. In *Image Processing (ICIP), 2011 18th IEEE International Conference on*, pages 2833–2836. IEEE, 2011.
- [4] Bing Li and Scott T Acton. Active contour external force using vector field convolution for image segmentation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 16(8) :2096–2106, 2007.
- [5] N. Ray and S.T. Acton. Motion gradient vector flow : an external force for tracking rolling leukocytes with shape and size constrained active contours. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 23(12) :1466–1478, Dec 2004.
- [6] Chenyang Xu and Jerry L Prince. Gradient vector flow : A new external force for snakes. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 1997. Proceedings., 1997 IEEE Computer Society Conference on*, pages 66–71. IEEE, 1997.
- [7] Clare Yang and Scott T Acton. External forces for active contours via multi-scale vector field convolution. In *Image Processing (ICIP), 2012 19th IEEE International Conference on*, pages 2569–2572. IEEE, 2012.