



CISIA

Consorzio Interuniversitario
Sistemi Integrati per l'Accesso

IL TEST CISIA INGEGNERIA

Logica e
Comprensione verbale

Quesiti commentati e risolti

L/C_v



IL TEST CISIA

INGEGNERIA

Logica e
Comprensione verbale

Quesiti commentati e risolti

Curatori:

Logica: LUISELLA CAIRE e PAOLA SURIA ARNALDI

Comprensione verbale: CLAUDIO BECCARI e GIANFRANCO CALETTI

Analisi e studi statistici: GIUSEPPE FORTE, GIORGIO FILIPPI, CLAUDIO CASAROSA, FEDEICA LICARI



© 2018 Edizioni CISIA

ISBN: 9788894356748

Copyright © 2018

CISIA – Consorzio interuniversitario Sistemi integrati per l'accesso - All rights reserved.

CISIA

Presidente

Prof. Andrea Stella

Università degli Studi di Padova

Vice presidente

Prof. Bianca Maria Lombardo

Università degli Studi di Catania

Direttore

Prof. Claudio Casarosa

Università di Pisa

Consiglio Scientifico

Prof. Claudio Beccari

Politecnico di Torino

Prof. ssa Anna Ciampolini

Alma Mater Studiorum Università di Bologna

Prof. ssa Gioconda Moscariello

Università degli Studi di Napoli – Federico II

Prof. Marco Lonzi

Università degli Studi di Siena

Prof. ssa Alessandra Petrucci

Università degli Studi di Firenze

Prof. Roberto Piazza

Politecnico di Milano

Consiglio Direttivo

Prof. Andrea Stella

Università degli Studi di Padova

Prof.ssa Bianca Maria Lombardo

Università di Catania

Prof. Claudio Casarosa

Università di Pisa

Prof. Alessandro Pozzetti

Politecnico di Milano

Prof. Paolo Villani

Università degli Studi di Salerno

Direttore Tecnico

Giuseppe Forte

Sede

Via Malagoli, 12

56124 PISA

www.cisiaonline.it

www.facebook.com/consorziocisia

Presentazione

Il CISIA è stato costituito nel 2005 come Centro Interuniversitario per l'accesso alle Scuole di Ingegneria e Architettura, ed ha esteso nel tempo la propria sfera d'azione. All'inizio del 2010 diventa Consorzio Interuniversitario Sistemi Integrati per l'Accesso mantenendo lo stesso acronimo. Si occupa attualmente sia della predisposizione che dell'attuazione delle prove di ingresso per diversi corsi di laurea delle aree di Ingegneria, Economia, Farmacia e Scienze delle Università Italiane. Dal 2017, grazie al lavoro condiviso di diverse sedi universitarie, il CISIA ha iniziato la sperimentazione per l'erogazione di test standard per l'accesso ai corsi di area umanistica e dal 2018 per i corsi dell'area di Agraria. Da qualche anno ha sviluppato l'erogazione via web dei test attraverso il progetto TOLC (Test on line CISIA): TOLC-I ed English TOLC-I per l'Ingegneria, TOLC-E ed English TOLC-E per l'Economia, TOLC-F per Farmacia, TOLC-S e TOLC-B per le scienze. Questi test sono utilizzati da molte sedi in sostituzione o in modo complementare rispetto ai test cartacei.

Nella maggioranza dei casi i test hanno finalità solo orientative e si inseriscono nelle iniziative che le diverse università attuano per l'orientamento in ingresso; solo per alcuni corsi di laurea a numero programmato, i test sono utilizzati in modo selettivo.

I risultati conseguiti nel test possono servire agli studenti per decidere se iscriversi o no ad un corso di laurea, ma attualmente servono anche agli atenei per ottemperare al dettato di legge che prescrive di verificare la presenza di eventuali carenze formative e di fornire agli studenti che ne abbiano bisogno gli strumenti necessari per colmarle. Per questo i corsi di laurea degli atenei, nei loro regolamenti, indicano il tipo di carenze e, in genere, definiscono gli Obblighi Formativi Aggiuntivi (OFA) che gli studenti, se carenti, debbono soddisfare.

È ovvio che l'informazione fornita mediante il test di ammissione, con l'eventuale attribuzione degli OFA, è vitale per gli studenti carenti; non viene impedito loro di immatricolarsi, ma se gravati da OFA avranno un carico didattico piuttosto pesante che, per i meno motivati o i più deboli di loro, potrebbe risultare un ostacolo di una certa difficoltà. Nel caso dei corsi di laurea per i quali gli Atenei hanno imposto il numero programmato, il test ha valore di concorso di ammissione. Tuttavia, non entrare in graduatoria in posizione utile di solito non impedisce l'immatricolazione: in genere, infatti, viene comunque concessa per altri corsi di laurea non troppo dissimili, ma per i quali non è stabilita una quota massima di immatricolati. Per i test CISIA cartacei l'ateneo che li utilizza pubblica i risultati ottenuti dagli studenti che hanno svolto la prova presso le proprie sedi. Poiché la prova CISIA è identica e simultanea sul territorio nazionale, il test ha valore nazionale e, al momento dell'iscrizione in uno qualsiasi degli atenei partecipanti alla prova CISIA, lo studente può presentare il risultato ottenuto indipendentemente da dove ha sostenuto la prova.

La situazione è la medesima per i TOLC, test on line che sono erogati in tempi diversi e composti da quesiti diversi per i partecipanti, ma che hanno una difficoltà complessiva analoga, statisticamente validata. Anche in questo caso i risultati ottenuti da chi svolge una prova presso una sede universitaria possono essere presentati per l'iscrizione in tutte altre sedi partecipanti.

Questo piccolo volume si propone di offrire un utile riferimento agli studenti intenzionati ad affrontare il test di ammissione, in modo che sappiano che cosa ci si aspetta da loro ed acquisiscano un minimo di dimestichezza con il tipo di quesiti che troveranno nella prova. Il volume si apre con un'importante sezione dedicata alla affidabilità ed alla capacità predittiva del test che dovrebbe essere letta con molta attenzione soprattutto dagli studenti che affronteranno la prova di ingresso. Si tratta per loro di comprendere che il risultato conseguito nel test è un indicatore statistico fortemente correlato alla futura carriera universitaria; in questo senso potranno trarne utili indicazioni sul grado di impegno a cui sono chiamati per evitare difficoltà ed eccessive delusioni. Il volume poi presenta una collezione di quesiti presentati nella forma che avranno nella prova reale offrendo al lettore la

possibilità di cimentarsi in condizioni simili a quelle reali. Infine tutti i quesiti sono presentati con le rispettive soluzioni, ciascuna con un relativo commento esplicativo da parte di un esperto. Alla conclusione del commento sono riportate, in termini statistici, le percentuali ottenute da ciascuna delle cinque risposte proposte per il quesito in oggetto, ed infine le percentuali dei candidati che hanno risposto correttamente al quesito o non hanno dato nessuna risposta o hanno risposto in modo errato. Gli esperti che hanno curato questo volumetto sono docenti dell'università e della scuola media superiore che hanno fatto o continuano a far parte di gruppi di lavoro a cui è affidata la formulazione dei quesiti. I loro commenti non indicano banalmente la risposta esatta ad ogni quesito, ma spiegano perché quella risposta sia esatta e perché ciascuna delle altre sia sbagliata. Queste spiegazioni nel loro complesso offrono ai lettori delle linee guida per imparare ad affrontare quesiti a risposta multipla che, come per il passato, caratterizzeranno sicuramente la prova CISIA negli anni a venire.

Claudio Casarosa
Direttore del CISIA

Indice

Presentazione	4
La valenza predittiva dei test standard CISIA per l'Ingegneria	7
1. Introduzione	8
2. Il campione	9
3. Il test in presenza	10
4. Relazione tra scuola frequentata e punteggio al test	12
5. Relazione tra voto di diploma e punteggio al test	12
6. La progressione negli studi	13
I quesiti	17
I quesiti di Logica	18
I quesiti di Comprensione verbale	34
I quesiti commentati	58
Premessa	59
Introduzione alla Logica	60
I quesiti di Logica commentati	60
Introduzione alla Comprensione verbale	124
I quesiti di Comprensione verbale commentati	124
Le risposte esatte	171

**La valenza predittiva
dei test standard CISIA
per l'Ingegneria**

1. Introduzione

Il CISIA ha una lunga e consolidata esperienza nella realizzazione di test d'ingresso ai percorsi universitari, sviluppata negli anni a partire dai test cartacei per l'Ingegneria, e continuata estendendosi ad altre forme di erogazione e ad altre aree disciplinari coinvolgendo gruppi di studenti sempre più numerosi.

In particolare, il test in presenza per l'ingegneria (TIP), erogato in forma cartacea, è stato per molti anni il test più utilizzato negli atenei italiani per la valutazione della preparazione degli immatricolandi, la verifica dei requisiti di accesso con l'eventuale attribuzione degli OFA e la selezione degli studenti nei corsi di laurea a numero programmato. Negli anni più recenti si è assistito a un progressivo abbandono del TIP a favore del test online TOLC-I, oggi utilizzato da molte scuole di ingegneria su tutto il territorio nazionale.

L'ampia diffusione dei test CISIA (TIP e TOLC) può essere già di per sé interpretata come un indice di elevato gradimento e dunque di riconosciuta qualità.

La qualità di un test può essere tuttavia misurata in modo più rigoroso valutandone la capacità predittiva rispetto al successo nella carriera universitaria degli studenti. La predittività, infatti, conferisce ad esso elevata efficacia sia nella valutazione e nella selezione degli studenti in ingresso all'università, sia ai fini dell'orientamento delle scelte dei partecipanti. Questa valutazione può essere fatta in modo scientificamente fondato, applicando opportuni metodi statistici alla popolazione degli studenti che hanno sostenuto il test, studiando, in particolare, le relazioni tra l'esito del test e la progressione nel percorso di studio post-diploma.

Di seguito è presentato uno studio statistico, su scala nazionale, del grado di predittività dell'esito del test standard CISIA sull'evoluzione e sulla qualità delle carriere degli studenti. Si tratta di una sintesi della pubblicazione più ampia presentata durante il convegno di Napoli del 25 ottobre 2017, i cui atti completi sono disponibili sul portale CISIA (alla pagina <http://www.cisiaonline.it/convegno/>).

Lo studio si focalizza in particolare sul TIP, test in presenza, per l'ingegneria e riguarda un campione composto dagli studenti che hanno sostenuto il test nell'anno 2011 presso 13 atenei distribuiti sul territorio nazionale, per un totale di 15566 studenti. Si è scelto di condurre l'analisi sui partecipanti al TIP perché nel 2011 la quasi totalità delle sedi di ingegneria aderenti al consorzio ha svolto questo tipo di test.

La scelta dell'anno 2011 è stata inoltre motivata dalla necessità di poter monitorare le carriere degli studenti per un numero sufficiente di anni (almeno 4) a partire dal sostenimento del test di ingresso. Il periodo di riferimento per tutte le attività descritte in questo lavoro è pertanto l'intervallo 2011-2015.

Per ogni studente del campione il CISIA aveva a disposizione sia dati di carattere geografico e scolastico (ad es. scuola frequentata, sua collocazione territoriale, voto di diploma), sia dati relativi all'esito del test. Le sedi universitarie hanno fornito i dati relativi alle carriere degli studenti del campione (crediti, voti agli esami, conseguimento del titolo accademico) nei quattro anni solari successivi al 2011. Il CISIA ha unito tutte le informazioni e le ha rese anonime e a partire da questi dati è stato possibile monitorare le carriere negli anni successivi al test per studiare la relazione tra l'esito del test TIP e la performance dello studente negli studi universitari.

È importante sottolineare che, nonostante il lavoro riguardi il TIP per l'ingegneria nell'anno 2011, l'insieme degli strumenti statistici descrittivi e predittivi definiti e sviluppati è sufficientemente generale per poter essere facilmente applicato in futuro anche ad altri test come il TOLC-I e ad altre popolazioni di studenti.

2. Il campione

Il campione, composto da 15.566 partecipanti alla prova cartacea, suddiviso per genere e per macroarea geografica in cui era situata la scuola superiore frequentata, è riportato in Tabella 1.

MACRO-AREA	N.PARTECIPANTI	F	% F REL.	M	% M REL.
CENTRO	3221	965	29,96%	2256	70,04%
ISOLE	3570	948	26,55%	2622	73,45%
NORD	3521	913	25,93%	2608	74,07%
SUD	5254	1673	31,84%	3581	68,16%
TOTALE	15566	4499	28,90%	11067	71,10%

Tabella 1 - Distribuzione della popolazione per genere e per area geografica

La distribuzione degli studenti del campione per scuola superiore frequentata, riportata in Tabella 2, mostra invece che i gruppi di studenti più numerosi provengono dal liceo scientifico (56,05%), dagli istituti tecnici industriali (14,8%) e dal liceo classico (9%).

CATEGORIE	N	%	N. IMM. ING.	% REL. IMM.ING.	N. NO INFO.	% REL. NO INFO.	N. IMM. AL.CDL	% REL. IMM.AL.CDL
LS	8724	56,05%	5861	67,18%	965	11,06%	1898	21,76%
LC	1401	9,00%	790	56,39%	195	13,92%	416	29,69%
AL LICEO	362	2,33%	201	55,52%	61	16,85%	100	27,62%
IT	2304	14,80%	1688	73,26%	326	14,15%	290	12,59%
GE	825	5,30%	536	64,97%	161	19,52%	128	15,52%
TC	880	5,65%	500	56,82%	177	20,11%	203	23,07%
IP	210	1,35%	131	62,38%	44	20,95%	35	16,67%
IA	131	0,84%	47	35,88%	31	23,66%	53	40,46%
AL	729	4,68%	514	70,51%	103	14,13%	112	15,36%
TOTALE	15566		10268		2063		3235	

Tabella 2 - Distribuzione della popolazione per scuola superiore frequentata

SIGLA	TIPOLOGIA ISTITUTI
LS	liceo scientifico
LC	liceo classico
AL_LICEO	altri licei: liceo socio-psico pedagogico, liceo linguistico, istituto magistrale
IT	istituto tecnico industriale, aeronautico, agrario, nautico
GE	istituto tecnico per geometri
TC	istituto tecnico commerciale
IP	istituti professionali
IA	liceo artistico, musicale, istituto d'arte, arti grafiche

Tabella 3 - Legenda tipologia di scuole

Si può notare, inoltre, che la distribuzione cambia se si esamina solo il sottoinsieme degli studenti effettivamente immatricolati a ingegneria e in particolare il rapporto percentuale tra gli studenti che si iscrivono effettivamente a un corso di laurea di ingegneria e quelli provenienti dallo

stesso tipo di scuola superiore che hanno partecipato al test. Si nota immediatamente che gli studenti degli istituti tecnici industriali raggiungono la percentuale maggiore, il 73,26%, a dimostrazione di una maggior determinazione di questi studenti verso gli studi in ingegneria rispetto a quelli provenienti da altri tipi di scuola.

La Figura 1 presenta la distribuzione dei voti ottenuti all'esame di Stato dagli studenti appartenenti al campione.

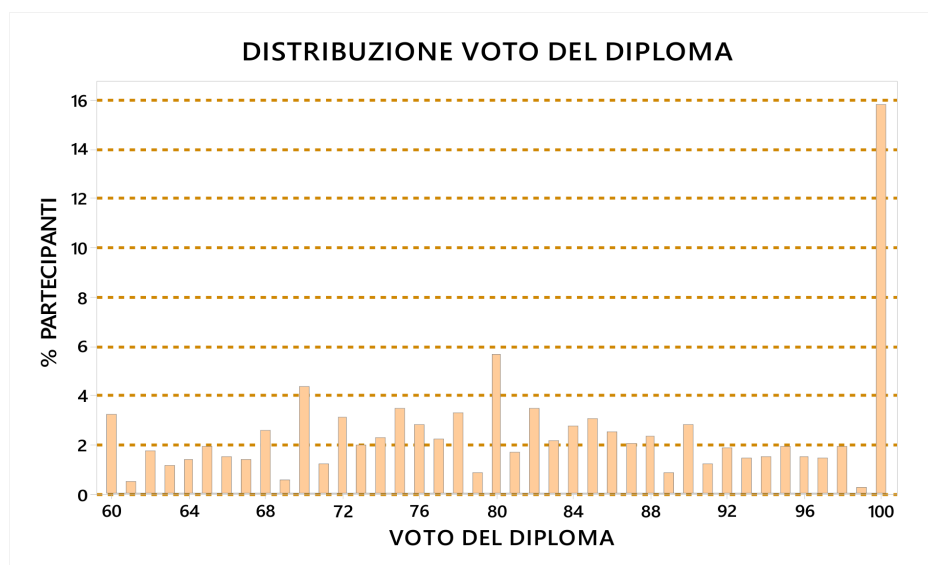


Figura 1 - Distribuzione dell'intera popolazione in base al voto dell'esame di stato

Si può notare come il voto a più alta frequenza sia quello massimo (100/100). Tenuto conto che in Italia solo il 6% circa degli studenti si diploma con votazione 100/100, il fatto che nel campione esaminato la percentuale sia invece notevolmente più alta (il 16% dei partecipanti) induce a pensare che ingegneria sia comunemente ritenuta dagli studenti una scelta adatta ai più bravi e che si verifichi quindi un effetto auto-selettivo su coloro che decidono di partecipare al test.

3. Il test in presenza

Il test in presenza CISIA per i corsi di laurea in ingegneria (TIP) è rivolto agli studenti in ingresso ai corsi di laurea in ingegneria ed è erogato in forma cartacea.

Il TIP è costituito da quesiti suddivisi in più sezioni somministrati allo studente tramite supporto cartaceo, e il tempo concesso per rispondere ai quesiti di ciascuna sezione è prefissato.

Per ogni quesito sono proposte cinque risposte differenti, delle quali solo una è esatta. L'individuazione della risposta esatta comporta l'attribuzione di 1 punto, mentre per una risposta sbagliata è attribuito un punteggio di -1/4 di punto. A ogni quesito senza risposta è assegnato un punteggio pari a 0.

Dall'anno 2018 il TIP di ingegneria è composto, con una struttura identica al TOLC-I, da cinquanta quesiti suddivisi in quattro sezioni:

- Logica: composta da 10 quesiti, con 20 minuti per lo svolgimento.

- Matematica: contiene 20 quesiti relativi a nozioni fondamentali di matematica e a problemi con un tempo di svolgimento di 50 minuti.
- Scienze: presenta 10 quesiti di chimica e fisica con 20 minuti per lo svolgimento.
- Comprensione verbale: presenta 10 quesiti relativi a due brani tratti da testi di vario genere; tempo di svolgimento 20 minuti.

Nel 2011 la prova aveva una struttura diversa: presentava ottanta quesiti suddivisi in cinque sezioni:

- Logica: 15 quesiti, con 30 minuti per lo svolgimento.
- Comprensione verbale: 15 quesiti relativi a tre brani, con 30 minuti.
- Matematica 1: 20 quesiti relativi a nozioni fondamentali di matematica con un tempo di 30 minuti.
- Scienze fisiche e chimiche: 20 quesiti con 30 minuti per lo svolgimento.
- Matematica 2: 10 quesiti relativi alla matematica applicata e a problemi, tempo di svolgimento 30 minuti.

Questa prova nel 2011 è stata utilizzata dalla maggioranza degli atenei per la verifica delle conoscenze in ingresso e per l'attribuzione di obblighi formativi aggiuntivi (OFA), soltanto in alcuni corsi di laurea a numero locale programmato la prova è stata usata in modo selettivo.

La Figura 2 mostra la distribuzione dei punteggi test nella popolazione del campione esaminato che ha affrontato il TIP con la struttura del 2011. Come si può osservare si tratta di una distribuzione normale, caratterizzata da un valore medio pari a 20.

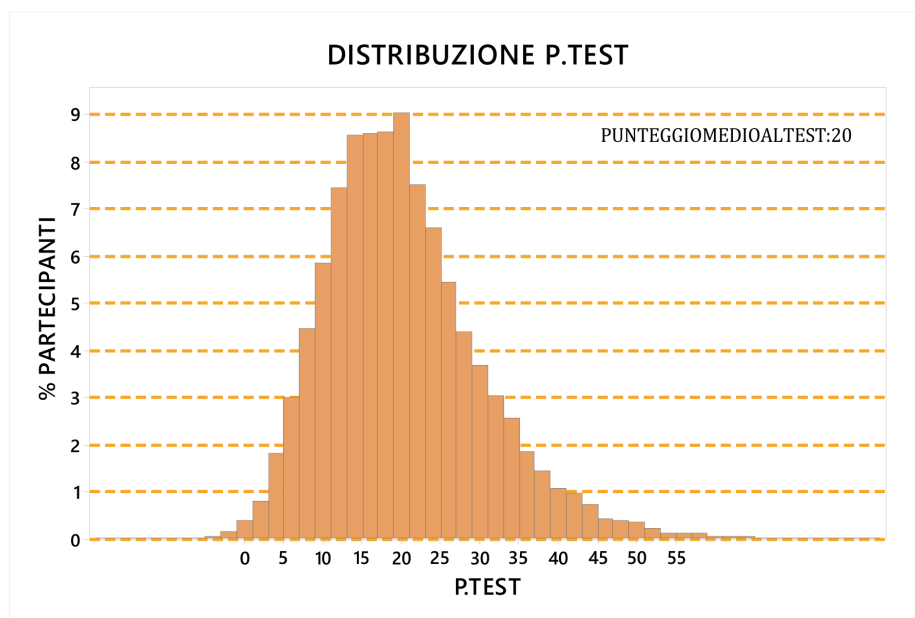


Figura 2 - Distribuzione dei punteggi test

4. Relazione tra scuola frequentata e punteggio al test

La Figura 3, mediante il formalismo grafico dei boxplot, mostra il punteggio test ottenuto dagli studenti raggruppati per tipo di scuola superiore. In particolare, in riferimento al punteggio, per ogni categoria di scuola sono riportati i valori medi, le mediane (il segmento che taglia ogni rettangolo), il primo e il terzo quartile (i 2 lati corti di ogni rettangolo), il massimo e il minimo valore. Osservando il grafico si può notare che gli studenti provenienti dal liceo scientifico ottengono i punteggi medi migliori (21,25), seguiti dagli studenti del liceo classico (19) e da quelli provenienti dagli istituti tecnici industriali (16).

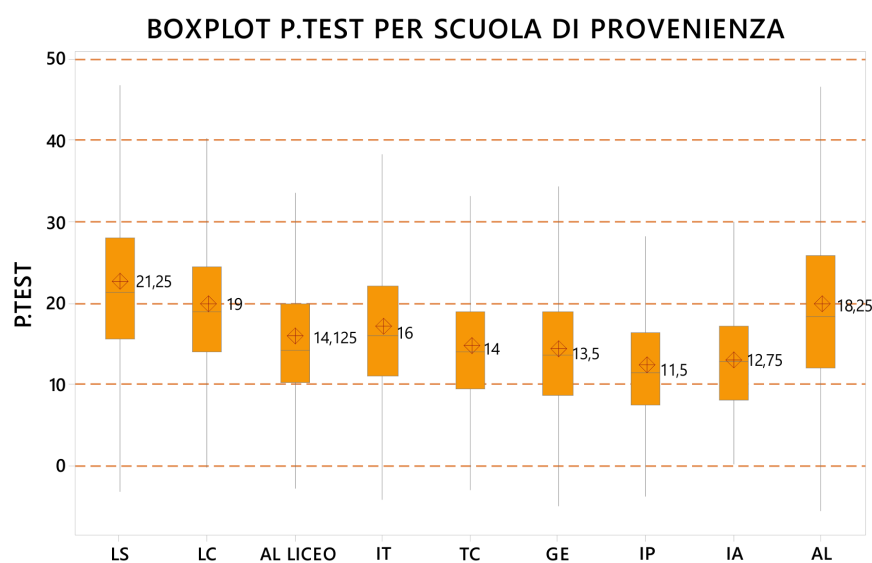


Figura 3 - Relazione tra il punteggio ottenuto nel test e la scuola di provenienza

5. Relazione tra voto di diploma e punteggio al test

Il grafico in Figura 4 presenta la distribuzione dei punteggi ottenuti al test per ogni voto di diploma. Questo diagramma evidenzia una modesta correlazione tra il voto dell'esame di stato ed il risultato del test mostrando, in particolare, che, nonostante i migliori punteggi al test siano stati ottenuti da candidati che hanno ottenuto 100 all'esame di stato, un voto alto all'esame di stato non è necessariamente garanzia di un alto punteggio al test.

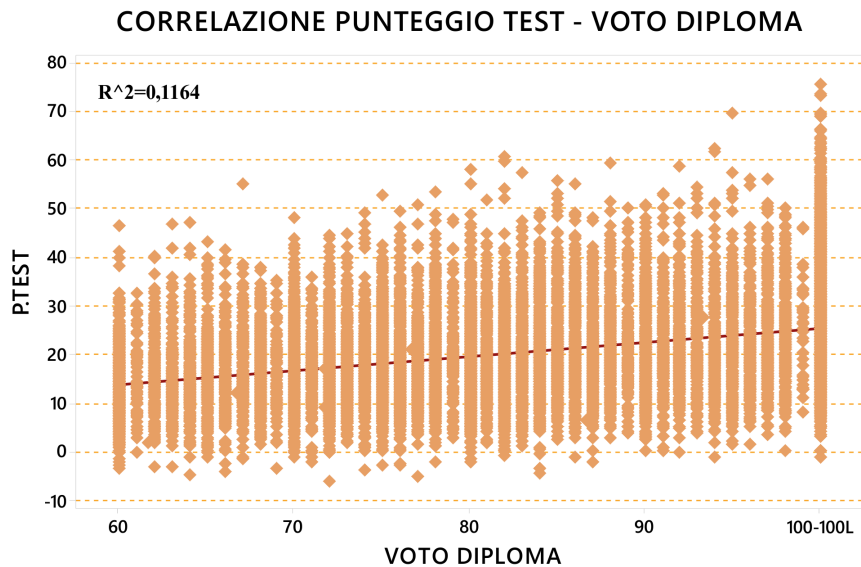


Figura 4 - Distribuzione dei punteggi test per voto di diploma

6. La progressione negli studi

Dato che l'obiettivo era quello di valutare il grado di correlazione tra esito del test e successo nel percorso di studi universitari, sono stati presi in considerazione i 10268 studenti che si sono effettivamente iscritti ad un corso di laurea in Ingegneria nella sede universitaria presso la quale hanno sostenuto il test.

Per ognuno di questi studenti, per misurare la qualità della carriera, sono stati presi in considerazione i seguenti indicatori di performance:

- il numero di CFU acquisiti nel primo anno solare successivo all'immatricolazione (cioè entro il mese di dicembre 2012);
- il tempo necessario al conseguimento della laurea;
- il voto di laurea.

Ogni indicatore è analizzato e messo in relazione con il punteggio ottenuto nel test di accesso.

CFU acquisiti e punteggio test

Il credito formativo universitario (CFU) rappresenta uno strumento di misura del carico di lavoro che un esame universitario richiede. Convenzionalmente un CFU corrisponde a 25 ore di lavoro per lo studente, che includono il tempo trascorso in laboratorio, a lezione o dedicato allo studio individuale. Per conseguire il titolo di laurea sono necessari 180 CFU; circa 60 CFU per ciascuno dei tre anni accademici in cui si articola un percorso di laurea.

La Figura 5 presenta la relazione tra il numero di CFU acquisiti nel primo anno ed il punteggio totale del test, evidenziando una marcata relazione tra le due variabili. Questo risultato mostra che

il punteggio del test esibisce una significativa valenza predittiva sulla capacità di progressione dello studente negli studi universitari.

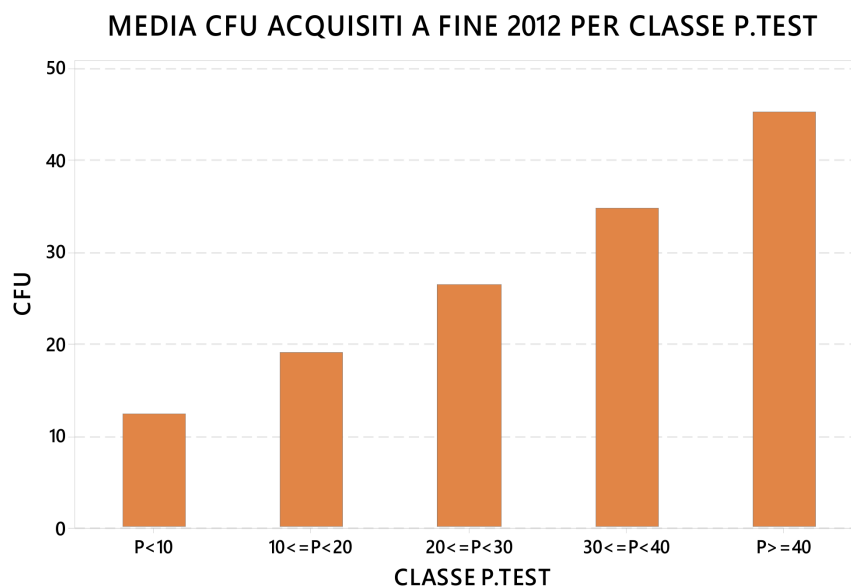


Figura 5 - *Relazione tra CFU acquisiti entro il 2012 e punteggio test*

Studenti inattivi e punteggio test

Poiché i dati indicano che un'alta percentuale dei partecipanti immatricolati non ha acquisito CFU nel primo anno di studi, è stata analizzata la relazione tra l'inattività degli studenti al primo anno e il punteggio conseguito al test.

A questo scopo, è stato assunto come studente inattivo uno studente regolarmente iscritto che, alla fine del primo anno solare successivo a quello di immatricolazione, avesse conseguito un numero di CFU inferiore a 6. Questa soglia è stata scelta per avere la sicurezza di includere nel gruppo esaminato tutti coloro che non avessero sostenuto esami, ad esclusione dell'eventuale idoneità linguistica (solitamente di 3 CFU).

Il risultato di quest'analisi è sintetizzato dal grafico in Figura 6, che riporta in ascissa le diverse classi di punteggio e in ordinata la percentuale di studenti inattivi (CFU acquisiti <6) per ogni classe. Esaminando il grafico si può facilmente constatare che al decrescere del punteggio test, cresce la percentuale di studenti inattivi.

Ciò dimostra l'esistenza di una relazione tra le 2 variabili, attribuendo perciò un elevato potenziale predittivo al punteggio test anche rispetto alla possibilità di non acquisire CFU.

Conseguimento della laurea

La carriera di ogni immatricolato si conclude con il conseguimento del titolo, che dovrebbe idealmente avvenire al termine del terzo anno di corso.

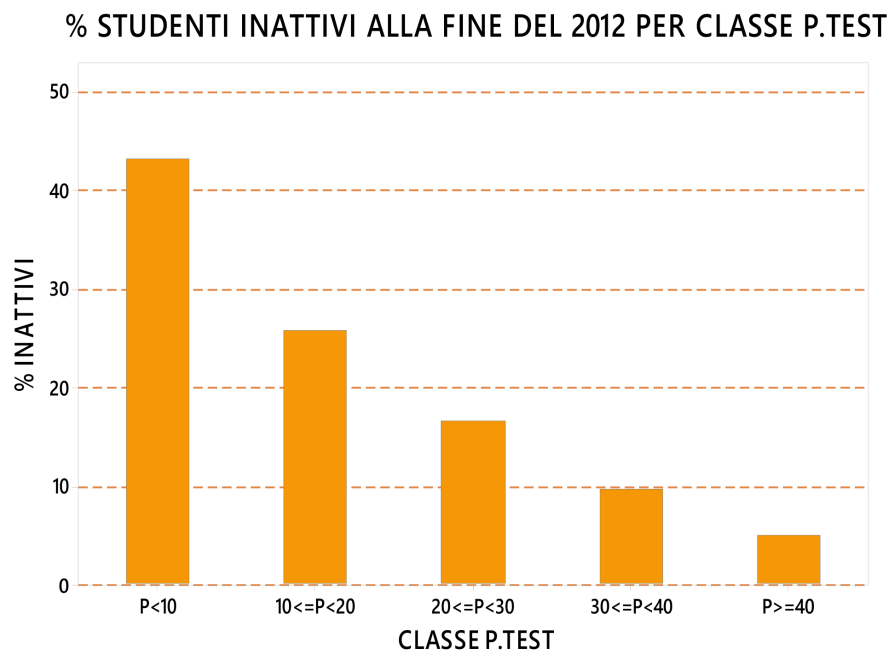


Figura 6 - Distribuzione degli studenti inattivi in base al punteggio test

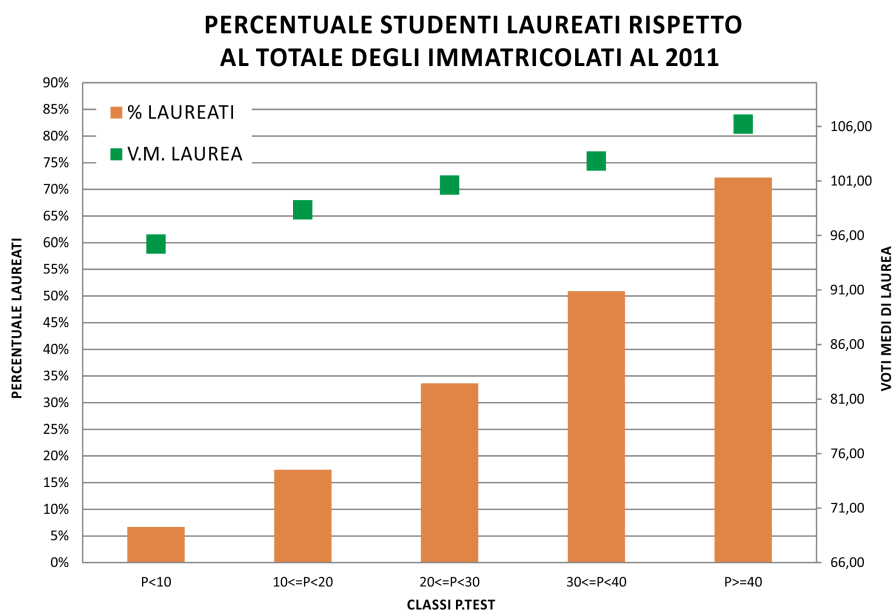


Figura 7 - Laureati entro la fine del 2015 con voti di laurea medi

Poiché esiste una notevole variabilità tra le sedi riguardo alla data di conclusione del terzo anno accademico, si è fissato come limite temporale la fine del 2015. Il numero di studenti laureati entro la fine del 2015 è risultato 2904, pari al 28,28% del totale.

Si è quindi studiata la relazione tra il numero dei laureati al 31 dicembre 2015, il voto di laurea e il punteggio test. La Figura 7 presenta i risultati di quest'analisi: per ogni classe di punteggio vengono presentati le percentuali di studenti laureati entro la fine del 2015 ed i rispettivi voti medi di laurea. Ancora una volta possiamo riscontrare come vi sia una stretta relazione tra il punteggio test ed il successo nel percorso di studi: al crescere del punteggio, cresce la percentuale dei laureati; analoga relazione è verificabile tra il voto di laurea e il punteggio test.

In conclusione possiamo affermare che dalle analisi descrittive sin qui svolte emerge in modo chiaro la valenza predittiva del punteggio del test CISIA sulla futura carriera dello studente: in tutti i casi le descrittive utilizzate hanno mostrato una significativa influenza dei risultati del test sulla qualità del percorso universitario dei partecipanti.

Parte prima

I quesiti

LOGICA

1. Nella Repubblica di Arraffa NON è vero che

Ogni parlamentare è persona onesta e competente

Dunque, nella Repubblica di Arraffa:

- A. qualche parlamentare non è onesto oppure non è competente
- B. ogni parlamentare o è onesto, ma non competente, oppure è competente, ma non onesto
- C. qualche parlamentare è onesto e competente
- D. le persone oneste e competenti non diventano mai parlamentari
- E. nessun parlamentare è onesto e competente

2. Volendo disporre i numeri

28 29 36 43 55

in modo che i dispari occupino una posizione dispari ed i pari occupino una posizione pari, in quanti modi diversi si può operare?

- A. 3
- B. 24
- C. 12
- D. 5
- E. 6

3. La signora *QKX* è stata strangolata nel proprio salotto. Il commissario *ZYW* non crede che l'imputato di omicidio (il quale si difende vibratamente dichiarando la propria innocenza) non si sia recato a casa della vittima nell'intervallo di tempo nel quale la stessa ha perso la vita. Si può dedurre che:

- A. sicuramente l'imputato non è colpevole
- B. il commissario *ZYW* è convinto che l'imputato non si sia recato a casa della vittima nell'intervallo di tempo nel quale la stessa ha perso la vita
- C. per il commissario *ZYW* l'imputato certamente non è colpevole
- D. sicuramente l'imputato è colpevole
- E. il commissario *ZYW* non esclude che l'imputato abbia strangolato la signora *QKX*

4. Nell'atrio di ingresso di un condominio è appeso un cartello con il seguente avviso:

*È permesso giocare a calcio in cortile, tranne che
dalle ore 13.00 alle ore 16.00 e di domenica*

Se ne può dedurre che in quel condominio:

- A. non è vietato giocare a calcio in cortile alle ore 12.00, purché non sia domenica
- B. non è vietato giocare a calcio in cortile la domenica dalle ore 16.00 in poi
- C. nei giorni diversi da domenica è vietato non giocare a calcio in cortile prima delle 13.00 e dopo le 16.00
- D. non è vietato giocare a calcio in cortile alle ore 14.00, purché non sia domenica
- E. non è vietato giocare a calcio in cortile alle ore 14.00, purché sia domenica

5. Con quale coppia di numeri continuereste la seguente successione di interi'

1, 2; 2, 4; 5, 8; 10, 14; 17, 22; 26, 32; ..., ...

- A. 40, 80
- B. 46, 64
- C. 40, 67
- D. 37, 44
- E. 44, 16

6. Nonno Peperino non ricorda più la *combinazione* del suo forziere elettronico. Egli ricorda solo che:

- è di quattro cifre distinte fra 0 e 9
- non vi compare il 4
- la terza cifra è la metà della quarta
- le cifre sono in ordine crescente dalla prima all'ultima

Qual è il minimo numero di tentativi che Nonno Peperino deve fare per essere sicuro di aprire il forziere?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6
- E. 2

7. Due giocatori, Aldo e Bruno, a turno dispongono su una scacchiera 3×3 , una per volta, pedine identiche tutte nere.
Vince il primo giocatore che riesce a completare un terzetto in una fila orizzontale, verticale o una delle due diagonali.
Quante sono le mosse con cui può iniziare la partita il primo giocatore (Aldo) in modo da potersi garantire la vittoria indipendentemente da come giocherà Bruno?
- A. 8
 - B. 1
 - C. 0, nel senso che Bruno può sempre rispondere in modo opportuno e garantirsi la vittoria
 - D. 5
 - E. 9
8. Franco il tabaccaio ha in cassa 195 euro e non ha monete.
Un cliente gli chiede se ha da cambiare 10, 20, 50 o 100 euro, ma Franco risponde a malincuore di no a tutte le richieste.
Quanti pezzi da 20 euro ha in cassa Franco?
- A. 1
 - B. 4
 - C. 3
 - D. 2
 - E. 0
9. Il cuoco Giovanni osserva che cucinando l'arrosto se non si usa il forno a gas la carne o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose.
Quindi se ne deduce che
- A. se l'arrosto ha l'interno ben cotto è stato cotto nel forno a gas
 - B. se l'arrosto ha l'interno ben cotto o non è bruciato all'esterno è stato cotto nel forno a gas
 - C. se l'arrosto ha l'interno ben cotto e non è bruciato all'esterno è stato cotto nel forno a gas
 - D. se l'arrosto è crudo all'interno non è stato cotto nel forno a gas
 - E. se l'arrosto è stato cotto nel forno elettrico la carne è cruda all'interno e bruciata all'esterno

10. Il grande teorico dei numeri Kontakerikonta ha scoperto i numeri *Incredibili*; egli non sa ancora se essi siano in numero finito, però ha fatto la seguente congettura:

- *se sono infiniti, almeno uno di essi deve avere 8 fattori primi distinti*

Il suo allievo Rikontoijo studiando con cura questi numeri, dimostra che la congettura di Kontakerikonta è falsa.

Dunque Rikontoijo ha provato che:

- A. se i numeri *Incredibili* sono una quantità finita, nessuno di essi ha 8 fattori primi distinti
 - B. se i numeri *Incredibili* sono una quantità finita, tutti hanno 8 fattori primi distinti
 - C. i numeri *Incredibili* sono infiniti
 - D. i numeri *Incredibili* sono infiniti e nessuno di essi ha 8 fattori primi distinti
 - E. i numeri *Incredibili* sono infiniti e hanno tutti 8 fattori primi distinti
11. Gli archeobatteri sono organismi unicellulari che vivono in stagni e si riproducono per scissione (cioè ogni batterio si divide in due e forma due altri batteri uguali). Se si immette un archeobatterio in un certo stagno, esso ogni giorno si riproduce per scissione una sola volta, e dopo 30 giorni la superficie dello stagno è completamente ricoperta dai batteri. Quanti giorni ci vorranno affinché la superficie dello stesso stagno sia completamente ricoperta, se inizialmente vi si immettono due archeobatteri?
- A. 30 giorni
 - B. 28 giorni
 - C. 29 giorni
 - D. dipende dalla superficie dello stagno
 - E. 15 giorni
12. Un'indagine svolta tra tutti i 1000 abitanti della cittadina di Sparagna al di sopra dei 55 anni, mostra che il 40% di loro possiede un frigorifero, che il 25% possiede un televisore, e che il 15% li possiede entrambi. Dunque, nella cittadina di Sparagna:
- A. al di sotto dei 55 anni meno del 40% della popolazione possiede un frigorifero
 - B. meno del 45% della popolazione al di sopra dei 55 anni possiede televisore o frigorifero
 - C. il 50% della popolazione al di sopra dei 55 anni non possiede né televisore né frigorifero
 - D. al di sotto dei 55 anni più del 25% della popolazione possiede un televisore
 - E. più del 50% della popolazione al di sopra dei 55 anni ha televisore o frigorifero

13. Quali dei numeri x, y proposti vanno inseriti nella tabella?

1	3	6	10	x	21	28
1	2	6	24	120	y	5040

- A. $x = 14$ e $y = 720$
- B. $x = 14$ e $y = 240$
- C. $x = 15$ e $y = 720$
- D. $x = 12$ e $y = 240$
- E. $x = 15$ e $y = 240$

14. Luigina afferma:

- il martedì, se faccio il bagno poi vado al mercato. L'altro ieri era martedì, e ho fatto il bagno
- ieri non ho fatto il bagno e sono andata al mercato
- oggi andrò al mercato e forse mi farò anche il bagno

Ne consegue necessariamente che:

- A. tutte le volte che Luigina va al mercato, non si fa il bagno
- B. il martedì Luigina fa sempre il bagno
- C. se Luigina fa il bagno di mercoledì, poi non va al mercato
- D. l'altro ieri Luigina non è andata al mercato
- E. a volte Luigina va al mercato senza essersi fatta il bagno

15. In una discussione tra amici, Antonio dice:

A tutti noi piace il caffè, tranne che a Paola, a cui non piace

Fabio osserva che Antonio ha torto.

Ne consegue che:

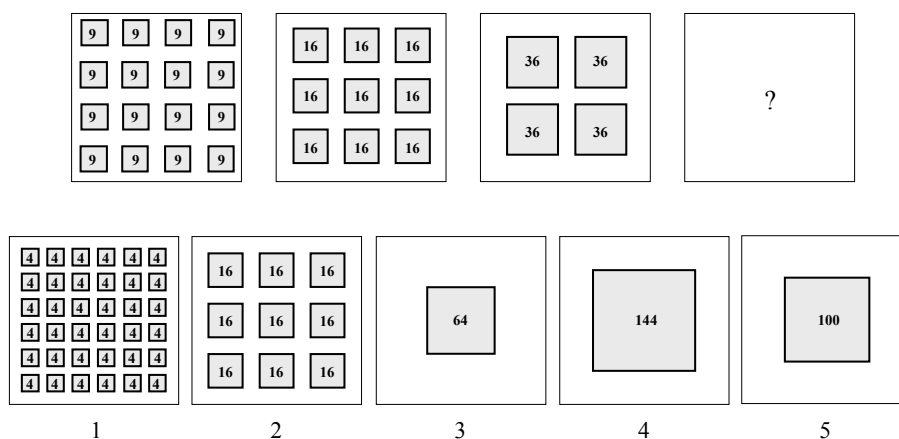
- A. a tutti gli amici piace il caffè
- B. a Paola piace il caffè
- C. a uno degli amici, che non è Paola, non piace il caffè
- D. o a Paola piace il caffè, oppure c'è qualcuno tra gli amici, oltre Paola, a cui il caffè non piace
- E. non è possibile che il caffè dispiaccia a uno solo tra gli amici

16. Giocando a Risiko Giulio Cesare ha vinto più di suo nipote Augusto, ma non di Napoleone. Alessandro Magno ha vinto meno di Carlo Magno, ma più di Napoleone. Chi ha vinto di meno?
- A. Carlo Magno
 - B. Alessandro Magno
 - C. Napoleone
 - D. Augusto
 - E. Giulio Cesare
17. Il tenente Piccione, nel corso delle sue indagini su un assassinio, ha appurato questi due fatti:
- se X ha accoltellato la vittima, allora X è mancino;
 - se Y ha accoltellato la vittima, allora Y è l'assassino.
- Quale di queste deduzioni è corretta?
- A. Il commissario Piccione accerta che il signor Bianchi non è mancino e ne deduce che non è l'assassino
 - B. L'assassino ha accoltellato la vittima
 - C. Il commissario Piccione accerta che il signor Rossi è mancino e ne deduce che è l'assassino
 - D. Il commissario Piccione accerta che il signor Bianchi non è mancino e ne deduce che non ha accoltellato la vittima
 - E. Il commissario Piccione accerta che il signor Rossi è mancino e ne deduce che ha accoltellato la vittima
18. Il Re non rispettò il consiglio del Gran Ciambellano di opporsi alla celebrazione del matrimonio della Principessa dal Collo di Cigno con il rospo che amava, qualora i giovani insistessero per celebrare il rito nella Basilica di Superga. Le principesse, almeno quelle delle favole, seguono la volontà paterna. Che cosa ne deducete?
- A. La principessa ed il rospo potranno sposarsi, se lo desidereranno, nella Basilica di Superga
 - B. La principessa ed il rospo non si sposteranno
 - C. La principessa ed il rospo potranno sposarsi, ma non nella Basilica di Superga
 - D. I dati del problema non autorizzano a concludere la veridicità di alcuna delle interpretazioni proposte
 - E. La principessa ed il rospo si sposteranno necessariamente nella Basilica di Superga

19. La frase *Sul tavolo ci sono due bicchieri* implica che sul tavolo

- A. ci sono due bicchieri e una bottiglia
- B. non ci sono bottiglie
- C. ci sono due bicchieri e due tazzine da caffè
- D. c'è un bicchiere
- E. non ci sono tre bicchieri

20. Quale dei quadrati numerati da 1 a 5 sostituisce correttamente il riquadro contenente il punto interrogativo?



- A. Il quadrato 5
- B. Il quadrato 3
- C. Il quadrato 1
- D. Il quadrato 2
- E. Il quadrato 4

21. Per numerare le pagine di un libro sono state usate in totale 3301 cifre.
Le pagine del libro sono:

- A. tra 1500 e 2000
- B. tra 2000 e 3000
- C. meno di 1000
- D. più di 3000
- E. tra 1000 e 1500

22. Si legge sull'autobus

I passeggeri sono tenuti a pagare un ulteriore biglietto per ogni bagaglio che superi le seguenti dimensioni: $50\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 25\text{ cm}$.

Chi legge comprende che, in base a questa norma, si debba pagare un ulteriore biglietto per un oggetto di qualunque forma che occupi uno spazio il cui volume è superiore a quello occupato dal bagaglio sopra descritto. Egli deduce quindi che:

- A. si deve pagare un biglietto per un pallone del diametro di 20 cm
- B. si deve pagare un biglietto per un bastone lungo 90 cm e con il diametro di 2 cm se tenuto orizzontalmente
- C. si deve pagare un biglietto per un bastone lungo 90 cm e con il diametro di 2 cm
- D. si deve pagare un biglietto per un oggetto che supera 50 cm di lunghezza oppure 30 cm di altezza oppure 25 cm di spessore
- E. si deve pagare un biglietto per un oggetto che supera 50 cm di lunghezza e 30 cm di altezza e 25 cm di spessore

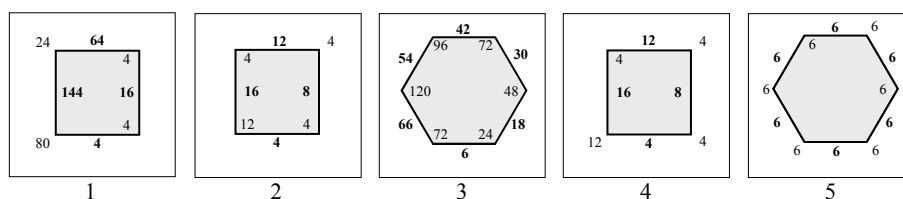
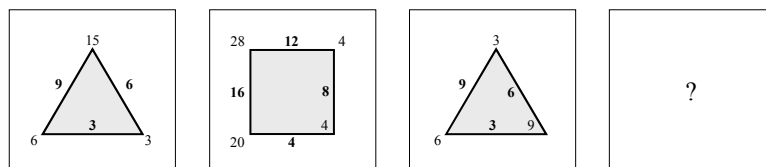
23. Indicare quanti numeri diversi si possono ottenere da somme algebriche di questo tipo

$$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 5$$

utilizzando tutte le cifre da 1 a 5 e al variare di tutte le possibili scelte dei segni + o - (ad esempio: $-1 - 2 + 3 + 4 + 5$, $1 + 2 - 3 + 4 + 5$, ...).

- A. 20
- B. 24
- C. 31
- D. 16
- E. 32

24. Quale delle figure numerate da 1 a 5 sostituisce correttamente il riquadro contenente il punto interrogativo?



- A. La figura 2
B. La figura 3
C. La figura 4
D. La figura 5
E. La figura 1

25. Il ministro dell'economia di Matlandia afferma:

Se il bilancio non sarà tagliato, allora nel prossimo anno 2006 i prezzi rimarranno stabili se e soltanto se aumenteremo tutte le tasse

Ammissa l'assoluta verità di questa affermazione e fondandosi solo su di essa, che cosa può essere accaduto a Matlandia nel 2006?

- A. Il bilancio non fu tagliato; tutte le tasse furono aumentate e i prezzi rimasero stabili
B. Il bilancio non fu tagliato; tutte le tasse furono aumentate e i prezzi crebbero
C. Il bilancio non fu tagliato; le tasse non furono aumentate e i prezzi rimasero stabili
D. Il bilancio non fu tagliato; furono aumentate le tasse solo sugli stipendi degli impiegati dello Stato e i prezzi rimasero stabili
E. Il bilancio non fu tagliato, e i prezzi crebbero comunque

26. Quale fra le seguenti affermazioni è sicuramente **falsa**?
- A. Chi respira è vivo. Piero non respira, dunque Piero è morto
 - B. Nessun parigino è italiano; tutti i parigini parlano francese; ma non è vero che nessun italiano parla francese.
 - C. Un quadrato è sempre un rombo
 - D. Ciò che è scritto in A. è falso
 - E. Ogni professore ha un registro. Mario non ha registro, dunque Mario non è professore
27. Al termine di una seduta di allenamento della Nazionale, Totti e Buffon fanno la seguente scommessa: Totti tirerà 12 rigori e Buffon cercherà di pararli. Per ogni rigore parato Totti darà 50 euro a Buffon mentre per ogni rigore segnato Buffon darà 40 euro a Totti. Dopo di ciò viene eseguita la serie di rigori al termine della quale Totti deve avere da Buffon 120 euro.
Quanti rigori ha parato Buffon?
- A. 9
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 4
 - E. 12
28. Una famosa congettura afferma che vi sono infinite coppie (p, q) di numeri primi tali che $p = q + 2$. Confutare questa affermazione equivale a mostrare che:
- A. per ogni intero positivo n e per ogni numero primo q con $q > n$ il numero $q + 2$ non è primo
 - B. esistono un intero positivo n e un numero primo q con $q > n$ tali che il numero $q + 2$ non è primo
 - C. per ogni intero positivo n esiste un numero primo q con $q > n$ tale che il numero $q + 2$ non è primo
 - D. esiste un intero positivo n tale che, qualunque sia il numero primo q con $q > n$, il numero $q + 2$ non è primo
 - E. esiste un intero positivo n tale che, per ogni numero (primo e non primo) m con $m > n$, il numero $m + 2$ non è primo

29. Considero una tabella quadrata formata da 4 numeri diversi e disposti in 2 righe ciascuna composta da 2 numeri:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Siano:

- r_1 il più piccolo dei numeri della prima riga
- r_2 il più piccolo dei numeri della seconda riga
- R il maggiore tra r_1 ed r_2
- K_1 il più grande dei numeri della prima colonna
- K_2 il più grande dei numeri della seconda colonna
- k il minore tra K_1 e K_2

Allora possiamo concludere che:

- A. $R < k$
- B. $R = k$
- C. $R > k$
- D. $R \geq k$
- E. $R \leq k$

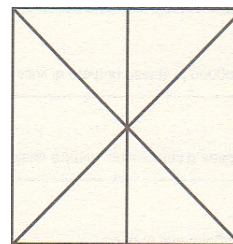
30. Di una famiglia si sa che:

- almeno un maschio non è celibe
- tutti i laureati sono celibi
- non è vero che almeno un maschio non è maggiorenne.

Solo una delle seguenti proposizioni è deducibile dalle premesse. Quale?

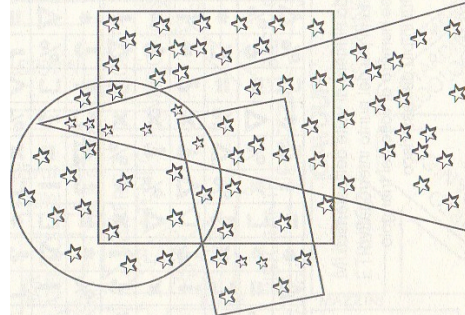
- A. Nessun maggiorenne non è coniugato
- B. Tutti i celibi sono laureati
- C. Almeno un maggiorenne è coniugato
- D. Almeno un celibe non è maggiorenne
- E. Almeno un maggiorenne non è coniugato

31. Due giocatori prendono a turno dei sassolini con l'unica regola che non se ne possono prendere né 4 né 8.
Vince quel giocatore che riesce a prendere l'ultimo sassolino.
Se inizialmente i sassolini sono 8, quanti ne deve prendere il primo giocatore per potersi garantire la vittoria, supponendo che nelle mosse successive ogni giocatore non commetta errori?
- A. Qualunque numero prenda, vincerà sempre
B. Qualunque numero prenda, perderà sempre
C. 1
D. 2
E. 3
32. Ci sono cinque persone con diverse situazioni patrimoniali.
Oronzo è più ricco di Rocco, le cui ricchezze sono più modeste di quelle di Silvio, e quest'ultimo a sua volta è più danaroso di Piero. Quirino è meno benestante di Piero, ma più agiato di Oronzo. Chi è il terzo in ordine di ricchezza?
- A. Piero
B. Rocco
C. Oronzo
D. Silvio
E. Quirino
33. Indicare qual è la negazione dell'affermazione
- Umberto ha almeno un figlio biondo*
- A. Almeno un figlio di Umberto non è biondo
B. Umberto non ha figli oppure ha soltanto figli non biondi
C. Tutti i figli di Umberto sono bruni
D. Non tutti i figli di Umberto sono biondi
E. Umberto ha tutti i figli rossi di capelli
34. Quanti triangoli sapete individuare nella figura seguente?
- A. 6
B. 12
C. 10
D. 8
E. 16



35. Dire quante stelle sono comprese sia nel triangolo, sia nel cerchio ma non nel quadrato e neppure nel rettangolo.

A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
E. 6



36. Dei 120 parlamentari di Allegrandia si sa che un terzo è stato inquisito dalla magistratura e condannato definitivamente e i tre quarti sono al secondo (o comunque, non al primo) mandato parlamentare. Se ne può concludere che:

A. un quarto dei parlamentari è al primo mandato ed è stato condannato definitivamente
B. nessuno dei parlamentari al primo mandato è stato condannato definitivamente
C. scelti comunque tre parlamentari, uno almeno di essi è stato condannato definitivamente
D. un terzo dei parlamentari al primo mandato è stato condannato definitivamente
E. c'è almeno un parlamentare che è stato condannato definitivamente ed è ad un mandato successivo al primo

37. Un accogliente cartello all'ingresso del ristorante *L'Oca Giuliva* recita:

Se si è in pochi, si mangia bene
Se si è in tanti, si spende poco

Il Signor Aquilotto, con la sua mente acuta, ne deduce logicamente che:

A. se si è pochi, si spende tanto
B. per mangiar bene è necessario andarci in pochi
C. se si mangia male non si è in pochi
D. per spendere poco bisogna essere in tanti
E. se si è in tanti, si mangia male

38. In occasione delle elezioni primarie per la scelta del candidato premier di Burgundia, ciascuno dei sette candidati è sicuro di riuscire a classificarsi fra i tre più votati. Negare questa frase vuol dire affermare che:
- A. c'è almeno un candidato che teme di rientrare fra i tre meno votati
 - B. c'è almeno un candidato che non è sicuro di rientrare fra i primi tre più votati
 - C. alcuni dei sette candidati sono sicuri di riuscire a classificarsi fra i tre più votati
 - D. ogni candidato è sicuro di non riuscire a classificarsi fra i tre più votati
 - E. ciascuno dei sette candidati teme di rientrare fra i tre meno votati
39. Indicare quale tra le coppie di numeri indicate va inserita al posto dei puntini nella seguente sequenza
- 3, 43 ; 5, 27 ; 9, 19 ; ..., ... ; 33, 13
- A. 24, 74
 - B. 19, 11
 - C. 15, 15
 - D. 17, 15
 - E. 23, 13
40. Un chimico, studiando una soluzione che si era tinta di arancione, constatò che in essa era presente del sodio o del potassio (o entrambi); osservò che, se **NON** c'era sodio, c'era ferro, e che, se c'era potassio, c'era anche jodio. Quale di queste situazioni si può verificare?
- A. La soluzione contiene solo potassio e ferro
 - B. La soluzione contiene solo ferro e jodio
 - C. la soluzione contiene sodio e potassio, e non contiene jodio
 - D. La soluzione non contiene né sodio né jodio
 - E. La soluzione contiene solo sodio
41. Una indagine mostra che in Italia ci sono più persone coniugate che single e più maschi che femmine. Da questi dati possiamo dedurre che una sola fra le seguenti affermazioni è sicuramente **FALSA**; quale?
- A. In Italia le coppie sono più delle donne nubili
 - B. In Italia le coppie sono più dei maschi celibi
 - C. In Italia ci sono più mariti che donne nubili
 - D. In Italia i single sono più del doppio delle coppie
 - E. In Italia ci sono più maschi celibi che mariti

42. Premesso che:

- chi ascolta musica rock o blues non è stonato
- Agenore non è stonato
- chi ascolta blues non vince al Lotto

quale tra le seguenti conclusioni **NON** si può trarre dalle precedenti premesse?

- A. È impossibile che Agenore ascolti blues
- B. Uno stonato non ascolta rock
- C. È possibile che Agenore non vinca al Lotto
- D. Chi vince al Lotto non ascolta blues
- E. Non è escluso che Agenore ascolti rock

43. Il grande teorico dei numeri Valakekontojioo, studiando i numeri interi $1, 2, 3, 4, 5, \dots$, ha trovato che tra essi potrebbero esistere i numeri *cirilli*, che godono di queste due proprietà:

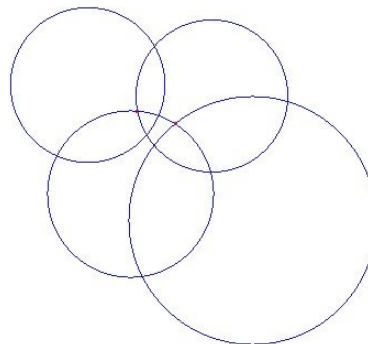
- la somma di due numeri cirilli (anche uguali) è un cirillo
- il prodotto di due numeri cirilli (anche uguali) non è un cirillo

Il suo allievo Son Pyooh Foorb studiando con cura questi numeri, ha scoperto quanti sono i numeri cirilli, e precisamente ha dedotto che il numero dei cirilli è:

- A. 3
- B. 0
- C. 1
- D. 4
- E. infinito

44. Dobbiamo colorare le 11 regioni delimitate dai 4 cerchi della figura in modo che due regioni che hanno un arco in comune non siano dello stesso colore. Quanti colori dobbiamo usare come minimo per soddisfare questa richiesta?

- A. 4
- B. 6
- C. 2
- D. 5
- E. 3



45. Un Marziolano, osservando che:

- metà di tutti i Tondolini sono remissivi
- metà di tutti i Marziolani sono testardi
- metà di tutti i Marziolani sono remissivi

e tenendo presente che non si può essere insieme remissivi e testardi, deduce che una e una sola delle seguenti affermazioni **NON** può essere vera. Quale?

- A. Metà di tutti i Tondolini sono testardi
- B. Tutti i Tondolini sono Marziolani
- C. Tutti i Marziolani sono Tondolini e nessun Tondolino è testardo
- D. Non esistono Tondolini che siano anche Marziolani
- E. Tondolini e Marziolani sono lo stesso insieme di persone

COMPRENSIONE VERBALE

TESTO I

La libertà

¹ So che discutere dei giudizi di valore fondamentali è un'impresa disperata. Per esempio se qualcuno approva, come obiettivo, l'estirpazione della razza umana dalla terra, non è possibile rifiutare tale punto di vista su basi razionali. Ma se si arriva a un accordo su certi obiettivi e valori, si può discutere razionalmente dei mezzi con cui conseguire tali obiettivi. Indichiamo, allora, due obiettivi sui quali quasi tutti coloro che leggeranno queste righe potranno agevolmente convenire.

1. I beni strumentali che dovrebbero servire a mantenere la vita e la salute di tutti gli esseri umani andrebbero prodotti con la minor fatica possibile per tutti.
2. Il soddisfacimento dei bisogni fisici è di fatto la preconditione indispensabile per una buona esistenza, ma ciò di per se non è abbastanza. Per essere contenti gli uomini dovrebbero avere anche la possibilità di sviluppare liberamente le proprie facoltà intellettuali e artistiche, nella misura consentita dalle particolari caratteristiche e abilità di ciascuno.

² Il primo dei due obiettivi richiede il perseguimento di ogni possibile conoscenza delle leggi della natura e delle leggi che regolano i processi sociali, vale a dire la promozione di ogni tipo di sforzo scientifico. Perché lo sforzo scientifico è un tutto naturale le cui parti si sostengono a vicenda in un modo che, di fatto, nessuno può anticipare. Tuttavia, il progresso della scienza presuppone la possibilità di comunicare senza alcuna restrizione tutti i risultati e i punti di vista, la libertà d'espressione e di istruzione in tutti gli ambiti dello sforzo intellettuale.

³ Per libertà intendo condizioni sociali tali da impedire che l'espressione di opinioni e affermazioni relative a questioni di scienza generale e particolare comporti pericoli o svantaggi seri per chi le esprime. Questa libertà di comunicazione è indispensabile per lo sviluppo e la diffusione della conoscenza scientifica, una considerazione di grande importanza pratica. In primo luogo essa va garantita per legge. Ma le leggi non possono assicurare da sole la libertà d'espressione; affinché ciascuno possa esprimere le proprie opinioni senza incorrere in penalità deve sussistere un diffuso spirito di tolleranza nell'intera popolazione. Non potremo mai raggiungere del tutto un simile ideale di libertà esteriore, ma dobbiamo perseguirlo senza tregua se vogliamo far progredire il più possibile il pensiero scientifico e la riflessione filosofica e creativa in generale.

⁴ Se si vuole assicurare anche il secondo obiettivo, cioè la possibilità dello sviluppo spirituale per tutti gli individui, si rende necessario un secondo tipo di libertà esteriore. L'uomo non dovrebbe trovarsi costretto a lavorare per il soddisfacimento delle necessità vitali al punto da non avere più né tempo né energia per le occupazioni personali. Senza questo secondo tipo di libertà esterna, la libertà d'espressione, per lui, è inutile. I progressi tecnologici potrebbero consentire questo secondo tipo di libertà se si riuscisse a risolvere il problema di una ragionevole ripartizione della fatica.

⁵ Lo sviluppo della scienza e delle attività creative dello spirito in generale richiede un ulteriore tipo di libertà, che potremmo definire libertà interiore. Tale libertà dello spirito consiste nell'indipendenza del pensiero dai vincoli dei pregiudizi autoritari e sociali, come anche dagli stereotipi mentali

non in armonia con i principi filosofici e dalla consuetudine in generale. Questa libertà interiore è un dono di natura piuttosto raro e un degno obiettivo per l'individuo. Tuttavia la società può fare molto per favorirne il conseguimento, quantomeno non intralciandone lo sviluppo. Le scuole, per esempio, possono ostacolare lo sviluppo della libertà interiore esercitando sui giovani influenze autoritarie o imponendo loro eccessivi oneri spirituali; d'altro canto le scuole possono favorire tale libertà incoraggiando il pensiero indipendente. Solo attraverso il perseguimento costante e consapevole della libertà esteriore e interiore l'uomo potrà contare su una possibilità di sviluppo e di affinamento spirituale, e con ciò di miglioramento della propria vita esterna e interiore.

QUESITI RELATIVI AL TESTO I

1. La libertà interiore consiste
 - A. nel seguire i propri sentimenti
 - B. nell'accettazione dei giudizi altrui
 - C. nello spirito critico
 - D. nell'indifferenza ai valori sociali
 - E. nell'affermazione del proprio punto di vista

2. I giudizi di valore
 - A. non cambiano mai
 - B. sono legati alle tradizioni
 - C. sono derivabili da conoscenze scientifiche
 - D. hanno un fondamento razionale sicuro
 - E. sono problematici

3. La scuola dovrebbe
 - A. essere condotta in modo autoritario
 - B. scoraggiare l'originalità
 - C. trasmettere un sapere acquisito
 - D. favorire la ripetitività
 - E. liberare dagli stereotipi

4. Il progresso tecnico
 - A. assorbe maggiori energie
 - B. esige maggiore impegno di lavoro
 - C. fa aumentare i bisogni
 - D. concentra l'attenzione sui beni materiali
 - E. favorisce la libertà

5. Il progresso scientifico
- A. favorisce l'omologazione dei giudizi
 - B. è indipendente dalle condizioni sociali
 - C. non esige uno sforzo comune
 - D. assicura il dominio sociale sulla natura
 - E. richiede libertà di comunicazione

TESTO II

I graffiti

¹ Ciò che colpisce del periodo romano, e che secondo me non trova paralleli fino a tempi recentissimi, è la dimostrazione che la scrittura veniva usata casualmente, in modo del tutto effimero e quotidiano, ma nondimeno evoluto. Non sorprende che la migliore documentazione di ciò provenga da Pompei, perché l'eruzione del 79 d.C. garantì uno straordinario livello di conservazione degli edifici cittadini e delle varie forme di scrittura che questi portavano. Nell'ambito di Pompei si sono contate più di 11 000 iscrizioni di molti tipi diversi, incise, dipinte o scalpite sui suoi muri. Alcune sono solenni e formali, come le dediche di edifici pubblici e gli epitaffi funerari, simili alle altre che si rinvencono in tutto il mondo romano. Le iscrizioni di questo tipo non dimostrano necessariamente una alfabetizzazione diffusa. Il numero enorme che ne venne prodotto in età romana potrebbe riflettere la moda di questo particolare mezzo di ostentazione, più che una spettacolare diffusione della capacità di leggere e scrivere.

² Altre iscrizioni pompeiane sono forse più indicative, perché evidenziano il desiderio di comunicare con i concittadini in maniera meno formale e più quotidiana.

³ I graffiti sono testimonianze ancora più evidenti della diffusione e dell'impiego della scrittura nella società pompeiana. Essi si trovano in tutta la città, scarabocchiati su pietra o su intonaco da cittadini con tempo da perdere e un messaggio da trasmettere a futuri perditempo.

⁴ Anche se non possiamo calcolare la percentuale di Pompeiani alfabetizzati (il 30 per cento, o di più, o forse soltanto il 10 per cento?), possiamo però affermare con sicurezza che la scrittura era una parte essenziale e quotidiana della vita cittadina. Essa era perfino così diffusa da esser presa blandamente in giro.

⁵ Pompei documenta in maniera straordinariamente ricca una città che impiegava la scrittura a numerosi livelli diversi, dal grandioso al trivialissimo. È anche probabile che fosse un centro eccezionalmente alfabetizzato. Un villaggio rurale in Italia allo stesso livello di conservazione di Pompei, o una città di una regione meno tradizionalmente alfabetizzata, quasi certamente restituirebbe un numero molto minore di documenti sull'uso della scrittura. Ciò però non significa che la scrittura, sia pure a livello effimero e banale, non raggiungesse le regioni decentrate. La Britannia romana ha prodotto esempi di scrittura molto meno numerosi dell'Italia centrale contemporanea, ma col vantaggio che ognuno di essi è stato attentamente raccolto e pubblicato. I volumi risultanti sono smilzi rispetto alla documentazione di Pompei, ma non meno impressionanti. Vi sono iscrizioni di una straordinaria varietà di tipi: dediche formali ed epitaffi su pietra; timbri di fabbricanti su una gran varietà di oggetti (come lingotti, tegole, recipienti metallici, vasellame e pellame); iscrizioni su etichette di metallo e sigilli; oltre a brevi iscrizioni graffite soprattutto come indicazioni di proprietà, su oggetti diversi di ogni tipo (ad esempio, 875 su frammenti di vasellame da tavola, e 619 su ceramica da cucina). La varietà di questa lista è davvero impressionante. Ne fanno parte, ad esempio, ventisette frammenti di barili di legno, che recano marchiato o graffito il nome o le iniziali dei proprietari, e trentuno timbri a lettere minutissime, che si crede servissero a contrassegnare gli unguenti dispensati dagli oculisti.

⁶ L'archeologia della Britannia romana è eccezionalmente conosciuta e ben pubblicata. Perciò è stato addirittura possibile documentare la distribuzione in tutta la provincia degli stili romani, le piccole cannuce metalliche usate per scrivere sulle tavolette di cera. Di questi, circa 350 sono stati segnalati in siti rurali, soprattutto nella più ricca parte sudorientale, ma ne esistono tracce anche in quella settentrionale e occidentale.

⁷ Come Pompei, la Britannia romana ha anche prodotto esempi di scrittura impiegata in senso del tutto quotidiano e banale – il tipo di scrittura che rievoca vivacemente ai nostri occhi persone

del remoto passato, sia pure sovente in una luce assai enigmatica. Una tegola della Londra romana recava un'iscrizione che le era stata incisa mentre stava asciugando: "Austalis se n'è andato per conto suo per tredici giorni". Chi era Austalis, e chi ha scritto questa osservazione – un lavorante, un sorvegliante, o forse semplicemente qualcuno che passava per il cantiere? Un'altra tegola, proveniente da Silchester, reca un messaggio di una parola, "SATIS" (basta), tracciato in bella forma con un dito. Questo era probabilmente il caporeparto che segnava il compimento di un lotto di tegole, ma possiamo anche immaginare che fosse un operaio esausto che celebrava la fine di una giornata particolarmente faticosa. Un terzo graffito, su una conduttura in argilla che riforniva d'acqua l'impianto termale di una villa nel Lincolnshire, proclama "Liber esto" (Sii libero), la formula con cui si emancipavano gli schiavi. Era forse il sogno ad occhi aperti di uno schiavo che lavorava nel mattonificio? Non conosceremo la risposta a queste domande, né potremo accertare con sicurezza la condizione sociale delle persone che ci tramandano questi messaggi. Ma la Britannia romana conosceva certamente l'uso della scrittura a livello informale e quotidiano.

QUESITI RELATIVI AL TESTO II

6. La diffusione dei graffiti indica che
 - A. l'analfabetismo era molto diffuso
 - B. la vita sociale era scarsa
 - C. la capacità di disegnare era scadente
 - D. i liberti erano molto istruiti
 - E. la gente comune sapeva leggere

7. La presenza di graffiti in Britannia è significativa perché
 - A. dimostra l'assimilazione delle popolazioni celtiche
 - B. segnala la presenza di presidi militari
 - C. indica una vivace vita rurale
 - D. indica alfabetizzazione anche alla periferia dell'Impero
 - E. testimonia la persistenza di culti locali

8. L'alfabetizzazione era legata a
 - A. tolleranza religiosa
 - B. bilinguismo greco-latino
 - C. a una struttura organizzata della città
 - D. coscrizione militare
 - E. diffusione delle biblioteche

9. La funzione dei graffiti era
- A. espressione della creatività individuale
 - B. simbologia religiosa
 - C. indicazioni logistiche
 - D. comunicazione sociale
 - E. diffusione della cultura
10. La frequenza dei reperti di graffiti è
- A. maggiore nei periodi di crisi
 - B. inversamente proporzionale all'intensità della vita cittadina
 - C. scarsa nell'Italia Meridionale
 - D. inversamente proporzionale al crollo degli edifici
 - E. tipica solo del V e VI secolo

TESTO III

Metodo e scientificità

¹ Che cosa distingue una conoscenza “scientifica” da una conoscenza che non lo è? Nessuno dubita che fisica, biologia o matematica siano “scienze”, ma quando ci chiediamo che cosa sia scientifico vogliamo sapere qualcosa di più di un semplice elenco. Ci interessa capire che cosa contraddistingue le scienze in quanto tali.

² La domanda, che è quella con cui iniziano i manuali di filosofia della scienza, non è oziosa, vista la carica valutativa che di solito accompagna l’attribuzione di scientificità a una forma di sapere. Per quanto le posizioni sul valore positivo o negativo della scienza possano differire, è un’opinione accettata che, per essere scientifica, una conoscenza debba essere “razionale”, “oggettiva” (nel senso di “valida intersoggettivamente”) e “fondata” (sull’esperienza, se si occupa del mondo esterno, e dal punto di vista logico-matematico, se usa un linguaggio formalizzato). Chiarire che cosa s’intenda esattamente con questi attributi e discutere se la conoscenza scientifica sia caratterizzabile in questi termini è uno dei compiti dei filosofi della scienza.

³ Ma come si procede per raggiungere una conoscenza che soddisfi le caratteristiche richieste o, almeno, per appurare che la conoscenza raggiunta le soddisfi? La questione della natura della conoscenza scientifica è legata a quella del “metodo scientifico”: cioè se sia possibile definire, e come, un metodo seguendo il quale siamo sicuri del carattere scientifico della conoscenza acquisita. E buona parte del dibattito filosofico sulla scienza è stata centrata proprio sulla ricerca di una caratterizzazione generale del metodo scientifico: dal metodo induttivo di baconiana memoria alla più sofisticata induzione probabilistica; dal falsificazionismo popperiano a forme sempre più estreme di pluralismo metodologico.

⁴ Come nel caso di molte altre questioni filosofiche, non si è arrivati a nessuna soluzione che non presenti a sua volta problemi. D’altronde le discipline che consideriamo scientifiche sono anche molto diverse tra loro: ha senso cercare un metodo che valga per tutte? La domanda si pone anche rimanendo nell’ambito di una stessa disciplina. La fisica per esempio, che storicamente è stata presa come il paradigma di scienza, non è una disciplina omogenea: gli argomenti, i concetti, i linguaggi e le tecniche usate differiscono a seconda del campo d’indagine.

⁵ E così, se ci si occupa di settori in cui il progresso della fisica richiede un uso sempre più sofisticato della matematica e in cui si è spesso lontanissimi dalle scale fisiche accessibili nei laboratori, come nel caso della storia delle stringhe, non ha molto senso pretendere di applicare gli stessi criteri di progresso e controllo della teoria che possiamo usare nel caso di dati sperimentali a immediata disposizione. Ciò non vuol dire rinunciare a un riscontro empirico, ma solo che le modalità e i tempi nel rapporto con l’esperienza sono diversi a seconda dei casi.

⁶ Come era ben chiaro a Paul A.M. Dirac, uno dei maggiori fisici del Novecento, che inizia il suo lavoro del 1931 sui monopoli magnetici con le seguenti magistrali considerazioni metodologiche: “Ci sono, al presente, problemi fondamentali nella fisica teorica [...] la soluzione dei quali richiederà presumibilmente una revisione dei nostri concetti fondamentali più drastica di quanto non sia successo finora. Molto probabilmente questi cambiamenti saranno così ingenti che sarà ben al di sopra dei poteri dell’intelligenza umana ottenere le nuove idee necessarie da tentativi diretti di formulare i dati sperimentali in termini matematici. In futuro, chi lavorerà in campo teorico dovrà perciò procedere in modo più indiretto. Il più potente metodo di avanzamento da suggerire al presente è impiegare tutte le risorse della matematica nel cercare di perfezionare e generalizzare il formalismo matematico che forma la base esistente della fisica teorica, e dopo ogni successo in questa direzione provare a interpretare i nuovi aspetti matematici nei termini di entità fisiche”.

⁷ Dirac aveva ragione: molti progressi fondamentali della fisica contemporanea sono figli di sviluppi teorici del tipo sopra descritto. Un esempio per tutti: la scoperta del positrone (e quindi dell'antimateria), previsto in modo teorico da Dirac nel 1930 e osservato un paio di anni dopo.

QUESITI RELATIVI AL TESTO III

11. Una affermazione è oggettiva quando
 - A. è confermata sperimentalmente
 - B. può essere verificata da operatori diversi
 - C. è condivisa da tutti
 - D. riguarda oggetti naturali
 - E. è esente da contraddizioni

12. La varietà delle discipline
 - A. rende impossibile l'unicità del metodo
 - B. dimostra il progresso del sapere
 - C. va oltre l'ambito dell'esperienza
 - D. va ricondotta al primato della fisica
 - E. riguarda sempre oggetti materiali

13. Lo sviluppo del formalismo matematico
 - A. resta fermo a concetti generali
 - B. elimina il ricorso all'esperienza
 - C. serve solo per elaborazioni teoriche
 - D. è indispensabile per il progresso della fisica
 - E. ha portato a teorie astratte

14. La qualifica di scientificità
 - A. coincide con dogmatismo
 - B. attualmente si identifica con sicurezza
 - C. è arbitrariamente estesa a molti campi del sapere
 - D. è molto molto apprezzata per ogni disciplina
 - E. viene spesso usata in senso ristretto

15. Accertare la scientificità delle teorie è compito
 - A. della politica culturale
 - B. della stessa teoria
 - C. della filosofia e della scienza
 - D. della logica
 - E. della matematica

TESTO IV

I buchi neri

¹ Gli effetti gravitazionali a densità maggiori di quella corrispondente ad una stella di neutroni] diventano così intensi da prevalere su tutto. ² La teoria gravitazionale newtoniana è allora del tutto inadeguata a trattare il problema e dobbiamo rivolgerci alla teoria della relatività generale di Einstein. ³ Nel fare ciò siamo portati ad un modello così strano che in confronto persino una stella di neutroni sembra una banalità. ⁴ Questo nuovo modello presentato originariamente da Oppenheimer e Hartland Snyder ha meritato l'appellativo di "buco nero".

⁵ Un buco nero è una regione dello spazio entro cui è "caduta" una stella (o un insieme di stelle o di altri corpi) e dal quale non può sfuggire né luce, né materia, né segnali di qualsiasi tipo.

⁶ La teoria della relatività generale ha un importante ruolo nella teoria delle stelle di neutroni ancor prima che si raggiungano le condizioni limite del buco nero. ⁷ La teoria è riuscita bene nella descrizione di stelle di dimensioni e densità enormemente diverse e quindi, da questo punto di vista, in pratica non ci dovrebbe essere motivo di dubitare della insignificante estrapolazione necessaria per comprendere anche il caso del buco nero. ⁸ Tale opinione non è però del tutto giusta.

⁹ La parte della fisica teorica su cui si basa la descrizione dettagliata di un buco nero, cioè la teoria della relatività generale, non ha avuto un ruolo insostituibile nell'astronomia osservazionale.

¹⁰ Bisogna prendere seriamente in considerazione la possibilità che la teoria della relatività sia sbagliata. ¹¹ Le prove sperimentali della relatività generale portate a termine con successo non sono ancora molto numerose e, sebbene i dati sperimentali e la teoria non siano in contrasto, questi dati non convergono in modo conclusivo verso la relatività generale.

¹² Bisogna però dire che la teoria della relatività generale è un'ottima teoria; essa è quasi certamente la più soddisfacente teoria gravitazionale di cui possiamo disporre. ¹³ Per di più la teoria scalare-tensoriale di Brans-Dicke-Jordan, che può essere considerata come la più seria rivale della teoria della relatività generale, porta alla stessa idea del buco nero che si ha dalla teoria di Einstein. ¹⁴ Persino secondo la teoria newtoniana può generarsi una situazione simile a quella del buco nero. ¹⁵ Già nel 1798 Pierre Simon de Laplace aveva infatti previsto, proprio in base alla meccanica newtoniana, che un corpo di massa e concentrazione sufficienti sarebbe stato invisibile poiché la velocità di fuga alla sua superficie sarebbe superiore alla velocità della luce. ¹⁶ Perciò un fotone, o una particella di luce, emessa radialmente sulla superficie ricadrebbe su questa stessa e non potrebbe quindi sfuggire e venire osservata a grande distanza. ¹⁷ Dopo aver fatto queste osservazioni, restringerò comunque la discussione a considerazioni comprese tutte entro i limiti della teoria generale della relatività.

¹⁸ Per cominciare esamineremo l'attuale modello standard di buco nero. ¹⁹ Il buco nero è caratterizzato da una superficie sferica il cui raggio è proporzionale alla massa del buco. ²⁰ Questa superficie è detta "orizzonte assoluto dell'evento"; la proprietà che la definisce è che i segnali emessi all'interno non possono sfuggire, mentre da qualsiasi punto esterno ad essa i segnali possono essere emessi e sfuggire. ²¹ Le dimensioni della sfera per ogni massa, cioè il raggio dell'orizzonte assoluto, si può calcolare moltiplicando il doppio della massa per la costante universale di gravitazione e dividendo il risultato per il quadrato della velocità della luce ($2mG/c^2$). ²² Facendo il calcolo per il Sole ne risulta che questo dovrebbe collassare in una sfera del diametro di 6,4 chilometri: l'orizzonte dell'evento assoluto sarebbe appunto la superficie di questa sfera di 6,4 chilometri.

²³ Il corpo al cui collasso era dovuta l'esistenza del buco nero è sprofondato all'interno dell'orizzonte assoluto. ²⁴ Il campo è diventato così potente che la luce stessa viene attratta all'interno indipendentemente dalla direzione in cui è stata emessa. ²⁵ Fuori dall'orizzonte assoluto

la luce, se diretta in modo appropriato verso l'esterno, può sfuggire.²⁶ Quanto più il punto di emissione è vicino all'orizzonte assoluto, tanto più il fronte d'onda del segnale emesso viene spostato all'indietro verso il centro del buco nero.²⁷ Intuitivamente possiamo pensare a questo spostamento come dovuto all'effetto dell'attrazione gravitazionale sul moto della luce: la luce viaggia più facilmente in direzione del centro di gravità del buco nero che non verso l'esterno.²⁸ All'interno dell'orizzonte assoluto dell'evento l'attrazione è diventata così intensa da rendere assolutamente impossibile il moto verso l'esterno.²⁹ Sull'orizzonte stesso la luce può "segnare il tempo" mantenendosi per l'eternità sempre alla stessa distanza dal centro del buco.

NOTA Il testo tratta di un gruppo di oggetti molto discussi dalla ricerca cosmologica – i buchi neri – delineandone alcune caratteristiche. I concetti coinvolti sono quelli di massa, forza gravitazionale, velocità della luce. Il riferimento alla relatività generale si limita al suo status epistemologico. Nel suo complesso il testo si propone di fare il punto sulla ricerca cosmologica in oggetto.

QUESITI RELATIVI AL TESTO IV

16. Collassando nella condizione di buco nero, il Sole
- A. diventerebbe più visibile
 - B. perderebbe una parte della sua massa
 - C. ridurrebbe le sue dimensioni
 - D. perderebbe la sua gravità
 - E. si dilaterrebbe enormemente
17. Da un buco nero la luce
- A. è più brillante sull'orizzonte assoluto
 - B. esce con una velocità inferiore a 300 000 km/s
 - C. viene emessa irregolarmente
 - D. non viene emessa
 - E. viene emessa a intervalli regolari
18. Il raggio dell'orizzonte assoluto
- A. è proporzionale alla distanza dall'osservatore
 - B. coincide con il limite della galassia di appartenenza
 - C. è proporzionale alla massa
 - D. coincide con il limite dell'universo
 - E. è uguale per tutti i buchi neri

19. La teoria della relatività generale
- A. ha avuto moltissime conferme sperimentali
 - B. non riguarda le stelle di neutroni
 - C. era già nota a Newton
 - D. non è stata confermata da molte prove sperimentali
 - E. non ha nulla a che fare con l'esperienza

20. L'esistenza di un buco nero
- A. è affermata in base alla teoria della relatività generale
 - B. è osservabile da un satellite artificiale
 - C. era già nota dall'antichità
 - D. è osservabile con un normale telescopio
 - E. costituisce una ipotesi fantasiosa

TESTO V

Nazioni e stati

¹ La situazione venutasi a creare fra le due guerre ci fornisce pertanto l'opportunità piuttosto eccezionale di valutare limiti e potenziale del nazionalismo degli Stati-nazione. ² Tuttavia, prima di prenderli in esame, consideriamo brevemente il reale assetto del sistema Stati-nazione in cui fu fatta rientrare l'Europa dal trattato di Versailles e da quelli ad esso correlati; aggiungendovi, per pertinenza e convenienza, anche il trattato anglo-irlandese del 1921. ³ E basta un rapido sguardo a questa realtà per rendersi immediatamente conto dell'impraticabilità del principio wilsoniano di far coincidere frontiere statali e frontiere di nazionalità e lingua. ⁴ Infatti, i trattati di pace posteriori al 1918 applicarono effettivamente questo principio, almeno nella misura del possibile, salvo nel caso di alcune decisioni di tipo politico-strategico relative alle frontiere della Germania, più alcune concessioni piuttosto riluttanti all'espansionismo dell'Italia e della Polonia. ⁵ In ogni caso, né in Europa né in qualsiasi altro luogo, è mai stato fatto, né prima né dopo, un analogo sistematico tentativo di ridisegnare la cartina politica sulla scorta dei tracciati nazionali.

⁶ Solo che, molto semplicemente, la cosa non funzionò. ⁷ Perché inevitabilmente, stante la distribuzione dei popoli, la maggior parte dei nuovi Stati edificati sulle rovine dei vecchi imperi risultarono altrettanto "multinazionali" delle vecchie "prigioni delle nazioni" che avevano sostituito.

⁸ Rientrano in questa categoria Cecoslovacchia, Polonia, Romania, e Jugoslavia. ⁹ Mentre le minoranze tedesche, slovene e croate dell'Italia vennero per così dire a prendere il posto delle minoranze italiane nell'Impero asburgico. ¹⁰ Così il cambiamento più rilevante consistette nel fatto che gli Stati erano adesso mediamente più piccoli e che i "popoli oppressi" al loro interno, adesso li si chiamava "minoranze oppresse". ¹¹ La conseguenza del tentativo di creare un continente armoniosamente suddiviso in un sistema coerente di Stati territoriali, ciascuno abitato da popolazioni omogenee e con caratteristiche proprie sul piano etnico e linguistico, fu l'espulsione in massa e lo sterminio delle minoranze. ¹² Questa, in sostanza, fu la crudele *reductio ad absurdum* del nazionalismo nella sua versione territorialistica, sebbene non se ne sia avuta completa dimostrazione sino agli anni 1940.

¹³ Tuttavia, ai confini meridionali d'Europa, l'espulsione in massa e il genocidio cominciarono già durante e subito dopo la prima Guerra Mondiale: non appena i Turchi inaugurarono la politica di estirpazione in massa degli Armeni nel 1915 e, in seguito alla guerra greco-turca del 1922, espulsero tra il milione e trecentomila e il milione e mezzo di Greci dalle terre che abitavano dall'epoca di Omero. ¹⁴ Successivamente, Adolf Hitler, applicando sino alle estreme conseguenze i principi del nazionalismo wilsoniano, pianificò il trasferimento in Germania dei Tedeschi che non vivevano all'interno dei confini della madrepatria, come per esempio quelli del Sudtirolo italiano, e, com'è noto, avviò alla soluzione finale l'eliminazione degli Ebrei. ¹⁵ Dopo la seconda Guerra Mondiale, verificatasi in pratica la scomparsa degli Ebrei da quella vasta fascia di territorio europeo compresa fra la Francia e l'interno dell'Unione Sovietica, venne il turno dei Tedeschi ad essere espulsi in massa, in particolare dalla Polonia e dalla Cecoslovacchia. ¹⁶ Così, la nazione territorialmente omogenea risultò un programma la cui realizzazione poteva essere opera esclusivamente di barbari o, se non altro, avvenire solo con gli strumenti della barbarie.

NOTA Il testo ruota sui concetti di Stato e Nazione (intesa come una comunità omogenea per etnia, cultura e linguaggio) e sul loro rapporto, nonché sui sub-concetti di Stato nazionale (o uninazionale) e Stato multinazionale. Il riferimento storico è all'intervento del Presidente W. Wilson alla Conferenza di Versailles. Il significato generale del testo è il

seguito: il tentativo wilsoniano di far coincidere Stati e Nazioni non solo non riuscì, ma ebbe conseguenze opposte.

QUESITI RELATIVI AL TESTO V

21. Gli stati nazionali usciti dalla conferenza di Versailles
 - A. rispecchiavano gli interessi delle nazioni vinte
 - B. erano del tutto indifferenti ai valori nazionali
 - C. erano in realtà plurinazionali
 - D. garantivano gli interessi di ogni gruppo nazionale
 - E. realizzavano perfettamente il principio wilsoniano

22. Il principio wilsoniano postulava
 - A. organizzazioni federali come negli USA
 - B. organismi rappresentativi delle singole nazionalità
 - C. stati multinazionali
 - D. coincidenza fra frontiere statali e nazionalità
 - E. confini statali indipendenti dalla nazionalità

23. Nel caso della Germania i trattati di pace
 - A. univano alla Germania considerevoli minoranze
 - B. riunivano nella Germania tutte le popolazioni tedesche
 - C. stabilivano una riunione perpetua tra Germania e Austria
 - D. rispettavano perfettamente il principio nazionale
 - E. infrangevano il principio nazionale per ragioni politico-militari

24. L'eliminazione degli Ebrei
 - A. nacque da una interpretazione razzista della nazionalità
 - B. non si estese oltre la Germania
 - C. non ebbe legami con il totalitarismo
 - D. non fu dovuta a questioni politiche
 - E. è una conseguenza automatica del principio nazionale

25. Negli stati nazionali
 - A. le minoranze erano tutelate e protette
 - B. la lingua delle minoranze era tutelata
 - C. nessun individuo era discriminato
 - D. le minoranze erano oppresse
 - E. ogni gruppo nazionale aveva pari diritti

TESTO VI

Induzione e falsificazione

¹ Il criterio di demarcazione inerente alla logica induttiva — cioè il dogma positivistico del significato — è equivalente alla richiesta che tutte le asserzioni della scienza empirica (ovvero tutte le asserzioni “significanti”) debbano essere passibili di una decisione conclusiva riguardo alla loro verità e falsità; diremo che devono essere *decidibili in modo conclusivo*. ² Ciò significa che la loro forma deve essere tale che *sia il verificarle sia il falsificarle* debbano essere logicamente possibili. ³ Così Schlick dice: “... un’asserzione autentica deve essere passibile di *verificazione conclusiva*”; e Waismann afferma ancor più chiaramente: “Se non è in alcun modo possibile *determinare se un’asserzione è vera*, allora l’asserzione non ha alcun significato”. ⁴ Infatti il significato di un’asserzione è il metodo della sua verificaione”.

⁵ Ora, secondo me, non esiste nulla di simile all’induzione. ⁶ È pertanto logicamente inammissibile l’inferenza da asserzioni singolari “verificate dall’esperienza” (qualunque cosa ciò possa significare) a teorie. ⁷ Dunque le teorie non sono *mai* verificabili empiricamente. ⁸ Se vogliamo evitare l’errore positivistico, consistente nell’eliminare per mezzo del nostro criterio di demarcazione i sistemi di teorie delle scienze della natura, dobbiamo scegliere un criterio che ci consenta di ammettere, nel dominio della scienza empirica, anche asserzioni che non possono essere verificate.

⁹ Ma io ammetterò certamente come empirico, o scientifico, soltanto un sistema che possa essere *controllato* dall’esperienza. ¹⁰ Queste considerazioni suggeriscono che, come criterio di demarcazione, non si deve prendere la *verificabilità*, ma la *falsificabilità* di un sistema. ¹¹ In altre parole: da un sistema scientifico non esigerò che sia capace di essere scelto, in senso positivo, una volta per tutte; ma esigerò che la sua forma logica sia tale che possa essere messo in evidenza, per mezzo di controlli empirici, in senso negativo; *un sistema empirico deve poter essere confutato dall’esperienza*. ¹² Così l’asserzione “Domani piovà o non piovà” non sarà considerata un’asserzione empirica, semplicemente perché non può essere confutata, mentre l’asserzione “Qui domani piovà” sarà considerata empirica).

¹³ Contro il criterio di demarcazione che ho proposto qui si possono sollevare diverse obiezioni.

¹⁴ In primo luogo può sembrare piuttosto sciocco il suggerire che la scienza, la quale dovrebbe darci informazioni positive, si debba caratterizzare dicendo che soddisfa un criterio negativo, come la confutabilità.

¹⁵ Ancora: si potrebbe tentare di rivolgere contro me stesso le critiche che ho rivolto al criterio di demarcazione induttivistico: potrebbe infatti sembrare che contro la falsificabilità come criterio di demarcazione sia possibile sollevare critiche simili a quelle che io, per parte mia, ho sollevato contro la verificabilità.

¹⁶ Questo attacco non può darmi noia. ¹⁷ La mia proposta si basa su una *asimmetria* tra verificabilità e falsificabilità, asimmetria che risulta dalla forma logica delle asserzioni universali.

¹⁸ Queste infatti non possono mai essere derivate da asserzioni singolari. ¹⁹ Di conseguenza è possibile, per mezzo di inferenze puramente deduttive (con l’aiuto del *modus tollens* della logica classica), concludere dalla verità di asserzioni singolari alla falsità di asserzioni universali. ²⁰ Un tale ragionamento, che conclude alla falsità di asserzioni universali, è il solo tipo di inferenza strettamente deduttiva che proceda, per così dire, nella “direzione induttiva”; cioè da asserzioni singolari ad asserzioni universali.

NOTA Il concetto centrale nel testo di Popper è quello di *criterio di demarcazione*. Ne vengono distinti due tipi: un criterio di demarcazione empirico, fondato sull’induzione, e

un criterio di demarcazione logico, fondato sulla falsificabilità. L'intento complessivo del testo è la critica alla pretesa di ridurre al procedimento induttivo sia la formulazione sia la validazione di teorie scientifiche. Il riferimento storico (implicito) è al Neopositivismo (anni 20 del Novecento e al dibattito epistemologico conseguente).

QUESITI RELATIVI AL TESTO VI

26. Il vero criterio di demarcazione
- A. è la verificabilità empirica
 - B. ha una base esclusivamente universale
 - C. deriva da constatazioni particolari
 - D. deriva da esperimenti ripetuti
 - E. è la falsificabilità
27. Il criterio di demarcazione serve per distinguere
- A. la scienza e la metafisica
 - B. il particolare dall'universale
 - C. verità e falsità
 - D. le teorie scientifiche da quelle non scientifiche
 - E. gli empiristi dai razionalisti
28. L'errore dell'induzione sta
- A. nella pretesa di passare da asserti particolari a teorie universali
 - B. in una eccessiva fiducia nella logica
 - C. nel trascurare la verifica
 - D. nell'accettare verità astratte
 - E. nella negazione dell'esperienza
29. Da asserzioni particolari
- A. si può per inferenza deduttiva stabilire la falsità di asserti universali
 - B. non si possono conoscere nuovi fenomeni
 - C. si può per inferenza induttiva convalidare una teoria
 - D. si può costruire una nuova teoria
 - E. non si possono ottenere informazioni

30. L'affermazione "domani pioverà o non pioverà" è infalsificabile perché
- A. non ha basi attendibili
 - B. è sicuramente falsa
 - C. la meteorologia non è una scienza esatta
 - D. la scienza non prevede fatti singoli
 - E. è vera in ogni caso

TESTO VII

Il clima di Marte

¹ I risultati più recenti sottolineano l'importanza dello zolfo, che presumibilmente si è accumulato nell'ambiente marziano a causa della precoce e intensa storia vulcanica del pianeta. Lo zolfo e i minerali che lo contengono sono solubili in acqua, e le soluzioni che ne risultano possono avere un'elevata acidità. L'acqua acida distrugge diversi tipi di minerali, in particolare i carbonati, e inibisce la formazione di altri minerali, come le argille. Perciò gli elevati livelli di zolfo su Marte potrebbero spiegare perché non sono stati ancora identificati carbonati in superficie e perché le argille sembrano essere preservate solo nei terreni più antichi. Lo strumento OMEGA ha individuato depositi di zolfo in altre regioni oltre a Meridiani Planum, ma in generale queste aree appaiono più recenti di quelle che contengono argille. Finora solfati e argille non sono stati trovati assieme.

² Il paradigma emergente è che Marte in passato fu per lungo tempo ricco di acqua: pozze, stagni, laghi o mari sono esistiti per periodi prolungati, esposti ad una atmosfera che doveva essere più densa e calda dell'attuale. Durante il primo miliardo di anni della sua storia il Pianeta Rosso fu relativamente simile alla Terra, e probabilmente adatto alla formazione e all'evoluzione di forme di vita come quelle che conosciamo.

³ L'ambiente marziano cominciò ad alterarsi quando l'accumulo di zolfo aumentò l'acidità dell'acqua e l'attività geologica cessò. Le argille cedettero il posto ai solfati via via che le piogge acide alteravano le rocce vulcaniche e decomponivano i carbonati formati in precedenza. Col tempo l'atmosfera si fece più rarefatta: forse sfuggì in parte nello spazio quando il campo magnetico venne meno, oppure fu espulsa in seguito ad impatti catastrofici o sequestrata in qualche modo nella crosta. Marte finì per diventare il pianeta freddo e arido che conosciamo. Questa sequenza di eventi può spiegare perché le rocce vulcaniche eruttate in superficie negli ultimi miliardi di anni siano ancora ben conservate ed esenti da alterazione. Sono i livelli sottostanti, esposti casualmente dagli impatti o dall'erosione, a custodire il passato di Marte.

⁴ Questa nuova immagine del Pianeta Rosso, tuttavia, non è condivisa da tutti. Ci sono domande fondamentali ancora senza risposta: per quanto tempo l'acqua fluì nel delta di Eberswalde? Per decenni o per millenni? Dove sono finiti i sedimenti che, a quanto sembra, furono asportati dall'erosione del Meridiani Planum e in siti come il cratere Gale? Furono erosi dall'acqua, o dal vento, o da qualche altro fenomeno? Qual è l'abbondanza globale di minerali argillosi su Marte? e le argille furono mai un componente maggioritario della crosta? Una questione particolarmente spinosa è dove siano i carbonati che avrebbero dovuto formarsi nell'antico ambiente caldo, umido e ricco di anidride carbonica, ma non sono mai stati osservati in alcun luogo di Marte. L'acqua acida potrebbe averne decomposto una buona parte, ma è difficile che ne abbia fatto sparire la totalità.

⁵ Forse la domanda più importante è se su Marte ebbero mai origine organismi viventi e, in caso positivo, se siano riusciti a evolversi in mezzo a cambiamenti ambientali drastici come quelli che hanno prodotto il clima attuale. La risposta dipende in gran parte da quanto a lungo si mantennero condizioni di tipo terrestre. Nessuno dei dati che abbiamo è in grado di darci riferimenti cronologici per il periodo di clima caldo e umido: non conosciamo a sufficienza l'età delle superfici di Marte. E potrebbe rivelarsi impossibile usare la densità dei crateri d'impatto per stabilire età assolute, o anche relative, su una superficie che ha conosciuto tanti episodi di seppellimento ed erosione a grande scala.

⁶ Un metodo migliore sarebbe riportare sulla Terra campioni di rocce marziane da sottoporre ad un'accurata datazione radioisotopica, dotando le future missioni sul pianeta di una adeguata

strumentazione in miniatura. Nel frattempo i satelliti continueranno a cercare depositi di minerali interessanti e a identificare i migliori siti di atterraggio per i futuri robot, che un giorno potranno forse stabilire in maniera inconfutabile per quanto tempo l'acqua fu presente sulla superficie di Marte. L'ultimo decennio di scoperte marziane potrebbe essere solo una anticipazione di un secolo ancora più entusiasmante di esplorazioni.

QUESITI RELATIVI AL TESTO VII

31. Gli strati profondi della crosta marziana
- A. sono i più facili da osservare
 - B. rivelano maggiori tracce del passato
 - C. sono più recenti
 - D. sono costituiti solo da rocce compatte
 - E. non hanno subito alterazioni
32. La forte presenza di zolfo su Marte
- A. ha provocato piogge acide
 - B. è causata dalla sua scarsa interazione con altri elementi
 - C. abbassa l'acidità dell'acqua
 - D. ha favorito la formazione di argille
 - E. non dipende dall'attività vulcanica
33. L'età relativa di diverse parti della crosta marziana
- A. è indipendente dall'età assoluta
 - B. era già nota ai tempi di Schiapparelli
 - C. è difficile da stabilire
 - D. è impossibile con datazione radioisotopica
 - E. è facile da determinare mediante confronto con la Terra
34. La presenza dei carbonati
- A. non è alterabile da piogge acide
 - B. richiede condizioni di clima arido
 - C. non è osservabile dalla superficie
 - D. non è correlata con la presenza di acqua
 - E. è molto diffusa

35. La somiglianza dell'ambiente marziano a quello terrestre
- A. ha avuto scarsa durata
 - B. non è mai esistita
 - C. è stata costante
 - D. ha riguardato solo la temperatura
 - E. durò circa un miliardo di anni

TESTO VIII

La teoria inflazionaria

¹ Al momento l'universo è in espansione, fenomeno che conosciamo soprattutto grazie alle osservazioni del *redshift* – lo spostamento verso il rosso delle galassie lontane – effettuate da Edwin Hubble verso la fine degli anni venti del secolo scorso.

² Questa espansione trova una sua spiegazione nella relatività generale, ed è regolata sia dalla quantità sia dal tipo di materia presente nel cosmo. Tuttavia, se consideriamo la materia «ordinaria» – come elettroni, protoni e fotoni – l'espansione non è mai accelerata, ma diminuisce nel tempo. Un'espansione accelerata è quindi difficile da ottenere, ma Guth dimostrò che le leggi stesse della fisica sono in grado di fornire un meccanismo capace di produrre l'espansione dell'universo. Questo meccanismo si basa sull'esistenza di uno stato della materia caratterizzato da una enorme energia che non può essere rapidamente dissipata.

³ Se la materia si trova in condizioni simili, si dice che si trova in uno stato di «falso vuoto». L'attributo «vuoto» si riferisce al fatto che il sistema si trova nello stato di minima energia e si dice «falso» perché questo stato è solo temporaneo e non durerà in eterno. Per fare un esempio, immaginate di trovarvi in cima a una montagna e di godervi il panorama della vallata sottostante. In questo stato la vostra energia non è quella minima, dato che avete una energia potenziale dovuta alla gravità e proporzionale all'altezza della montagna su cui siete. Vi trovate in una posizione di falso vuoto. Il vostro stato di minima energia, o il vostro «vero vuoto», lo raggiungerete quando scenderete a valle e la vostra energia potenziale diventerà nulla.

⁴ La proprietà peculiare del falso vuoto è che la sua pressione è grande, ma può essere negativa. Da un punto di vista meccanico, equivale a essere soggetti ad un enorme risucchio, più o meno la stessa esperienza che devono provare i vostri calzini quando inavvertitamente li aspirate con l'aspirapolvere facendo le pulizie di casa.

⁵ Secondo la relatività generale, in alcune situazioni l'effetto gravitazionale della pressione negativa è molto rilevante. Infatti la pressione, come l'energia, genera un campo gravitazionale. In particolare, una pressione positiva genera un campo gravitazionale che attrae, mentre la pressione negativa del falso vuoto crea una forza gravitazionale repulsiva: è proprio questa repulsione ad accelerare l'espansione. Quindi, per un periodo di circa un milionesimo di milionesimo di milionesimo di secondo, che dal punto di vista dell'universo appena nato è molto lungo ma che per gli standard umani è infinitesimale, il falso vuoto ha agito in modo da far espandere l'universo in modo accelerato fino a dimensioni gigantesche. In un batter d'occhio cosmico, l'universo ha raggiunto dimensioni di 30 ordini di grandezza (1 seguito da 30 zeri) superiori a quelle che aveva un attimo prima. È come se il nucleo di un atomo si fosse dilatato fino a raggiungere le dimensioni di una galassia. L'inflazione termina quando l'energia del falso vuoto è dissipata e liberata sotto forma, per esempio, di radiazione. L'universo passa allora a uno stato di pressione positiva, e il campo gravitazionale torna ad essere attrattivo.

⁶ I vantaggi introdotti dalla teoria inflazionaria, tuttavia, non si limitano alla sola rimozione dei paradossi della teoria del big bang. Dato che l'inflazione ha avuto luogo durante i primi istanti di vita dell'universo, le leggi della fisica che ne governano la dinamica riguardano l'infinitamente piccolo e quindi i fenomeni quantistici. Gli effetti quantistici sono rilevanti su piccolissime scale di lunghezza (come, per esempio, quelle dell'atomo) ma a causa della rapidissima espansione a cui è soggetto lo spazio l'inflazione amplifica la fluttuazione quantistica, che è localizzata in una porzione microscopica dello spazio, fino a lunghezze enormi, addirittura astronomiche.

⁷ Queste disomogeneità sarebbero poi evolute per dare vita alla distribuzione di galassie, ammassi di galassie e a tutte le strutture che possiamo osservare oggi nell'universo, come per

esempio le minuscole increspature della radiazione cosmica di fondo. Quest'ultima è una radiazione elettromagnetica equivalente a quella che oggi emetterebbe un corpo nero alla temperatura di tre kelvin (cioè 270 gradi Celsius sotto lo zero). Questa radiazione, scoperta da Arno Penzias e Robert Wilson nel 1965, è il residuo delle temperature elevatissime dell'universo nei primissimi istanti della sua vita, ed è caratterizzata da una estrema uniformità e isotropia su tutto il cielo: in qualsiasi direzione si guardi la sua temperatura è quasi la stessa. Ma è proprio quel «quasi» che è fondamentale per i modelli cosmologici.

⁸ Alla fine degli anni novanta lo sviluppo dei rivelatori ha permesso di caratterizzare le piccole anisotropie della radiazione di fondo con grande precisione. Adesso sappiamo non solo che le anisotropie esistono, ma anche il modo in cui sono distribuite nel cielo, ovvero conosciamo la loro distribuzione angolare. È come se sapessimo non solo che nel pagliaio ci sono dieci pagliuzze verdi, ma addirittura dove sono, come sono distribuite al suo interno. Il fatto importante è che la teoria inflazionaria predice una distribuzione angolare ben definita delle anisotropie del fondo di radiazione. E questa predizione è in perfetto accordo con quanto osservato sperimentalmente, siglando così il successo del paradigma inflazionario.

QUESITI RELATIVI AL TESTO VIII

36. Isotropia significa
- A. costanza del moto angolare
 - B. distribuzione omogenea di un fenomeno in ogni direzione dello spazio
 - C. variazioni uniformi
 - D. diminuzione scalare della velocità
 - E. livelli crescenti di intensità di un fenomeno
37. Lo spostamento verso il rosso dello spettro di galassie lontane
- A. dimostra l'avvicinamento delle galassie
 - B. è incompatibile con la presenza di materia oscura
 - C. contrasta con la teoria della relatività generale
 - D. è osservabile solo con telescopi spaziali
 - E. prova la realtà dell'espansione attuale
38. Una verifica sperimentale della teoria dell'inflazione è data
- A. dal calcolo della temperatura costante della radiazione cosmica
 - B. dalle anisotropie della radiazione cosmica
 - C. dall'osservazione delle nebulose nane
 - D. dalla frequenza dei raggi cosmici
 - E. dall'emissione dei raggi γ dai buchi neri

39. Nello stato di falso vuoto
- A. la materia è molto rarefatta
 - B. la materia è estremamente densa
 - C. una forte energia non è immediatamente dissipabile
 - D. l'energia è uniforme
 - E. l'energia è minima
40. Secondo la teoria della relatività generale, il falso vuoto
- A. genera una pressione negativa
 - B. produce la materia ordinaria
 - C. riduce lo spazio
 - D. eleva la temperatura del plasma
 - E. altera la massa del protone

TESTO IX

La relatività ai mezzi di osservazione

¹ Ogni microoggetto si manifesta nell'interazione con l'apparecchio di osservazione. Ad esempio, la traiettoria di una particella diventa visibile soltanto in seguito al processo irreversibile a mo' di valanga nella camera di Wilson o in uno strato di lastra fotografica (e durante questo processo la particella perde energia nella ionizzazione dell'aria o del fotostrato, cosicché la sua quantità di moto diventa indefinita). Il risultato dell'interazione di un oggetto atomico con un apparecchio descritto in modo classico è, dunque, l'elemento sperimentale fondamentale, la cui sistematizzazione sulla base di queste o quelle supposizioni circa le proprietà dell'oggetto costituisce compito della teoria: dalla analisi di tali interazioni vengono dedotte le proprietà dell'oggetto atomico, e le predizioni della teoria vengono formulate come quei risultati delle interazioni che ci si deve attendere.

² Una simile impostazione del problema autorizza pienamente l'introduzione di grandezze, che descrivono l'oggetto di per sé, indipendentemente dall'apparecchio (carica, massa, spin della particella e anche altre proprietà dell'oggetto, descritte da operatori quantistici), ma nello stesso tempo consente vari tipi di approcci all'oggetto; l'oggetto può venire caratterizzato mediante quelle sue proprietà (ad esempio, corpuscolari od ondulatorie) che si manifestano in relazione all'apparecchio di misura e alle condizioni esterne da esso create.

³ La nuova impostazione del problema consente di considerare il caso in cui differenti aspetti e diverse proprietà dell'oggetto non si manifestano contemporaneamente, cioè il caso in cui non sia possibile una descrizione particolareggiata del comportamento dell'oggetto.

⁴ La situazione si presenterà in questi termini se differenti proprietà dell'oggetto (ad esempio, l'attitudine di un elettrone ad essere localizzato nello spazio e la sua attitudine all'interferenza) esigono condizioni esterne fra loro incompatibili.

⁵ Secondo la proposta di Bohr, si possono chiamare *complementari* quelle proprietà, che si manifestano (in forma netta) soltanto in condizioni tra loro incompatibili, e che in condizioni attuabili appaiono soltanto parzialmente, in una forma «attenuata» (ad esempio, la localizzazione approssimata, ammessa dalle disuguaglianze di Heisenberg, nello spazio delle coordinate e in quello degli impulsi). Prendere in considerazione una manifestazione simultanea di proprietà complementari (nella loro forma netta) non ha senso: ciò spiega anche il fatto che non sia contraddittoria la nozione di «dualismo corpuscolare-ondulatorio».

⁶ Ponendo alla base del nuovo metodo di descrizione i risultati dell'interazione fra il microoggetto e l'apparecchio noi, con ciò, introduciamo l'importante concetto di *relatività ai mezzi di osservazione*, che costituisce una generalizzazione dell'ormai da lungo tempo noto concetto di relatività al sistema di riferimento. Un tale metodo di descrizione non significa affatto che noi consideriamo l'oggetto qualcosa di meno reale dell'apparecchio, o che noi riduciamo le proprietà dell'oggetto a quelle dell'apparecchio. Al contrario, la descrizione sulla base del concetto di relatività ai mezzi di osservazione fornisce una descrizione del microoggetto senz'altro più profonda e precisa, di quanto non fosse possibile sulla base delle idealizzazioni della fisica classica. Una simile descrizione richiede anche un apparato matematico più elaborato, e cioè la teoria degli operatori lineari, dei loro autovalori e delle loro autofunzioni, la teoria dei gruppi e altri concetti matematici. L'applicazione di tale apparato ai problemi della fisica quantistica ha consentito di fornire una spiegazione teorica di una serie di proprietà fondamentali della materia, che non possono venir chiarite sulla base di nozioni classiche. Ma oltre a ciò, cosa non meno importante per noi, l'interpretazione fisica dei concetti matematici impiegati in tale apparato conduce ad alcune

conclusioni generali di grande interesse, in particolare alla generalizzazione del concetto di stato di un sistema sulla base delle nozioni di probabilità e di possibilità potenziale.

QUESITI RELATIVI AL TESTO IX

41. Posizione e impulso
- A. sono localizzabili contemporaneamente solo in forma approssimata
 - B. falsificano le disuguaglianze di Heisenberg
 - C. sono totalmente indeterminati
 - D. coincidono se hanno valori uguali
 - E. si determinano contemporaneamente in modo assoluto
42. Oggetto della fisica quantistica
- A. è l'interazione fra microoggetto e mezzo di osservazione
 - B. sono reazioni di tipo molecolare
 - C. è l'oggetto a livello macroscopico
 - D. è l'oggetto assoluto
 - E. è l'interazione fra fenomeni diversi
43. Il carattere probabilistico della descrizione dell'oggetto
- A. dipende dalla limitatezza degli strumenti
 - B. non indica incompletezza di conoscenze
 - C. è tipica dei fenomeni macroscopici
 - D. non deriva da proprietà dell'oggetto
 - E. dimostra i limiti delle conoscenze
44. Il compito della teoria
- A. determina compatibilità di fenomeni complementari
 - B. consiste nella categorizzazione dei fenomeni
 - C. consiste nel trovare compatibilità con la teoria classica
 - D. è inferenziale e predittivo
 - E. è puramente analitico
45. La relatività ai mezzi di osservazione
- A. ha consentito la spiegazione teorica di proprietà fondamentali della materia
 - B. rende inaffidabili i risultati delle teorie
 - C. contrasta con la relatività ai sistemi di riferimento
 - D. impedisce conclusioni certe
 - E. è estranea alla fisica quantistica

Parte seconda

I quesiti commentati

Premessa

In questa parte sono riportati nuovamente i quesiti proposti ma, a differenza di quanto fatto in precedenza, ogni quesito è ora accompagnato da un breve commento.

Ogni sezione tematica del test è preceduta da una introduzione che ne illustra in maniera sintetica le caratteristiche generali. Dopo l'introduzione vengono riportati i quesiti della sezione; per ognuno, per facilitarne la consultazione, viene di nuovo presentata la formulazione originale, e quindi viene dato un commento più o meno esteso e spiegato perché una certa risposta è quella esatta. Una lettura attenta dei commenti è dunque caldamente raccomandata. Se ne possono trarre indicazioni metodologiche utili per affrontare il tipo di quesiti caratteristici del test.

Infine, a chiusura del quesito, vengono forniti in forma percentuale i dati statistici che lo caratterizzano. In particolare, quanti studenti hanno percentualmente dato risposte corrette o errate o non hanno dato alcuna risposta e per ognuna delle cinque risposte offerte, viene data la percentuale di studenti che l'hanno indicata come risposta esatta. Questi dati indicano ovviamente il grado di difficoltà presentata dal quesito e mostrano come gli errori commessi si siano distribuiti tra le risposte non corrette ed eventualmente quale errore sia il più frequente, tutte informazioni di indubbio interesse per avere indicazioni sulla propria preparazione.

LOGICA

Introduzione alla Logica

I quesiti logici sono di diversa natura e non esiste un solo metodo per affrontarli. Allo stesso tempo, a seconda del genere di quesito, grafico, proposizionale, sequenziale, eccetera, l'approccio può essere genericamente quello dell'esclusione delle risposte sicuramente false, per poi concentrarsi su quelle che potrebbero essere vere. Talvolta invece è meglio concentrarsi sulla ricerca della risposta giusta, piuttosto che procedere per esclusione. Dipende dai quesiti e dalla loro formulazione.

In questa sezione potrebbero esserci dei quesiti in cui è spiegata solo la risposta giusta con ragionamenti particolari o con l'uso di formule o di diagrammi. Si ritiene che quella spiegazione così articolata sia sufficiente a spiegare anche perché le altre risposte siano sbagliate.

Commenti e soluzioni a cura di Luisella Caire e Paola Suria Arnaldi

1. Nella Repubblica di Arraffa NON è vero che

Ogni parlamentare è persona onesta e competente

Dunque, nella Repubblica di Arraffa:

- A. qualche parlamentare non è onesto oppure non è competente
- B. ogni parlamentare o è onesto, ma non competente, oppure è competente, ma non onesto
- C. qualche parlamentare è onesto e competente
- D. le persone oneste e competenti non diventano mai parlamentari
- E. nessun parlamentare è onesto e competente

Soluzione

La risposta A è giusta. Se nella Repubblica di Arraffa è falso che tutti i parlamentari sono onesti e competenti è allora vero che esiste almeno un parlamentare che non è onesto oppure non è competente. ✓

La risposta B è sbagliata. Dall'ipotesi

Non è vero che ogni parlamentare è persona onesta e competente

deduciamo che possono esistere ad Arraffa parlamentari sia onesti sia competenti, né onesti né competenti, onesti ma non competenti, non onesti pur essendo competenti: sicuramente, però, esiste almeno un parlamentare che non possiede almeno una delle due qualità!

Una qualità non esclude l'altra: l'onestà non esclude la competenza e la competenza non impedisce l'onestà.

La risposta C è sbagliata. Riformuliamo l'ipotesi.

Non è vero che ogni parlamentare di Arraffa è persona onesta e competente

equivale a dire che ad Arraffa possono esserci parlamentari onesti e competenti, ma dalle informazioni in nostro possesso non ne siamo sicuri. Con certezza possiamo dire che esiste almeno un parlamentare (ma non sappiamo quanti) che non è onesto oppure non è competente oppure non è né onesto né competente, ma non si sa se esistono persone che posseggano entrambe le qualità.

La risposta D è sbagliata. La premessa non toglie la speranza che qualche persona onesta e competente esista, si candidi e diventi parlamentare! Quindi la risposta non è corretta

La risposta E è sbagliata. L'ipotesi

Non è vero che ogni parlamentare è persona onesta e competente

equivale a dire che è falso che *tutti* i parlamentari siano onesti e competenti senza escludere, però, che possano esistere parlamentari onesti e competenti. Dalla premessa del quesito si deduce che certamente esiste *almeno* un parlamentare che non possiede *almeno* una di queste due qualità: l'onestà o la competenza.

NOTA Interpretiamo il quesito con le proprietà della *logica matematica*.

La premessa del test afferma che ... *NON è vero che...*

Il NON genera la negazione della proposizione che segue:

ogni parlamentare è persona onesta e competente.

La negazione di una proposizione logica si ottiene

- sostituendo *qualsiasi, ogni...* con *esiste almeno un ...*

Ad esempio:

NON è vero che qualsiasi parlamentare è competente

diventa

esiste almeno un parlamentare che NON è competente

- trasformando *esiste un...* in *qualsiasi ...*

Ad esempio:

Non è vero che esiste un parlamentare competente

diventa

qualsiasi parlamentare NON è competente

- *negando* gli aggettivi qualificativi

Ad esempio:

Non onesto diventa *onesto*; *onesto* diventa *Non onesto*

Nella seconda parte del quesito dobbiamo prestare attenzione al connettivo logico *e*:

onesto e competente.

Per negare una proposizione con i connettivi logici *e*, *o*, *oppure* valgono le seguenti regole:

- $\text{NON } (\mathcal{P} \text{ e } \mathcal{Q})$ equivale $(\text{NON } \mathcal{P}) \text{ o } (\text{NON } \mathcal{Q})$

Ad esempio:

NON è vero che quel parlamentare è onesto e competente

equivale a

quel parlamentare (NON è onesto) oppure (NON è competente) oppure anche (NON è onesto e NON è competente)

- $\text{NON } (\mathcal{P} \text{ o } \mathcal{Q})$ equivale $(\text{NON } \mathcal{P}) \text{ e } (\text{NON } \mathcal{Q})$

Ad esempio:

NON è vero che quel parlamentare è onesto o competente

equivale a

quel parlamentare (NON è onesto) e (NON è competente)

Per la negazione è sufficiente che NON si verifichi anche una sola delle due condizioni.

La negazione logica di

persona onesta e competente

diventa

(persona NON onesta) oppure (NON competente) oppure anche (NON onesta e NON competente)

La negazione dell'intera proposizione è quindi:

*esiste almeno un parlamentare che è persona NON onesta **oppure** persona NON competente **oppure anche** persona NON onesta e NON competente*

Risultati percentuali relativi al quesito 1

Risposta A:	26.31%	Risposte giuste:	26.31%
Risposta B:	3.76%	Risposte errate:	65.69%
Risposta C:	36.56%	Risposte non date:	8.01%
Risposta D:	1.84%		
Risposta E:	23.53%		

2. Volendo disporre i numeri

28 29 36 43 55

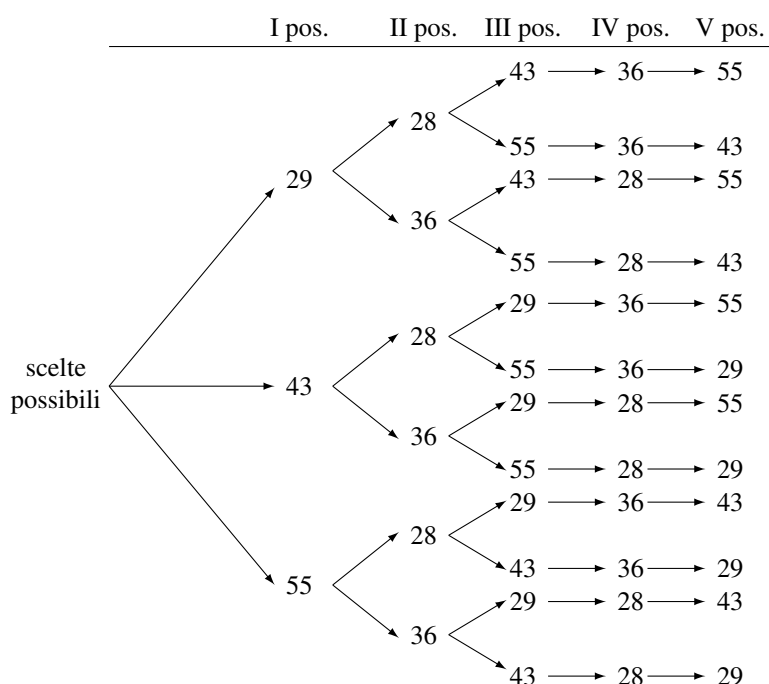
in modo che i dispari occupino una posizione dispari ed i pari occupino una posizione pari, in quanti modi diversi si può operare?

- A. 3
- B. 24
- C. 12
- D. 5
- E. 6

Soluzione

La risposta C è giusta. È dato un insieme di 5 numeri interi, tre dei quali dispari e due pari. Costruiamo uno schema, un *diagramma ad albero* e contiamo i casi possibili.





I casi possibili sono 12, perché ognuno dei tre numeri dispari, che possono occupare la prima posizione, genera quattro casi diversi.

Se volessimo lavorare senza schema *ad albero*, potremmo ragionare pensando che in prima posizione possiamo mettere tre diversi numeri (29, 43, 55); in seconda posizione, per ognuno dei tre numeri dispari, possiamo scegliere tra i due numeri pari (28, 36). I casi diventano quindi

$$3 \cdot 2 = 6$$

In terza posizione, per ognuno dei sei casi precedenti, abbiamo ancora due scelte tra i dispari rimasti. I casi possibili diventano

$$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

Per la quarta e quinta posizione NON abbiamo più possibilità di scegliere, ma dobbiamo completare ogni sequenza con l'unico pari rimasto e l'unico dispari restante. Abbiamo cioè ricostruito il diagramma *ad albero* mentalmente.

Risultati percentuali relativi al quesito 2

Risposta A:	6.41%	Risposte giuste:	35.81%
Risposta B:	5.85%	Risposte errate:	28.44%
Risposta C:	35.81%	Risposte non date:	35.75%
Risposta D:	5.20%		
Risposta E:	10.98%		

3. La signora *QKX* è stata strangolata nel proprio salotto. Il commissario *ZYW* non crede che l'imputato di omicidio (il quale si difende vibratamente dichiarando la propria innocenza) non si sia recato a casa della vittima nell'intervallo di tempo nel quale la stessa ha perso la vita. Si può dedurre che:
- A. sicuramente l'imputato non è colpevole
 - B. il commissario *ZYW* è convinto che l'imputato non si sia recato a casa della vittima nell'intervallo di tempo nel quale la stessa ha perso la vita
 - C. per il commissario *ZYW* l'imputato certamente non è colpevole
 - D. sicuramente l'imputato è colpevole
 - E. il commissario *ZYW* non esclude che l'imputato abbia strangolato la signora *QKX*

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Riformuliamo l'ipotesi. Dire che

Il commissario ZYW non crede che l'imputato di omicidio non si sia recato a casa della vittima...

equivale a dire che

il commissario ZYW crede che l'imputato si sia recato a casa di QKX.

Dalle ipotesi del quesito sappiamo che l'imputato *si difende vibratamente dichiarando la sua innocenza*, ma non sappiamo se dice la verità oppure se mente.

La risposta B è sbagliata. Riformuliamo l'ipotesi. Dire che

Il commissario ZYW non crede che l'imputato di omicidio non si sia recato a casa della vittima nell'intervallo di tempo in cui la stessa ha perso la vita

equivale a dire che

il commissario ZYW crede che l'imputato si sia recato a casa di QKX nell'intervallo di tempo nel quale la stessa ha perso la vita.

La risposta C è sbagliata. Riformuliamo l'ipotesi. Affermare che

Il commissario ZYW non crede che l'imputato di omicidio non si sia recato a casa della vittima...

equivale a dire che

il commissario ZYW crede che l'imputato si sia recato a casa di QKX nell'intervallo di tempo nel quale la stessa ha perso la vita.

Dalle ipotesi però non abbiamo informazioni per dire se il commissario lo ritenga lo strangolatore oppure no.

La risposta D è sbagliata. Riformuliamo l'ipotesi. Dire che

Il commissario ZYW non crede che l'imputato di omicidio non si sia recato a casa della vittima...

equivale a dire che

il commissario ZYW crede che l'imputato si sia recato a casa di QKX.

Dalle informazioni date non possiamo, però, dedurre se l'imputato è anche lo strangolatore. Sappiamo solo che il commissario crede che l'imputato fosse in casa della vittima proprio in quell'arco di tempo.

La risposta E è giusta. Riformuliamo l'ipotesi. Affermare che



Il commissario ZYW non crede che l'imputato di omicidio non si sia recato a casa della vittima...

equivale a dire che

il commissario ZYW crede che l'imputato si sia recato a casa di QKX nell'arco di tempo in cui la stessa ha perso la vita.

ZYW, quindi, prende anche in considerazione che l'imputato possa essere l'omicida.

Giustificiamo la risposta con le leggi della *logica matematica*.

Il quesito contiene la doppia negazione.

L'operatore di negazione, applicato due volte, si elide

NON (NON \mathcal{P}) equivale \mathcal{P}

Il commissario ZYW NON crede che l'imputato NON si sia recato...

equivale a dire:

Il commissario ZYW crede che l'imputato si sia recato...

ma ZYW non ha informazioni certe per sapere se l'imputato sia lo strangolatore della vittima oppure no.

Risultati percentuali relativi al quesito 3

Risposta A:	0.32%	Risposte giuste:	84.48%
Risposta B:	3.86%	Risposte errate:	7.78%
Risposta C:	0.82%	Risposte non date:	7.74%
Risposta D:	2.78%		
Risposta E:	84.48%		

-
4. Nell'atrio di ingresso di un condominio è appeso un cartello con il seguente avviso:

*È permesso giocare a calcio in cortile, tranne che
dalle ore 13.00 alle ore 16.00 e di domenica*

Se ne può dedurre che in quel condominio:

- A. non è vietato giocare a calcio in cortile alle ore 12.00, purché non sia domenica
- B. non è vietato giocare a calcio in cortile la domenica dalle ore 16.00 in poi
- C. nei giorni diversi da domenica è vietato non giocare a calcio in cortile prima delle 13.00 e dopo le 16.00
- D. non è vietato giocare a calcio in cortile alle ore 14.00, purché non sia domenica
- E. non è vietato giocare a calcio in cortile alle ore 14.00, purché sia domenica

Soluzione

La risposta A è giusta. Sul cartello sta scritto:



È permesso giocare a palla in cortile, tranne che dalle ore 13.00 alle ore 16.00 e di domenica

il che significa che alle 12 si può giocare a palla in cortile, purché NON sia domenica

La risposta B è sbagliata. Alla domenica NON si può proprio giocare a palla in cortile, in nessun momento della giornata

La risposta C è sbagliata. Si può giocare a palla in cortile prima delle 13 e dopo le 16 nei giorni non festivi, ma non è obbligatorio!

L'errore della formulazione è generato dallo spostamento di posizione del connettivo logico NON. Infatti:

è permesso giocare a calcio in cortile significa non è vietato giocare...

invece

è vietato NON giocare a calcio in cortile significa si deve giocare a calcio..., è fatto obbligo giocare a calcio

La risposta D è sbagliata. Dalle 13 alle 16 NON si può giocare a palla in cortile, in nessun giorno della settimana. Quindi alle 14 è vietato il gioco della palla nel cortile.

La risposta E è sbagliata. Di domenica NON si gioca a palla in cortile, né alle 14.00 né in qualsiasi altro momento.

Risultati percentuali relativi al quesito 4

Risposta A:	81.70%	Risposte giuste:	81.70%
Risposta B:	3.50%	Risposte errate:	16.11%
Risposta C:	5.63%	Risposte non date:	2.19%
Risposta D:	5.59%		
Risposta E:	1.38%		

5. Con quale coppia di numeri continuereste la seguente successione di interi'

1, 2; 2, 4; 5, 8; 10, 14; 17, 22; 26, 32; ..., ...

- A. 40, 80
- B. 46, 64
- C. 40, 67
- D. 37, 44
- E. 44, 16

Soluzione

La risposta D è giusta. La differenza tra il primo termine di ogni coppia e il corrispondente della coppia che precede cresce come la successione dei numeri dispari. Chiamiamo x il primo termine della coppia di numeri cercata. Poiché



$$(2 - 1) = 1, (5 - 2) = 3, (10 - 5) = 5, (17 - 10) = 7, (26 - 17) = 9$$

↓

$$(x - 26) = 11 \longrightarrow x = 26 + 11 = 37$$

Esaminiamo ora i secondi termini: la differenza tra il secondo termine di ogni coppia e quello della coppia precedente cresce come la successione dei numeri pari. Chiamiamo y il secondo termine della coppia che cerchiamo e otteniamo:

$$(4 - 2) = 2, (8 - 4) = 4, (14 - 8) = 6, (22 - 14) = 8, (32 - 22) = 10$$

↓

$$(y - 32) = 12 \longrightarrow y = 32 + 12 = 44$$

NOTA Cerchiamo qualche idea su come affrontare quesiti che coinvolgono successioni numeriche, consapevoli, però, che gli spunti dati non sono assolutamente esaustivi. Tanto per cominciare è opportuno studiare la legge di variazione dei singoli termini della coppia.

Si possono presentare due situazioni diverse.

1. Il primo e il secondo numero della coppia ordinata di numeri variano con leggi tra di loro indipendenti.

Ad esempio:

Con quale coppia di numeri continuereste la seguente successione di numeri interi?

$$1, 2; 2, 4; 5, 8; 10, 14; 17, 22; 26, 32; \dots, \dots$$

Disponiamo il primo termine di ogni coppia in fila:

$$1, 2, 5, 10, 17, 26, \dots$$

Procediamo in modo analogo per il secondo termine:

$$2, 4, 8, 14, 22, 32, \dots$$

Cerchiamo di capire se:

- le singole successioni numeriche sono crescenti, decrescenti, oscillanti...
- si passa da un numero al successivo aggiungendo/togliendo una costante,
- si passa da un numero al successivo moltiplicando/dividendo per una costante
- i singoli numeri sono tutti pari, tutti dispari

- si passa da un termine al successivo aggiungendo un numero variabile, ma crescente come la successione dei numeri dispari, dei numeri pari...
-
-

2. I termini di ogni coppia sono legati tra loro e la coppia successiva è legata alla precedente da una qualche legge.

Ad esempio:

Con quale coppia di numeri continuereste la seguente successione di numeri interi?

1, 1; 2, 4; 5, 25; 26, 676; ...

- il secondo numero di ogni coppia è legato al primo termine della stessa coppia: è il suo quadrato
- il primo numero di ogni coppia, dalla seconda in poi, è il successivo del secondo numero della coppia precedente

Ci aspettiamo che la prima coppia mancante sia

$677, 677^2$ cioè 677, 458329

Risultati percentuali relativi al quesito 5

Risposta A:	0.29%	Risposte giuste:	86.36%
Risposta B:	0.59%	Risposte errate:	2.04%
Risposta C:	0.71%	Risposte non date:	11.60%
Risposta D:	86.36%		
Risposta E:	0.45%		

6. Nonno Peperino non ricorda più la *combinazione* del suo forziere elettronico. Egli ricorda solo che:

- è di quattro cifre distinte fra 0 e 9
- non vi compare il 4
- la terza cifra è la metà della quarta
- le cifre sono in ordine crescente dalla prima all'ultima

Qual è il minimo numero di tentativi che Nonno Peperino deve fare per essere sicuro di aprire il forziere?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6
- E. 2

Soluzione

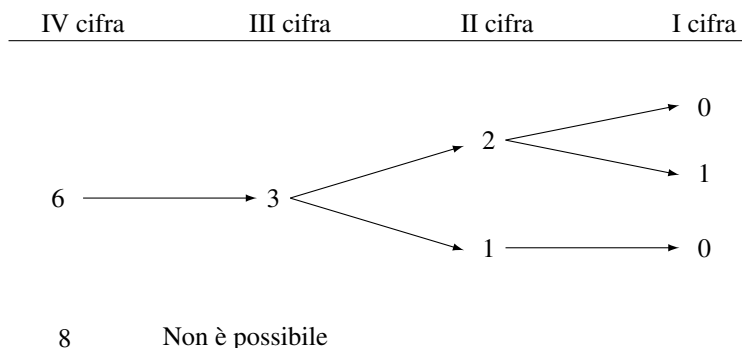
La risposta A è giusta. L'informazione più utile, per riflettere sulle ipotesi del quesito, è che la terza cifra è la metà della quarta; dunque la quarta cifra deve essere pari. Non può essere 4, ma deve essere maggiore di 4 per poter avere le tre cifre, che la precedono, minori (le cifre della combinazione della cassaforte sono crescenti dalla prima all'ultima). ✓

- Quindi la quarta cifra può solo essere 6. Non può essere 8, perché in terza posizione non ci può essere il 4.
- la terza cifra quindi è 3
- la seconda cifra, deve essere minore di 3, ma non può essere zero (lo zero può essere solo in prima posizione). Quindi la seconda cifra può essere 2 oppure 1
- la prima cifra è 1 oppure 0, se in seconda posizione c'è il 2; 0 se in seconda posizione c'è 1

Le combinazioni possibili sono quindi tre:

- 1) 0, 2, 3, 6
- 2) 1, 2, 3, 6
- 3) 0, 1, 3, 6

e tre è il minimo numero di tentativi che Nonno Peperino deve fare per essere sicuro di aprire il forziere: Schematizziamo, ancora una volta, in un diagramma *ad albero*, la situazione. Anzi è più facile invertire l'ordine e partire subito dal *diagramma*.



Risultati percentuali relativi al quesito 6

Risposta A:	30.62%	Risposte giuste:	30.62%
Risposta B:	5.57%	Risposte errate:	36.86%
Risposta C:	2.37%	Risposte non date:	32.52%
Risposta D:	7.38%		
Risposta E:	21.53%		

7. Due giocatori, Aldo e Bruno, a turno dispongono su una scacchiera 3×3 , una per volta, pedine identiche tutte nere.
 Vince il primo giocatore che riesce a completare un terzetto in una fila orizzontale, verticale o una delle due diagonali.
 Quante sono le mosse con cui può iniziare la partita il primo giocatore (Aldo) in modo da potersi garantire la vittoria indipendentemente da come giocherà Bruno?
- A. 8
 B. 1
 C. 0, nel senso che Bruno può sempre rispondere in modo opportuno e garantirsi la vittoria
 D. 5
 E. 9

Soluzione

La risposta E è giusta. Ecco la scacchiera:

(1,1)	(1,2)	(1,3)
(2,1)	(2,2)	(2,3)
(3,1)	(3,2)	(3,3)



Analizziamo le prime possibili mosse di Aldo.

1. Aldo posiziona la sua prima pedina in (2,2): ha la vittoria in tasca alla seconda sua pedina, qualsiasi sia la mossa di Bruno.
2. Aldo posiziona la sua prima pedina in una cella d'angolo. Per la simmetria di gioco della scacchiera, limitiamo lo studio al caso in cui Aldo scelga la cella (1,1), perché la situazione è uguale per gli altri tre angoli
3. Aldo posiziona la sua prima pedina in una casella centrale, ma sul bordo, per esempio in (1,2), perché la situazione si ripresenta tale e quale se sceglie (2,1), (2,3), (3,2)

Con scelte di tipo (1,1) oppure (1,2) Aldo ha la possibilità di vincere con la sua seconda o terza pedina, qualsiasi sia la cella scelta di Bruno. Provare per credere studiando le sei scacchiere disegnate (non lasciamoci trarre in inganno, le pedine di Aldo e Bruno sono tra loro indistinguibili!) A seconda della strategia di gioco di Bruno, Aldo ha due strade diverse per vincere.

- Se Bruno (secondo giocatore) posiziona la sua prima pedina in modo che le prime due pedine posate sulla scacchiera siano allineate tra loro orizzontalmente, verticalmente oppure diagonalmente, con una sola casella vuota per completare l'allineamento, per esempio:

1. Aldo occupa la cella (1, 1) → Bruno risponde in (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 3)
2. Aldo occupa la cella (1, 2) → Bruno risponde in (1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 2)

il gioco è fatto! È sufficiente che Aldo posizioni la sua seconda pedina nell'unica cella vuota dell'allineamento.

È la situazione rappresentata nelle prime tre scacchiere della figura sottostante.

- Se Bruno posiziona la sua prima pedina in modo che non sia allineata né orizzontalmente, né verticalmente, né diagonalmente con la prima pedina di Aldo, per esempio:

1. Aldo gioca in (1, 1) → Bruno risponde in (3, 2), (2, 3)
2. Aldo gioca in (1, 2) → Bruno risponde in (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3)

Aldo deve allora posizionare la sua seconda pedina in modo da non lasciare chiudere la partita a Bruno (sesta scacchiera), ma può farlo.

È la situazione rappresentata nella quarta e quinta scacchiera della figura. Aldo deve posizionare la sua seconda pedina nell'unica cella vuota che si trova sull'incrocio di due linee (una orizzontale ed una verticale) che NON hanno ancora pedine e... poi pazientare. Non vince alla sua seconda mossa, ma alla terza. È la situazione rappresentata nella quarta e quinta scacchiera.

A ₁		
	B ₁	
		A ₂ !

A ₁	A ₂ !	B ₁

A ₁		
A ₂ !		
B ₁		

Aldo vince con la sua II pedina

A ₁		
A ₃ !	B ₂	A ₂
	B ₁	

	A ₁	
A ₂		
A ₃ !	B ₂	B ₁

		A ₁
B ₂ !	B ₁	A ₂

Aldo vince con la sua III pedina

Aldo perde
Bruno vince con la sua II pedina

Risultati percentuali relativi al quesito 7

Risposta A:	1.20%	Risposte giuste:	6.54%
Risposta B:	17.62%	Risposte errate:	52.28%
Risposta C:	27.50%	Risposte non date:	41.18%
Risposta D:	5.96%		
Risposta E:	6.54%		

8. Franco il tabaccaio ha in cassa 195 euro e non ha monete.
Un cliente gli chiede se ha da cambiare 10, 20, 50 o 100 euro, ma Franco risponde a malincuore di no a tutte le richieste.
Quanti pezzi da 20 euro ha in cassa Franco?
- A. 1
B. 4
C. 3
D. 2
E. 0

Soluzione

La risposta D è giusta. Infatti che cosa può avere in cassa il tabaccaio Franco? Quanti *pezzi* da 5 euro, da 10 euro,...

- *biglietti da 5 euro*: deve averne almeno uno, ma non può averne due o più di due, perché in questo caso avrebbe da cambiare 10 euro al cliente.

- *biglietti da 10 euro*: può averne nessuno o al massimo uno, perché in caso contrario potrebbe cambiare i 20 euro del cliente.
- *biglietti da 20 euro*: può averne nessuno, uno oppure al massimo due (due, se solo se non ha biglietti da 10 euro, per non poter cambiare il biglietto da 50 euro del cliente)
- *biglietti da 50 euro*: deve averne uno ed uno solo, per non poter cambiare il biglietto da 100 euro ed avere un totale superiore a 100 euro
- *biglietti da 100 euro*: deve averne uno ed uno solo: in cassa ha solo 195 euro

Contiamo i biglietti che sicuramente Franco ha in cassa e il loro ammontare:

$$(1 \cdot 100 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 5) \text{ euro} = 155 \text{ euro}$$

In cassa ci sono ancora altri 40 euro che possono essere solo la somma di due biglietti da 20 euro

Risultati percentuali relativi al quesito 8

Risposta A:	7.18%	Risposte giuste:	42.80%
Risposta B:	12.18%	Risposte errate:	31.36%
Risposta C:	1.45%	Risposte non date:	25.84%
Risposta D:	42.80%		
Risposta E:	10.56%		

-
9. Il cuoco Giovanni osserva che cucinando l'arrosto se non si usa il forno a gas la carne o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose.
Quindi se ne deduce che
- se l'arrosto ha l'interno ben cotto è stato cotto nel forno a gas
 - se l'arrosto ha l'interno ben cotto o non è bruciato all'esterno è stato cotto nel forno a gas
 - se l'arrosto ha l'interno ben cotto e non è bruciato all'esterno è stato cotto nel forno a gas
 - se l'arrosto è crudo all'interno non è stato cotto nel forno a gas
 - se l'arrosto è stato cotto nel forno elettrico la carne è cruda all'interno e bruciata all'esterno

Soluzione

La risposta A è sbagliata. L'ipotesi

*se NON si usa il forno a gas allora la carne
o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose*

equivale a dire:

arrosto ben cotto all'interno e non bruciato in superficie \rightarrow forno a gas

L'interno dell'arrosto è ben cotto, ma come è l'esterno? È bruciato? Il realizzarsi di una sola delle due condizioni NON garantisce che sia stato cotto in un forno a gas

La risposta B è sbagliata. L'ipotesi

*se NON si usa il forno a gas allora la carne
o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose*

equivale a dire:

arrosto ben cotto all'interno e non bruciato in superficie → forno a gas

Dunque, per essere sicuri che l'arrosto sia stato cotto in un forno a gas deve avere

l'interno ben cotto e l'esterno non bruciato

La risposta C è giusta. L'ipotesi



*se NON si usa il forno a gas allora la carne
o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose*

equivale a dire:

arrosto ben cotto all'interno e non bruciato in superficie → forno a gas

Dunque, se l'arrosto

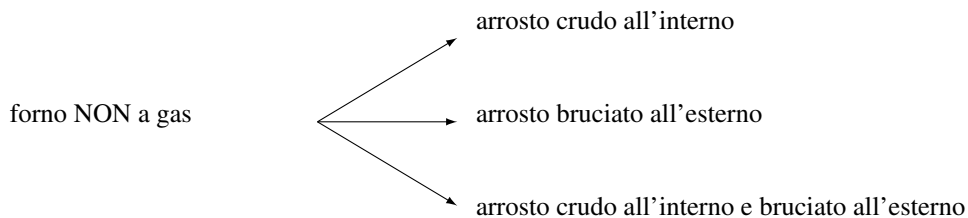
è ben cotto all'interno e non è bruciato all'esterno

deve essere stato cotto da un forno a gas.

Illustriamo con uno schema la situazione del quesito.

Se:

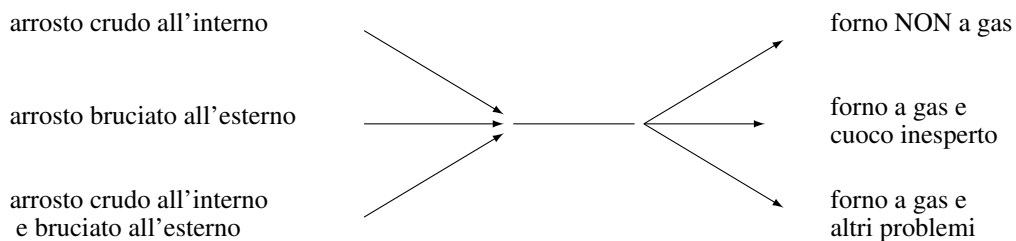
$$p \Rightarrow q$$



Attenzione che:

$$q \not\Rightarrow p$$

Infatti



La risposta D è sbagliata. L'ipotesi

*se NON si usa il forno a gas allora la carne
o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose*

equivale a dire:

*senza il forno a gas → l'arrosto ha carne cruda all'interno o bruciata all'esterno oppure
sia cruda all'interno sia bruciata all'esterno
con forno a gas → ?*

Infatti la premessa non dice nulla su cosa avviene con il forno a gas: il forno a gas è necessario per cuocere un arrosto bene, ma da solo non è sufficiente.

Molte altre condizioni sono richieste: per esempio che il cuoco non sia sbadato, inesperto, metta il forno ad una temperatura né troppo alta né troppo bassa... e lasci l'arrosto nel forno per il tempo necessario.

Quindi la risposta è sbagliata, perché

l'arrosto crudo all'interno...

può essere causato da un forno non a gas, ma anche da un utilizzo non appropriato del forno a gas

La risposta E è sbagliata. L'ipotesi

*se NON si usa il forno a gas allora la carne
o è cruda all'interno o è bruciata all'esterno o entrambe le cose*

equivale a dire:

*con il forno elettrico (non a gas) \longrightarrow l'arrosto ha carne cruda all'interno o bruciata all'esterno
oppure entrambe le cose*

L'errore sta nell'utilizzo del connettivo logico *e*: la carne potrebbe essere anche solo cruda all'interno o solo bruciata all'esterno e non necessariamente devono realizzarsi entrambe le condizioni

NOTA È un quesito che può trarre in inganno. È necessario leggere attentamente il testo e decodificarlo.

Riconoscere subito che appartiene alla famiglia dei quesiti di logica del tipo

$$p \implies q$$

Ad esempio:

se piove apro l'ombrello – è sufficiente che piova, perché io apra l'ombrello.

Questa affermazione significa che qualora piova io apro l'ombrello, ma non ho informazioni su quello che farò nel caso in cui NON piova:

posso aprire ugualmente l'ombrello, per ripararmi dal sole.

È bene, inoltre, ricordare che

$$p \implies q \text{ equivale a } (\text{NON}q) \implies (\text{NON}p)$$

mentre

$$p \implies q \text{ NON equivale a } (\text{NON}p) \implies (\text{NON}q)$$

Ad esempio da:

se piove apro l'ombrello

posso dedurre che

se NON apro l'ombrello è perché NON piove

ma non è vero che

se NON piove allora NON apro l'ombrello

Si faccia inoltre molta attenzione a non confondere la famiglia di quesiti con l'implicazione semplice ($p \implies q$) con la famiglia di quesiti che contengono la *biimplicazione*:

$$p \iff q$$

Ad esempio: *apro l'ombrello se e solo se piove* vuol dire *condizione necessaria e sufficiente affinché apra l'ombrello è che piova.*

Ciò significa che qualora piova io apro l'ombrello, ma se non piove NON lo apro proprio.

Risultati percentuali relativi al quesito 9

Risposta A:	2.72%	Risposte giuste:	41.00%
Risposta B:	20.95%	Risposte errate:	44.50%
Risposta C:	41.00%	Risposte non date:	14.50%
Risposta D:	16.10%		
Risposta E:	4.73%		

10. Il grande teorico dei numeri Kontakerikonta ha scoperto i numeri *Incredibili*; egli non sa ancora se essi siano in numero finito, però ha fatto la seguente congettura:

- *se sono infiniti, almeno uno di essi deve avere 8 fattori primi distinti*

Il suo allievo Rikontoijo studiando con cura questi numeri, dimostra che la congettura di Kontakerikonta è falsa.

Dunque Rikontoijo ha provato che:

- A. se i numeri *Incredibili* sono una quantità finita, nessuno di essi ha 8 fattori primi distinti
- B. se i numeri *Incredibili* sono una quantità finita, tutti hanno 8 fattori primi distinti
- C. i numeri *Incredibili* sono infiniti
- D. i numeri *Incredibili* sono infiniti e nessuno di essi ha 8 fattori primi distinti
- E. i numeri *Incredibili* sono infiniti e hanno tutti 8 fattori primi distinti

Soluzione

La risposta A è sbagliata. La risposta sposta la proprietà formulata da Kontakerikonta per i numeri *Incredibili*, di quantità infinita, a quelli invece finiti in numero. Su questo insieme il professore non fa nessuna ipotesi

La risposta B è sbagliata. La risposta parla di un insieme di numeri non presi in considerazioni dal professore.

La risposta C è sbagliata. La congettura di Kontakerikonta prevede che

se i numeri Incredibili sono infiniti, almeno uno di essi deve avere 8 fattori primi distinti

La formulazione della risposta è sbagliata perché non dà informazioni sulla fattorizzazione dei numeri *Incredibili*: nessuno deve avere 8 fattori primi distinti

La risposta D è giusta. Kontakerikonta, pur non sapendo se i numeri *Incredibili* sono una quantità infinita o finita, formula una congettura, un'ipotesi sui numeri *Incredibili*, qualora siano infiniti in numero (non formula invece ipotesi sui numeri *Incredibili* finiti in quantità). ✓

L'allievo Rikontoijo, studiando con cura questi numeri, non nega che i numeri *Incredibili* siano infiniti in numero: nega la congettura sulla loro proprietà.

Negare la congettura significa dimostrare che è vera la negazione della congettura.

Quindi il risultato che dimostra è che

i numeri Incredibili sono infiniti, ma non hanno la proprietà prevista da Kontakerikonta

ovvero, dimostra che

l'insieme dei numeri Incredibili è una quantità infinita e nessun numero Incredibile ha 8 fattori primi distinti

La risposta E è sbagliata. Kontakerikonta formula una congettura sui numeri *Incredibili* infiniti in numero:

almeno uno di essi deve avere 8 fattori primi distinti

Se la congettura è falsa significa che

L'insieme degli Incredibili è una quantità infinita e non esiste nessun numero Incredibile con otto fattori primi tutti distinti

Risultati percentuali relativi al quesito 10

Risposta A:	15.42%	Risposte giuste:	31.93%
Risposta B:	4.09%	Risposte errate:	23.57%
Risposta C:	2.14%	Risposte non date:	44.50%
Risposta D:	31.93%		
Risposta E:	1.91%		

-
11. Gli archeobatteri sono organismi unicellulari che vivono in stagni e si riproducono per scissione (cioè ogni batterio si divide in due e forma due altri batteri uguali). Se si immette un archeobatterio in un certo stagno, esso ogni giorno si riproduce per scissione una sola volta, e dopo 30 giorni la superficie dello stagno è completamente ricoperta dai batteri. Quanti giorni ci vorranno affinché la superficie dello stesso stagno sia completamente ricoperta, se inizialmente vi si immettono due archeobatteri?
- A. 30 giorni
 - B. 28 giorni
 - C. 29 giorni
 - D. dipende dalla superficie dello stagno
 - E. 15 giorni

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Non è la risposta esatta. In 30 giorni lo stagno si riempie se nell'istante iniziale c'è un solo archeobatterio.

La risposta B è sbagliata. Una sola risposta numerica va bene e non è questa

La risposta C è giusta. Ci serviamo di una tabella per capire la legge di crescita degli archeobatteri. ✓

n. batt.	g. 1	g. 2	g. 3	g. 4	...	g. 29	g. 30
1	1	2	4	8	...	2^{28}	stagno pieno
1	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$...	2^{28}	2^{29}

Ora ripetiamo il calcolo con due batteri, sapendo che lo stagno pieno deve contenere 2^{29} archeobatteri.

n. batt.	g. 1	g. 2	g. 3	g. 4	...	g. 28	g. 29
2	2	4	8	16	...	2^{28}	stagno pieno
2	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$...	2^{28}	2^{29}

Possiamo osservare che, partendo con due archeobatteri il primo giorno, il numero dei batteri di un giorno qualsiasi è quello che ci sarebbe, con un solo archeobatterio iniziale, il giorno successivo. Allora lo stagno si riempie dopo 29 giorni.

La risposta D è sbagliata. È vero che il numero di giorni dipende dalle dimensioni dello stagno, ma sapendo che con un archeobatterio occorrono 30 giorni e che lo stagno è sempre lo stesso, il tempo con due archeobatteri si può determinare senza conoscere le dimensioni dello stagno.

La risposta E è sbagliata. La risposta esatta è un'altra. Con due archeobatteri il tempo non si dimezza!

Risultati percentuali relativi al quesito 11

Risposta A:	2.18%	Risposte giuste:	23.95%
Risposta B:	1.68%	Risposte errate:	53.45%
Risposta C:	23.95%	Risposte non date:	22.59%
Risposta D:	7.71%		
Risposta E:	41.89%		

•-----•

12. Un'indagine svolta tra tutti i 1000 abitanti della cittadina di Sparagna al di sopra dei 55 anni, mostra che il 40% di loro possiede un frigorifero, che il 25% possiede un televisore, e che il 15% li possiede entrambi.
Dunque, nella cittadina di Sparagna:
- A. al di sotto dei 55 anni meno del 40% della popolazione possiede un frigorifero
 - B. meno del 45% della popolazione al di sopra dei 55 anni possiede televisore o frigorifero
 - C. il 50% della popolazione al di sopra dei 55 anni non possiede né televisore né frigorifero
 - D. al di sotto dei 55 anni più del 25% della popolazione possiede un televisore
 - E. più del 50% della popolazione al di sopra dei 55 anni ha televisore o frigorifero

Soluzione

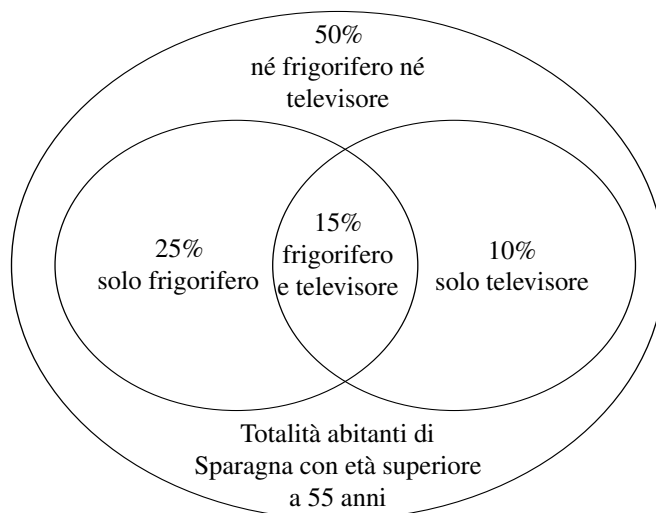
La risposta A è sbagliata. Le ipotesi del quesito non forniscono informazioni sui cittadini di Sparagna di età inferiore ai 55 anni.

La risposta B è sbagliata. Possiede televisore o frigorifero esattamente il 50% della popolazione al di sopra dei 55 anni

La risposta C è giusta. Poiché a Sparagna i cittadini di età superiore a 55 anni che hanno televisore o frigorifero o entrambi sono la metà: ✓

$$400 + 250 - 150 = 500 \rightarrow 50\%$$

l'altra metà della popolazione, cioè il 50%, non ha né televisore né frigorifero.
Visualizziamo la situazione con uno schema a diagrammi di Venn.



La risposta D è sbagliata. L'indagine svolta a Sparagna ha coinvolto i 1000 abitanti con età al di sopra di 55 anni. Non sappiamo quanti, al di sotto di 55 anni, hanno il televisore.

La risposta E è sbagliata. Il numero di cittadini di Sparagna con più di 55 anni con televisore o frigorifero, tenendo conto che il 15 % li possiede entrambi, è:

$$400 + 250 - 150 = 500 \rightarrow 50\%$$

La risposta è sbagliata perché prevede una percentuale maggiore strettamente del 50% (più del 50%) e non del 50%.

Risultati percentuali relativi al quesito 12

Risposta A:	1.15%	Risposte giuste:	10.94%
Risposta B:	14.16%	Risposte errate:	52.32%
Risposta C:	10.94%	Risposte non date:	36.75%
Risposta D:	1.69%		
Risposta E:	35.32%		

13. Quali dei numeri x, y proposti vanno inseriti nella tabella?

1	3	6	10	x	21	28
1	2	6	24	120	y	5040

- A. $x = 14$ e $y = 720$
- B. $x = 14$ e $y = 240$
- C. $x = 15$ e $y = 720$
- D. $x = 12$ e $y = 240$
- E. $x = 15$ e $y = 240$

Soluzione

La risposta A è sbagliata. La risposta numerica è unica e non è questa

La risposta B è sbagliata. In questo quesito o si procede per tentativi ed errori oppure si risolve il problema proposto e si sceglie. Se la scelta è questa ... è sbagliata

La risposta C è giusta. Il quesito propone due insiemi di numeri: è necessario individuare le leggi che generano i due gruppi, sapendo che possono anche essere diverse. ✓

Proviamo a riscrivere i numeri della prima riga della tabella:

1, 3, 6, 10, x , 21, 28

- i numeri sono posti in ordine strettamente crescente
- la differenza tra un numero e il precedente NON è costante
- scriviamo le differenze:

$$(3 - 1 = 2), (6 - 3 = 3), (10 - 6 = 4), (x - 10 = ?), (21 - x = ?), (28 - 21 = 7)$$

- la differenza tra un numero e quello che lo precede cresce come la successione dei numeri naturali

$$x - 10 = 5 \rightarrow x = 15; \quad 21 - x = 6 \rightarrow x = 15$$

Proviamo a riscrivere i numeri della seconda riga della tabella:

$$1, 2, 6, 24, 120, y, 5040$$

- i numeri sono posti in ordine strettamente crescente
- la differenza tra un numero e il precedente NON è costante
- il rapporto tra un numero e quello che lo precede NON è costante
- scriviamo i rapporti:

$$(2/1 = 2), (6/2 = 3), (24/6 = 4), (120/24 = 5), (y/120 = ?), (5040/y = ?)$$

- il rapporto tra un numero e quello che lo precede cresce come la successione dei numeri naturali

$$y/120 = 6 \rightarrow y = 720; \quad 5040/y = 7 \rightarrow y = 720$$

La risposta D è sbagliata. Ancora una risposta numerica sbagliata. Se la risposta ipotizzata è questa, allora è sbagliato il metodo di lavoro

La risposta E è sbagliata. La risposta giusta è un'altra. È esatto uno dei due numeri della coppia

Risultati percentuali relativi al quesito 13

Risposta A:	3.17%	Risposte giuste:	71.06%
Risposta B:	1.05%	Risposte errate:	7.92%
Risposta C:	71.06%	Risposte non date:	21.02%
Risposta D:	1.04%		
Risposta E:	2.66%		

14. Luigina afferma:

- il martedì, se faccio il bagno poi vado al mercato. L'altro ieri era martedì, e ho fatto il bagno
- ieri non ho fatto il bagno e sono andata al mercato
- oggi andrò al mercato e forse mi farò anche il bagno

Ne consegue necessariamente che:

- A. tutte le volte che Luigina va al mercato, non si fa il bagno
- B. il martedì Luigina fa sempre il bagno
- C. se Luigina fa il bagno di mercoledì, poi non va al mercato
- D. l'altro ieri Luigina non è andata al mercato
- E. a volte Luigina va al mercato senza essersi fatta il bagno

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Luigina stessa dice che il martedì, se fa il bagno, poi va al mercato.

La risposta B è sbagliata. Se Luigina fa il bagno il martedì poi va al mercato. Non dice, però se fa il bagno tutti i martedì.

La risposta C è sbagliata. Dalle ipotesi sappiamo che:

ieri (mercoledì) Luigina non ha fatto il bagno ed è andata al mercato.

Luigina dice cosa ha fatto ieri, mercoledì, ma non dice cosa fa in genere il mercoledì e neppure ci comunica se, quando fa il bagno il mercoledì, poi va o non va al mercato

La risposta D è sbagliata. L'altro ieri era martedì e Luigina ha fatto il bagno, quindi è andata al mercato!

La risposta E è giusta. Luigina stessa dice:



ieri (mercoledì) NON ho fatto il bagno e sono andata al mercato

Risultati percentuali relativi al quesito 14

Risposta A:	0.48%	Risposte giuste:	76.71%
Risposta B:	2.79%	Risposte errate:	7.64%
Risposta C:	1.91%	Risposte non date:	15.65%
Risposta D:	2.45%		
Risposta E:	76.71%		

15. In una discussione tra amici, Antonio dice:

A tutti noi piace il caffè, tranne che a Paola, a cui non piace

Fabio osserva che Antonio ha torto.

Ne consegue che:

- A. a tutti gli amici piace il caffè
- B. a Paola piace il caffè
- C. a uno degli amici, che non è Paola, non piace il caffè
- D. o a Paola piace il caffè, oppure c'è qualcuno tra gli amici, oltre Paola, a cui il caffè non piace
- E. non è possibile che il caffè dispiaccia a uno solo tra gli amici

Soluzione

La risposta A è sbagliata. La negazione dell'affermazione di Antonio

A tutti noi piace il caffè, tranne che a Paola, a cui non piace

porta a dire che:

o a Paola piace il caffè oppure c'è qualcuno tra gli amici, oltre Paola, a cui non piace il caffè.

La risposta proposta considera solo il caso in cui anche a Paola piace il caffè e non l'eventualità che esista qualche altro amico a cui non piace, visto che Fabio afferma che Antonio ha torto.

La risposta B è sbagliata. L'ipotesi del quesito

a tutti noi piace il caffè, tranne che a Paola, a cui non piace

parla sia di Paola sia degli amici, diversi da Paola.

Fabio ha ragione non solo se a Paola piace il caffè, ma anche se, oltre a Paola, il caffè non piace ad almeno un altro amico di Antonio.

La risposta C è sbagliata. Se è falsa la premessa del quesito

a tutti noi piace il caffè, tranne che a Paola, a cui non piace

allora

o a Paola piace il caffè oppure c'è qualcuno tra gli amici, oltre Paola, a cui non piace il caffè

La risposta proposta

a uno degli amici, che non è Paola, non piace il caffè

prende in considerazione solo una delle due eventualità, compatibili con la negazione dell'affermazione di Antonio.

La risposta D è giusta. L'ipotesi



A tutti noi piace il caffè, tranne che a Paola, a cui non piace

dice che

tra tutti gli amici di Antonio, solo a Paola non piace il caffè

Se Antonio ha torto e ha ragione Fabio allora

1) *a Paola piace il caffè così come a qualsiasi altro amico di Antonio, diverso da Paola*

oppure

2) *a Paola piace il caffè ed esiste almeno un altro amico di Antonio, diverso da Paola, a cui non piace il caffè*

oppure

3) *a Paola non piace il caffè ed esiste almeno un altro amico di Antonio, diverso da Paola, a cui non piace il caffè*

Nei primi due casi è evidente che:

a Paola piace il caffè

mentre la terza ipotesi ci dice che:

esiste almeno un altro amico, oltre Paola, a cui non piace il caffè

La risposta esatta è:

o a Paola piace il caffè, oppure c'è qualcuno tra gli amici, oltre Paola, a cui il caffè non piace

La risposta E è sbagliata. È un pensiero del linguaggio comune, non logicamente deducibile dalle ipotesi del quesito. Potrebbe essere un'affermazione tra amici

Risultati percentuali relativi al quesito 15

Risposta A:	1.42%	Risposte giuste:	74.67%
Risposta B:	3.96%	Risposte errate:	10.46%
Risposta C:	3.63%	Risposte non date:	14.86%
Risposta D:	74.67%		
Risposta E:	1.46%		

16. Giocando a Risiko Giulio Cesare ha vinto più di suo nipote Augusto, ma non di Napoleone. Alessandro Magno ha vinto meno di Carlo Magno, ma più di Napoleone. Chi ha vinto di meno?
- A. Carlo Magno
 - B. Alessandro Magno
 - C. Napoleone
 - D. Augusto
 - E. Giulio Cesare

Soluzione

Introduciamo la seguente notazione: data una qualsiasi coppia di giocatori X e Y , scriviamo $X < Y$ se Y ha vinto più di X e $Y \leq X$ se Y non ha vinto più di X (ovvero, equivalentemente, se Y ha vinto meno di X oppure tanto quanto X). Allora le ipotesi espresse nel quesito possono essere riformulate, nell'ordine, come segue: $A < GC$, $GC \leq N$, $AM < CM$, $N < AM$ (dove si intende che A = Augusto, GC = Giulio Cesare, N = Napoleone, AM = Alessandro Magno e CM = Carlo Magno). In forma più concisa,

$$A < GC \leq N < AM < CM,$$

da cui si deduce che Augusto ha vinto meno di tutti. Concludiamo quindi che **la risposta esatta è la D.**



Risultati percentuali relativi al quesito 16

Risposta A:	10.17%	Risposte giuste:	80.75%
Risposta B:	2.50%	Risposte errate:	1.56%
Risposta C:	2.82%	Risposte non date:	17.68%
Risposta D:	80.75%		
Risposta E:	2.19%		



17. Il tenente Piccione, nel corso delle sue indagini su un assassinio, ha appurato questi due fatti:

- se X ha accoltellato la vittima, allora X è mancino;
- se Y ha accoltellato la vittima, allora Y è l'assassino.

Quale di queste deduzioni è corretta?

- A. Il commissario Piccione accerta che il signor Bianchi non è mancino e ne deduce che non è l'assassino
- B. L'assassino ha accoltellato la vittima
- C. Il commissario Piccione accerta che il signor Rossi è mancino e ne deduce che è l'assassino
- D. Il commissario Piccione accerta che il signor Bianchi non è mancino e ne deduce che non ha accoltellato la vittima
- E. Il commissario Piccione accerta che il signor Rossi è mancino e ne deduce che ha accoltellato la vittima

Soluzione

Una volta accertato che Bianchi non è mancino, il tenente Piccione può dedurre che Bianchi non può avere accoltellato la vittima, perché, come risulta dalle indagini, chiunque l'abbia fatto è necessariamente mancino. Pertanto **la risposta esatta è la D.**



Facciamo adesso un passo indietro ed esaminiamo più attentamente il quadro generale delle indagini, per potere analizzare ad una ad una le risposte proposte e valutare la loro veridicità. I due fatti appurati dal tenente Piccione possono essere riformulati, rispettivamente, come segue:

- O la vittima non è stata accoltellata, o è stata accoltellata da un mancino (o da più mancini);
- O la vittima non è stata accoltellata, o è stata accoltellata dall'assassino (non necessariamente unico).

Questi due fatti, considerati insieme, ci fanno concludere che siamo in presenza di uno (e necessariamente uno solo) dei due seguenti scenari:

- I. La vittima non è stata accoltellata (e dunque è stata assassinata con modalità diverse dall'accoltellamento).
- II. Una o più persone hanno accoltellato la vittima. Tali persone sono tutte mancine e sono tutte ugualmente responsabili della morte della vittima.

La conclusione precedente lascia aperte varie possibilità, tutte compatibili con le indagini svolte dal tenente. Ad esempio, nello scenario II, è possibile che qualcuno, necessariamente mancino, abbia accoltellato la vittima in modo non mortale, uccidendola poi per avvelenamento, soffocamento o altro, così come è possibile che qualcuno, necessariamente mancino, abbia accoltellato la vittima in modo mortale. Un'altra possibilità è che qualcuno, mancino o non mancino, abbia assassinato la vittima senza accoltellarla; questa ipotesi, che è ovviamente compatibile con lo scenario I, è in realtà compatibile anche con lo scenario II, perché è possibile che esista (almeno) un'altra persona, mancina e corresponsabile dell'omicidio, che abbia invece accoltellato la vittima.

Possiamo quindi concludere, anzitutto, che la risposta B non è corretta. Si noti bene che non stiamo affermando che l'assassino non abbia accoltellato la vittima (ciò non potremo mai saperlo, in base ai soli fatti appurati dal tenente), ma soltanto che non è possibile dedurre con certezza, a partire dalle sole ipotesi, che l'abbia fatto. Il lettore presti particolare attenzione al fatto che la domanda posta nel quesito non è "Quale delle seguenti affermazioni è vera?", ma "Quale di queste deduzioni è corretta?". In altre parole, la risposta corretta è quell'unica conclusione che si può dedurre con certezza a partire dalle ipotesi date.

Se il signor Rossi è mancino, il fatto che abbia accoltellato la vittima o non l'abbia accoltellato è compatibile, in ogni caso, con almeno uno dei due scenari descritti precedentemente. Pertanto la risposta E non è corretta. Similmente non è corretta neanche la risposta C, perché, sempre nell'ipotesi che il signor Rossi sia mancino, il fatto che Rossi sia o non sia l'assassino è compatibile sia col primo, sia col secondo scenario. La risposta D, invece, è corretta: infatti, se Bianchi non è mancino, allora Bianchi non può avere accoltellato la vittima, in quanto sappiamo che chiunque l'abbia fatto è necessariamente mancino. Infine la risposta A non è corretta, perché il fatto che Bianchi non sia mancino lascia aperta sia l'ipotesi che Bianchi abbia assassinato la vittima (senza accoltellarla), sia l'ipotesi che Bianchi non l'abbia assassinata. Quindi la risposta esatta è la D.

NOTA Una volta individuata la correttezza della deduzione D, il lettore può indicare direttamente che la risposta esatta è D, senza neanche leggere le altre risposte, così come può dare la risposta D, senza neanche leggerla, una volta appurato che le risposte A, B, C ed E siano incorrette. Si noti, infine, che un modo alternativo di dimostrare che la risposta E non è quella esatta è notare che, se lo fosse, allora lo sarebbe anche la risposta C, la qual cosa contraddirebbe la premessa iniziale, secondo cui ogni quesito ammette sempre una e una sola risposta esatta.

Risultati percentuali relativi al quesito 17

Risposta A:	3.29%	Risposte giuste:	12.99%
Risposta B:	43.66%	Risposte errate:	21.91%
Risposta C:	3.91%	Risposte non date:	65.10%
Risposta D:	12.99%		
Risposta E:	14.24%		

•—————•

18. Il Re non rispettò il consiglio del Gran Ciambellano di opporsi alla celebrazione del matrimonio della Principessa dal Collo di Cigno con il rospo che amava, qualora i giovani insistessero per celebrare il rito nella Basilica di Superga.
Le principesse, almeno quelle delle favole, seguono la volontà paterna. Che cosa ne deducete?
- A. La principessa ed il rospo potranno sposarsi, se lo desidereranno, nella Basilica di Superga
 - B. La principessa ed il rospo non si sposeranno
 - C. La principessa ed il rospo potranno sposarsi, ma non nella Basilica di Superga
 - D. I dati del problema non autorizzano a concludere la veridicità di alcuna delle interpretazioni proposte
 - E. La principessa ed il rospo si sposeranno necessariamente nella Basilica di Superga

Soluzione

Si evince dal testo che il Re, non opponendosi alla celebrazione del matrimonio, lascia ai giovani la facoltà di decidere liberamente. Escludiamo quindi qualsiasi risposta che comporti da parte degli sposi una decisione obbligata e scegliamo come esatta la risposta A, secondo la quale i giovani, se lo vorranno, potranno sposarsi nella Basilica di Superga.

A differenza che nel caso precedente, questo è uno di quei quesiti per i quali conviene dare la risposta alla domanda in modo autonomo, cioè prima di leggere le cinque soluzioni proposte. Le premesse contenute nel testo, infatti, consentono di dare una risposta senza lasciarsi influenzare dalle soluzioni proposte. Vediamo allora di riassumere tali premesse in modo equivalente, ma più facilmente comprensibile.

Il consiglio che il Gran Ciambellano dà al Re non è di opporsi alle nozze, ma di farlo unicamente nel caso in cui i giovani insistano per sposarsi a Superga. È evidente, del resto, che tale consiglio possa essere rispettato o non rispettato, da parte del Re, unicamente nel caso in cui i giovani insistano per sposarsi a Superga; qualora, invece, i giovani chiedano di sposarsi altrove, o addirittura rinuncino a sposarsi, il Re non può né rispettare il consiglio del Gran Ciambellano, né non rispettarlo. Detto questo, ciò che sappiamo è che il Re non rispetta il consiglio del Gran Ciambellano. Ciò, quindi, vuol dire che, dopo l'insistenza dei giovani per sposarsi a Superga, il Re non si oppone alla celebrazione del matrimonio.

I dati del problema ci autorizzano dunque a concludere che la volontà del Re è di non opporsi alla celebrazione del matrimonio.

Ora “non opporsi al matrimonio” non significa “favorire il matrimonio” o “disporre affinché si celebri il matrimonio” o “disporre affinché si celebri il matrimonio a Superga”, ma semplicemente non impedire il matrimonio in alcun caso. In definitiva, la volontà del Re è quella di lasciare liberi gli sposi di decidere cosa vogliono fare. Le possibilità sono: decidere di non sposarsi più; decidere di sposarsi a Superga; decidere di sposarsi, ma non a Superga. Qualunque cosa i giovani decidano, il Re asseconderà il loro desiderio.

È dunque falso che la principessa e il rospo debbano necessariamente non sposarsi (B), così come è falso che debbano sposarsi necessariamente nella Basilica di Superga (E), così come, infine, è falso che potranno sposarsi, ma non a Superga (C). È possibile invece dedurre dalle premesse che i giovani, se lo vorranno, potranno sposarsi a Superga, il che dimostra anche che l'affermazione D è falsa. Concludiamo quindi che **la risposta esatta è la A.**



Risultati percentuali relativi al quesito 18

Risposta A:	68.54%	Risposte giuste:	68.54%
Risposta B:	1.10%	Risposte errate:	9.23%
Risposta C:	6.73%	Risposte non date:	22.22%
Risposta D:	2.97%		
Risposta E:	11.42%		

19. La frase *Sul tavolo ci sono due bicchieri* implica che sul tavolo

- A. ci sono due bicchieri e una bottiglia
- B. non ci sono bottiglie
- C. ci sono due bicchieri e due tazzine da caffè
- D. c'è un bicchiere
- E. non ci sono tre bicchieri

Soluzione

Se sul tavolo ci sono due bicchieri, allora si può dedurre che sul tavolo c'è un bicchiere. Quindi **la risposta esatta è la D.**



Quesiti di questo tipo richiedono soprattutto, da parte del lettore, la consapevolezza che il significato di una data frase, nel contesto della logica, non corrisponde necessariamente all'interpretazione che di quella frase si dà abitualmente nel linguaggio comune. Se infatti, in quest'ultimo, una frase può essere interpretata in modo non univoco, anche per via di eventuali fatti già noti o di supposizioni sottintese, lette tra le righe ma non esplicitate direttamente, nel linguaggio della logica una frase ha un significato "tecnico" ben preciso, univoco e che esclude tutto ciò che non sia contenuto esplicitamente nel testo della frase stessa.

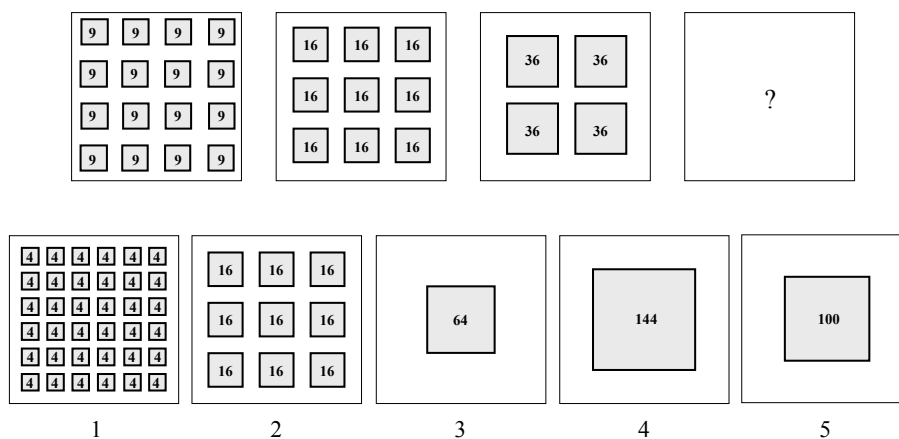
Nel caso specifico del quesito in questione, la frase "sul tavolo ci sono due bicchieri" potrebbe essere interpretata, nel linguaggio comune, come "sul tavolo ci sono esattamente due bicchieri, non uno di più, non uno di meno", oppure "sul tavolo ci sono due bicchieri, ma non c'è nient'altro" e così via. Nel linguaggio della logica, invece, la frase "sul tavolo ci sono due bicchieri" è semplicemente un'abbreviazione per "sul tavolo ci sono almeno due bicchieri", così come "sul tavolo c'è un bicchiere" è un'abbreviazione per "sul tavolo c'è almeno un bicchiere".

In definitiva, se sappiamo che "sul tavolo ci sono due bicchieri", allora l'unica cosa che possiamo dedurre con certezza è che sul tavolo ci sono alcuni bicchieri e che questi bicchieri sono almeno due, ma null'altro possiamo dire. Non sappiamo se, oltre ai bicchieri, ci siano bottiglie (A, B) o tazzine da caffè (C) o altro, né possiamo dire se i bicchieri siano esattamente due o più di due (E). L'unica conclusione certa è che, se sul tavolo ci sono almeno due bicchieri, allora, a maggior ragione, sul tavolo c'è almeno un bicchiere. Concludiamo quindi che la risposta esatta è la **D**.

Risultati percentuali relativi al quesito 19

Risposta A:	0.63%	Risposte giuste:	25.98%
Risposta B:	3.76%	Risposte errate:	2.35%
Risposta C:	0.00%	Risposte non date:	71.67%
Risposta D:	25.98%		
Risposta E:	67.29%		

20. Quale dei quadrati numerati da 1 a 5 sostituisce correttamente il riquadro contenente il punto interrogativo?



- A. Il quadrato 5
- B. Il quadrato 3
- C. Il quadrato 1
- D. Il quadrato 2
- E. Il quadrato 4

Soluzione

Osservando la sequenza dei riquadri che ci vengono presentati prima del punto interrogativo, ci accorgiamo che in ogni riquadro il numero dei quadrati grigi è un quadrato perfetto (16, 9, 4) e che il numero contenuto in ognuno dei quadrati grigi è anch'esso un quadrato perfetto (9, 16, 36). Inoltre, procedendo da sinistra verso destra, il primo numero diminuisce, mentre il secondo aumenta. Ci aspettiamo quindi che l'ultimo riquadro a destra, raffigurante il punto interrogativo, debba contenere un solo quadrato grigio (perché l'unico quadrato perfetto minore di 4 è 1) e che tale quadrato debba contenere, al suo interno, un quadrato perfetto maggiore di 36. Escludendo, quindi, i riquadri 1 e 2, prendiamo in considerazione unicamente i quadrati 3, 4 e 5. Notiamo infine che la somma di tutti i numeri all'interno di ogni riquadro della sequenza è uguale a 144. Questa condizione è soddisfatta soltanto dal quadrato 4. Concludiamo quindi che **la risposta esatta è la E.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 20

Risposta A:	4.54%	Risposte giuste:	43.51%
Risposta B:	23.94%	Risposte errate:	14.87%
Risposta C:	12.36%	Risposte non date:	41.63%
Risposta D:	0.78%		
Risposta E:	43.51%		

21. Per numerare le pagine di un libro sono state usate in totale 3301 cifre.
Le pagine del libro sono:

- A. tra 1500 e 2000
- B. tra 2000 e 3000
- C. meno di 1000
- D. più di 3000
- E. tra 1000 e 1500

Soluzione

Per numerare le pagine di un libro che contiene precisamente 1000, 1500, 2000, 3000 pagine occorrono, rispettivamente, 2893, 4893, 6893, 10893 cifre. Poiché nel caso del libro in questione sono state usate 3301 cifre, si può concludere che il libro ha un numero di pagine compreso tra 1000 e 1500 e che quindi la risposta esatta è la E.

Le cifre utilizzate per numerare le prime 9 pagine di un libro sono tante quante sono le pagine stesse, cioè 9, in quanto ogni pagina viene numerata con un'unica cifra. Invece le cifre utilizzate per numerare le pagine di un libro dalla pagina 10 alla pagina 99 sono esattamente il doppio rispetto al numero delle pagine, in quanto ogni pagina viene numerata con due cifre; poiché tali pagine sono in tutto 90, le cifre utilizzate per numerarle sono in tutto 180 (si noti che il numero 90 può essere ottenuto, ad esempio, sottraendo da 99 le 9 pagine già considerate precedentemente). Questo tipo di ragionamento ci consente, più in generale, di calcolare il numero delle cifre utilizzate per numerare le pagine di un libro, sapendo quante sono in tutto le pagine del libro.

Il quesito che stiamo affrontando, invece, riguarda il problema inverso, cioè la determinazione del numero di pagine di un libro sapendo che le cifre usate per numerarle sono in tutto 3301. In realtà non ci viene chiesto di calcolare il numero esatto di pagine, ma, più semplicemente, di dire dove tale numero si colloca, prendendo come punti di riferimento i numeri 1000, 1500, 2000 e 3000. La prima opzione proposta (se consideriamo le opzioni in ordine crescente di pagine) è che il libro abbia meno di 1000 pagine, cioè che ne abbia al più 999. Ora le cifre utilizzate per numerare le pagine di un libro dalla pagina 100 alla pagina 999 sono esattamente il triplo rispetto al numero delle pagine, in quanto ogni pagina viene numerata con tre cifre; poiché tali pagine sono in tutto 900, le cifre utilizzate per numerarle sono in tutto 2700. Ciò, insieme ai conti fatti precedentemente, ci porta alla conclusione che per numerare le pagine di un libro con 999 pagine occorrono esattamente $2700 + 180 + 9 = 2889$ cifre. Poiché nel quesito si parla di un libro per il quale sono state utilizzate 3301 cifre, concludiamo che il libro in questione ha più di 999 pagine (cioè ha almeno 1000 pagine).

Esaminiamo allora, procedendo nell'ordine, la seconda opzione, cioè che il libro abbia almeno 1000 pagine, ma meno di 1500. Le cifre usate per numerare le pagine di un libro dalla pagina 1000 alla pagina 1499 sono esattamente il quadruplo rispetto al numero delle pagine, in quanto ogni pagina viene numerata con quattro cifre; poiché tali pagine sono in tutto 500, le cifre utilizzate per numerarle sono in tutto 2000. Ciò, insieme ai conti fatti precedentemente, ci porta alla conclusione che per numerare le pagine di un libro con 1499 pagine occorrono esattamente $2000 + 2889 = 4889$ cifre. Poiché nel libro in questione (che, come già sappiamo, ha almeno 1000 pagine) sono state usate solo 3301 cifre, concludiamo che le pagine del libro sono meno di 1499 (e dunque anche meno di 1500). A questo punto non è più necessario esaminare le tre rimanenti opzioni. In definitiva **la risposta esatta è la E.** ✓

NOTA È in realtà possibile, anche se non richiesto, calcolare il numero esatto di pagine del libro. Il ragionamento precedente, infatti, ci dice che per numerare le pagine di un libro con 1000 pagine occorrono esattamente $2889 + 4 = 2893$ cifre e che per numerare le pagine di un libro con $1000 + n$ pagine occorrono esattamente $2893 + 4n$ cifre (purché, naturalmente, n sia al più 8999, in modo tale che il libro abbia al più 9999 pagine). Poiché le cifre utilizzate sono in tutto 3301, calcoliamo n risolvendo l'equazione di primo grado

$$2893 + 4n = 3301.$$

Si ha $4n = 3301 - 2893 = 408$, da cui $n = 408/4 = 102$. Pertanto il libro ha precisamente 1102 pagine.

Risultati percentuali relativi al quesito 21

Risposta A:	18.78%	Risposte giuste:	26.76%
Risposta B:	5.01%	Risposte errate:	25.04%
Risposta C:	11.42%	Risposte non date:	48.20%
Risposta D:	12.99%		
Risposta E:	26.76%		

22. Si legge sull'autobus

I passeggeri sono tenuti a pagare un ulteriore biglietto per ogni bagaglio che superi le seguenti dimensioni: 50 cm × 30 cm × 25 cm.

Chi legge comprende che, in base a questa norma, si debba pagare un ulteriore biglietto per un oggetto di qualunque forma che occupi uno spazio il cui volume è superiore a quello occupato dal bagaglio sopra descritto. Egli deduce quindi che:

- A. si deve pagare un biglietto per un pallone del diametro di 20 cm
- B. si deve pagare un biglietto per un bastone lungo 90 cm e con il diametro di 2 cm se tenuto orizzontalmente
- C. si deve pagare un biglietto per un bastone lungo 90 cm e con il diametro di 2 cm
- D. si deve pagare un biglietto per un oggetto che supera 50 cm di lunghezza oppure 30 cm di altezza oppure 25 cm di spessore
- E. si deve pagare un biglietto per un oggetto che supera 50 cm di lunghezza e 30 cm di altezza e 25 cm di spessore

Soluzione

Se un bagaglio supera 50 cm di lunghezza e 30 cm di altezza e 25 cm di spessore, allora esso supera in ognuna delle tre dimensioni il limite massimo imposto dal cartello. In particolare, esso occupa uno spazio il cui volume è necessariamente superiore a quello occupato da un bagaglio di dimensioni 50 cm × 30 cm × 25 cm. Pertanto la risposta esatta è la E.

Il cartello che si legge sull'autobus descrive la norma standard che viene realmente applicata dalla maggior parte delle aziende di trasporto. Abituamente essa va interpretata nel senso che va pagato un ulteriore biglietto per ogni bagaglio che superi anche una sola delle dimensioni indicate (50 cm di lunghezza oppure 30 cm di altezza oppure 25 cm di spessore). Il lettore, però, presti particolare attenzione a quanto segue: ciò che viene chiesto nel quesito non è di tenere conto della corretta interpretazione della norma, ma di analizzare il punto di vista di un passeggero che, impropriamente, interpreti il cartello nel senso che gli unici bagagli per i quali si richiede il pagamento di un biglietto aggiuntivo sono quelli il cui volume sia superiore a $50\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} \cdot 25\text{ cm} = 37500$ centimetri cubici. Premesso questo punto di vista, si chiede di specificare che cosa deduce tale passeggero.

Qualsiasi oggetto che superi 50 cm di lunghezza e 30 cm di altezza e 25 cm di spessore ha un volume superiore a $50\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} \cdot 25\text{ cm} = 37500$ centimetri cubici, il che comporta, secondo il passeggero, il pagamento di un ulteriore biglietto. Ciò, di per sé, ci permette già di concludere che l'unica risposta esatta non può che essere la E. Tuttavia, per completezza, analizziamo anche la veridicità delle altre risposte proposte.

Un pallone di 20 cm di diametro ha un volume inferiore a quello di un cubo di 20 cm di lato, il quale, a sua volta, ha un volume pari a $20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 8000$ centimetri cubici. Un bastone lungo 90 cm e con il diametro di 2 cm ha un volume inferiore a quello di un parallelepipedo di dimensioni $90\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$, il quale, a sua volta, ha un volume pari a $90\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 360$ centimetri cubici. In entrambi i casi, e comunque venga tenuto il bastone (orizzontalmente, verticalmente o in altri modi), il volume non supera i 37500 centimetri cubici, per cui il passeggero in questione deduce che non è necessario acquistare un ulteriore biglietto. Dunque le risposte A, B e C sono errate. Risulta errata, infine, anche la risposta D, perché, ad esempio, il bastone considerato precedentemente supera i 50 cm di lunghezza ma, come già osservato, ha un volume che non supera

i 37500 centimetri cubici e che dunque non comporta, secondo il passeggero, il pagamento di un biglietto aggiuntivo. Dunque **la risposta esatta è la E.**



Risultati percentuali relativi al quesito 22

Risposta A:	1.10%	Risposte giuste:	73.08%
Risposta B:	0.63%	Risposte errate:	12.05%
Risposta C:	1.56%	Risposte non date:	14.87%
Risposta D:	11.58%		
Risposta E:	73.08%		

23. Indicare quanti numeri diversi si possono ottenere da somme algebriche di questo tipo

$$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 5$$

utilizzando tutte le cifre da 1 a 5 e al variare di tutte le possibili scelte dei segni + o – (ad esempio: $-1 - 2 + 3 + 4 + 5$, $1 + 2 - 3 + 4 + 5$, ...).

- A. 20
- B. 24
- C. 31
- D. 16
- E. 32

Soluzione

Calcolando ad una ad una tutte le somme, al variare di tutte le possibili scelte dei segni + e –, si trova che i numeri diversi che si possono ottenere sono complessivamente 16. Quindi la risposta esatta è la D.

Come nel quesito n. 3, conviene ragionare sulla domanda senza leggere le risposte proposte. Chiariamo anzitutto che la domanda non è quante somme formalmente diverse si possano ottenere utilizzando tutte le cifre 1, 2, 3, 4, 5, al variare dei segni + e –, ma quanti numeri diversi si possono ottenere, contando una volta sola qualsiasi numero che possa essere espresso come somma in almeno due modi diversi. Ad esempio, le somme $-1 - 2 + 3 + 4 + 5$ e $+1 + 2 - 3 + 4 + 5$, sebbene formalmente diverse, vanno contate una volta sola, in quanto in entrambi i casi il risultato della somma è uguale a 9.

Il modo più sicuro, ma forse anche più lento (e, certamente, meno ingegnoso) per risolvere l'esercizio è calcolare esplicitamente tutte le $2^5 = 32$ somme, al variare di tutte le possibili scelte dei segni + e –, e contare quanti sono i numeri effettivamente diversi che si possono ottenere come risultato. Facendo questa verifica, si trova che i numeri che si possono ottenere sono in tutto 16. Si trova anche, per la cronaca, che i numeri -15 , 15 , -13 , 13 , -11 e 11 possono essere ottenuti come somma in un unico modo, mentre ognuno degli altri dieci può essere ottenuto in almeno due modi diversi.

La “fatica” può essere dimezzata se si osserva in anticipo che i numeri in questione si presentano a coppie di opposti, in quanto l'opposto di ogni somma delle cifre 1, 2, 3, 4, 5, con segni + e –, è

ancora una somma delle cifre 1, 2, 3, 4, 5, con segni + e -. Ad esempio,

$$-(-1 + 2 + 3 - 4 + 5) = +1 - 2 - 3 + 4 - 5.$$

Ciò vuol dire che, anziché calcolare tutte e 32 le somme, è sufficiente calcolarne solo 16, ad esempio soltanto le somme in cui la cifra 5 è sempre preceduta dal segno +: prendendo gli opposti dei numeri così ottenuti si otterranno i risultati di tutte le somme rimanenti, cioè delle somme in cui la cifra 5 è sempre preceduta dal segno -.

Un'altra osservazione, che può ridurre i tempi di calcolo, è notare che i numeri ottenuti come somme sono tutti numeri dispari, in quanto 2 e 4, preceduti dal + o dal -, sono numeri pari, mentre 1, 3 e 5, preceduti dal + o dal -, sono numeri dispari; essendo noto che sommando due numeri pari o due numeri dispari si ottiene sempre un numero pari, mentre sommando un numero pari e un numero dispari si ottiene sempre un numero dispari, concludiamo che ognuna delle nostre somme, qualunque sia la scelta dei segni, è somma di due numeri pari e di tre numeri dispari ed è dunque uguale ad un numero dispari. Utilizzando questa informazione e l'osservazione precedente sulle coppie di opposti, insieme al fatto che il più grande numero ottenibile è $+1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, concludiamo che i numeri ottenibili sono, al massimo, tutti i numeri dispari da 1 a 15 (che sono in tutto otto) insieme con i loro opposti, per un totale di sedici numeri.

Per dimostrare che i numeri ottenibili come somma sono in tutto precisamente 16, basta ora dimostrare che gli otto numeri dispari da 1 a 15 possono tutti essere ottenuti come somma (da ciò seguirà che anche gli otto numeri dispari da -15 a -1, essendo opposti dei precedenti, possono essere tutti ottenuti come somma). Abbiamo già visto che 15 si ottiene nella forma $+1 + 2 + 3 + 4 + 5$. Osserviamo ora che l'effetto di modificare un solo segno + in - nella somma precedente, lasciando invariati i rimanenti quattro segni +, è quello di sottrarre da 15 il doppio della cifra corrispondente al cambio di segno. Ad esempio, sostituendo +3 con -3 nella somma precedente, l'effetto è di sottrarre 6 rispetto al risultato ottenuto con il segno +, per cui il nuovo risultato sarà $15 - 6 = 9$. Infatti si ha $+1 + 2 - 3 + 4 + 5 = (+1 + 2 + 3 + 4 + 5) - 3 - 3 = 15 - 6 = 9$. Poiché la modifica del + in - può essere fatta per ognuna delle cinque cifre 1, 2, 3, 4, 5, concludiamo che possiamo ottenere come somma i numeri $15 - 2$, $15 - 4$, $15 - 6$, $15 - 8$ e $15 - 10$, rispettivamente, cioè 13, 11, 9, 7 e 5. Ma ora possiamo ripartire dall'ultima di queste somme, cioè $+1 + 2 + 3 + 4 - 5 = 5$ e ripetere lo stesso ragionamento: trasformando in - il segno + posto di fronte alla cifra 1 otteniamo $5 - 2 = 3$, mentre trasformando in - il segno + posto di fronte alla cifra 2 otteniamo $5 - 4 = 1$. In tal modo abbiamo ottenuto come somma tutti e otto i numeri dispari da 1 a 15, come volevasi dimostrare.

I ragionamenti precedenti ci suggeriscono in realtà un algoritmo estremamente veloce per ottenere la soluzione. Cominciamo col considerare le somme in cui l'unico addendo è la cifra 1, preceduta dal segno + o -. I numeri ottenuti saranno -1 e 1. Adesso consideriamo le somme in cui gli unici addendi sono 1 e 2, dove però la cifra 2 è sempre preceduta dal segno +, mentre la cifra 1 è preceduta dal segno + o -. Ciò corrisponde a sommare 2 ai numeri ottenuti precedentemente, cioè a -1 e 1, per cui si otterranno i numeri 1 e 3. Ora le somme in cui gli unici addendi sono 1 e 2, dove però la cifra 2 è sempre preceduta dal segno -, saranno precisamente gli opposti dei numeri precedenti, cioè di 1 e 3, per cui, complessivamente, le somme ottenibili con le sole cifre 1 e 2 (e i segni + e -) sono -3, -1, 1 e 3. Similmente, le somme ottenibili con le sole cifre 1, 2 e 3 (e i segni + e -) si ottengono prima sommando 3 ai quattro numeri precedenti, ottenendo così 0, 2, 4 e 6, e poi aggiungendo anche gli opposti dei numeri ottenuti, il che ci porta ai numeri -6, -4, -2, 0, 2, 4 e 6. Sommando ora 4 a questi numeri e poi prendendo anche gli opposti delle somme ottenute si arriva a -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8 e 10, che sono precisamente le somme ottenibili con le cifre 1, 2, 3 e 4 (e i segni + e -). Infine, sommando 5 a questi numeri e prendendo poi anche gli opposti dei numeri ottenuti, si ottengono tutti i numeri dispari da -15 a 15; questi numeri, per

costruzione, sono precisamente tutte le somme ottenibili con le cifre 1, 2, 3, 4 e 5 (e i segni + e -), come dimostrato precedentemente.

L'algoritmo precedente può essere iterato quante volte si vuole e ci porta ad ottenere il seguente risultato generale: dato qualsiasi numero positivo n , e posto $m = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$ (che, com'è noto, è uguale a $n(n + 1)/2$), le somme algebriche del tipo $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \dots \pm (n - 1) \pm n$ sono precisamente tutti i numeri pari da $-m$ a m se m è pari, tutti i numeri dispari da $-m$ a m se m è dispari.

L'ultimo metodo, che qui proponiamo, risulterà probabilmente più "naturale" per tutti coloro che hanno un minimo di familiarità con i numeri binari, ovvero con la numerazione in base 2. La premessa di questo metodo è il fatto che la quantità richiesta rimane invariata se ad ognuna delle 32 somme con i segni + e - sommiamo 15, cioè se, equivalentemente, sommiamo $+1 + 2 + 3 + 4 + 5$. L'effetto di questa "traslazione" è di passare da somme in cui possono comparire i segni + e - a somme in cui può comparire soltanto il segno + e in cui le cifre da sommare, stavolta non necessariamente tutte, sono 2, 4, 6, 8 e 10. Ad esempio, $+1 - 2 - 3 + 4 - 5 + (+1 + 2 + 3 + 4 + 5) = +1 + 1 + 4 + 4 = +2 + 8$.

Il quesito allora può essere riformulato, in modo equivalente, chiedendo quanti sono i numeri che possono essere ottenuti sommando una qualsiasi combinazione delle cifre 2, 4, 6, 8 e 10 (sempre col segno +), includendo anche l'eventualità che nessuna di queste cifre venga considerata nella somma, ovvero prendendo in considerazione anche la somma nulla (che proviene, a sua volta, dalla somma $-1 - 2 - 3 - 4 - 5 + (+1 + 2 + 3 + 4 + 5)$).

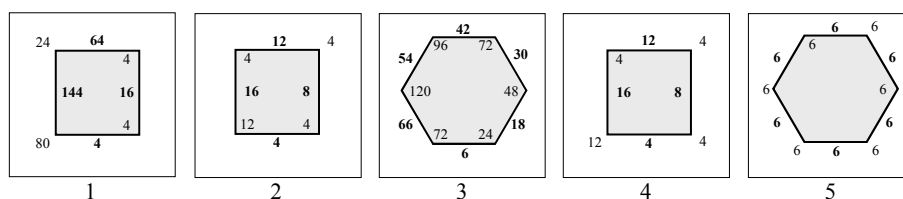
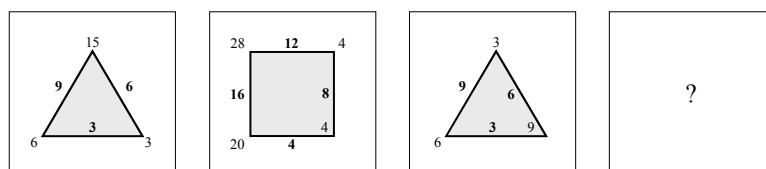
Chi ha familiarità con i numeri binari sa che ognuno dei $2^4 = 16$ numeri da 0 a 15 ($= 1 + 2 + 4 + 8$) può essere scritto (in modo unico) come somma di una opportuna combinazione (eventualmente "vuota") delle cifre 1, 2, 4 e 8 e che, quindi, escludendo l'utilizzo della cifra 1, ogni numero pari da 0 a 15 può essere scritto (in modo unico) come somma di una opportuna combinazione delle cifre 2, 4 e 8. In altre parole, le somme che utilizzano come addendi le cifre 2, 4 e 8 producono tutti e soli i numeri 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14 (ad esempio, $10 = 2 + 8$). Se ammettiamo la possibilità di utilizzare anche la cifra 6, allora ai numeri precedenti dobbiamo aggiungere anche quelli che da essi si possono ottenere sommando 6, cioè 6, 8, 10, 12, 14 (già considerati precedentemente), 16, 18 e 20. Quindi le somme che utilizzano come addendi le cifre 2, 4, 6 e 8 producono (stavolta in modo non unico) tutti e soli i numeri 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20. Infine, introducendo la possibilità di utilizzare anche la cifra 10, ai numeri precedenti vanno aggiunti anche quelli che da essi si possono ottenere sommando 10 e che non sono già stati considerati, cioè i numeri 22, 24, 26, 28 e 30. In definitiva, i numeri che possono essere ottenuti sommando una qualsiasi combinazione (eventualmente "vuota") delle cifre 2, 4, 6, 8 e 10 sono tutti e soli i numeri pari da 0 a 30, che sono in tutto 16.

Qualunque sia il metodo usato, concludiamo in ogni caso che **la risposta esatta è la D.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 23

Risposta A:	10.02%	Risposte giuste:	6.57%
Risposta B:	10.02%	Risposte errate:	52.74%
Risposta C:	5.63%	Risposte non date:	40.69%
Risposta D:	6.57%		
Risposta E:	15.02%		

24. Quale delle figure numerate da 1 a 5 sostituisce correttamente il riquadro contenente il punto interrogativo?



- A. La figura 2
B. La figura 3
C. La figura 4
D. La figura 5
E. La figura 1

Soluzione

In sequenza ci vengono presentati, nell'ordine, un triangolo, un quadrato e poi nuovamente un triangolo. Ci aspettiamo quindi che l'ultimo riquadro a destra, a completamento della sequenza, debba contenere un quadrato. Escludiamo quindi i due esagoni, cioè le figure 3 e 5, e prendiamo in considerazione unicamente i tre quadrati corrispondenti alle figure 1, 2 e 4.

Notiamo poi che, nella sequenza data, i numeri che compaiono nel terzo riquadro compaiono tutti nel primo riquadro: ci aspettiamo quindi che la figura richiesta contenga soltanto numeri che compaiono già nel secondo riquadro, posto tra i due triangoli. Questa condizione è soddisfatta soltanto dalle figure 2 e 4. Escludiamo quindi la figura 1.

Notiamo infine che i numeri che contrassegnano i lati del triangolo a sinistra si ritrovano tutti all'interno del triangolo a destra; similmente, ci aspettiamo che i numeri che contrassegnano i lati del quadrato posto tra i due triangoli, cioè 4, 8, 12 e 16, si ritrovino tutti all'interno del quadrato che ci viene chiesto di individuare. Poiché tale condizione è soddisfatta dal quadrato della figura 2, ma non da quello della figura 4, concludiamo che **la risposta esatta è la A.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 24

Risposta A:	17.21%	Risposte giuste:	17.21%
Risposta B:	2.66%	Risposte errate:	50.08%
Risposta C:	23.00%	Risposte non date:	32.71%
Risposta D:	0.63%		
Risposta E:	6.42%		

25. Il ministro dell'economia di Matlandia afferma:

Se il bilancio non sarà tagliato, allora nel prossimo anno 2006 i prezzi rimarranno stabili se e soltanto se aumenteremo tutte le tasse

Ammessa l'assoluta verità di questa affermazione e fondandosi solo su di essa, che cosa può essere accaduto a Matlandia nel 2006?

- A. Il bilancio non fu tagliato; tutte le tasse furono aumentate e i prezzi rimasero stabili
- B. Il bilancio non fu tagliato; tutte le tasse furono aumentate e i prezzi crebbero
- C. Il bilancio non fu tagliato; le tasse non furono aumentate e i prezzi rimasero stabili
- D. Il bilancio non fu tagliato; furono aumentate le tasse solo sugli stipendi degli impiegati dello Stato e i prezzi rimasero stabili
- E. Il bilancio non fu tagliato, e i prezzi crebbero comunque

Soluzione

Se nel 2006 il bilancio non fu tagliato, se tutte le tasse furono aumentate e se i prezzi rimasero stabili, allora la previsione del ministro dell'economia risulta confermata. Quindi la risposta esatta è la A.

La premessa è che sia vera l'affermazione "Se P, allora Q", dove P e Q sono le affermazioni "Il bilancio non sarà tagliato" e "Nel prossimo anno 2006 i prezzi rimarranno stabili se e soltanto se aumenteremo tutte le tasse", rispettivamente. Equivalentemente, la premessa è che si verifichi una (e necessariamente una sola) delle due seguenti circostanze: P è falsa (indipendentemente dal fatto che Q sia vera o falsa); P e Q sono entrambe vere. Poiché in tutte e cinque le risposte proposte si suppone che il bilancio non fu tagliato, cioè che P sia vera, la risposta esatta sarà l'unica in cui si afferma che Q è vera.

Ora Q, a sua volta, è un'affermazione del tipo "R se e soltanto se S", dove R e S sono le affermazioni "Nel prossimo anno 2006 i prezzi rimarranno stabili" e "aumenteremo tutte le tasse", rispettivamente. Il fatto che Q sia vera è equivalente, per definizione, al fatto che R e S siano entrambe vere oppure entrambe false, cioè al fatto che i prezzi rimangano stabili e tutte le tasse vengano aumentate, o che i prezzi non rimangano stabili e non tutte le tasse vengano aumentate. Nessuna di queste possibilità si verifica nelle risposte B, C, D, E, mentre la risposta A è equivalente, precisamente, alla prima delle due possibilità. Si noti che la risposta E afferma che i prezzi crebbero indipendentemente dal fatto che le tasse venissero o meno aumentate, tutte o in parte, il che è in contraddizione con il fatto che Q sia vera. Dunque **la risposta esatta è la A.**



Risultati percentuali relativi al quesito 25

Risposta A:	80.44%	Risposte giuste:	80.44%
Risposta B:	3.29%	Risposte errate:	8.29%
Risposta C:	3.60%	Risposte non date:	11.27%
Risposta D:	0.94%		
Risposta E:	3.44%		

26. Quale fra le seguenti affermazioni è sicuramente **falsa**?

- A. Chi respira è vivo. Piero non respira, dunque Piero è morto
- B. Nessun parigino è italiano; tutti i parigini parlano francese; ma non è vero che nessun italiano parla francese.
- C. Un quadrato è sempre un rombo
- D. Ciò che è scritto in A. è falso
- E. Ogni professore ha un registro. Mario non ha registro, dunque Mario non è professore

Soluzione

L'affermazione A è falsa, poiché dalla premessa che chi respira è vivo si può solo concludere che, se Piero respira, allora Piero è vivo, ovvero, equivalentemente, che se Piero è morto allora Piero non respira (in quanto, se Piero respirasse, allora sarebbe vivo). Ma il fatto che Piero non respira non comporta necessariamente che Piero sia morto, perché la premessa “chi respira è vivo” non comporta, di per sé, anche il fatto che chi è vivo respira: Piero, infatti, potrebbe trattenere il respiro pur essendo vivo. Questa conclusione ci consente di concludere immediatamente che la risposta esatta è la A, senza bisogno di analizzare le altre. Tuttavia, per completezza di ragionamento e per escludere la possibilità che possano esserci altre affermazioni false, esaminiamo anche le altre risposte proposte.

È necessario precisare, anzitutto, a proposito delle risposte A, B ed E, che la domanda che ci viene posta è se le deduzioni in esse contenute siano logicamente corrette o incorrette, indipendentemente dalla veridicità delle singole affermazioni in esse contenute. In generale, un'affermazione del tipo “Ogni entità di tipo Y è anche di tipo Z; x è di tipo Y, quindi x è di tipo Z” va qui intesa nel senso seguente: “supposto vero che ogni entità di tipo Y sia anche di tipo Z, e supposto vero che x sia di tipo Y, allora x è di tipo Z”. Questa deduzione è in ogni caso corretta, indipendentemente dal fatto che ogni entità di tipo Y sia o meno di tipo Z e dal fatto che x sia o meno di tipo Y. La logica, infatti, è soprattutto la scienza delle deduzioni, cioè di quei ragionamenti in virtù dei quali, a partire da certe premesse, supposte vere, sia possibile ricavare correttamente certe conclusioni. Ad esempio, la deduzione “Ogni elefante è un anfibio. Dumbo è un elefante, dunque Dumbo è un anfibio” è corretta, anche se non è vero che ogni elefante sia un anfibio e indipendentemente dal fatto che Dumbo sia o meno un elefante. Fatta questa precisazione, analizziamo ad una ad una le quattro risposte E, B, C, D.

Supposto vero che ogni professore abbia un registro, se Mario non ha un registro allora non può essere un professore (perché, se lo fosse, allora avrebbe un registro). Dunque l'affermazione E è vera. Indipendentemente da cosa si intenda precisamente per “parigino” e per “italiano”, la premessa che si suppone vera è che ogni “parigino” non è “italiano” e che ogni “parigino” parla francese. Le conclusioni che si possono trarre da questa premessa sono che chi è italiano non è parigino e chi non parla francese non è parigino. Inoltre, ad esempio, si potrebbe concludere che se Jean è parigino, allora Jean non è italiano e parla francese. L'affermazione B dice correttamente che dalla premessa, invece, non si può concludere che nessun italiano parla francese; la premessa, infatti, dice che ogni parigino parla francese, ma non che chi non è parigino (e dunque anche chi

è italiano) non parla francese. Dunque l'affermazione B è vera. È vero anche il fatto che ogni quadrato è un rombo, in quanto un quadrato, essendo un quadrilatero avente i lati della stessa lunghezza e a due a due paralleli, è, per definizione, un rombo. Pertanto l'affermazione C è vera. Infine, essendo stato dimostrato che l'affermazione A è falsa, che è precisamente quanto viene affermato in D, concludiamo che anche l'affermazione D è vera. Dunque **la risposta esatta è la A.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 26

Risposta A:	13.77%	Risposte giuste:	13.77%
Risposta B:	6.42%	Risposte errate:	10.64%
Risposta C:	17.37%	Risposte non date:	75.59%
Risposta D:	47.42%		
Risposta E:	4.38%		

-
27. Al termine di una seduta di allenamento della Nazionale, Totti e Buffon fanno la seguente scommessa: Totti tirerà 12 rigori e Buffon cercherà di pararli. Per ogni rigore parato Totti darà 50 euro a Buffon mentre per ogni rigore segnato Buffon darà 40 euro a Totti. Dopo di ciò viene eseguita la serie di rigori al termine della quale Totti deve avere da Buffon 120 euro.

Quanti rigori ha parato Buffon?

- A. 9
- B. 5
- C. 6
- D. 4
- E. 12

Soluzione

Possiamo procedere in diversi modi. Similmente a quanto già affermato per il quesito n. 8, un metodo efficace ma poco ingegnoso di risolvere il problema è quello di calcolare esplicitamente, un caso alla volta, la quantità di euro che Totti dovrebbe ricevere da Buffon, o dare a Buffon, nel caso in cui i rigori parati fossero stati 4, 5, 6, 9 o 12. Fatti i calcoli, si trova che nei primi due casi Totti dovrebbe ricevere da Buffon 120 euro e 30 euro, rispettivamente, mentre negli ultimi tre casi Totti dovrebbe dare a Buffon 60 euro, 330 euro e 600 euro, rispettivamente. Quindi la risposta esatta è la D.

Per ridurre il numero dei calcoli basta in realtà osservare che Totti paga, per ogni rigore parato, più di quanto riceve per ogni rigore segnato; poiché alla fine Totti riceve da Buffon 120 euro, concludiamo che il numero dei rigori segnati è stato necessariamente superiore al numero dei rigori parati e che quindi, essendo stati tirati in tutto 12 rigori, il numero dei rigori parati è stato necessariamente inferiore a 6. Leggendo le risposte proposte, l'unica possibilità è che Buffon abbia parato 4 o 5 rigori. Facendo i calcoli nel primo di questi due casi, troviamo che Totti riceve precisamente 120 euro da Buffon e concludiamo dunque che i rigori parati sono stati esattamente 4. Se invece, nell'ipotesi di 4 rigori parati, avessimo trovato una conclusione diversa, allora, per

esclusione, avremmo concluso che i rigori parati sarebbero stati esattamente 5, in quanto è noto che ogni quesito di questo test ammette precisamente una e una sola risposta esatta.

Esponiamo ora due metodi basati più sul ragionamento che sui calcoli. Il primo metodo, che è quello che avrebbero usato i nostri antenati fino al medioevo, è il “metodo di falsa posizione” (o *regula falsi*, già utilizzato dagli egizi), che consiste nell’attribuire momentaneamente un valore arbitrario al numero di rigori parati e nel correggere successivamente tale valore in modo tale da pervenire al valore corretto. Poiché il numero di rigori parati può andare da 0 a 12, analizziamo cosa sarebbe successo nel caso “medio” in cui i rigori parati fossero stati esattamente 6, tanti quanti i rigori segnati. In tal caso Totti avrebbe dato a Buffon $50 \cdot 6 = 300$ euro e avrebbe ricevuto da Buffon $40 \cdot 6 = 240$ euro. In tale scenario, pertanto, Totti avrebbe dato $300 - 240 = 60$ euro a Buffon al termine della serie di rigori.

Poiché invece Totti ha ricevuto da Buffon 120 euro, concludiamo che il numero di rigori segnati è stato maggiore di 6. Per ogni rigore segnato in più (rispetto ai 6 considerati in precedenza), e che prima era stato conteggiato come parato, bisogna attribuire 40 euro a Totti e toglierne altri 50 a Buffon, cioè, in definitiva, bisogna dare 90 euro in più a Totti. Poiché Totti aveva un bilancio (negativo) di -60 euro nell’ipotesi di 6 soli rigori segnati, mentre sappiamo che alla fine il suo bilancio è stato di $+120$ euro, bisogna attribuire 180 euro in più a Totti, il che, per il ragionamento precedente, corrisponde al fatto che Totti ha segnato altri 2 rigori oltre ai 6 ipotizzati inizialmente. Pertanto Totti ha segnato 8 rigori, cioè, equivalentemente, Buffon ha parato 4 rigori.

Il secondo metodo, storicamente più moderno, è quello di affrontare il problema trasformandolo in un’equazione di primo grado. Se denotiamo con n il numero di rigori parati da Buffon, allora i rigori segnati sono stati $12 - n$ e, in base alle regole del gioco, la quantità di euro che Totti riceve da Buffon, al termine della serie di rigori, è pari a $40 \cdot (12 - n) - 50 \cdot n = 480 - 40 \cdot n - 50 \cdot n = 480 - 90 \cdot n$. D’altra parte sappiamo che, alla fine, Totti riceve da Buffon 120 euro, da cui deduciamo che $480 - 90 \cdot n = 120$, cioè $90 \cdot n = 480 - 120 = 360$, da cui $n = 360/90 = 4$. Dunque **la risposta esatta è la D.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 27

Risposta A:	31.77%	Risposte giuste:	37.40%
Risposta B:	1.72%	Risposte errate:	21.75%
Risposta C:	3.91%	Risposte non date:	40.85%
Risposta D:	37.40%		
Risposta E:	3.44%		

28. Una famosa congettura afferma che vi sono infinite coppie (p, q) di numeri primi tali che $p = q + 2$. Confutare questa affermazione equivale a mostrare che:
- A. per ogni intero positivo n e per ogni numero primo q con $q > n$ il numero $q + 2$ non è primo
 - B. esistono un intero positivo n e un numero primo q con $q > n$ tali che il numero $q + 2$ non è primo
 - C. per ogni intero positivo n esiste un numero primo q con $q > n$ tale che il numero $q + 2$ non è primo
 - D. esiste un intero positivo n tale che, qualunque sia il numero primo q con $q > n$, il numero $q + 2$ non è primo
 - E. esiste un intero positivo n tale che, per ogni numero (primo e non primo) m con $m > n$, il numero $m + 2$ non è primo

Soluzione

Confutare la congettura data vuol dire, per definizione, dimostrare che la negazione della congettura è vera. Quindi il quesito ci chiede di determinare quale delle cinque affermazioni proposte sia equivalente alla negazione della congettura data. A sua volta, la negazione della congettura equivale a dire che i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, sono al più in numero finito, ovvero che, prendendo in considerazione numeri positivi, via via sempre più grandi, da un certo momento in poi non si incontrano più numeri primi con la proprietà descritta nella congettura. Ciò, a sua volta, equivale a dire che la risposta esatta è la D.

Poiché leggere ed analizzare tutte le risposte può comportare un grande dispendio di tempo (relativamente alla mezz'ora di tempo che si ha a disposizione per risolvere tutti e 15 i quesiti), conviene confutare in modo diretto l'affermazione data, senza leggere le soluzioni proposte, e infine andare direttamente, "a botta sicura", ad individuare la risposta equivalente alla soluzione ottenuta. La congettura data dice che "i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, sono infiniti". La negazione di questa affermazione è, come precedentemente osservato, "i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, sono al più in numero finito". In altre parole, la negazione della congettura è equivalente al fatto che i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, non esistono affatto oppure tra di essi ne esiste uno più grande di tutti. Denotato tale numero con n , esso sarebbe un intero positivo e sarebbe tale che qualsiasi numero primo, più grande di esso, non avrebbe più la proprietà in questione. In definitiva, se la negazione della congettura fosse vera, allora, in entrambi i casi (cioè anche nel caso in cui i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, non esistessero affatto), esisterebbe un intero positivo n tale che, per qualsiasi numero primo $q > n$, $q + 2$ non è primo, il che è esattamente quanto viene affermato nella risposta D. Viceversa, se l'affermazione D fosse vera, allora i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, non esisterebbero affatto oppure sarebbero tutti compresi tra 1 e n e, dunque, sarebbero al più in numero finito, il che è precisamente la negazione della congettura. L'affermazione D, quindi, è equivalente alla negazione della congettura e, pertanto, può essere scelta come risposta esatta.

Per maggiore completezza, analizziamo anche le altre soluzioni proposte. Se fosse vera la A, allora, scelto in particolare $n = 1$, sarebbe vero che, per ogni numero primo $q > 1$, il numero $q + 2$ non è un numero primo. Ma poiché per definizione tutti i numeri primi sono maggiori di 1, ciò equivarrebbe a dire che non esistono numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, mentre la negazione della congettura non dice che tali numeri non esistono, ma soltanto che essi sono (al più) in numero finito. La soluzione B afferma l'esistenza di almeno un numero primo q che gode della proprietà in

questione. Ciò è compatibile sia con l'ipotesi che la congettura sia vera, sia con l'ipotesi che la congettura sia falsa; dunque l'affermazione B non è equivalente alla confutazione della congettura. L'affermazione C, invece, è equivalente al fatto che la congettura sia vera: infatti, il fatto che, dato qualsiasi intero positivo n , si possa trovare un numero primo $q > n$ tale che $q + 2$ non sia primo, è equivalente precisamente al fatto che i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, sono infiniti. Infine, per quanto riguarda l'affermazione E, lo stesso ragionamento con cui abbiamo dimostrato che l'affermazione D è equivalente a "i numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, sono al più in numero finito", mostra anche che l'affermazione E è equivalente a "i numeri positivi m , tali che $m + 2$ è un numero primo, sono al più in numero finito". Ora l'insieme A dei numeri primi q , tali che $q + 2$ è un numero primo, è contenuto nell'insieme B dei numeri positivi m , tali che $m + 2$ è un numero primo. Se l'insieme A è finito, allora non è detto che l'insieme B , che lo contiene, sia anch'esso finito. In altre parole, D potrebbe essere vera senza che lo sia E, per cui D ed E non sono equivalenti. Poiché D è equivalente alla negazione della congettura, concludiamo che E, invece, non lo è. In definitiva, **la risposta esatta è la D.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 28

Risposta A:	2.03%	Risposte giuste:	5.48%
Risposta B:	9.23%	Risposte errate:	76.06%
Risposta C:	4.85%	Risposte non date:	18.47%
Risposta D:	5.48%		
Risposta E:	2.35%		

29. Considero una tabella quadrata formata da 4 numeri diversi e disposti in 2 righe ciascuna composta da 2 numeri:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Siano:

- r_1 il più piccolo dei numeri della prima riga
- r_2 il più piccolo dei numeri della seconda riga
- R il maggiore tra r_1 ed r_2
- K_1 il più grande dei numeri della prima colonna
- K_2 il più grande dei numeri della seconda colonna
- k il minore tra K_1 e K_2

Allora possiamo concludere che:

- A. $R < k$
- B. $R = k$
- C. $R > k$
- D. $R \geq k$
- E. $R \leq k$

Soluzione

Il quesito ci chiede di determinare quale relazione d'ordine sia sempre vera tra R e k per qualsiasi scelta dei 4 numeri a, b, c e d , purché diversi tra loro. Nel caso particolare in cui $a = 1, b = 3, c = 2$ e $d = 4$, si ha $r_1 = 1, r_2 = 2, K_1 = 2$ e $K_2 = 4$, da cui $R = 2$ e $k = 2$. In questo caso, quindi, vale $R = k$. Ne segue che le risposte A e C sono errate. Se invece $a = 1, b = 3, c = 4$ e $d = 2$, allora si ha $r_1 = 1, r_2 = 2, K_1 = 4$ e $K_2 = 3$, da cui $R = 2$ e $k = 3$. In questo caso, quindi, vale $R < k$. Ne segue che le risposte B e D sono errate e che dunque, per esclusione, soltanto la risposta E può essere quella esatta. Vale quindi $R \leq k$.

Per completezza, e per un'ulteriore conferma, diamo ora una dimostrazione diretta del fatto che $R \leq k$. Siano dati 4 numeri distinti a, b, c e d , disposti in una tabella quadrata come descritto nel testo del quesito.

Se $R = k$, allora vale anche $R \leq k$. Supponiamo quindi che $R \neq k$. Se R e k si trovano nella stessa riga, allora $R < k$, in quanto, per definizione, R è il più piccolo dei numeri della propria riga. Similmente, se R e k si trovano nella stessa colonna, allora $R < k$, in quanto, per definizione, k è il più grande dei numeri della propria colonna. Se infine R e k non si trovano né nella stessa riga, né nella stessa colonna, allora, denotando con x il numero che si trova nella stessa riga di R e nella stessa colonna di k , vale $R < x < k$ per definizione di R e di k . In tutti i casi, quindi, vale $R \leq k$.

In alternativa, si ragioni come segue. Denotiamo con m e M il più piccolo e il più grande tra i numeri a, b, c e d , rispettivamente, e con n e N i due numeri rimanenti, denotando con n precisamente il minore tra i due. Allora vale

$$m < n < N < M.$$

Se m e n si trovano in due righe diverse, allora ognuno di essi è il più piccolo dei numeri della propria riga e dunque, per definizione, $R = n$, dato che n è il maggiore tra m e n . Inoltre $k \geq n$, perché, se k fosse uguale a m , allora k non potrebbe essere il più grande dei numeri della propria colonna. Quindi $k \geq R$.

Se invece m e n si trovano nella stessa riga, allora anche N e M si trovano nella stessa riga. Quindi r_1 e r_2 sono uguali a m e a N (non necessariamente in quest'ordine), per cui $R = N$. Poiché infine m e n si trovano in colonne diverse, e poiché nessuno di essi è il più grande dei numeri della propria colonna, K_1 e K_2 sono uguali a N e a M (non necessariamente in quest'ordine), per cui $k = N$. Quindi $k = R$.

In entrambi i casi, dunque, vale $R \leq k$. In definitiva, **la risposta esatta è la E.**



NOTA Similmente a quanto già affermato per i quesiti n. 8 e n. 12, un metodo efficace (seppure poco ingegnoso e, in questo caso, anche poco veloce) per risolvere il problema è quello di esaminare ad una ad una tutte le possibili tabelle, al variare delle 24 possibili relazioni d'ordine tra a, b, c e d (ad esempio, $d < b < c < a$, $a < c < b < d$, $c < a < d < b$ e così via) e di verificare, per ognuna di esse, la validità della relazione $R \leq k$.

Questa verifica risulta in realtà semplificata se osserviamo che, poiché R e k rimangono invariati se invertiamo la posizione delle due righe o delle due colonne della tabella, possiamo sempre supporre che a sia il più piccolo dei quattro numeri. Basterà allora esaminare unicamente i sei casi $a < b < c < d$, $a < b < d < c$, $a < c < b < d$, $a < c < d < b$, $a < d < b < c$, $a < d < c < b$, che corrispondono, rispettivamente, alle tabelle

$$\begin{pmatrix} m & n \\ N & M \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} m & n \\ M & N \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} m & N \\ n & M \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} m & M \\ n & N \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} m & N \\ M & n \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} m & M \\ N & n \end{pmatrix}$$

dove $m < n < N < M$. Lasciamo al lettore la verifica della relazione $R \leq k$ per ognuna delle sei tabelle.

Risultati percentuali relativi al quesito 29

Risposta A:	9.86%	Risposte giuste:	8.61%
Risposta B:	13.62%	Risposte errate:	53.83%
Risposta C:	9.08%	Risposte non date:	37.56%
Risposta D:	5.01%		
Risposta E:	8.61%		

30. Di una famiglia si sa che:

- almeno un maschio non è celibe
- tutti i laureati sono celibi
- non è vero che almeno un maschio non è maggiorenne.

Solo una delle seguenti proposizioni è deducibile dalle premesse. Quale?

- A. Nessun maggiorenne non è coniugato
- B. Tutti i celibi sono laureati
- C. Almeno un maggiorenne è coniugato
- D. Almeno un celibe non è maggiorenne
- E. Almeno un maggiorenne non è coniugato

Soluzione

La prima ipotesi dice che almeno un maschio è coniugato. La terza ipotesi, d'altra parte, afferma che i maschi della famiglia sono tutti maggiorenni. Se ne deduce che almeno un maggiorenne è coniugato. Quindi la risposta esatta è la C.

Il quesito può essere formalmente semplificato e, probabilmente, anche più facilmente compreso, se lo inquadrriamo in un contesto insiemistico. Definiamo

MS = insieme di tutti i maschi della famiglia;

CE = insieme di tutti i celibi (maschi) della famiglia;

LA = insieme di tutti i laureati (maschi e femmine) della famiglia;

MG = insieme di tutti i maggiorenni (maschi e femmine) della famiglia.

Allora le tre ipotesi del problema possono essere riformulate, rispettivamente, come segue:

1. In MS esiste almeno un elemento che non sta in CE .
2. Ogni elemento di LA è anche elemento di CE , cioè LA è un sottoinsieme di CE .

3. Non è vero che in MS esiste almeno un elemento che non sta in MG . Equivalentemente, ogni elemento di MS è anche elemento di MG , cioè MS è un sottoinsieme di MG .

Esaminiamo ora, ad una ad una, le cinque soluzioni proposte, riformulandole in linguaggio insiemistico. L'affermazione A dice che nessun maggiorenne è celibe, cioè che non esistono elementi di MG che siano anche elementi di CE . Poiché MS è un sottoinsieme di MG , ciò dice anche, in particolare, che non esistono elementi di MS che stanno in CE , ovvero, equivalentemente, che ogni elemento di MS non sta in CE . Ma ciò non può essere dedotto dalle premesse, perché ciò che si sa è soltanto che almeno un elemento di MS non sta in CE , non che ogni elemento di MS non ci sta. L'affermazione B dice che CE è sottoinsieme di LA , mentre, date le premesse, ciò che si sa è soltanto che LA è sottoinsieme di CE . L'affermazione D dice che in CE esiste almeno un elemento che non sta in MG . Ciò è falso, poiché CE è sottoinsieme di MS , che a sua volta è sottoinsieme di MG , per cui CE è sottoinsieme di MG , cioè ogni elemento di CE è anche elemento di MG . L'affermazione E, infine, dice che almeno un maggiorenne è celibe, cioè che nell'insieme MG esiste almeno un elemento che sta in CE . Del resto abbiamo appena osservato che CE è sottoinsieme di MG , per cui l'affermazione E è equivalente ad affermare che l'insieme CE non è vuoto, il che non può essere dedotto dalle premesse: ciò che si sa è soltanto che esiste almeno un elemento di MS (e quindi anche di MG) che non sta in CE , non che esiste almeno un elemento di MG che ci sta. Dunque le risposte A, B, D ed E sono errate e quindi, per esclusione, la risposta esatta è la risposta C.

D'altra parte l'affermazione C dice che esiste almeno un elemento di MG che non sta in CE ; ciò è vero, poiché l'ipotesi 1, unitamente all'ipotesi 3, dice che esiste almeno un elemento dell'insieme MS , e quindi anche dell'insieme MG , che non sta in CE . In definitiva, **la risposta esatta è la C.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 30

Risposta A:	1.88%	Risposte giuste:	29.42%
Risposta B:	13.93%	Risposte errate:	34.43%
Risposta C:	29.42%	Risposte non date:	36.15%
Risposta D:	8.76%		
Risposta E:	11.58%		

31. Due giocatori prendono a turno dei sassolini con l'unica regola che non se ne possono prendere né 4 né 8.
Vince quel giocatore che riesce a prendere l'ultimo sassolino.
Se inizialmente i sassolini sono 8, quanti ne deve prendere il primo giocatore per potersi garantire la vittoria, supponendo che nelle mosse successive ogni giocatore non commetta errori?
- A. Qualunque numero prenda, vincerà sempre
 - B. Qualunque numero prenda, perderà sempre
 - C. 1
 - D. 2
 - E. 3

Soluzione

In un quesito di questo tipo conviene partire dalle risposte proposte dall'enunciato, piuttosto che cercare di risolvere il problema nel caso generale.

Se il primo giocatore prende 3 sassolini, il secondo potrà prenderne 5 e vincerà la partita.

Se ne prende 2, ne restano 6 e nulla vieta al secondo giocatore di vincere prendendo tutti e 6 i sassolini.

Se ne prende 1, ancora una volta, il secondo giocatore si aggiudica la partita.

Forse l'unica strategia potrebbe essere quella di lasciare, per il secondo giocatore, 4 sassolini sul tavolo, ma... per lasciarne 4 il primo giocatore dovrebbe prenderne 4 e questo è impedito dalla regola.

L'unica soluzione è rassegnarsi: il primo giocatore, qualsiasi mossa faccia, perde, se il secondo sa giocare senza sbagliare strategia. Dunque **la risposta esatta è la B.**



Risultati percentuali relativi al quesito 31

Risposta A:	3,97%	Risposte giuste:	42,14%
Risposta B:	42,14%	Risposte errate:	21,64%
Risposta C:	2,20%	Risposte non date:	36,22%
Risposta D:	5,06%		
Risposta E:	10,41%		

32. Ci sono cinque persone con diverse situazioni patrimoniali.
Oronzo è più ricco di Rocco, le cui ricchezze sono più modeste di quelle di Silvio, e quest'ultimo a sua volta è più danaroso di Piero. Quirino è meno benestante di Piero, ma più agiato di Oronzo. Chi è il terzo in ordine di ricchezza?
- A. Piero
 - B. Rocco
 - C. Oronzo
 - D. Silvio
 - E. Quirino

La strategia più utile per risolvere un quesito di questo tipo è quella di scrivere O, Q, S... per indicare il patrimonio di Oronzo, Quirino, Silvio Conviene quindi scrivere tutte le possibili disuguaglianze:

1. poiché Oronzo è più ricco di Rocco, scriviamo $O > R$
2. poiché Silvio è più ricco di Rocco, possiamo scrivere $S > R$
3. poiché Silvio è più ricco di Piero, scriviamo $S > P$
4. poiché Quirino è meno benestante di Piero, ma più agiato di Oronzo, possiamo scrivere $P > Q$ e $Q > O$

Le ultime due condizioni ci dicono che la posizione corretta è la seguente: $S > P > Q > O$
Aggiungendo la prima condizione scritta, si ottiene l'ordine corretto:

$$S > P > Q > O > R$$

Il terzo nella graduatoria è pertanto Quirino e **la risposta esatta è la E.**



Risultati percentuali relativi al quesito 32

Risposta A:	5,20%	Risposte giuste:	53,52%
Risposta B:	6,75%	Risposte errate:	28,66%
Risposta C:	9,55%	Risposte non date:	17,83%
Risposta D:	7,16%		
Risposta E:	53,52%		

33. Indicare qual è la negazione dell'affermazione

Umberto ha almeno un figlio biondo

- A. Almeno un figlio di Umberto non è biondo
- B. Umberto non ha figli oppure ha soltanto figli non biondi
- C. Tutti i figli di Umberto sono bruni
- D. Non tutti i figli di Umberto sono biondi
- E. Umberto ha tutti i figli rossi di capelli

Soluzione

La frase *almeno un figlio è biondo* ci suggerisce due informazioni:

- (I) Umberto ha almeno un figlio
- (II) almeno uno dei figli è biondo

e afferma che sono vere entrambe. La frase viene negata in due casi:

Umberto non ha figli *oppure* nessun figlio di Umberto è biondo

Dunque **la risposta esatta è la B.**

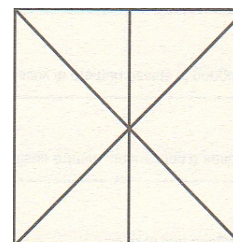


Risultati percentuali relativi al quesito 33

Risposta A:	28,93%	Risposte giuste:	27,04%
Risposta B:	27,04%	Risposte errate:	59,68%
Risposta C:	8,40%	Risposte non date:	13,28%
Risposta D:	20,35%		
Risposta E:	2,02%		

34. Quanti triangoli sapete individuare nella figura seguente?

- A. 6
- B. 12
- C. 10
- D. 8
- E. 16



Soluzione

I triangoli individuabili sono:

- 4 triangoli isosceli, aventi come lato di base un lato del quadrato e come vertice opposto alla base il punto di incontro delle diagonali.
- 4 triangoli rettangoli aventi l'angolo retto coincidente con un angolo del quadrato e ipotenusa coincidente con una diagonale del quadrato.
- 4 triangoli rettangoli ottenuti dividendo in due, con un segmento parallelo a due lati del quadrato, i due triangoli opposti

La situazione è rappresentata nella figura seguente:



Dunque **la risposta esatta è la B.**

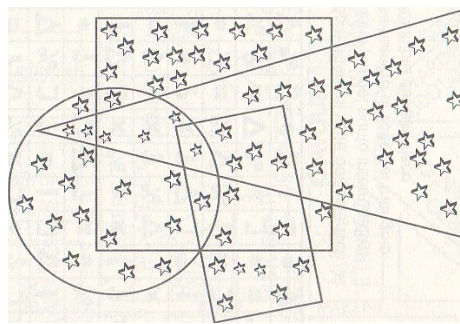


Risultati percentuali relativi al quesito 34

Risposta A:	10,39%	Risposte giuste:	54,54%
Risposta B:	54,54%	Risposte errate:	43,46%
Risposta C:	12,99%	Risposte non date:	2,00%
Risposta D:	16,97%		
Risposta E:	3,12%		

35. Dire quante stelle sono comprese sia nel triangolo, sia nel cerchio ma non nel quadrato e neppure nel rettangolo.

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6



Soluzione

Per rispondere al quesito si può procedere empiricamente, contando:

- le stelle appartenenti al triangolo
- le stelle appartenenti al cerchio
- le stelle non appartenenti al quadrato
- le stelle non appartenenti al rettangolo

Due sono le stelle che soddisfano le quattro condizioni, pertanto **la risposta esatta è la A.**



Risultati percentuali relativi al quesito 35

Risposta A:	88,73%	Risposte giuste:	88,73%
Risposta B:	3,15%	Risposte errate:	8,95%
Risposta C:	0,60%	Risposte non date:	2,31%
Risposta D:	3,30%		
Risposta E:	1,90%		

36. Dei 120 parlamentari di Allegrandia si sa che un terzo è stato inquisito dalla magistratura e condannato definitivamente e i tre quarti sono al secondo (o comunque, non al primo) mandato parlamentare. Se ne può concludere che:
- A. un quarto dei parlamentari è al primo mandato ed è stato condannato definitivamente
 - B. nessuno dei parlamentari al primo mandato è stato condannato definitivamente
 - C. scelti comunque tre parlamentari, uno almeno di essi è stato condannato definitivamente
 - D. un terzo dei parlamentari al primo mandato è stato condannato definitivamente
 - E. c'è almeno un parlamentare che è stato condannato definitivamente ed è ad un mandato successivo al primo

Soluzione

La premessa del quesito dice che 40 parlamentari sono stati condannati definitivamente e 90 parlamentari NON sono al primo mandato. Poiché solo 30 parlamentari sono al primo mandato e 40 sono i condannati, anche se tutti i neo parlamentari fossero stati condannati, necessariamente almeno 10 parlamentari, non di prima nomina, sono stati condannati. Dunque **la risposta esatta è la E.**



Individuata la risposta esatta, non è necessario leggere le altre, forti della certezza che una sola delle possibili informazioni è corretta.

Analizziamo comunque le altre possibili risposte:

A: risposta non necessariamente corretta; i 30 nuovi parlamentari potrebbero essere tutti virtuosi e nessuno di loro essere stato condannato: i condannati sono 40 e potrebbero tutti appartenere al gruppo dei 90 parlamentari ad un mandato successivo al primo

B: risposta non necessariamente corretta; i parlamentari non al primo mandato sono 90 e almeno 10 di loro sono stati condannati; non abbiamo informazioni sul fatto che gli altri 30 condannati siano di prima nomina o ad un mandato successivo;

C: risposta non necessariamente corretta; infatti se è vero che 40 parlamentari sono stati condannati, 80 parlamentari non sono stati condannati e, casualmente, potremmo proprio imbatterci in tre parlamentari non condannati definitivamente;

D: la risposta non è necessariamente corretta, per il motivo esposto in A.

Risultati percentuali relativi al quesito 36

Risposta A:	5,01%	Risposte giuste:	26,38%
Risposta B:	2,21%	Risposte errate:	25,93%
Risposta C:	6,94%	Risposte non date:	47,70%
Risposta D:	11,77%		
Risposta E:	26,38%		

37. Un accogliente cartello all'ingresso del ristorante *L'Oca Giuliva* recita:

*Se si è in pochi, si mangia bene
Se si è in tanti, si spende poco*

Il Signor Aquilotto, con la sua mente acuta, ne deduce logicamente che:

- A. se si è pochi, si spende tanto
- B. per mangiar bene è necessario andarci in pochi
- C. se si mangia male non si è in pochi
- D. per spendere poco bisogna essere in tanti
- E. se si è in tanti, si mangia male

Soluzione

Due sono le informazioni che fornisce l'ironico cartello.

- (I) *Se si è in pochi, si mangia bene*
- (II) *Se si è in tanti, si spende poco*

Dedichiamo un po' di spazio per descrivere dettagliatamente il quesito, perché appartiene ad una tipologia che spesso trae in inganno chi deve individuare la risposta esatta.

L'avverbio *logicamente* ci mette in guardia: le due frasi vanno lette ed interpretate con le regole della logica.

Questo tipo di quesito richiede che il lettore abbia la consapevolezza che il significato di una data frase, nel contesto della logica, non sempre corrisponde all'interpretazione che di quella frase si può dare nel linguaggio quotidiano.

Infatti, in quest'ultimo, una frase può essere interpretata in modo non univoco, anche per supposizioni sottintese, lette tra le righe, ma non esplicitamente dichiarate; nel linguaggio della logica una frase ha un significato "tecnico" ben preciso, unico, ed esclude tutto ciò che non è esplicitamente contenuto nel testo della frase stessa.

Una deduzione logica ha valore solo dalle premesse, indipendentemente dal suo significato nella realtà. Facciamo un esempio; consideriamo l'enunciato:

Tutti gli animali a quattro zampe volano; gli asini hanno quattro zampe; gli asini volano

Nel linguaggio comune l'enunciato non ha senso; in logica, date per vere le due premesse, anche la conclusione è vera!

Torniamo ora alla prima ipotesi del quesito: con una lettura affrettata potremmo attribuire alla scritta il significato:

si mangia bene solo se si è in pochi.

Non abbiamo però informazioni su come si mangia, se siamo in tanti. . . (anzi speriamo di continuare a mangiare bene!). Dunque la risposta E non è logicamente deducibile.

Analizzando ulteriormente questa ipotesi possiamo dedurre che:

- se si è in pochi sicuramente si mangia bene
- se si mangia bene **non** possiamo dedurre quanti siamo a mangiare: dunque la risposta B non è logicamente deducibile

- se si mangia male **non** siamo sicuramente in pochi: abbiamo dunque individuato che **la risposta esatta è la C.** ✓

NON è invece deducibile la frase *se siamo in pochi NON si mangia bene!*

Analizziamo ora la seconda ipotesi: questa ci informa che se siamo in tanti spendiamo poco (forse ci fanno uno sconto... , però quest'informazione non ci è fornita), ma non ci dice nulla sul conto da pagare se siamo in pochi (il buon senso, non l'interpretazione logica, ci porta a supporre che, se la compagnia di amici è numerosa, il costo individuale potrebbe essere minore). La logica ci consente di dedurre che:

- se si è in tanti, si spende poco
- se si spende poco **non** possiamo dedurre quanti siamo: dunque la risposta D non è logicamente deducibile
- se si spende tanto **non** possiamo essere in tanti

NON è invece deducibile la frase *se siamo in tanti NON si spende poco!*

Anche la risposta B non è logicamente deducibile, anche se la seconda ipotesi potrebbe trarre in inganno: attenzione, NON è scritto *si spende poco se e solo se si è in tanti!*; abbiamo la certezza di spendere poco se siamo tanti, ma l'informazione non dice nulla sulla spesa, se la cena è tra pochi amici.

Risultati percentuali relativi al quesito 37

Risposta A:	8,79%	Risposte giuste:	16,53%
Risposta B:	9,02%	Risposte errate:	60,96%
Risposta C:	16,53%	Risposte non date:	22,51%
Risposta D:	38,90%		
Risposta E:	4,25%		

38. In occasione delle elezioni primarie per la scelta del candidato premier di Burgundia, ciascuno dei sette candidati è sicuro di riuscire a classificarsi fra i tre più votati. Negare questa frase vuol dire affermare che:

- c'è almeno un candidato che teme di rientrare fra i tre meno votati
- c'è almeno un candidato che non è sicuro di rientrare fra i primi tre più votati
- alcuni dei sette candidati sono sicuri di riuscire a classificarsi fra i tre più votati
- ogni candidato è sicuro di non riuscire a classificarsi fra i tre più votati
- ciascuno dei sette candidati teme di rientrare fra i tre meno votati

Soluzione

Interpretiamo con le regole della logica l'affermazione:

Qualsiasi candidato a premier di Burgundia è sicuro di classificarsi tra i primi tre votati.

La negazione logica si ottiene sostituendo:

- *Qualsiasi...* con *Esiste almeno un...*
- *è sicuro...* con *non è sicuro...*

La negazione dell'enunciato diventa

Esiste almeno un candidato che non è sicuro di classificarsi tra i primi tre

Quindi la risposta esatta è la **B**. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 38

Risposta A:	1,52%	Risposte giuste:	19,79%
Risposta B:	19,79%	Risposte errate:	62,12%
Risposta C:	2,41%	Risposte non date:	18,10%
Risposta D:	49,81%		
Risposta E:	8,37%		

39. Indicare quale tra le coppie di numeri indicate va inserita al posto dei puntini nella seguente sequenza

3, 43 ; 5, 27 ; 9, 19 ; ..., ... ; 33, 13

- A. 24, 74
- B. 19, 11
- C. 15, 15
- D. 17, 15
- E. 23, 13

Soluzione

Conviene individuare la legge di formazione delle coppie, cercare eventuali simmetrie, eventuali ricorrenze oppure possibili somme costanti tra le cifre di ogni numero, differenze tra numeri successivi, prodotti costanti...

Il primo numero della coppia sembra crescere, mentre il secondo decresce...

Il primo numero di ogni coppia è dispari, ma questi numeri non formano la successione dei numeri dispari (dopo il 5 ci vorrebbe il 7)...

Sembra invece che si possa ottenere il primo numero di ogni coppia aggiungendo, al precedente, una potenza del 2, in modo crescente (2, 4, (?), 16): il numero dovrebbe essere $9+8=17$

Il secondo numero di ogni coppia appartiene invece ad una successione decrescente, con la stessa regola con cui i primi numeri crescono (-16, -8, -4, -2): il numero cercato è quindi $(19-4)=15$

La coppia da inserire è (17, 15) e **la risposta esatta è la D**. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 39

Risposta A:	1,27%	Risposte giuste:	49,26%
Risposta B:	1,51%	Risposte errate:	10,13%
Risposta C:	6,07%	Risposte non date:	40,61%
Risposta D:	49,26%		
Risposta E:	1,28%		

40. Un chimico, studiando una soluzione che si era tinta di arancione, constatò che in essa era presente del sodio o del potassio (o entrambi); osservò che, se **NON** c'era sodio, c'era ferro, e che, se c'era potassio, c'era anche jodio.
Quale di queste situazioni si può verificare?

- A. La soluzione contiene solo potassio e ferro
- B. La soluzione contiene solo ferro e jodio
- C. la soluzione contiene sodio e potassio, e non contiene jodio
- D. La soluzione non contiene né sodio né jodio
- E. La soluzione contiene solo sodio

Soluzione

Analizzando le premesse si constata che si possono presentare solo queste tre situazioni:

- la soluzione contiene sodio, e non contiene potassio (situazione compatibile con la risposta E)
- la soluzione contiene potassio, e non contiene sodio; dunque deve anche contenere jodio e ferro: quindi le risposte A ed D sono false
- la soluzione contiene sodio e potassio, e dunque anche jodio: pertanto la risposta C è falsa

La risposta B è falsa, perché per ipotesi nella soluzione ci deve essere almeno un elemento tra sodio e potassio. Quindi **la risposta esatta è la E.**



Per completare le riflessioni sul quesito possiamo osservare che, dal punto di vista della logica, le premesse contengono solo la congiunzione *se* e **NON** *se e solo se*.

Quindi, la premessa *se NON c'è sodio c'è ferro* ci consente di sapere che:

- il ferro può esserci sia con il sodio sia senza il sodio
- se NON c'è il ferro allora sicuramente c'è il sodio

In modo analogo, la premessa *se c'è il potassio allora c'è lo jodio* ci informa che:

- lo jodio può esserci sia con il potassio sia senza il potassio
- se NON c'è lo jodio allora sicuramente NON c'è il potassio

Risultati percentuali relativi al quesito 40

Risposta A:	5,23%	Risposte giuste:	53,69%
Risposta B:	3,94%	Risposte errate:	16,70%
Risposta C:	3,11%	Risposte non date:	29,61%
Risposta D:	4,42%		
Risposta E:	53,69%		

41. Una indagine mostra che in Italia ci sono più persone coniugate che single e più maschi che femmine.

Da questi dati possiamo dedurre che una sola fra le seguenti affermazioni è sicuramente **FALSA**; quale?

- A. In Italia le coppie sono più delle donne nubili
- B. In Italia le coppie sono più dei maschi celibi
- C. In Italia ci sono più mariti che donne nubili
- D. In Italia i single sono più del doppio delle coppie
- E. In Italia ci sono più maschi celibi che mariti

Soluzione

Riscriviamo i dati dell'indagine:

numero di persone coniugate > numero di single (I)

numero di maschi > numero di femmine (II)

Poiché il numero delle persone coniugate è il doppio del numero delle coppie, l'ipotesi (I) equivale a dire che il numero dei single è minore del doppio del numero di coppie; dunque l'affermazione della risposta D è sicuramente falsa, quindi **la risposta esatta è la D.**

Abbiamo individuato la soluzione del quesito; analizziamo comunque anche le altre risposte; per essere sicuri che una certa affermazione *non sia sicuramente falsa*, è sufficiente trovare anche un solo caso in cui tale affermazione sia vera.

Supponiamo di considerare **10 coppie**. Allora i maschi coniugati sono 10 e così le femmine coniugate. Il numero delle persone coniugate è 20; per soddisfare la prima ipotesi i single possono essere al massimo 19.

a) Supponiamo che vi siano 11 maschi single, e nessuna femmina single: anche la seconda ipotesi è così soddisfatta: in questo caso A, C e D sono vere.

(Ricordiamo che un maschio single si dice in italiano *celibe* mentre una femmina single si dice *nubile*).

b) Supponiamo che vi sia 1 solo maschio single, e nessuna femmina single: anche la seconda ipotesi è soddisfatta; la soluzione B ricade in questo caso.

Risultati percentuali relativi al quesito 41

Risposta A:	3,70%	Risposte giuste:	41,33%
Risposta B:	3,78%	Risposte errate:	27,71%
Risposta C:	7,60%	Risposte non date:	30,96%
Risposta D:	41,33%		
Risposta E:	12,62%		

42. Premesso che:

- chi ascolta musica rock o blues non è stonato
- Agenore non è stonato
- chi ascolta blues non vince al Lotto

quale tra le seguenti conclusioni **NON** si può trarre dalle precedenti premesse?

- A. È impossibile che Agenore ascolti blues
- B. Uno stonato non ascolta rock
- C. È possibile che Agenore non vinca al Lotto
- D. Chi vince al Lotto non ascolta blues
- E. Non è escluso che Agenore ascolti rock

Soluzione

Riscriviamo la prima e la terza ipotesi del quesito in modi logicamente equivalenti:

(I) *chi ascolta musica rock o blues non è stonato* equivale a dire che *chi è stonato non ascolta musica né rock né blues*.

Dunque la risposta B è logicamente deducibile.

(III) *chi ascolta blues non vince al Lotto* equivale a dire che *chi vince al Lotto non ascolta blues*.

Dunque la risposta D è logicamente deducibile.

Sapere che Agenore non è stonato non ci dà informazioni sul fatto né che ascolti musica, né di che tipo. Dunque non abbiamo informazioni sul fatto che vinca al Lotto (né che vi giochi). Dunque le risposte C e E sono logicamente deducibili.

Per lo stesso motivo, non possiamo escludere che Agenore ascolti blues; dunque la risposta A non è logicamente deducibile; abbiamo dunque individuato che **la risposta esatta è la A.**



Risultati percentuali relativi al quesito 42

Risposta A:	52,26%	Risposte giuste:	52,26%
Risposta B:	6,95%	Risposte errate:	29,16%
Risposta C:	11,58%	Risposte non date:	18,58%
Risposta D:	5,99%		
Risposta E:	4,63%		

43. Il grande teorico dei numeri Valakekontojoo, studiando i numeri interi $1, 2, 3, 4, 5, \dots$, ha trovato che tra essi potrebbero esistere i numeri *cirilli*, che godono di queste due proprietà:

- la somma di due numeri cirilli (anche uguali) è un cirillo
- il prodotto di due numeri cirilli (anche uguali) non è un cirillo

Il suo allievo Son Pyooh Foorb studiando con cura questi numeri, ha scoperto quanti sono i numeri cirilli, e precisamente ha dedotto che il numero dei cirilli è:

- A. 3
- B. 0
- C. 1
- D. 4
- E. infinito

Soluzione

I numeri cirilli non esistono!

Infatti se sommo un qualsiasi numero cirillo n con se stesso, per la prima proprietà, trovo un cirillo. Se al nuovo risultato sommo un cirillo, genero un nuovo cirillo. Ripeto il procedimento n volte, e trovo il numero m tale che:

$$m = n + n + \dots + n = n * n$$

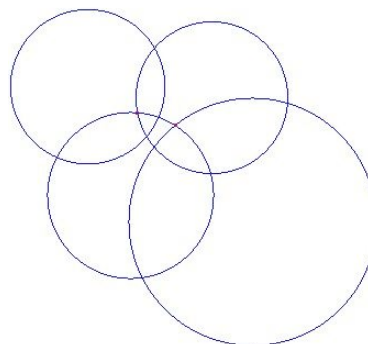
Perciò m è un numero cirillo per la prima proprietà, ma m non è cirillo per la seconda proprietà. Quindi il numero di numeri cirilli è zero (!) e **la risposta esatta è la B.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 43

Risposta A:	1,29%	Risposte giuste:	17,83%
Risposta B:	17,83%	Risposte errate:	27,78%
Risposta C:	2,63%	Risposte non date:	54,39%
Risposta D:	0,96%		
Risposta E:	22,90%		

44. Dobbiamo colorare le 11 regioni delimitate dai 4 cerchi della figura in modo che due regioni che hanno un arco in comune non siano dello stesso colore. Quanti colori dobbiamo usare come minimo per soddisfare questa richiesta?

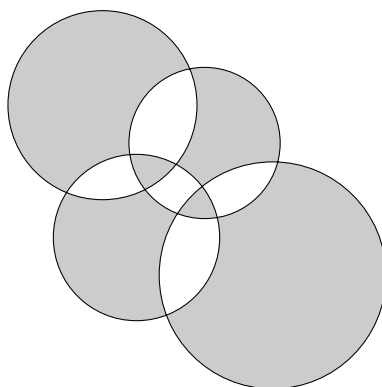
- A. 4
- B. 6
- C. 2
- D. 5
- E. 3



Soluzione

Esiste la possibilità di soddisfare alle condizioni con solo due colori. La tecnica empirica è quella dipartire da un'area qualsiasi e colorarla del colore 1. Inserire un nuovo colore se e solo se si è costretti!

La figura sottostante spiega che l'impresa può essere portata a termine con due soli colori.



Quindi **la risposta esatta è la C.**



Risultati percentuali relativi al quesito 44

Risposta A:	14,46%	Risposte giuste:	11,06%
Risposta B:	10,88%	Risposte errate:	46,52%
Risposta C:	11,06%	Risposte non date:	42,42%
Risposta D:	8,53%		
Risposta E:	12,65%		

45. Un Marziolano, osservando che:

- metà di tutti i Tondolini sono remissivi
- metà di tutti i Marziolani sono testardi
- metà di tutti i Marziolani sono remissivi

e tenendo presente che non si può essere insieme remissivi e testardi, deduce che una e una sola delle seguenti affermazioni **NON** può essere vera. Quale?

- A. Metà di tutti i Tondolini sono testardi
- B. Tutti i Tondolini sono Marziolani
- C. Tutti i Marziolani sono Tondolini e nessun Tondolino è testardo
- D. Non esistono Tondolini che siano anche Marziolani
- E. Tondolini e Marziolani sono lo stesso insieme di persone

Soluzione

Le ipotesi del quesito e la condizione *chi è remissivo non è testardo* ci consentono di dedurre che:

- (I) l'insieme dei Marziolani è diviso esattamente in due parti: metà testardi e metà remissivi
- (II) l'insieme dei Tondolini è diviso a metà: una metà è di Tondolini remissivi (e quindi non testardi); l'altra metà, di cui non abbiamo informazioni, potrebbe contenere testardi.

Analizziamo le risposte proposte una per volta, per individuare quella falsa.

Risposta A potrebbe essere vera; è possibile che la metà dei Tondolini di cui il testo non dice nulla, ma che sono non remissivi, siano testardi

Risposta B potrebbe essere vera; dalle condizioni del problema non si hanno informazioni per escludere che in realtà i Tondolini siano un sottoinsieme dei Marziolani, con le stesse caratteristiche

Risposta C per esclusione **la risposta esatta è la C**. Infatti l'affermazione è sicuramente falsa: dire che tutti i Marziolani sono Tondolini, equivale a dire che l'insieme dei Marziolani è un sottoinsieme di quello dei Tondolini, e dunque i Marziolani testardi sono un sottoinsieme dei Tondolini testardi; pertanto esistono Tondolini testardi. ✓

Risposta D potrebbe essere vera; dire che non esistono Tondolini che siano anche Marziolani equivale a dire che l'insieme dei Tondolini e quello dei Marziolani sono disgiunti, e questo non è incompatibile con le ipotesi del quesito

Risposta E potrebbe essere vera; nulla vieta che il numero dei Marziolani e dei Tondolini sia lo stesso e che, addirittura siano lo stesso insieme di persone, descritti da aggettivi diversi (remissivi, testardi..), ma tra loro compatibili

Risultati percentuali relativi al quesito 45

Risposta A:	7.17%	Risposte giuste:	24.87%
Risposta B:	7.10%	Risposte errate:	28.23%
Risposta C:	24.87%	Risposte non date:	46.90%
Risposta D:	8.50%		
Risposta E:	5.47%		



COMPRENSIONE VERBALE

Introduzione alla Comprensione verbale

Malgrado l'enfasi, talvolta esagerata, sull'efficacia della comunicazione iconica, tanto che si è parlato di civiltà dell'immagine, il testo verbale rimane lo strumento fondamentale dell'apprendimento e della diffusione culturale.

Questo perché esso si serve del linguaggio, cioè di segni – le parole – che sollecitano direttamente, con o senza il tramite di una immagine mentale, la formazione o la rievocazione dei concetti mediante i quali noi operiamo ciò che in modo forse approssimativo chiamiamo pensare. Ogni concetto a sua volta si determina, si arricchisce, si flette in funzione dell'intero contesto, in una trama di correlazioni sintattiche che rimandano, pur senza identificarsi con esse, alle correlazioni logiche. Ogni testo, anche il più banale, di qualsiasi genere – storico, politico, letterario, tecnico o divulgativo – contiene un messaggio, anzi sottende, in modo esplicito o più frequentemente implicito, tutta una visione della realtà. Certo, dal punto di vista fisico, un testo non è che una serie di macchie d'inchiostro sulla carta o una serie di modificazioni elettroniche sullo schermo di un computer; esso comincia a vivere, ad esplicitare la propria funzione quando viene letto e compreso. Per questo l'abilità della comprensione verbale costituisce una dote imprescindibile per chiunque voglia affrontare i livelli di istruzione superiore.

GIANFRANCO CALETTI

Gli argomenti che i testi propongono non sono troppo tecnici o peregrini, anzi si riferiscono a questioni molto dibattute anche in pubblicazioni a carattere divulgativo. Una buona soluzione richiede attenzione nella lettura, capacità di individuare con chiarezza il senso complessivo del testo, enucleandone con precisione i concetti, ed una adeguata abilità interpretativa.

Per maggiore chiarezza nella discussione delle risposte, i testi qui riprodotti sono stati dotati della numerazione dei periodi in modo che le soluzioni dei quesiti possano farvi riferimento così da evitare inutili ripetizioni o circonlocuzioni di difficile comprensione.

Commenti e soluzioni a cura di Claudio Beccari e Gianfranco Caletti

TESTO I

La libertà

¹ So che discutere dei giudizi di valore fondamentali è un'impresa disperata. Per esempio se qualcuno approva, come obiettivo, l'estirpazione della razza umana dalla terra, non è possibile rifiutare tale punto di vista su basi razionali. Ma se si arriva a un accordo su certi obiettivi e valori, si può discutere razionalmente dei mezzi con cui conseguire tali obiettivi. Indichiamo, allora, due obiettivi sui quali quasi tutti coloro che leggeranno queste righe potranno agevolmente convenire.

1. I beni strumentali che dovrebbero servire a mantenere la vita e la salute di tutti gli esseri umani andrebbero prodotti con la minor fatica possibile per tutti.
2. Il soddisfacimento dei bisogni fisici è di fatto la precondizione indispensabile per una buona esistenza, ma ciò di per se non è abbastanza. Per essere contenti gli uomini dovrebbero avere anche la possibilità di sviluppare liberamente le proprie facoltà intellettuali e artistiche, nella misura consentita dalle particolari caratteristiche e abilità di ciascuno.

² Il primo dei due obiettivi richiede il perseguimento di ogni possibile conoscenza delle leggi della natura e delle leggi che regolano i processi sociali, vale a dire la promozione di ogni tipo di sforzo scientifico. Perché lo sforzo scientifico è un tutto naturale le cui parti si sostengono a vicenda in un modo che, di fatto, nessuno può anticipare. Tuttavia, il progresso della scienza presuppone la possibilità di comunicare senza alcuna restrizione tutti i risultati e i punti di vista, la libertà d'espressione e di istruzione in tutti gli ambiti dello sforzo intellettuale.

³ Per libertà intendo condizioni sociali tali da impedire che l'espressione di opinioni e affermazioni relative a questioni di scienza generale e particolare comporti pericoli o svantaggi seri per chi le esprime. Questa libertà di comunicazione è indispensabile per lo sviluppo e la diffusione della conoscenza scientifica, una considerazione di grande importanza pratica. In primo luogo essa va garantita per legge. Ma le leggi non possono assicurare da sole la libertà d'espressione; affinché ciascuno possa esprimere le proprie opinioni senza incorrere in penalità deve sussistere un diffuso spirito di tolleranza nell'intera popolazione. Non potremo mai raggiungere del tutto un simile ideale di libertà esteriore, ma dobbiamo perseguirlo senza tregua se vogliamo far progredire il più possibile il pensiero scientifico e la riflessione filosofica e creativa in generale.

⁴ Se si vuole assicurare anche il secondo obiettivo, cioè la possibilità dello sviluppo spirituale per tutti gli individui, si rende necessario un secondo tipo di libertà esteriore. L'uomo non dovrebbe trovarsi costretto a lavorare per il soddisfacimento delle necessità vitali al punto da non avere più né tempo né energia per le occupazioni personali. Senza questo secondo tipo di libertà esterna, la libertà d'espressione, per lui, è inutile. I progressi tecnologici potrebbero consentire questo secondo tipo di libertà se si riuscisse a risolvere il problema di una ragionevole ripartizione della fatica.

⁵ Lo sviluppo della scienza e delle attività creative dello spirito in generale richiede un ulteriore tipo di libertà, che potremmo definire libertà interiore. Tale libertà dello spirito consiste nell'indipendenza del pensiero dai vincoli dei pregiudizi autoritari e sociali, come anche dagli stereotipi mentali non in armonia con i principi filosofici e dalla consuetudine in generale. Questa libertà interiore è un dono di natura piuttosto raro e un degno obiettivo per l'individuo. Tuttavia la società può fare molto per favorirne il conseguimento, quantomeno non intralciandone lo sviluppo. Le scuole, per esempio, possono ostacolare lo sviluppo della libertà interiore esercitando sui giovani influenze autoritarie o imponendo loro eccessivi oneri spirituali; d'altro canto le scuole possono favorire tale libertà incoraggiando il pensiero indipendente. Solo attraverso il perseguimento costante e consapevole della libertà esteriore e interiore l'uomo potrà contare su una possibilità di sviluppo e di affinamento spirituale, e con ciò di miglioramento della propria vita esterna e interiore.

QUESITI RELATIVI AL TESTO I

1. La libertà interiore consiste
- A. nel seguire i propri sentimenti
 - B. nell'accettazione dei giudizi altrui
 - C. nello spirito critico
 - D. nell'indifferenza ai valori sociali
 - E. nell'affermazione del proprio punto di vista

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il testo non parla mai di sentimenti né esplicitamente né implicitamente.

La risposta B è sbagliata. Al contrario la libertà non consiste nell'accettare i giudizi altrui in modo indifferenziato, senza esercitare lo spirito critico.

La risposta C è giusta. Il capoverso 5 definisce con precisione la libertà interiore che consiste nell'indipendenza del pensiero dai vincoli dei pregiudizi autoritari e sociali; questo implica l'esercizio dell'atteggiamento critico. ✓

La risposta D è sbagliata. Essere indifferenti ai valori sociali non vuol dire essere liberi; i valori sociali sono importantissimi per poter esercitare la libertà esterna.

La risposta E è sbagliata. L'affermazione del proprio punto di vista è parte della libertà, ma non è tutto se non tiene conto dei valori sociali condivisi.

Risultati percentuali relativi al quesito 1

Risposta A:	9.95%	Risposte giuste:	17.72%
Risposta B:	6.34%	Risposte errate:	70.57%
Risposta C:	17.72%	Risposte non date:	11.71%
Risposta D:	9.81%		
Risposta E:	44.46%		

-
2. I giudizi di valore
- A. non cambiano mai
 - B. sono legati alle tradizioni
 - C. sono derivabili da conoscenze scientifiche
 - D. hanno un fondamento razionale sicuro
 - E. sono problematici

Soluzione

La risposta A è sbagliata. I giudizi di valore possono cambiare con il progresso della scienza, con l'evoluzione della società e per altre cause.

La risposta B è sbagliata. Le tradizioni costituiscono solo in parte il fondamento dei giudizi di valore; la società cambia e le tradizioni si modificano cosicché cambiano anche i giudizi di valore.

La risposta C è sbagliata. Certamente le conoscenze scientifiche influenzano i giudizi di valore, ma questi cambiano anche senza l'influenza delle conoscenze scientifiche.

La risposta D è sbagliata. Assolutamente no: i giudizi di valore non hanno un fondamento razionale in ogni caso; ci sono giudizi di valore condivisibili da tutti, come indicato nel capoverso 1, ma certe cose, come l'esempio riportato nel capoverso 1, pur non essendo rifiutabili dal punto di vista razionale, non sono affatto condivisibili e quindi non hanno un fondamento razionale.

La risposta E è giusta. È quanto viene affermato all'inizio del capoverso 1.



Risultati percentuali relativi al quesito 2

Risposta A:	0.98%	Risposte giuste:	23.72%
Risposta B:	5.89%	Risposte errate:	29.96%
Risposta C:	7.30%	Risposte non date:	46.33%
Risposta D:	15.79%		
Risposta E:	23.72%		

-
3. La scuola dovrebbe
- A. essere condotta in modo autoritario
 - B. scoraggiare l'originalità
 - C. trasmettere un sapere acquisito
 - D. favorire la ripetitività
 - E. liberare dagli stereotipi

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il capoverso 5 indica questo modo di procedere come un errore da parte della scuola.

La risposta B è sbagliata. Incoraggiare il pensiero indipendente è esattamente il contrario di scoraggiare l'originalità.

La risposta C è sbagliata. La scuola trasmette il sapere acquisito, ma questo non esaurisce il suo compito; il capoverso 5 insiste su questo punto sottolineando l'importanza di sviluppare nei discenti lo spirito critico e il pensiero indipendente.

La risposta D è sbagliata. La scuola non deve solo tramettere il sapere acquisito ma deve stimolare la creatività col pensiero indipendente e lo spirito critico.

La risposta E è giusta. È appunto quanto si afferma nel capoverso 5



Risultati percentuali relativi al quesito 3

Risposta A:	3.87%	Risposte giuste:	82.02%
Risposta B:	1.27%	Risposte errate:	11.07%
Risposta C:	5.17%	Risposte non date:	6.91%
Risposta D:	0.76%		
Risposta E:	82.02%		

4. Il progresso tecnico

- A. assorbe maggiori energie
- B. esige maggiore impegno di lavoro
- C. fa aumentare i bisogni
- D. concentra l'attenzione sui beni materiali
- E. favorisce la libertà

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il progresso tecnico risparmia energie alla persona consentendole di dedicare più tempo e, appunto, energia allo suo sviluppo e alla libertà d'espressione.

La risposta B è sbagliata. Il progresso tecnico riduce l'impegno di lavoro delle persone che così hanno maggiore tempo da dedicare alle loro occupazioni personali.

La risposta C è sbagliata. Il progresso tecnico non fa necessariamente aumentare i bisogni; consente di dedicare più tempo alle occupazioni personali e perciò non è escluso che le persone abbiano bisogno di disporre di maggiore tempo da dedicare a se stesse; ma questo non implica aumentare i bisogni in generale..

La risposta D è sbagliata. Il progresso tecnico di per sé non concentra l'attenzione delle persone sui beni materiali; lasciando più tempo alle persone per dedicarsi alle occupazioni personali, non è escluso che alcune persone possano occuparsi dei beni materiali, am questo dipende dalle persone, non dal progresso tecnico.

La risposta E è giusta. È quanto si deduce dall'intero testo e in particolare dal capoverso 4.



Risultati percentuali relativi al quesito 4

Risposta A:	13.56%	Risposte giuste:	44.81%
Risposta B:	10.17%	Risposte errate:	30.38%
Risposta C:	1.92%	Risposte non date:	24.81%
Risposta D:	4.72%		
Risposta E:	44.81%		

5. Il progresso scientifico
- A. favorisce l'omologazione dei giudizi
 - B. è indipendente dalle condizioni sociali
 - C. non esige uno sforzo comune
 - D. assicura il dominio sociale sulla natura
 - E. richiede libertà di comunicazione

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il progresso scientifico migliora lo spirito critico e perciò i giudizi delle persone risultano meno omologati.

La risposta B è sbagliata. Le condizioni sociali possono influire sul progresso scientifico, nel senso che possono impedire agli individui la libertà di esercitare il loro pensiero indipendente e critico e quindi di sviluppare nuove conoscenze scientifiche.

La risposta C è sbagliata. Il progresso scientifico deriva dal confronto delle idee e quindi esige uno sforzo comune.

La risposta D è sbagliata. Il progresso scientifico è conoscenza della natura, non un condizionamento individuale o sociale sulla natura.

La risposta E è giusta. La libertà di comunicazione è condizione essenziale per l'esercizio della libertà interiore ed esterna, senza la quale il confronto delle idee non può avere luogo. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 5

Risposta A:	2.63%	Risposte giuste:	82.27%
Risposta B:	3.60%	Risposte errate:	8.42%
Risposta C:	0.83%	Risposte non date:	9.31%
Risposta D:	1.36%		
Risposta E:	82.27%		

TESTO II

I graffiti

¹ Ciò che colpisce del periodo romano, e che secondo me non trova paralleli fino a tempi recentissimi, è la dimostrazione che la scrittura veniva usata casualmente, in modo del tutto effimero e quotidiano, ma nondimeno evoluto. Non sorprende che la migliore documentazione di ciò provenga da Pompei, perché l'eruzione del 79 d.C. garantì uno straordinario livello di conservazione degli edifici cittadini e delle varie forme di scrittura che questi portavano. Nell'ambito di Pompei si sono contate più di 11 000 iscrizioni di molti tipi diversi, incise, dipinte o scalpite sui suoi muri. Alcune sono solenni e formali, come le dediche di edifici pubblici e gli epitaffi funerari, simili alle altre che si rinvencono in tutto il mondo romano. Le iscrizioni di questo tipo non dimostrano necessariamente una alfabetizzazione diffusa. Il numero enorme che ne venne prodotto in età romana potrebbe riflettere la moda di questo particolare mezzo di ostentazione, più che una spettacolare diffusione della capacità di leggere e scrivere.

² Altre iscrizioni pompeiane sono forse più indicative, perché evidenziano il desiderio di comunicare con i concittadini in maniera meno formale e più quotidiana.

³ I graffiti sono testimonianze ancora più evidenti della diffusione e dell'impiego della scrittura nella società pompeiana. Essi si trovano in tutta la città, scarabocchiati su pietra o su intonaco da cittadini con tempo da perdere e un messaggio da trasmettere a futuri perditempo.

⁴ Anche se non possiamo calcolare la percentuale di Pompeiani alfabetizzati (il 30 per cento, o di più, o forse soltanto il 10 per cento?), possiamo però affermare con sicurezza che la scrittura era una parte essenziale e quotidiana della vita cittadina. Essa era perfino così diffusa da esser presa blandamente in giro.

⁵ Pompei documenta in maniera straordinariamente ricca una città che impiegava la scrittura a numerosi livelli diversi, dal grandioso al trivialissimo. È anche probabile che fosse un centro eccezionalmente alfabetizzato. Un villaggio rurale in Italia allo stesso livello di conservazione di Pompei, o una città di una regione meno tradizionalmente alfabetizzata, quasi certamente restituirebbe un numero molto minore di documenti sull'uso della scrittura. Ciò però non significa che la scrittura, sia pure a livello effimero e banale, non raggiungesse le regioni decentrate. La Britannia romana ha prodotto esempi di scrittura molto meno numerosi dell'Italia centrale contemporanea, ma col vantaggio che ognuno di essi è stato attentamente raccolto e pubblicato. I volumi risultanti sono smilzi rispetto alla documentazione di Pompei, ma non meno impressionanti. Vi sono iscrizioni di una straordinaria varietà di tipi: dediche formali ed epitaffi su pietra; timbri di fabbricanti su una gran varietà di oggetti (come lingotti, tegole, recipienti metallici, vasellame e pellame); iscrizioni su etichette di metallo e sigilli; oltre a brevi iscrizioni graffite soprattutto come indicazioni di proprietà, su oggetti diversi di ogni tipo (ad esempio, 875 su frammenti di vasellame da tavola, e 619 su ceramica da cucina). La varietà di questa lista è davvero impressionante. Ne fanno parte, ad esempio, ventisette frammenti di barili di legno, che recano marchiato o graffito il nome o le iniziali dei proprietari, e trentuno timbri a lettere minutissime, che si crede servissero a contrassegnare gli unguenti dispensati dagli oculisti.

⁶ L'archeologia della Britannia romana è eccezionalmente conosciuta e ben pubblicata. Perciò è stato addirittura possibile documentare la distribuzione in tutta la provincia degli stili romani, le piccole cannuce metalliche usate per scrivere sulle tavolette di cera. Di questi, circa 350 sono stati segnalati in siti rurali, soprattutto nella più ricca parte sudorientale, ma ne esistono tracce anche in quella settentrionale e occidentale.

⁷ Come Pompei, la Britannia romana ha anche prodotto esempi di scrittura impiegata in senso del tutto quotidiano e banale – il tipo di scrittura che rievoca vivacemente ai nostri occhi persone

del remoto passato, sia pure sovente in una luce assai enigmatica. Una tegola della Londra romana recava un'iscrizione che le era stata incisa mentre stava asciugando: "Austalis se n'è andato per conto suo per tredici giorni". Chi era Austalis, e chi ha scritto questa osservazione – un lavorante, un sorvegliante, o forse semplicemente qualcuno che passava per il cantiere? Un'altra tegola, proveniente da Silchester, reca un messaggio di una parola, "SATIS" (basta), tracciato in bella forma con un dito. Questo era probabilmente il caporeparto che segnava il compimento di un lotto di tegole, ma possiamo anche immaginare che fosse un operaio esausto che celebrava la fine di una giornata particolarmente faticosa. Un terzo graffito, su una conduttura in argilla che riforniva d'acqua l'impianto termale di una villa nel Lincolnshire, proclama "Liber esto" (Sii libero), la formula con cui si emancipavano gli schiavi. Era forse il sogno ad occhi aperti di uno schiavo che lavorava nel mattonificio? Non conosceremo la risposta a queste domande, né potremo accertare con sicurezza la condizione sociale delle persone che ci tramandano questi messaggi. Ma la Britannia romana conosceva certamente l'uso della scrittura a livello informale e quotidiano.

QUESITI RELATIVI AL TESTO II

6. La diffusione dei graffiti indica che
- A. l'analfabetismo era molto diffuso
 - B. la vita sociale era scarsa
 - C. la capacità di disegnare era scadente
 - D. i liberti erano molto istruiti
 - E. la gente comune sapeva leggere

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il capoverso 4, rinforzato dal capoverso 5, dice espressamente che la scrittura era molto diffusa, anche se ipotizza che la percentuale dei Pompeiani alfabetizzati potesse essere stimata tra il 10% e il 30%; per noi oggi queste percentuali di alfabetizzazione sono basse, ma per i tempi di Pompei erano da considerarsi alti e lo dimostra l'abbondanza delle iscrizioni informali su tutti i muri della città.

La risposta B è sbagliata. Tutt'altro che scarsa; il capoverso 2 indica esplicitamente che la scrittura era una testimonianza della voglia di comunicare.

La risposta C è sbagliata. La stessa città di Pompei è una testimonianza che il disegno e la pittura era tutt'altro che scadente; la scrittura è anch'essa una forma di disegno.

La risposta D è sbagliata. Può anche darsi che i liberti fossero molto istruiti; certamente era di modo disporre di schiavi eruditi che sarebbero diventati liberti, ma questo non indica nulla con la diffusione dei graffiti.

La risposta E è giusta. La gente comune sapeva leggere in misura maggiore o minore, ma la diffusione dei graffiti indica che era un passatempo comune proprio per la voglia di comunicare ad altri; e la scrittura scolpita, incisa, disegnata o graffita non riguardava solo funzioni formali ma anche contesti comuni, persino triviali. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 6

Risposta A:	15.50%	Risposte giuste:	51.19%
Risposta B:	5.99%	Risposte errate:	25.70%
Risposta C:	0.54%	Risposte non date:	23.11%
Risposta D:	3.67%		
Risposta E:	51.19%		

7. La presenza di graffiti in Britannia è significativa perché
- A. dimostra l'assimilazione delle popolazioni celtiche
 - B. segnala la presenza di presidi militari
 - C. indica una vivace vita rurale
 - D. indica alfabetizzazione anche alla periferia dell'Impero
 - E. testimonia la persistenza di culti locali

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Nel testo si parla sempre della Britannia roman, non di assimilazione di popolazioni celtiche.

La risposta B è sbagliata. Nel testo non si parla di occupazione militare e quindi nemmeno di presidi militari.

La risposta C è sbagliata. Certamente la scrittura era diffusa anche in ambito rurale, ma gli esempi riportati e i reperti trovati sono concentrati specialmente nelle città.

La risposta D è giusta. La Britannia era senza dubbio alla periferia dell'impero; come per la Britannia è lecito aspettarsi che la scrittura fosse diffusa in tutto l'impero con le sue varie periferie. ✓

La risposta E è sbagliata. Nel testo non si parla di culti locali, ma si mostrano esempi d'uso della scrittura nelle attività artigiane e nei mestieri.

Risultati percentuali relativi al quesito 7

Risposta A:	3.28%	Risposte giuste:	63.51%
Risposta B:	0.79%	Risposte errate:	21.01%
Risposta C:	13.90%	Risposte non date:	15.48%
Risposta D:	63.51%		
Risposta E:	3.04%		

8. L'alfabetizzazione era legata a
- A. tolleranza religiosa
 - B. bilinguismo greco-latino
 - C. a una struttura organizzata della città
 - D. coscrizione militare
 - E. diffusione delle biblioteche

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Nel testo non si parla di tolleranza religiosa.

La risposta B è sbagliata. Nel testo non si parla del bilinguismo greco-latino, anche se era noto che a Roma, più che altrove, era molto fine esprimersi in greco.

La risposta C è giusta. Tutto il testo sottolinea la scrittura come elemento caratterizzante di città con struttura organizzata. ✓

La risposta D è sbagliata. Nel testo non si parla di coscrizione militare.

La risposta E è sbagliata. Nel testo non si parla di biblioteche e della loro eventuale diffusione; si parla invece della moltitudine di reperti di scrittura specialmente a Pompei.

Risultati percentuali relativi al quesito 8

Risposta A:	1.22%	Risposte giuste:	53.23%
Risposta B:	2.68%	Risposte errate:	7.92%
Risposta C:	53.23%	Risposte non date:	38.85%
Risposta D:	2.00%		
Risposta E:	2.01%		

-
9. La funzione dei graffiti era
- A. espressione della creatività individuale
 - B. simbologia religiosa
 - C. indicazioni logistiche
 - D. comunicazione sociale
 - E. diffusione della cultura

Soluzione

La risposta A è sbagliata. La diffusione dei graffiti nasceva dalla necessità di comunicare; potevano anche esserci di buontemponi che si divertivano a scarabocchiare sui muri, ma essenzialmente la scrittura anche ai tempi dei romani soddisfaceva al desiderio di comunicare.

La risposta B è sbagliata. Nel testo non si parla mai di religione.

La risposta C è sbagliata. Nel testo si parla di usi commerciali della scrittura, ma non come indicazioni di che percorso fare per raggiungere un dato luogo.

La risposta D è giusta. Tutto il testo sottolinea la funzione di comunicazione sociale della scrittura. ✓

La risposta E è sbagliata. Bisogna intendersi su che cosa significhi la diffusione della cultura; questa certamente implica l'alfabetizzazione, ma non è vero il contrario. I graffiti comunicavano semplici frasi allo scopo di comunicare qualcosa agli altri; ma non necessariamente l'oggetto della comunicazione era cultura.

Risultati percentuali relativi al quesito 9

Risposta A:	15.46%	Risposte giuste:	63.14%
Risposta B:	0.53%	Risposte errate:	22.79%
Risposta C:	2.70%	Risposte non date:	14.07%
Risposta D:	63.14%		
Risposta E:	4.09%		

10. La frequenza dei reperti di graffiti è

- A. maggiore nei periodi di crisi
- B. inversamente proporzionale all'intensità della vita cittadina
- C. scarsa nell'Italia Meridionale
- D. inversamente proporzionale al crollo degli edifici
- E. tipica solo del V e VI secolo

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il testo non ne parla, anzi lascia intendere che l'uso dei graffiti, e sia diffuso maggiormente nei centri prosperi e con una struttura sociale complessa.

La risposta B è sbagliata. Al contrario la diffusione dei graffiti è direttamente proporzionale all'intensità della vita cittadina; il testo lo sottolinea diverse volte.

La risposta C è sbagliata. Il testo non fa nessun riferimento all'Italia meridionale; se proprio vogliamo usare la terminologia moderna, Pompei è nell'Italia meridionale, quindi è un particolare esempio di grande diffusione dei graffiti.

La risposta D è giusta. Dovrebbe essere del tutto evidente che più edifici romani sono crollati, meno graffiti sono sopravvissuti; a Pompei ce ne sono migliaia proprio perché la particolare eruzione del 79 d.C. ha conservato molto bene gli edifici. ✓

La risposta E è sbagliata. Il testo non parla mai del periodo di tempo dei secoli V e VI.

Risultati percentuali relativi al quesito 10

Risposta A:	4.09%	Risposte giuste:	26.68%
Risposta B:	12.79%	Risposte errate:	28.24%
Risposta C:	7.00%	Risposte non date:	45.08%
Risposta D:	26.68%		
Risposta E:	4.36%		



TESTO III

Metodo e scientificità

¹ Che cosa distingue una conoscenza “scientifica” da una conoscenza che non lo è? Nessuno dubita che fisica, biologia o matematica siano “scienze”, ma quando ci chiediamo che cosa sia scientifico vogliamo sapere qualcosa di più di un semplice elenco. Ci interessa capire che cosa contraddistingue le scienze in quanto tali.

² La domanda, che è quella con cui iniziano i manuali di filosofia della scienza, non è oziosa, vista la carica valutativa che di solito accompagna l’attribuzione di scientificità a una forma di sapere. Per quanto le posizioni sul valore positivo o negativo della scienza possano differire, è un’opinione accettata che, per essere scientifica, una conoscenza debba essere “razionale”, “oggettiva” (nel senso di “valida intersoggettivamente”) e “fondata” (sull’esperienza, se si occupa del mondo esterno, e dal punto di vista logico-matematico, se usa un linguaggio formalizzato). Chiarire che cosa s’intenda esattamente con questi attributi e discutere se la conoscenza scientifica sia caratterizzabile in questi termini è uno dei compiti dei filosofi della scienza.

³ Ma come si procede per raggiungere una conoscenza che soddisfi le caratteristiche richieste o, almeno, per appurare che la conoscenza raggiunta le soddisfi? La questione della natura della conoscenza scientifica è legata a quella del “metodo scientifico”: cioè se sia possibile definire, e come, un metodo seguendo il quale siamo sicuri del carattere scientifico della conoscenza acquisita. E buona parte del dibattito filosofico sulla scienza è stata centrata proprio sulla ricerca di una caratterizzazione generale del metodo scientifico: dal metodo induttivo di baconiana memoria alla più sofisticata induzione probabilistica; dal falsificazionismo popperiano a forme sempre più estreme di pluralismo metodologico.

⁴ Come nel caso di molte altre questioni filosofiche, non si è arrivati a nessuna soluzione che non presenti a sua volta problemi. D’altronde le discipline che consideriamo scientifiche sono anche molto diverse tra loro: ha senso cercare un metodo che valga per tutte? La domanda si pone anche rimanendo nell’ambito di una stessa disciplina. La fisica per esempio, che storicamente è stata presa come il paradigma di scienza, non è una disciplina omogenea: gli argomenti, i concetti, i linguaggi e le tecniche usate differiscono a seconda del campo d’indagine.

⁵ E così, se ci si occupa di settori in cui il progresso della fisica richiede un uso sempre più sofisticato della matematica e in cui si è spesso lontanissimi dalle scale fisiche accessibili nei laboratori, come nel caso della storia delle stringhe, non ha molto senso pretendere di applicare gli stessi criteri di progresso e controllo della teoria che possiamo usare nel caso di dati sperimentali a immediata disposizione. Ciò non vuol dire rinunciare a un riscontro empirico, ma solo che le modalità e i tempi nel rapporto con l’esperienza sono diversi a seconda dei casi.

⁶ Come era ben chiaro a Paul A.M. Dirac, uno dei maggiori fisici del Novecento, che inizia il suo lavoro del 1931 sui monopoli magnetici con le seguenti magistrali considerazioni metodologiche: “Ci sono, al presente, problemi fondamentali nella fisica teorica [...] la soluzione dei quali richiederà presumibilmente una revisione dei nostri concetti fondamentali più drastica di quanto non sia successo finora. Molto probabilmente questi cambiamenti saranno così ingenti che sarà ben al di sopra dei poteri dell’intelligenza umana ottenere le nuove idee necessarie da tentativi diretti di formulare i dati sperimentali in termini matematici. In futuro, chi lavorerà in campo teorico dovrà perciò procedere in modo più indiretto. Il più potente metodo di avanzamento da suggerire al presente è impiegare tutte le risorse della matematica nel cercare di perfezionare e generalizzare il formalismo matematico che forma la base esistente della fisica teorica, e dopo ogni successo in questa direzione provare a interpretare i nuovi aspetti matematici nei termini di entità fisiche”.

⁷ Dirac aveva ragione: molti progressi fondamentali della fisica contemporanea sono figli di sviluppi teorici del tipo sopra descritto. Un esempio per tutti: la scoperta del positrone (e quindi dell'antimateria), previsto in modo teorico da Dirac nel 1930 e osservato un paio di anni dopo.

QUESITI RELATIVI AL TESTO III

11. Una affermazione è oggettiva quando
- A. è confermata sperimentalmente
 - B. può essere verificata da operatori diversi
 - C. è condivisa da tutti
 - D. riguarda oggetti naturali
 - E. è esente da contraddizioni

Soluzione

La risposta A è sbagliata. La sperimentazione produce risultati che non sono di per se oggettivi; le misure le osservazioni sperimentali sono una parte della verifica di una teoria ma non sono la sola caratteristica di una affermazione ottenuta con il metodo scientifico.

La risposta B è giusta. Infatti l'oggettività di una affermazione per il metodo scientifico implica che l'affermazione si valida intersoggettivamente. ✓

La risposta C è sbagliata. La condivisione di tutti non è il solo criterio di oggettività; l'oggettività richiede la validità intersoggettiva, non semplicemente la condivisione.

La risposta D è sbagliata. L'osservazione di oggetti naturali riguarda alcune scienze, non tutte le scienze, quindi non può essere un criterio generale di oggettività.

La risposta E è sbagliata. La correttezza logica, cioè l'assenza di contraddizioni, riguarda solo alcune scienze, quindi non può essere un criterio generale di oggettività.

Risultati percentuali relativi al quesito 11

Risposta A:	14.49%	Risposte giuste:	23.62%
Risposta B:	23.62%	Risposte errate:	47.62%
Risposta C:	27.28%	Risposte non date:	28.76%
Risposta D:	0.68%		
Risposta E:	5.17%		

-
12. La varietà delle discipline
- A. rende impossibile l'unicità del metodo
 - B. dimostra il progresso del sapere
 - C. va oltre l'ambito dell'esperienza
 - D. va ricondotta al primato della fisica
 - E. riguarda sempre oggetti materiali

Soluzione

La risposta A è giusta. Ogni disciplina, anzi ogni ambiti di ogni disciplina richiede un diverso metodo scientifico. ✓

La risposta B è sbagliata. La varietà delle discipline e il progresso del sapere non sono messi in relazione fra di loro in questo testo.

La risposta C è sbagliata. In ogni disciplina prima o poi è necessaria una verifica sperimentale o un controllo della correttezza logico matematica.

La risposta D è sbagliata. La fisica è stata presa come esempio di una disciplina molto completa e complessa, ma non come la disciplina più importante.

La risposta E è sbagliata. Ci sono discipline che non hanno nulla a che vedere con gli oggetti materiali.

Risultati percentuali relativi al quesito 12

Risposta A:	49.03%	Risposte giuste:	49.03%
Risposta B:	7.20%	Risposte errate:	14.02%
Risposta C:	2.89%	Risposte non date:	36.95%
Risposta D:	3.26%		
Risposta E:	0.66%		

13. Lo sviluppo del formalismo matematico

- A. resta fermo a concetti generali
- B. elimina il ricorso all'esperienza
- C. serve solo per elaborazioni teoriche
- D. è indispensabile per il progresso della fisica
- E. ha portato a teorie astratte

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Lo sviluppo del formalismo matematico richiede sempre nuovi concetti tutt'altro che generali.

La risposta B è sbagliata. Lo sviluppo del formalismo matematico non elimina affatto il ricorso all'esperienza in quelle discipline in cui il formalismo matematico è così importante; basti riferirsi al testo di Dirac, quando dice che "Il più potente metodo di avanzamento da suggerire al presente è impiegare tutte le risorse della matematica nel cercare di perfezionare e generalizzare il formalismo matematico che forma la base esistente della fisica teorica, e dopo ogni successo in questa direzione provare a interpretare i nuovi aspetti matematici nei termini di entità fisiche."

La risposta C è sbagliata. La frase citata di Dirac "Il più potente metodo di avanzamento da suggerire al presente è impiegare tutte le risorse della matematica nel cercare di perfezionare e generalizzare il formalismo matematico che forma la base esistente della fisica teorica, e dopo ogni

successo in questa direzione provare a interpretare i nuovi aspetti matematici nei termini di entità fisiche.” smentisce questa affermazione.

La risposta D è giusta. La frase citata di Dirac “Il più potente metodo di avanzamento da suggerire al presente è impiegare tutte le risorse della matematica nel cercare di perfezionare e generalizzare il formalismo matematico che forma la base esistente della fisica teorica, e dopo ogni successo in questa direzione provare a interpretare i nuovi aspetti matematici nei termini di entità fisiche.” conferma questa affermazione. ✓

La risposta E è sbagliata. Che cosa vuol dire “teorie astratte”? nel testo non se ne parla.

Risultati percentuali relativi al quesito 13

Risposta A:	1.37%	Risposte giuste:	47.97%
Risposta B:	2.08%	Risposte errate:	12.11%
Risposta C:	5.78%	Risposte non date:	39.92%
Risposta D:	47.97%		
Risposta E:	2.88%		

14. La qualifica di scientificità

- A. coincide con dogmatismo
- B. attualmente si identifica con sicurezza
- C. è arbitrariamente estesa a molti campi del sapere
- D. è molto molto apprezzata per ogni disciplina
- E. viene spesso usata in senso ristretto

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Nel metodo scientifico nulla è dogmatico, a tutto deve essere razionale, oggettivo e fondato; questo fra le altre cose implica una continua revisione dei concetti fondamentali di ogni dottrina, con un’analisi critica che esclude ogni dogmatismo.

La risposta B è sbagliata. No, non c’è nessuna sicurezza nella qualifica di scientificità, tant’è che esistono metodi diversi e non sovrapponibili per accertare la scientificità, dal metodo induttivo, all’induzione probabilistica, al falsificazionismo.

La risposta C è sbagliata. La qualifica di scientificità non può essere applicata a molti campi del sapere perché richiede le tre caratteristiche di razionalità, oggettività e fondatezza, come spiegato nel testo.

La risposta D è giusta. Certamente ogni disciplina che voglia considerarsi scientifica apprezza la qualifica di scientificità secondo i criteri esposti nel testo. ✓

La risposta E è sbagliata. La qualifica di scientificità non può essere usata in senso ristretto quando siano presenti i principi generali e non ristretti, di razionalità, oggettività e fondatezza come descritti nel testo.

Risultati percentuali relativi al quesito 14

Risposta A:	1.92%	Risposte giuste:	3.54%
Risposta B:	6.37%	Risposte errate:	38.06%
Risposta C:	23.55%	Risposte non date:	58.40%
Risposta D:	3.54%		
Risposta E:	6.22%		

15. Accertare la scientificità delle teorie è compito

- A. della politica culturale
- B. della stessa teoria
- C. della filosofia e della scienza
- D. della logica
- E. della matematica

Soluzione

La risposta A è sbagliata. Il testo non menziona nessuna politica culturale né direttamente né indirettamente.

La risposta B è sbagliata. Questa affermazione di carattere autoreferenziale esclude ogni qualifica di scientificità.

La risposta C è giusta. Infatti la filosofia e la scienza in generale definiscono i criteri di scientificità delle teorie. ✓

La risposta D è sbagliata. La logica non basta per accertare la scientificità delle teorie.

La risposta E è sbagliata. La matematica da sola non basta ad accertare la scientificità delle teorie.

Risultati percentuali relativi al quesito 15

Risposta A:	0.64%	Risposte giuste:	44.32%
Risposta B:	6.49%	Risposte errate:	20.51%
Risposta C:	44.32%	Risposte non date:	35.17%
Risposta D:	1.86%		
Risposta E:	11.52%		

TESTO IV

I buchi neri

¹ Gli effetti gravitazionali a densità maggiori di quella corrispondente ad una stella di neutroni] diventano così intensi da prevalere su tutto. ² La teoria gravitazionale newtoniana è allora del tutto inadeguata a trattare il problema e dobbiamo rivolgerci alla teoria della relatività generale di Einstein. ³ Nel fare ciò siamo portati ad un modello così strano che in confronto persino una stella di neutroni sembra una banalità. ⁴ Questo nuovo modello presentato originariamente da Oppenheimer e Hartland Snyder ha meritato l'appellativo di "buco nero".

⁵ Un buco nero è una regione dello spazio entro cui è "caduta" una stella (o un insieme di stelle o di altri corpi) e dal quale non può sfuggire né luce, né materia, né segnali di qualsiasi tipo.

⁶ La teoria della relatività generale ha un importante ruolo nella teoria delle stelle di neutroni ancor prima che si raggiungano le condizioni limite del buco nero. ⁷ La teoria è riuscita bene nella descrizione di stelle di dimensioni e densità enormemente diverse e quindi, da questo punto di vista, in pratica non ci dovrebbe essere motivo di dubitare della insignificante estrapolazione necessaria per comprendere anche il caso del buco nero. ⁸ Tale opinione non è però del tutto giusta.

⁹ La parte della fisica teorica su cui si basa la descrizione dettagliata di un buco nero, cioè la teoria della relatività generale, non ha avuto un ruolo insostituibile nell'astronomia osservazionale.

¹⁰ Bisogna prendere seriamente in considerazione la possibilità che la teoria della relatività sia sbagliata. ¹¹ Le prove sperimentali della relatività generale portate a termine con successo non sono ancora molto numerose e, sebbene i dati sperimentali e la teoria non siano in contrasto, questi dati non convergono in modo conclusivo verso la relatività generale.

¹² Bisogna però dire che la teoria della relatività generale è un'ottima teoria; essa è quasi certamente la più soddisfacente teoria gravitazionale di cui possiamo disporre. ¹³ Per di più la teoria scalare-tensoriale di Brans-Dicke-Jordan, che può essere considerata come la più seria rivale della teoria della relatività generale, porta alla stessa idea del buco nero che si ha dalla teoria di Einstein. ¹⁴ Persino secondo la teoria newtoniana può generarsi una situazione simile a quella del buco nero. ¹⁵ Già nel 1798 Pierre Simon de Laplace aveva infatti previsto, proprio in base alla meccanica newtoniana, che un corpo di massa e concentrazione sufficienti sarebbe stato invisibile poiché la velocità di fuga alla sua superficie sarebbe superiore alla velocità della luce. ¹⁶ Perciò un fotone, o una particella di luce, emessa radialmente sulla superficie ricadrebbe su questa stessa e non potrebbe quindi sfuggire e venire osservata a grande distanza. ¹⁷ Dopo aver fatto queste osservazioni, restringerò comunque la discussione a considerazioni comprese tutte entro i limiti della teoria generale della relatività.

¹⁸ Per cominciare esamineremo l'attuale modello standard di buco nero. ¹⁹ Il buco nero è caratterizzato da una superficie sferica il cui raggio è proporzionale alla massa del buco. ²⁰ Questa superficie è detta "orizzonte assoluto dell'evento"; la proprietà che la definisce è che i segnali emessi all'interno non possono sfuggire, mentre da qualsiasi punto esterno ad essa i segnali possono essere emessi e sfuggire. ²¹ Le dimensioni della sfera per ogni massa, cioè il raggio dell'orizzonte assoluto, si può calcolare moltiplicando il doppio della massa per la costante universale di gravitazione e dividendo il risultato per il quadrato della velocità della luce ($2mG/c^2$). ²² Facendo il calcolo per il Sole ne risulta che questo dovrebbe collassare in una sfera del diametro di 6,4 chilometri: l'orizzonte dell'evento assoluto sarebbe appunto la superficie di questa sfera di 6,4 chilometri.

²³ Il corpo al cui collasso era dovuta l'esistenza del buco nero è sprofondato all'interno dell'orizzonte assoluto. ²⁴ Il campo è diventato così potente che la luce stessa viene attratta all'interno indipendentemente dalla direzione in cui è stata emessa. ²⁵ Fuori dall'orizzonte assoluto

la luce, se diretta in modo appropriato verso l'esterno, può sfuggire.²⁶ Quanto più il punto di emissione è vicino all'orizzonte assoluto, tanto più il fronte d'onda del segnale emesso viene spostato all'indietro verso il centro del buco nero.²⁷ Intuitivamente possiamo pensare a questo spostamento come dovuto all'effetto dell'attrazione gravitazionale sul moto della luce: la luce viaggia più facilmente in direzione del centro di gravità del buco nero che non verso l'esterno.²⁸ All'interno dell'orizzonte assoluto dell'evento l'attrazione è diventata così intensa da rendere assolutamente impossibile il moto verso l'esterno.²⁹ Sull'orizzonte stesso la luce può "segnare il tempo" mantenendosi per l'eternità sempre alla stessa distanza dal centro del buco.

NOTA Il testo tratta di un gruppo di oggetti molto discussi dalla ricerca cosmologica – i buchi neri – delineandone alcune caratteristiche. I concetti coinvolti sono quelli di massa, forza gravitazionale, velocità della luce. Il riferimento alla relatività generale si limita al suo status epistemologico. Nel suo complesso il testo si propone di fare il punto sulla ricerca cosmologica in oggetto.

QUESITI RELATIVI AL TESTO IV

16. Collassando nella condizione di buco nero, il Sole
- A. diventerebbe più visibile
 - B. perderebbe una parte della sua massa
 - C. ridurrebbe le sue dimensioni
 - D. perderebbe la sua gravità
 - E. si dilaterrebbe enormemente

Soluzione

La risposta E è evidentemente errata: il *collasso* implica una contrazione non una dilatazione. La risposta B è errata: il *collasso* provoca la contrazione del volume occupato dalla massa, non la sua diminuzione della massa. Si aggiunga che dire genericamente *parte*, senza quantificazione, è comunque inesatto. Altrettanto errata è la risposta D: *collassando*, la gravità non va persa, anzi il campo gravitazionale aumenta di intensità. La risposta A è inesatta o meglio impropria: il testo non fa alcun cenno a variazioni di *luminosità* o *visibilità* in funzione del collasso. Come si deduce anche dallo stesso concetto di *collasso*, **la risposta esatta è la C.** ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 16

Risposta A:	2.19%	Risposte giuste:	61.03%
Risposta B:	5.79%	Risposte errate:	16.28%
Risposta C:	61.03%	Risposte non date:	22.69%
Risposta D:	8.45%		
Risposta E:	6.26%		

17. Da un buco nero la luce
- A. è più brillante sull'orizzonte assoluto
 - B. esce con una velocità inferiore a 300 000 km/s
 - C. viene emessa irregolarmente
 - D. non viene emessa
 - E. viene emessa a intervalli regolari

Soluzione

Come si evince sia dal periodo 15 che dal periodo 20, **la risposta esatta è la D**. Ne deriva l'inesattezza delle risposte C ed E perché entrambe postulano una emissione di luce. Errata risulta pure la risposta B in quanto la teoria postula una *impossibilità di fuga e non un rallentamento della luce*. La risposta A è invece inesatta perché all'interno dell'*orizzonte assoluto* la luce non viene emessa, mentre sull'orizzonte (periodo 20) si postula una invarianza della distanza della luce dal centro e, quindi, una invarianza di luminosità.



Risultati percentuali relativi al quesito 17

Risposta A:	5.16%	Risposte giuste:	76.37%
Risposta B:	2.03%	Risposte errate:	8.61%
Risposta C:	5.32%	Risposte non date:	15.02%
Risposta D:	76.37%		
Risposta E:	2.50%		



18. Il raggio dell'orizzonte assoluto
- A. è proporzionale alla distanza dall'osservatore
 - B. coincide con il limite della galassia di appartenenza
 - C. è proporzionale alla massa
 - D. coincide con il limite dell'universo
 - E. è uguale per tutti i buchi neri

Soluzione

La risposta D è chiaramente assurda: se il *raggio del buco nero* coincidesse con il *limite dell'universo*, tutto sarebbe assorbito in un unico punto. Analoga è la ragione della inesattezza della risposta B perché essa postula una *assoluta contrazione* dell'intera galassia. La risposta A presuppone la varianza del *raggio dell'orizzonte* in funzione di un fattore esterno, come la *distanza di un osservatore*, e questo in contrasto con la sua assolutezza; inoltre nel testo non si implica mai un rapporto tra buco nero e osservazione. La falsità della risposta E si deduce dal periodo 17 che collega il raggio dell'*orizzonte assoluto* (del cui calcolo fornisce la formula) alla massa del *buco nero*.

Quindi **la risposta esatta è la C**.



Risultati percentuali relativi al quesito 18

Risposta A:	0.78%	Risposte giuste:	91.24%
Risposta B:	1.10%	Risposte errate:	5.79%
Risposta C:	91.24%	Risposte non date:	2.97%
Risposta D:	0.47%		
Risposta E:	0.63%		

19. La teoria della relatività generale

- A. ha avuto moltissime conferme sperimentali
- B. non riguarda le stelle di neutroni
- C. era già nota a Newton
- D. non è stata confermata da molte prove sperimentali
- E. non ha nulla a che fare con l'esperienza

Soluzione

La risposta B è chiaramente sbagliata perché contraddittoria con quanto affermato ai periodi 6 e 7. La risposta C è errata per quanto affermato nel periodo 15. La risposta A è sbagliata perché in contrasto con il periodo 11. (Le prove sperimentali della *relatività generale*... non sono ancora molto numerose) e ancora più chiaramente col periodo 10. Ciò rende inesatta la risposta E. Perciò **la risposta esatta è la D.**



Risultati percentuali relativi al quesito 19

Risposta A:	6.57%	Risposte giuste:	82.16%
Risposta B:	1.25%	Risposte errate:	5.16%
Risposta C:	2.97%	Risposte non date:	12.68%
Risposta D:	82.16%		
Risposta E:	1.88%		

20. L'esistenza di un buco nero

- A. è affermata in base alla teoria della relatività generale
- B. è osservabile da un satellite artificiale
- C. era già nota dall'antichità
- D. è osservabile con un normale telescopio
- E. costituisce una ipotesi fantasiosa

Soluzione

La risposta C è errata: il riferimento storico più lontano si ferma a Laplace (periodo 15). Le risposte B e D sono errate perché non tengono conto della impossibilità per la luce di sfuggire dal buco nero, il che lo rende inosservabile direttamente. La risposta E è chiaramente fuori quadro (anche se la fantasia ha un certo spazio nella ricerca). Quindi **la risposta esatta è la A.**



Risultati percentuali relativi al quesito 20

Risposta A:	74.96%	Risposte giuste:	74.96%
Risposta B:	1.72%	Risposte errate:	12.83%
Risposta C:	8.14%	Risposte non date:	12.21%
Risposta D:	1.25%		
Risposta E:	1.10%		



TESTO V

Nazioni e stati

¹ La situazione venutasi a creare fra le due guerre ci fornisce pertanto l'opportunità piuttosto eccezionale di valutare limiti e potenziale del nazionalismo degli Stati-nazione. ² Tuttavia, prima di prenderli in esame, consideriamo brevemente il reale assetto del sistema Stati-nazione in cui fu fatta rientrare l'Europa dal trattato di Versailles e da quelli ad esso correlati; aggiungendovi, per pertinenza e convenienza, anche il trattato anglo-irlandese del 1921. ³ E basta un rapido sguardo a questa realtà per rendersi immediatamente conto dell'impraticabilità del principio wilsoniano di far coincidere frontiere statali e frontiere di nazionalità e lingua. ⁴ Infatti, i trattati di pace posteriori al 1918 applicarono effettivamente questo principio, almeno nella misura del possibile, salvo nel caso di alcune decisioni di tipo politico-strategico relative alle frontiere della Germania, più alcune concessioni piuttosto riluttanti all'espansionismo dell'Italia e della Polonia. ⁵ In ogni caso, né in Europa né in qualsiasi altro luogo, è mai stato fatto, né prima né dopo, un analogo sistematico tentativo di ridisegnare la cartina politica sulla scorta dei tracciati nazionali.

⁶ Solo che, molto semplicemente, la cosa non funzionò. ⁷ Perché inevitabilmente, stante la distribuzione dei popoli, la maggior parte dei nuovi Stati edificati sulle rovine dei vecchi imperi risultarono altrettanto "multinazionali" delle vecchie "prigioni delle nazioni" che avevano sostituito.

⁸ Rientrano in questa categoria Cecoslovacchia, Polonia, Romania, e Jugoslavia. ⁹ Mentre le minoranze tedesche, slovene e croate dell'Italia vennero per così dire a prendere il posto delle minoranze italiane nell'Impero asburgico. ¹⁰ Così il cambiamento più rilevante consistette nel fatto che gli Stati erano adesso mediamente più piccoli e che i "popoli oppressi" al loro interno, adesso li si chiamava "minoranze oppresse". ¹¹ La conseguenza del tentativo di creare un continente armoniosamente suddiviso in un sistema coerente di Stati territoriali, ciascuno abitato da popolazioni omogenee e con caratteristiche proprie sul piano etnico e linguistico, fu l'espulsione in massa e lo sterminio delle minoranze. ¹² Questa, in sostanza, fu la crudele *reductio ad absurdum* del nazionalismo nella sua versione territorialistica, sebbene non se ne sia avuta completa dimostrazione sino agli anni 1940.

¹³ Tuttavia, ai confini meridionali d'Europa, l'espulsione in massa e il genocidio cominciarono già durante e subito dopo la prima Guerra Mondiale: non appena i Turchi inaugurarono la politica di estirpazione in massa degli Armeni nel 1915 e, in seguito alla guerra greco-turca del 1922, espulsero tra il milione e trecentomila e il milione e mezzo di Greci dalle terre che abitavano dall'epoca di Omero. ¹⁴ Successivamente, Adolf Hitler, applicando sino alle estreme conseguenze i principi del nazionalismo wilsoniano, pianificò il trasferimento in Germania dei Tedeschi che non vivevano all'interno dei confini della madrepatria, come per esempio quelli del Sudtirolo italiano, e, com'è noto, avviò alla soluzione finale l'eliminazione degli Ebrei. ¹⁵ Dopo la seconda Guerra Mondiale, verificatasi in pratica la scomparsa degli Ebrei da quella vasta fascia di territorio europeo compresa fra la Francia e l'interno dell'Unione Sovietica, venne il turno dei Tedeschi ad essere espulsi in massa, in particolare dalla Polonia e dalla Cecoslovacchia. ¹⁶ Così, la nazione territorialmente omogenea risultò un programma la cui realizzazione poteva essere opera esclusivamente di barbari o, se non altro, avvenire solo con gli strumenti della barbarie.

NOTA Il testo ruota sui concetti di Stato e Nazione (intesa come una comunità omogenea per etnia, cultura e linguaggio) e sul loro rapporto, nonché sui sub-concetti di Stato nazionale (o uninazionale) e Stato multinazionale. Il riferimento storico è all'intervento del Presidente W. Wilson alla Conferenza di Versailles. Il significato generale del testo è il

seguente: il tentativo wilsoniano di far coincidere Stati e Nazioni non solo non riuscì, ma ebbe conseguenze opposte.

QUESITI RELATIVI AL TESTO V

21. Gli stati nazionali usciti dalla conferenza di Versailles
- A. rispecchiavano gli interessi delle nazioni vinte
 - B. erano del tutto indifferenti ai valori nazionali
 - C. erano in realtà plurinazionali
 - D. garantivano gli interessi di ogni gruppo nazionale
 - E. realizzavano perfettamente il principio wilsoniano

Soluzione

La risposta E è errata perché contraddittoria a quanto asserito nel periodo 5 e al periodo 6. Di conseguenza è sbagliata la risposta D: al periodo 10 si parla di minoranze oppresse. La risposta A è incongrua: gli interessi rispettati erano quelli dei vincitori, non quelli dei vinti. La risposta B è errata perché nella sua genericità non tiene conto che negli Stati plurinazionali il nazionalismo dell'etnia dominante era più che rispettato.

Quindi **la risposta esatta è la C.**



Risultati percentuali relativi al quesito 21

Risposta A:	6.26%	Risposte giuste:	59.62%
Risposta B:	6.73%	Risposte errate:	15.96%
Risposta C:	59.62%	Risposte non date:	24.41%
Risposta D:	3.29%		
Risposta E:	8.14%		

-
22. Il principio wilsoniano postulava

- A. organizzazioni federali come negli USA
- B. organismi rappresentativi delle singole nazionalità
- C. stati multinazionali
- D. coincidenza fra frontiere statali e nazionalità
- E. confini statali indipendenti dalla nazionalità

Soluzione

La risposta E è errata perché contraddittoria a quanto detto nel periodo 3 (il principio wilsoniano di far coincidere frontiere statali e frontiere di nazionalità e lingue). Di conseguenza risulta errata anche la risposta C. La risposta A è inesatta perché l'ordinamento federale è neutro rispetto al carattere uni/multinazionale dello Stato, quindi non conseguiva dal principio politico di Wilson. La risposta B è troppo generica in quanto non specifica il tipo di organismo: è ovvio infatti

che organismi rappresentativi delle singole nazionalità potrebbero sussistere anche in uno Stato multinazionale.

Pertanto **la risposta esatta è la D.**



Risultati percentuali relativi al quesito 22

Risposta A:	0.94%	Risposte giuste:	91.71%
Risposta B:	1.88%	Risposte errate:	2.66%
Risposta C:	0.78%	Risposte non date:	5.63%
Risposta D:	91.71%		
Risposta E:	2.03%		

23. Nel caso della Germania i trattati di pace

- A. univano alla Germania considerevoli minoranze
- B. riunivano nella Germania tutte le popolazioni tedesche
- C. stabilivano una riunione perpetua tra Germania e Austria
- D. rispettavano perfettamente il principio nazionale
- E. infrangevano il principio nazionale per ragioni politico-militari

Soluzione

La risposta B è errata perché contrasta con quanto detto nel periodo 4, nel periodo 9 righe 15-16 (minoranza tedesca in Italia) e nel periodo 14. Questo implica l'inosservanza nel caso della Germania del principio di nazionalità e, quindi, l'inesattezza della risposta D. Ne consegue anche l'inesattezza della risposta C. Se lo Stato tedesco non riuniva tutti i tedeschi, tanto meno si vedeva assegnare nuove minoranze. Ciò non implica che non ne contenesse storicamente alcune (ad esempio gli Ebrei).

La risposta esatta è la E, che non solo attesta l'inosservanza del principio nazionalistico, ma ne chiarisce anche le cause (già adombrate al periodo 4 *salvo nel caso di alcune decisioni di tipo politico-strategico*).



Risultati percentuali relativi al quesito 23

Risposta A:	10.02%	Risposte giuste:	62.13%
Risposta B:	10.33%	Risposte errate:	14.08%
Risposta C:	0.47%	Risposte non date:	23.79%
Risposta D:	2.97%		
Risposta E:	62.13%		

24. L'eliminazione degli Ebrei
- A. nacque da una interpretazione razzista della nazionalità
 - B. non si estese oltre la Germania
 - C. non ebbe legami con il totalitarismo
 - D. non fu dovuta a questioni politiche
 - E. è una conseguenza automatica del principio nazionale

Soluzione

Non avendo alla propria base il corretto intendimento di teorie nazionaliste, ne deriva che l'antisemitismo nasceva anche da ragioni politiche, contrariamente a quanto asserito dalla risposta D, che risulta quindi errata. La menzione di Hitler attesta il legame totalitarismo-antisemitismo e, quindi, l'erroneità della risposta C. La risposta B è storicamente inesatta e si scontra con quanto sostenuto nel penultimo periodo. Il principio nazionalistico non comportava la cosiddetta *soluzione finale*, che deriva da un'aberrante interpretazione razzistica di tale principio.

Di conseguenza, la risposta E è errata e **la risposta esatta è la A.**



Risultati percentuali relativi al quesito 24

Risposta A:	71.83%	Risposte giuste:	71.83%
Risposta B:	0.47%	Risposte errate:	4.69%
Risposta C:	0.31%	Risposte non date:	23.47%
Risposta D:	0.78%		
Risposta E:	21.91%		



25. Negli stati nazionali
- A. le minoranze erano tutelate e protette
 - B. la lingua delle minoranze era tutelata
 - C. nessun individuo era discriminato
 - D. le minoranze erano oppresse
 - E. ogni gruppo nazionale aveva pari diritti

Soluzione

Le risposte A e E, che sono incompatibili con la D e con la tesi fondamentale del testo, sono errate. La risposta B è errata perché la mancata tutela di una minoranza implica la mancata tutela dei suoi caratteri distintivi, in primis del linguaggio. Infine la risposta C è errata perché l'oppressione di una minoranza implica necessariamente la discriminazione di un gruppo più o meno consistente di individui.

La risposta esatta è la D: si vedano i periodi 10 e 11.



Risultati percentuali relativi al quesito 25

Risposta A:	1.10%	Risposte giuste:	86.85%
Risposta B:	0.63%	Risposte errate:	8.45%
Risposta C:	1.10%	Risposte non date:	4.69%
Risposta D:	86.85%		
Risposta E:	1.88%		



TESTO VI

Induzione e falsificazione

¹ Il criterio di demarcazione inerente alla logica induttiva — cioè il dogma positivistico del significato — è equivalente alla richiesta che tutte le asserzioni della scienza empirica (ovvero tutte le asserzioni “significanti”) debbano essere passibili di una decisione conclusiva riguardo alla loro verità e falsità; diremo che devono essere *decidibili in modo conclusivo*. ² Ciò significa che la loro forma deve essere tale che *sia il verificarle sia il falsificarle* debbano essere logicamente possibili. ³ Così Schlick dice: “... un’asserzione autentica deve essere passibile di *verificazione conclusiva*”; e Waismann afferma ancor più chiaramente: “Se non è in alcun modo possibile *determinare se un’asserzione è vera*, allora l’asserzione non ha alcun significato”. ⁴ Infatti il significato di un’asserzione è il metodo della sua verificaione”.

⁵ Ora, secondo me, non esiste nulla di simile all’induzione. ⁶ È pertanto logicamente inammissibile l’inferenza da asserzioni singolari “verificate dall’esperienza” (qualunque cosa ciò possa significare) a teorie. ⁷ Dunque le teorie non sono *mai* verificabili empiricamente. ⁸ Se vogliamo evitare l’errore positivistico, consistente nell’eliminare per mezzo del nostro criterio di demarcazione i sistemi di teorie delle scienze della natura, dobbiamo scegliere un criterio che ci consenta di ammettere, nel dominio della scienza empirica, anche asserzioni che non possono essere verificate.

⁹ Ma io ammetterò certamente come empirico, o scientifico, soltanto un sistema che possa essere *controllato* dall’esperienza. ¹⁰ Queste considerazioni suggeriscono che, come criterio di demarcazione, non si deve prendere la *verificabilità*, ma la *falsificabilità* di un sistema. ¹¹ In altre parole: da un sistema scientifico non esigerò che sia capace di essere scelto, in senso positivo, una volta per tutte; ma esigerò che la sua forma logica sia tale che possa essere messo in evidenza, per mezzo di controlli empirici, in senso negativo; *un sistema empirico deve poter essere confutato dall’esperienza*. (¹² Così l’asserzione “Domani piovà o non piovà” non sarà considerata un’asserzione empirica, semplicemente perché non può essere confutata, mentre l’asserzione “Qui domani piovà” sarà considerata empirica).

¹³ Contro il criterio di demarcazione che ho proposto qui si possono sollevare diverse obiezioni.

¹⁴ In primo luogo può sembrare piuttosto sciocco il suggerire che la scienza, la quale dovrebbe darci informazioni positive, si debba caratterizzare dicendo che soddisfa un criterio negativo, come la confutabilità.

¹⁵ Ancora: si potrebbe tentare di rivolgere contro me stesso le critiche che ho rivolto al criterio di demarcazione induttivistico: potrebbe infatti sembrare che contro la falsificabilità come criterio di demarcazione sia possibile sollevare critiche simili a quelle che io, per parte mia, ho sollevato contro la verificabilità.

¹⁶ Questo attacco non può darmi noia. ¹⁷ La mia proposta si basa su una *asimmetria* tra verificabilità e falsificabilità, asimmetria che risulta dalla forma logica delle asserzioni universali.

¹⁸ Queste infatti non possono mai essere derivate da asserzioni singolari. ¹⁹ Di conseguenza è possibile, per mezzo di inferenze puramente deduttive (con l’aiuto del *modus tollens* della logica classica), concludere dalla verità di asserzioni singolari alla falsità di asserzioni universali. ²⁰ Un tale ragionamento, che conclude alla falsità di asserzioni universali, è il solo tipo di inferenza strettamente deduttiva che proceda, per così dire, nella “direzione induttiva”; cioè da asserzioni singolari ad asserzioni universali.

NOTA Il concetto centrale nel testo di Popper è quello di *criterio di demarcazione*. Ne vengono distinti due tipi: un criterio di demarcazione empirico, fondato sull’induzione, e

un criterio di demarcazione logico, fondato sulla falsificabilità. L'intento complessivo del testo è la critica alla pretesa di ridurre al procedimento induttivo sia la formulazione sia la validazione di teorie scientifiche. Il riferimento storico (implicito) è al Neopositivismo (anni 20 del Novecento e al dibattito epistemologico conseguente).

QUESITI RELATIVI AL TESTO VI

26. Il vero criterio di demarcazione
- A. è la verificabilità empirica
 - B. ha una base esclusivamente universale
 - C. deriva da constatazioni particolari
 - D. deriva da esperimenti ripetuti
 - E. è la falsificabilità

Soluzione

Essendo un principio metodologico, il *criterio di demarcazione* nasce da considerazioni logiche e da riflessioni epistemologiche, quindi non deriva da una serie di esperienze (erroneità della risposta D), né da constatazioni particolari (erroneità della risposta C). Il *criterio di demarcazione* ha un valore universale, mentre alla sua base possono stare considerazioni particolari e nella sua applicazione rientra sempre (si veda perciò il periodo 17) la verità di asserzioni particolari. La risposta B risulta quindi inesatta. Si può parlare di *verificabilità empirica* a proposito di dati o asserti o *protocolli*, non relativamente a un criterio che utilizza una pura inferenza logica e considera l'asserto particolare non per sé o per la sua verifica ma per il suo rapporto di conferma o disconferma di un asserto teorico universale. Quindi la verifica empirica di per sé non realizza il vero criterio di demarcazione. La risposta A è pertanto errata.

La risposta esatta è la E, come si evince chiaramente dal periodo 10.



Risultati percentuali relativi al quesito 26

Risposta A:	25.35%	Risposte giuste:	51.49%
Risposta B:	2.35%	Risposte errate:	14.87%
Risposta C:	1.41%	Risposte non date:	33.65%
Risposta D:	4.54%		
Risposta E:	51.49%		



27. Il criterio di demarcazione serve per distinguere
- A. la scienza e la metafisica
 - B. il particolare dall'universale
 - C. verità e falsità
 - D. le teorie scientifiche da quelle non scientifiche
 - E. gli empiristi dai razionalisti

Soluzione

La risposta A è errata perché nel testo non si parla di metafisica, termine che andrebbe comunque precisato. La risposta E è ugualmente inesatta: le diversità tra empirismo e razionalismo vanno ben oltre il criterio di demarcazione, inoltre i due termini indicano scuole di pensiero molto complesse e non possono essere fatti semplicemente coincidere con le posizioni discusse nel testo. La risposta C è impropria perché è nello stesso tempo troppo generica (di quale verità e falsità si tratta?) e troppo assolutista, ponendo tra verità e falsità un'assoluta opposizione, senza possibilità intermedie. La risposta B è errata in quanto il criterio di demarcazione può applicarsi sia ad asserti particolari sia ad asserti universali e, quindi, non può esserne il fattore discriminante.

Quindi **la risposta esatta è la D**, come anche implicito nel periodo 14.



Risultati percentuali relativi al quesito 27

Risposta A:	1.25%	Risposte giuste:	22.07%
Risposta B:	3.29%	Risposte errate:	22.07%
Risposta C:	48.67%	Risposte non date:	55.87%
Risposta D:	22.07%		
Risposta E:	2.66%		



28. L'errore dell'induzione sta

- A. nella pretesa di passare da asserti particolari a teorie universali
- B. in una eccessiva fiducia nella logica
- C. nel trascurare la verifica
- D. nell'accettare verità astratte
- E. nella negazione dell'esperienza

Soluzione

L'errore non sta nella negazione dell'esperienza (risposta E, errata) e neppure, al contrario, nel riconoscere come validi solo gli asserti astratti (risposta D errata), il cui rifiuto è implicito in un induttivismo radicale. Tale impostazione epistemologica, pur non rifiutando interamente la logica, ne subordina il valore al dato empirico. Questo rende erronea la risposta B. Gli induttivisti non trascurano la verifica anzi dicono che il significato di un termine sta nella sua verifica (periodo 2). Non possiamo quindi imputare agli induttivisti come errore la non importanza della verifica. La risposta C è pertanto inesatta.

La risposta esatta è la A: il testo afferma al periodo 6 che *è logicamente inammissibile l'inferenza da asserzioni particolari... a teorie*, e al periodo 18 che *asserzioni universali non possono mai essere derivati da asserzioni singolari*.



Risultati percentuali relativi al quesito 28

Risposta A:	35.21%	Risposte giuste:	35.21%
Risposta B:	4.07%	Risposte errate:	37.87%
Risposta C:	6.57%	Risposte non date:	26.92%
Risposta D:	6.26%		
Risposta E:	10.02%		

29. Da asserzioni particolari

- A. si può per inferenza deduttiva stabilire la falsità di asserti universali
- B. non si possono conoscere nuovi fenomeni
- C. si può per inferenza induttiva convalidare una teoria
- D. si può costruire una nuova teoria
- E. non si possono ottenere informazioni

Soluzione

Premesso che per una questione di logica elementare bisogna fare particolare attenzione alle risposte che cominciano con *Non*, è ovvio che le risposte E e B sono errate. Infatti qualsiasi asserto particolare, che non sia assurdo, può convogliare una informazione e può portare alla conoscenza di nuovi fenomeni, il che tuttavia non lo giustifica come base di asserti universali né come criterio di demarcazione. L'impossibilità di un esame esaustivo di tutti i casi particolari rende scorretto il passaggio ad affermazioni universali (periodo 3). Una verifica empirica della validità di una teoria non è ammissibile, il che rende erranea la risposta C. Tanto meno, quindi, asserzioni particolari possono da sole costruire una nuova teoria (erroneità della risposta D). A parte la loro funzione, che qui non viene tematizzata, come base di ipotesi, gli asserti particolari, fondati sull'esperienza, assumono la funzione nel rapporto con una teoria, di conferma o disconferma (periodo 19) di questa e dei suoi asserti universali.

Quindi **la risposta esatta è la A**. La possibilità di tale rapporto, ossia la falsificabilità, si conferma come il vero criterio di demarcazione. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 29

Risposta A:	41.94%	Risposte giuste:	41.94%
Risposta B:	2.35%	Risposte errate:	44.76%
Risposta C:	5.95%	Risposte non date:	13.30%
Risposta D:	2.50%		
Risposta E:	2.50%		

30. L'affermazione "domani piovà o non piovà" è infalsificabile perché
- A. non ha basi attendibili
 - B. è sicuramente falsa
 - C. la meteorologia non è una scienza esatta
 - D. la scienza non prevede fatti singoli
 - E. è vera in ogni caso

Soluzione

Posto che la falsificabilità consiste (periodo 12) nella possibilità, per mezzo di inferenze puramente deduttive, di concludere alla falsità di asserti universali, a rendere infalsificabile l'affermazione in oggetto non è la presunta mancanza di basi, quindi la risposta A è errata. La verità o meno dell'affermazione è indipendente dallo status epistemologico della meteorologia, contro quanto asserito dalla risposta C, che è quindi falsa. La risposta D è inesatta: almeno in molti casi la scienza può prevedere fatti singoli (per esempio domani piovà) ma comunque questo non rende infalsificabile il nostro asserto. Fra le risposte B ed E, essendo mutuamente esclusive perché contrarie l'una dell'altra, solo una può essere corretta.

L'asserto in esame afferma entrambe le corna di una endiadi esaustiva (due concetti coordinati, mutuamente esclusivi, che esauriscono tutti i casi possibili); ciò la rende infalsificabile e quindi **la risposta esatta è la E.**



Risultati percentuali relativi al quesito 30

Risposta A:	25.98%	Risposte giuste:	53.21%
Risposta B:	0.94%	Risposte errate:	14.71%
Risposta C:	3.44%	Risposte non date:	32.08%
Risposta D:	1.72%		
Risposta E:	53.21%		

TESTO VII

Il clima di Marte

¹ I risultati più recenti sottolineano l'importanza dello zolfo, che presumibilmente si è accumulato nell'ambiente marziano a causa della precoce e intensa storia vulcanica del pianeta. Lo zolfo e i minerali che lo contengono sono solubili in acqua, e le soluzioni che ne risultano possono avere un'elevata acidità. L'acqua acida distrugge diversi tipi di minerali, in particolare i carbonati, e inibisce la formazione di altri minerali, come le argille. Perciò gli elevati livelli di zolfo su Marte potrebbero spiegare perché non sono stati ancora identificati carbonati in superficie e perché le argille sembrano essere preservate solo nei terreni più antichi. Lo strumento OMEGA ha individuato depositi di zolfo in altre regioni oltre a Meridiani Planum, ma in generale queste aree appaiono più recenti di quelle che contengono argille. Finora solfati e argille non sono stati trovati assieme.

² Il paradigma emergente è che Marte in passato fu per lungo tempo ricco di acqua: pozze, stagni, laghi o mari sono esistiti per periodi prolungati, esposti ad una atmosfera che doveva essere più densa e calda dell'attuale. Durante il primo miliardo di anni della sua storia il Pianeta Rosso fu relativamente simile alla Terra, e probabilmente adatto alla formazione e all'evoluzione di forme di vita come quelle che conosciamo.

³ L'ambiente marziano cominciò ad alterarsi quando l'accumulo di zolfo aumentò l'acidità dell'acqua e l'attività geologica cessò. Le argille cedettero il posto ai solfati via via che le piogge acide alteravano le rocce vulcaniche e decomponevano i carbonati formati in precedenza. Col tempo l'atmosfera si fece più rarefatta: forse sfuggì in parte nello spazio quando il campo magnetico venne meno, oppure fu espulsa in seguito ad impatti catastrofici o sequestrata in qualche modo nella crosta. Marte finì per diventare il pianeta freddo e arido che conosciamo. Questa sequenza di eventi può spiegare perché le rocce vulcaniche eruttate in superficie negli ultimi miliardi di anni siano ancora ben conservate ed esenti da alterazione. Sono i livelli sottostanti, esposti casualmente dagli impatti o dall'erosione, a custodire il passato di Marte.

⁴ Questa nuova immagine del Pianeta Rosso, tuttavia, non è condivisa da tutti. Ci sono domande fondamentali ancora senza risposta: per quanto tempo l'acqua fluì nel delta di Eberswalde? Per decenni o per millenni? Dove sono finiti i sedimenti che, a quanto sembra, furono asportati dall'erosione del Meridiani Planum e in siti come il cratere Gale? Furono erosi dall'acqua, o dal vento, o da qualche altro fenomeno? Qual è l'abbondanza globale di minerali argillosi su Marte? e le argille furono mai un componente maggioritario della crosta? Una questione particolarmente spinosa è dove siano i carbonati che avrebbero dovuto formarsi nell'antico ambiente caldo, umido e ricco di anidride carbonica, ma non sono mai stati osservati in alcun luogo di Marte. L'acqua acida potrebbe averne decomposto una buona parte, ma è difficile che ne abbia fatto sparire la totalità.

⁵ Forse la domanda più importante è se su Marte ebbero mai origine organismi viventi e, in caso positivo, se siano riusciti a evolversi in mezzo a cambiamenti ambientali drastici come quelli che hanno prodotto il clima attuale. La risposta dipende in gran parte da quanto a lungo si mantennero condizioni di tipo terrestre. Nessuno dei dati che abbiamo è in grado di darci riferimenti cronologici per il periodo di clima caldo e umido: non conosciamo a sufficienza l'età delle superfici di Marte. E potrebbe rivelarsi impossibile usare la densità dei crateri d'impatto per stabilire età assolute, o anche relative, su una superficie che ha conosciuto tanti episodi di seppellimento ed erosione a grande scala.

⁶ Un metodo migliore sarebbe riportare sulla Terra campioni di rocce marziane da sottoporre ad un'accurata datazione radioisotopica, dotando le future missioni sul pianeta di una adeguata

strumentazione in miniatura. Nel frattempo i satelliti continueranno a cercare depositi di minerali interessanti e a identificare i migliori siti di atterraggio per i futuri robot, che un giorno potranno forse stabilire in maniera inconfutabile per quanto tempo l'acqua fu presente sulla superficie di Marte. L'ultimo decennio di scoperte marziane potrebbe essere solo una anticipazione di un secolo ancora più entusiasmante di esplorazioni.

QUESITI RELATIVI AL TESTO VII

31. Gli strati profondi della crosta marziana
- A. sono i più facili da osservare
 - B. rivelano maggiori tracce del passato
 - C. sono più recenti
 - D. sono costituiti solo da rocce compatte
 - E. non hanno subito alterazioni

Soluzione

La risposta esatta è la B. Infatti il testo spiega appunto che le grandi metamorfosi dovute alle piogge acide hanno contaminato e alterato la superficie del suolo marziano, mentre nel sottosuolo possono essere conservati minerali che in superficie non ci sono più. È evidente che la risposta A è errata proprio perché se le tracce del passato sono nel sottosuolo, l'osservazione da satelliti artificiali in orbita è impossibile, e la loro esplorazione da parte di piccoli robot semoventi implica la perforazione della superficie. La risposta C è errata perché i suoli più recenti sono quelli superficiali che hanno subito l'attacco delle piogge acide. La risposta D è errata perché il testo non parla della compattezza delle rocce né superficiali né sotterranee. Anche la risposta E è errata perché nel testo si afferma che gli strati inferiori possono casualmente essere stati sottoposti a impatti o a erosione, ma certamente non sono rimasti inalterati. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 31

Risposta A:	0.88%	Risposte giuste:	72.83%
Risposta B:	72.83%	Risposte errate:	12.41%
Risposta C:	1.88%	Risposte non date:	14.76%
Risposta D:	1.23%		
Risposta E:	8.42%		

-
32. La forte presenza di zolfo su Marte

- A. ha provocato piogge acide
- B. è causata dalla sua scarsa interazione con altri elementi
- C. abbassa l'acidità dell'acqua
- D. ha favorito la formazione di argille
- E. non dipende dall'attività vulcanica

Soluzione

La risposta esatta è la A come si evince dal capoverso 3: “L’ambiente marziano cominciò ad alterarsi quando l’accumulo di zolfo aumentò l’acidità dell’acqua e l’attività geologica cessò. Le argille cedettero il posto ai solfati via via che le piogge acide alteravano le rocce vulcaniche e decomponivano i carbonati formati in precedenza.” La risposta B è errata proprio perché nel capoverso 1 si sottolinea l’importanza della solubilità dei minerali che lo contengono sia per la loro solubilità sia per la loro aggressività nei confronti dei carbonati e delle argille. La risposta C è errata proprio perché invece aumenta l’acidità dell’acqua. La risposta D è errata proprio perché le piogge acide causate dallo zolfo hanno aggredito proprio i carbonati e le argille. Il primo periodo del capoverso 1 spiega invece la connessione fra l’attività vulcanica e l’abbondanza di zolfo, per cui anche la risposta E è errata. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 32

Risposta A:	76.55%	Risposte giuste:	76.55%
Risposta B:	4.72%	Risposte errate:	16.96%
Risposta C:	1.30%	Risposte non date:	6.49%
Risposta D:	9.57%		
Risposta E:	1.37%		

33. L’età relativa di diverse parti della crosta marziana

- A. è indipendente dall’età assoluta
- B. era già nota ai tempi di Schiapparelli
- C. è difficile da stabilire
- D. è impossibile con datazione radioisotopica
- E. è facile da determinare mediante confronto con la Terra

Soluzione

La risposta esatta è la C come si evince dal capoverso 5, ultimo periodo. La risposta A è errata proprio perché è una contraddizione nei termini. La risposta B è errata perché nel testo non si parla di Schiapparelli, anche se è noto a tutto che Schiapparelli è famoso per i suoi studi su Marte. Certo finché non sarà possibile portare a Terra campioni sufficienti di parti della crosta terrestre di Marte, è impossibile eseguire analisi radioisotopiche, per cui la risposta D è errata. Anche la risposta E è errata a causa della diversa storia evolutiva dei due pianeti Terra e Marte. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 33

Risposta A:	4.02%	Risposte giuste:	72.83%
Risposta B:	0.67%	Risposte errate:	12.41%
Risposta C:	70.45%	Risposte non date:	14.76%
Risposta D:	2.44%		
Risposta E:	5.07%		

-
34. La presenza dei carbonati
- A. non è alterabile da piogge acide
 - B. richiede condizioni di clima arido
 - C. non è osservabile dalla superficie
 - D. non è correlata con la presenza di acqua
 - E. è molto diffusa

Soluzione

La risposta esatta è la C, come si dice chiaramente il terzo periodo del capoverso 1. La risposta A è errata proprio perché l'intero brano è dedicato a spiegare che le piogge acide hanno decomposto i carbonati e le argille. Le piogge acide non possono esistere con un clima arido, quindi la risposta B è errata. Per lo stesso motivo, la pioggia acida che ha corrosi i carbonati, la risposta D è errata. Infine la risposta E è errata perché finora non si sono potuti osservare i carbonati nella crosta marziana. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 34

Risposta A:	1.62%	Risposte giuste:	66.60%
Risposta B:	10.61%	Risposte errate:	20.61%
Risposta C:	66.60%	Risposte non date:	12.79%
Risposta D:	6.20%		
Risposta E:	2.18%		

-
35. La somiglianza dell'ambiente marziano a quello terrestre
- A. ha avuto scarsa durata
 - B. non è mai esistita
 - C. è stata costante
 - D. ha riguardato solo la temperatura
 - E. durò circa un miliardo di anni

Soluzione

La risposta esatta è la E visto che il testo lo afferma esplicitamente nel capoverso 2. E se è vero che la somiglianza dei due ambienti durò circa un miliardo di anni, questo periodo di tempo non può certo considerarsi breve, per cui la risposta A è errata. Per lo stesso motivo è errata la risposta B. Al contrario la risposta C è errata perché la variazione c'è stata e anche piuttosto vistosa. La temperatura viene citata solo per dire che in quel miliardo di anni la temperatura doveva essere più alta che quella del periodo attuale, sempre su Marte; non c'è nessun riferimento alla temperatura della Terra.; quindi la risposta D è errata. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 35

Risposta A:	10.21%	Risposte giuste:	75.21%
Risposta B:	1.37%	Risposte errate:	16.87%
Risposta C:	1.14%	Risposte non date:	7.92%
Risposta D:	4.15%		
Risposta E:	75.21%		



TESTO VIII

La teoria inflazionaria

¹ Al momento l'universo è in espansione, fenomeno che conosciamo soprattutto grazie alle osservazioni del *redshift* – lo spostamento verso il rosso delle galassie lontane – effettuate da Edwin Hubble verso la fine degli anni venti del secolo scorso.

² Questa espansione trova una sua spiegazione nella relatività generale, ed è regolata sia dalla quantità sia dal tipo di materia presente nel cosmo. Tuttavia, se consideriamo la materia «ordinaria» – come elettroni, protoni e fotoni – l'espansione non è mai accelerata, ma diminuisce nel tempo. Un'espansione accelerata è quindi difficile da ottenere, ma Guth dimostrò che le leggi stesse della fisica sono in grado di fornire un meccanismo capace di produrre l'espansione dell'universo. Questo meccanismo si basa sull'esistenza di uno stato della materia caratterizzato da una enorme energia che non può essere rapidamente dissipata.

³ Se la materia si trova in condizioni simili, si dice che si trova in uno stato di «falso vuoto». L'attributo «vuoto» si riferisce al fatto che il sistema si trova nello stato di minima energia e si dice «falso» perché questo stato è solo temporaneo e non durerà in eterno. Per fare un esempio, immaginate di trovarvi in cima a una montagna e di godervi il panorama della vallata sottostante. In questo stato la vostra energia non è quella minima, dato che avete una energia potenziale dovuta alla gravità e proporzionale all'altezza della montagna su cui siete. Vi trovate in una posizione di falso vuoto. Il vostro stato di minima energia, o il vostro «vero vuoto», lo raggiungerete quando scenderete a valle e la vostra energia potenziale diventerà nulla.

⁴ La proprietà peculiare del falso vuoto è che la sua pressione è grande, ma può essere negativa. Da un punto di vista meccanico, equivale a essere soggetti ad un enorme risucchio, più o meno la stessa esperienza che devono provare i vostri calzini quando inavvertitamente li aspirate con l'aspirapolvere facendo le pulizie di casa.

⁵ Secondo la relatività generale, in alcune situazioni l'effetto gravitazionale della pressione negativa è molto rilevante. Infatti la pressione, come l'energia, genera un campo gravitazionale. In particolare, una pressione positiva genera un campo gravitazionale che attrae, mentre la pressione negativa del falso vuoto crea una forza gravitazionale repulsiva: è proprio questa repulsione ad accelerare l'espansione. Quindi, per un periodo di circa un milionesimo di milionesimo di milionesimo di secondo, che dal punto di vista dell'universo appena nato è molto lungo ma che per gli standard umani è infinitesimale, il falso vuoto ha agito in modo da far espandere l'universo in modo accelerato fino a dimensioni gigantesche. In un batter d'occhio cosmico, l'universo ha raggiunto dimensioni di 30 ordini di grandezza (1 seguito da 30 zeri) superiori a quelle che aveva un attimo prima. È come se il nucleo di un atomo si fosse dilatato fino a raggiungere le dimensioni di una galassia. L'inflazione termina quando l'energia del falso vuoto è dissipata e liberata sotto forma, per esempio, di radiazione. L'universo passa allora a uno stato di pressione positiva, e il campo gravitazionale torna ad essere attrattivo.

⁶ I vantaggi introdotti dalla teoria inflazionaria, tuttavia, non si limitano alla sola rimozione dei paradossi della teoria del big bang. Dato che l'inflazione ha avuto luogo durante i primi istanti di vita dell'universo, le leggi della fisica che ne governano la dinamica riguardano l'infinitamente piccolo e quindi i fenomeni quantistici. Gli effetti quantistici sono rilevanti su piccolissime scale di lunghezza (come, per esempio, quelle dell'atomo) ma a causa della rapidissima espansione a cui è soggetto lo spazio l'inflazione amplifica la fluttuazione quantistica, che è localizzata in una porzione microscopica dello spazio, fino a lunghezze enormi, addirittura astronomiche.

⁷ Queste disomogeneità sarebbero poi evolute per dare vita alla distribuzione di galassie, ammassi di galassie e a tutte le strutture che possiamo osservare oggi nell'universo, come per

esempio le minuscole increspature della radiazione cosmica di fondo. Quest'ultima è una radiazione elettromagnetica equivalente a quella che oggi emetterebbe un corpo nero alla temperatura di tre kelvin (cioè 270 gradi Celsius sotto lo zero). Questa radiazione, scoperta da Arno Penzias e Robert Wilson nel 1965, è il residuo delle temperature elevatissime dell'universo nei primissimi istanti della sua vita, ed è caratterizzata da una estrema uniformità e isotropia su tutto il cielo: in qualsiasi direzione si guardi la sua temperatura è quasi la stessa. Ma è proprio quel «quasi» che è fondamentale per i modelli cosmologici.

⁸ Alla fine degli anni novanta lo sviluppo dei rivelatori ha permesso di caratterizzare le piccole anisotropie della radiazione di fondo con grande precisione. Adesso sappiamo non solo che le anisotropie esistono, ma anche il modo in cui sono distribuite nel cielo, ovvero conosciamo la loro distribuzione angolare. È come se sapessimo non solo che nel pagliaio ci sono dieci pagliuzze verdi, ma addirittura dove sono, come sono distribuite al suo interno. Il fatto importante è che la teoria inflazionaria predice una distribuzione angolare ben definita delle anisotropie del fondo di radiazione. E questa predizione è in perfetto accordo con quanto osservato sperimentalmente, siglando così il successo del paradigma inflazionario.

QUESITI RELATIVI AL TESTO VIII

36. Isotropia significa

- A. costanza del moto angolare
- B. distribuzione omogenea di un fenomeno in ogni direzione dello spazio
- C. variazioni uniformi
- D. diminuzione scalare della velocità
- E. livelli crescenti di intensità di un fenomeno

Soluzione

La risposta esatta è la B, come viene espressamente detto nel penultimo capoverso del testo. La risposta A è errata perché in nessun punto del testo si parla di velocità angolare. La risposta C è errata perché fa riferimento alla *variazione*, mentre nel testo non si fa nessun riferimento alle variazioni. La risposta D è errata perché si tratta di un enunciato privo di senso fisico, visto che la velocità è una grandezza vettoriale, e non scalare; in ogni caso l'isotropia implica una costanza spaziale, non temporale della grandezza osservata. Per lo stesso motivo è errato l'enunciato E, visto che l'isotropia implica la costanza spaziale (o direzionale), non quella temporale. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 36

Risposta A:	3.50%	Risposte giuste:	59.57%
Risposta B:	59.57%	Risposte errate:	10.84%
Risposta C:	4.42%	Risposte non date:	29.59%
Risposta D:	1.07%		
Risposta E:	1.86%		

37. Lo spostamento verso il rosso dello spettro di galassie lontane

- A. dimostra l'avvicinamento delle galassie
- B. è incompatibile con la presenza di materia oscura
- C. contrasta con la teoria della relatività generale
- D. è osservabile solo con telescopi spaziali
- E. prova la realtà dell'espansione attuale

Soluzione

La risposta esatta è la E come si evince dal primo capoverso del testo. La risposta A è errata perché se le galassie si avvicinassero si avrebbe uno spostamento verso il violetto. Nel testo non si fa nessun riferimento alla materia oscura, per cui non c'è nessun collegamento fra l'espansione e la materia oscura, quindi la risposta B è errata. La risposta C è errata perché è in contrasto con quanto si afferma nel capoverso 2. La risposta D è errata perché nel primo capoverso non si dice affatto che Hubble annua fatto le sue osservazioni dallo spazio, anzi, visto che egli ha fatto le sue osservazioni negli anni venti del ventesimo secolo, a quel tempo l'uomo non aveva ancora conquistato lo spazio esterno con i suoi viaggi e i suoi satelliti; è vero che alla fine del ventesimo secolo fu lanciato il telescopio spaziale intitolato a Hubble, come ne furono lanciati altri intitolati a Cassini, a Galileo, e a tanti altri scienziati, ma questo non ha nulla a che vedere con l'osservazione dallo spazio, che per altro ha confermato quanto già si sapeva dalle osservazioni eseguite da terra.



Risultati percentuali relativi al quesito 37

Risposta A:	2.85%	Risposte giuste:	71.03%
Risposta B:	0.97%	Risposte errate:	6.87%
Risposta C:	1.51%	Risposte non date:	22.10%
Risposta D:	1.54%		
Risposta E:	71.03%		



38. Una verifica sperimentale della teoria dell'inflazione è data

- A. dal calcolo della temperatura costante della radiazione cosmica
- B. dalle anisotropie della radiazione cosmica
- C. dall'osservazione delle nebulose nane
- D. dalla frequenza dei raggi cosmici
- E. dall'emissione dei raggi γ dai buchi neri

Soluzione

La risposta esatta è la B come si evince dall'ultimo capoverso. La risposta A è errata perché proprio la leggera anisotropia della radiazione cosmica ha permesso di convalidare la teoria inflazionaria. Le nebulose nane non sono nemmeno citate nel testo, per cui la risposta C è errata. Anche i raggi cosmici non sono nominati in questo testo, quindi la risposta D è errata. Nuovamente i buchi neri non sono nominati, tanto meno i raggi γ da loro emessi, per cui la risposta E è errata.



Risultati percentuali relativi al quesito 38

Risposta A:	9.19%	Risposte giuste:	52.58%
Risposta B:	52.58%	Risposte errate:	13.53%
Risposta C:	0.86%	Risposte non date:	33.89%
Risposta D:	1.80%		
Risposta E:	1.67%		

39. Nello stato di falso vuoto

- A. la materia è molto rarefatta
- B. la materia è estremamente densa
- C. una forte energia non è immediatamente dissipabile
- D. l'energia è uniforme
- E. l'energia è minima

Soluzione

La risposta esatta è la C, come si evince dal capoverso 2 unitamente a quanto affermato nel capoverso 3. Il capoverso 3 perla di energia minima, ma specifica che l'aggettivo "minimo" si riferisce al concetto di vuoto; qui stiamo parlando di *falso* vuoto, non di vuoto vero; l'esempio della persona in vetta alla montagna chiarisce ancora meglio questo stato di falso vuoto. Questo stesso ragionamento rende quindi errate le risposte E e D;. Nello stesso modo la densità della materia, molto rarefatta o molto densa, non è legato al concetto di falso vuoto e sono quindi false entrambe le risposte A e B. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 39

Risposta A:	1.32%	Risposte giuste:	46.94%
Risposta B:	1.48%	Risposte errate:	42.72%
Risposta C:	46.94%	Risposte non date:	10.35%
Risposta D:	1.39%		
Risposta E:	38.52%		

40. Secondo la teoria della relatività generale, il falso vuoto

- A. genera una pressione negativa
- B. produce la materia ordinaria
- C. riduce lo spazio
- D. eleva la temperatura del plasma
- E. altera la massa del protone

Soluzione

La risposta esatta è la A, come si evince dal capoverso 5. Le altre risposte sono tutte errate, perché da nessuna parte si collega la generazione della materia alla relatività generale, né si parla di riduzione dello spazio, né si parla di aumento di temperatura del plasma, che non è mai nominato nel testo; e nemmeno si parla di massa del protone, ma i protoni sono solo citati come componenti della materia «ordinaria».



Risultati percentuali relativi al quesito 40

Risposta A:	77.51%	Risposte giuste:	77.51%
Risposta B:	3.12%	Risposte errate:	8.38%
Risposta C:	1.85%	Risposte non date:	14.10%
Risposta D:	0.64%		
Risposta E:	2.77%		



TESTO IX

La relatività ai mezzi di osservazione

¹ Ogni microoggetto si manifesta nell'interazione con l'apparecchio di osservazione. Ad esempio, la traiettoria di una particella diventa visibile soltanto in seguito al processo irreversibile a mo' di valanga nella camera di Wilson o in uno strato di lastra fotografica (e durante questo processo la particella perde energia nella ionizzazione dell'aria o del fotostrato, cosicché la sua quantità di moto diventa indefinita). Il risultato dell'interazione di un oggetto atomico con un apparecchio descritto in modo classico è, dunque, l'elemento sperimentale fondamentale, la cui sistematizzazione sulla base di queste o quelle supposizioni circa le proprietà dell'oggetto costituisce compito della teoria: dalla analisi di tali interazioni vengono dedotte le proprietà dell'oggetto atomico, e le predizioni della teoria vengono formulate come quei risultati delle interazioni che ci si deve attendere.

² Una simile impostazione del problema autorizza pienamente l'introduzione di grandezze, che descrivono l'oggetto di per sé, indipendentemente dall'apparecchio (carica, massa, spin della particella e anche altre proprietà dell'oggetto, descritte da operatori quantistici), ma nello stesso tempo consente vari tipi di approcci all'oggetto; l'oggetto può venire caratterizzato mediante quelle sue proprietà (ad esempio, corpuscolari od ondulatorie) che si manifestano in relazione all'apparecchio di misura e alle condizioni esterne da esso create.

³ La nuova impostazione del problema consente di considerare il caso in cui differenti aspetti e diverse proprietà dell'oggetto non si manifestano contemporaneamente, cioè il caso in cui non sia possibile una descrizione particolareggiata del comportamento dell'oggetto.

⁴ La situazione si presenterà in questi termini se differenti proprietà dell'oggetto (ad esempio, l'attitudine di un elettrone ad essere localizzato nello spazio e la sua attitudine all'interferenza) esigono condizioni esterne fra loro incompatibili.

⁵ Secondo la proposta di Bohr, si possono chiamare *complementari* quelle proprietà, che si manifestano (in forma netta) soltanto in condizioni tra loro incompatibili, e che in condizioni attuabili appaiono soltanto parzialmente, in una forma «attenuata» (ad esempio, la localizzazione approssimata, ammessa dalle disuguaglianze di Heisenberg, nello spazio delle coordinate e in quello degli impulsi). Prendere in considerazione una manifestazione simultanea di proprietà complementari (nella loro forma netta) non ha senso: ciò spiega anche il fatto che non sia contraddittoria la nozione di «dualismo corpuscolare-ondulatorio».

⁶ Ponendo alla base del nuovo metodo di descrizione i risultati dell'interazione fra il microoggetto e l'apparecchio noi, con ciò, introduciamo l'importante concetto di *relatività ai mezzi di osservazione*, che costituisce una generalizzazione dell'ormai da lungo tempo noto concetto di relatività al sistema di riferimento. Un tale metodo di descrizione non significa affatto che noi consideriamo l'oggetto qualcosa di meno reale dell'apparecchio, o che noi riduciamo le proprietà dell'oggetto a quelle dell'apparecchio. Al contrario, la descrizione sulla base del concetto di relatività ai mezzi di osservazione fornisce una descrizione del microoggetto senz'altro più profonda e precisa, di quanto non fosse possibile sulla base delle idealizzazioni della fisica classica. Una simile descrizione richiede anche un apparato matematico più elaborato, e cioè la teoria degli operatori lineari, dei loro autovalori e delle loro autofunzioni, la teoria dei gruppi e altri concetti matematici. L'applicazione di tale apparato ai problemi della fisica quantistica ha consentito di fornire una spiegazione teorica di una serie di proprietà fondamentali della materia, che non possono venir chiarite sulla base di nozioni classiche. Ma oltre a ciò, cosa non meno importante per noi, l'interpretazione fisica dei concetti matematici impiegati in tale apparato conduce ad alcune

conclusioni generali di grande interesse, in particolare alla generalizzazione del concetto di stato di un sistema sulla base delle nozioni di probabilità e di possibilità potenziale.

QUESITI RELATIVI AL TESTO IX

41. Posizione e impulso

- A. sono localizzabili contemporaneamente solo in forma approssimata
- B. falsificano le disuguaglianze di Heisenberg
- C. sono totalmente indeterminati
- D. coincidono se hanno valori uguali
- E. si determinano contemporaneamente in modo assoluto

Soluzione

La risposta esatta è la A, come si evince dal paragrafo 5 in relazione alla disuguaglianza di Heisenberg. La risposta B è pertanto errata in quanto dice esattamente l'opposto. Per lo stesso motivo è errata la risposta C. La risposta D è una contraddizione nei termini, visto che due grandezze di specie fisiche diverse non possono mai coincidere. Anche la risposta E è errata in quanto in contraddizione con quanto scritto nel paragrafo 5. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 41

Risposta A:	29.72%	Risposte giuste:	29.72%
Risposta B:	4.10%	Risposte errate:	9.51%
Risposta C:	2.27%	Risposte non date:	60.76%
Risposta D:	1.38%		
Risposta E:	1.76%		

42. Oggetto della fisica quantistica

- A. è l'interazione fra microoggetto e mezzo di osservazione
- B. sono reazioni di tipo molecolare
- C. è l'oggetto a livello macroscopico
- D. è l'oggetto assoluto
- E. è l'interazione fra fenomeni diversi

Soluzione

La risposta esatta è la A come si evince dall'intero testo con particolare riferimento al capoverso 6. In particolare tutto il brano sottolinea l'impossibilità di osservare il microoggetto se non attraverso l'uso di apparecchi rilevatori particolari, proprio perché il prefisso «micro» implica una dimensione subatomica; Ne segue che non si sta parlando di molecole e la risposta B è perciò errata, tanto quanto le risposte C e D. La risposta E è totalmente avulsa dal testo ed è quindi errata. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 42

Risposta A:	30.02%	Risposte giuste:	30.02%
Risposta B:	3.56%	Risposte errate:	12.58%
Risposta C:	2.23%	Risposte non date:	57.39%
Risposta D:	3.05%		
Risposta E:	3.74%		

43. Il carattere probabilistico della descrizione dell'oggetto

- A. dipende dalla limitatezza degli strumenti
- B. non indica incompletezza di conoscenze
- C. è tipica dei fenomeni macroscopici
- D. non deriva da proprietà dell'oggetto
- E. dimostra i limiti delle conoscenze

Soluzione

La risposta esatta è la B come si deduce dall'analisi del capoverso 6 e in particolare del suo ultimo periodo. La risposta A è errata proprio perché nonostante gli apparecchi di osservazione siano limitati, è l'elaborazione dei dati e la moltitudine di esperimenti con apparecchi diversi che permette di costruire il modello probabilistico che ci consente di conoscere di più di quello che il singolo esperimento ci permette di osservare. La risposta C è errata perché mentre la descrizione probabilistica è necessaria per i microoggetti, non lo è affatto per gli oggetti macroscopici, anche se non è vietata, ma proprio per questo non è tipica degli oggetti macroscopici. La risposta D è errata perché scambia soggetto e oggetto; infatti sono le proprietà dell'oggetto che derivano dalla sua descrizione probabilistica. L'enunciato E è errato perché, come dice l'ultimo periodo del capoverso 6, le conclusioni generali di grande interesse permettono delle generalizzazioni che sarebbero impossibili senza le nozioni di probabilità e di possibilità potenziali.



Risultati percentuali relativi al quesito 43

Risposta A:	8.71%	Risposte giuste:	10.59%
Risposta B:	10.59%	Risposte errate:	17.85%
Risposta C:	2.17%	Risposte non date:	71.57%
Risposta D:	3.37%		
Risposta E:	3.60%		

44. Il compito della teoria

- A. determina compatibilità di fenomeni complementari
- B. consiste nella categorizzazione dei fenomeni
- C. consiste nel trovare compatibilità con la teoria classica
- D. è inferenziale e predittivo
- E. è puramente analitico

La risposta esatta è la D e lo si deduce dall'intero brano e in particolare dall'ultimo periodo del capoverso 1, dove viene messo in luce l'aspetto analitico dell'esperimento finalizzato all'aspetto predittivo della teoria. Perciò l'affermazione E è errata, ma lo sono anche l'enunciato A che è avulso sia dal primo sia dal quinto capoverso. Ma anche la semplice categorizzazione dei fenomeni non è compito della teoria come non lo è la ricerca della compatibilità con la teoria classica che si rivolge ad un ambito di studio relativo agli oggetti macroscopici; dunque sono errati anche gli enunciati B e C. ✓

Soluzione

Risultati percentuali relativi al quesito 44

Risposta A:	6.97%	Risposte giuste:	5.88%
Risposta B:	11.50%	Risposte errate:	32.46%
Risposta C:	9.56%	Risposte non date:	61.66%
Risposta D:	5.88%		
Risposta E:	4.43%		

45. La relatività ai mezzi di osservazione

- A. ha consentito la spiegazione teorica di proprietà fondamentali della materia
- B. rende inaffidabili i risultati delle teorie
- C. contrasta con la relatività ai sistemi di riferimento
- D. impedisce conclusioni certe
- E. è estranea alla fisica quantistica

Soluzione

La risposta esatta è la A come viene affermato nel sesto capoverso. I restanti enunciati sono perciò falsi; l'enunciato B perché al contrario permette di ottenere risultati altrimenti non ottenibili da altri approcci; l'enunciato C perché la relatività ai mezzi di osservazione non contrasta ma è una generalizzazione del concetto di relatività al sistema di riferimento. L'enunciato D è errato perché al contrario permette di arrivare a conclusioni definite. L'enunciato E è errato perché è proprio questa relatività che è intrinseca alla fisica quantistica. ✓

Risultati percentuali relativi al quesito 45

Risposta A:	50.80%	Risposte giuste:	50.80%
Risposta B:	1.55%	Risposte errate:	8.93%
Risposta C:	3.22%	Risposte non date:	40.26%
Risposta D:	2.81%		
Risposta E:	1.36%		



Le risposte esatte

LOGICA

Numero Domanda	Risposta esatta
1	A
2	C
3	E
4	A
5	D
6	A
7	E
8	D
9	C
10	D
11	C
12	C
13	C
14	E
15	D
16	D
17	D
18	A
19	D
20	E
21	E
22	E
23	D
24	A
25	A

Numero Domanda	Risposta esatta
26	A
27	D
28	D
29	E
30	C
31	B
32	E
33	B
34	B
35	A
36	E
37	C
38	D
39	D
40	E
41	D
42	A
43	B
44	C
45	C

COMPRENSIONE VERBALE

Numero Domanda	Risposta esatta
1	C
2	E
3	E
4	E
5	E
6	E
7	D
8	C
9	D
10	D
11	B
12	A
13	D
14	D
15	C
16	C
17	D
18	C
19	D
20	A
21	C
22	D
23	E

Numero Domanda	Risposta esatta
24	A
25	D
26	E
27	D
28	A
29	A
30	E
31	B
32	A
33	C
34	C
35	E
36	B
37	E
38	B
39	C
40	A
41	A
42	A
43	B
44	D
45	A

www.cisiaonline.it

ISBN 978-88-943567-4-8



9 788894 356748