Iteración de Jacobi

Para un sistema de ecuaciones lineales escrito en forma de índices,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, \tag{1}$$

con $i = 1, 2, 3, ..., n$ –número de ecuaciones–, el método iterativo de Jacobi se aplica para resolver el sistema (1). Se propone un vector solución arbitrario inicial $\vec{x}^{(0)}$ entonces el nuevo vector mejorado $\vec{x}^{(1)}$ es calculado como

$$R_i^{(0)} = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j^{(0)} \tag{2}$$

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + \frac{R_i^{(0)}}{a_{ii}}, \tag{3}$$

este procedimiento se repite hasta su convergencia,*i.e.* hasta que $R_i \to 0$. En general para un paso (k) se tiene,

$$R_i^{(k)} = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)} \tag{4}$$

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \frac{R_i^{(k)}}{a_{ii}}, \tag{5}$$

NOTA: La convergencia depende de que la matriz de coeficientes del sistema (1) debe ser dominantemente diagonal, que las iteraciones (k) sean suficientemente grandes y del vector inicial $\vec{x}^{(0)}$.

Algoritmo 1 Método la factorización LU para encontrar la solución de sistemas de ecuaciones lineales

Entrada: $n, a_{nn}, b_n, x1_n, x2_n$.
Salida: $x2_n$.

para $k = 1$ hasta k_{max} **hacer**
  $R \leftarrow 0$
  para $i = 1$ hasta n **hacer**
    $R_i \leftarrow R_i + b_i$
    para $j = 1$ hasta n **hacer**
      $R_i \leftarrow R_i - a_{ij}x1_j$
    fin para
    $x2_i \leftarrow x1_i + R_i/a_{ii}$
  fin para
  $x1 \leftarrow x2$
fin para