Método SOR

Para un sistema de ecuaciones lineales escrito en forma de índices,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \tag{1}$$

con $i = 1, 2, 3, ..., n$ –número de ecuaciones–, el método Successive-Over-Relaxation (SOR) se aplica para resolver el sistema (1).

$$R_i^{(k)} = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \tag{2}$$

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \omega \frac{R_i^{(k)}}{a_{ii}}. \tag{3}$$

En este método se usan los valores inmediatamente calculados en un paso $(k+1)$ sobre el paso (k), esto se nota en el segundo término del lado derecho, por esta razón se llama *sucesivo*. En (3), ω es el parámetro de relajación, si $\omega = 1$ obtenemos el *método iterartivo de Gauss-Seidel*, si $1 < \omega < 2$ el procedimiento iterativo está *sobre-relajado*, en este punto el sistema algebraico “llega más rápido a la convergencia”, si $\omega < 1$ el sistema está *debajo-relajado*. El método iterativo diverge si $\omega \geq 2$. La elección del parámetro ω depende del sistema algebraico o problema a tratar.

NOTA: Al igual que el método de Jacobi, la convergencia depende de que la matriz de coeficientes del sistema (1) debe ser dominantemente diagonal, que las iteraciones (k) sean suficientemente grandes y del vector inicial $\vec{x}^{(0)}$.

Algoritmo 1 Método SOR para encontrar la solución de sistemas de ecuaciones lineales

Entrada: n, a_{nn}, b_n.
Salida: $x1_n$.

para $k = 1$ hasta k_{max} **hacer**
  para $i = 1$ hasta n **hacer**
    $residual \leftarrow b_i$
    para $j = 1$ hasta n **hacer**
      $residual \leftarrow residual - a_{ij} x1_j$
    fin para
    $x1_i \leftarrow x1_i + \omega(residual/a_{ii})$
  fin para
fin para

YouTube: Fernando Garzon
GitHub: https://al3kay.github.io/fgarzon/