

# Вероятностные алгоритмы проверки чисел на простоту

---

Аль-Агуар Абдурахман Абдалла Мухаммад

3 января, 2024, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи

---

# Цель лабораторной работы

Изучение алгоритмов Ферма, Соловья-Штрассена,  
Миллера-Рабина.

# Выполнение лабораторной работы

---

Для построения многих систем защиты информации требуются простые числа большой разрядности. В связи с этим актуальной является задача тестирования на простоту натуральных чисел.

- Вход. Нечетное целое число  $n \geq 5$ .
  - Выход. «Число  $n$ , вероятно, простое» или «Число  $n$  составное».
1. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
  2. Вычислить  $r = a^{n-1} \pmod{n}$
  3. При  $r = 1$  результат: «Число  $n$ , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число  $n$  составное»..

## Тест Соловья-Штрассена

- Вход. Нечетное целое число  $n \geq 5$ .
  - Выход. «Число  $n$ , вероятно, простое» или «Число  $n$  составное».
1. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
  2. Вычислить  $r = a^{(\frac{n-1}{2})} \pmod{n}$
  3. При  $r \neq 1$  и  $r \neq n - 1$  результат: «Число  $n$  составное».
  4. Вычислить символ Якоби  $s = \left(\frac{a}{n}\right)$
  5. При  $r = s \pmod{n}$  результат: «Число  $n$ , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число  $n$  составное».

## Тест Миллера-Рабина.

1. Представить  $n - 1$  в виде  $n - 1 = 2^s r$ , где  $r$  - нечетное число
2. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
3. Вычислить  $y = a^r \pmod{n}$
4. При  $y \neq 1$  и  $y \neq n - 1$  выполнить действия
  - Положить  $j = 1$
  - Если  $j \leq s - 1$  и  $y \neq n - 1$  то
    - Положить  $y = y^2 \pmod{n}$
    - При  $y = 1$  результат: «Число  $n$  составное».
    - Положить  $j = j + 1$
  - При  $y \neq n - 1$  результат: «Число  $n$  составное».
5. Результат: «Число  $n$ , вероятно, простое».



# Пример работы алгоритма

In [2]: 1 main()

```
Введите число для ферма15898
Тест ферма для числа 15898
Составное
Тест миллера рабина
Введите число для миллера рабина15898
простое!
не простое!
Введите число для соловья штрассена15898
15898 составное число
```

Рис. 1: Работа алгоритма

## Выводы

---

Изучили алгоритмы Ферма, Соловья-Штрассена, Миллера-Рабина.