

第六章、第八章练习题

1、假设 a_1, a_2, \dots, a_n 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列，证明当 n 是奇数时，乘积 $(a_1-1)(a_2-2)\dots(a_n-n)$ 是偶数。

2、假设某人有 n 元钱。他每天买一次物品，每次买物品的品种很单调，或者买 1 元钱的甲物品，或者买 2 元钱的乙物品，或者买 2 元钱的丙物品。问他花完这 n 元钱有多少种不同的方式？

3、假设有一堆水果包括苹果、香蕉、橘子和梨。从中选取 n 个水果，要求选取偶数个苹果，香蕉选取 5 的倍数，橘子最多选取 4 个，或者不选梨或者选 1 个梨。问共有多少种组成 n 个水果的方法？

4、如果要把棋盘上偶数个方格涂成红色，试确定用红色、白色和蓝色三种颜色对一行 n ($n \geq 1$) 个方格涂色的方法数。如果至少有一个兰方格的话，其涂色的方法数是多少？

5、分别用求特解的方法和生成函数的方法求解下列非齐次递推关系。

$$\begin{cases} a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 2^n & (n \geq 2) \\ a_0 = 1, a_1 = -2 \end{cases}$$

6、在所有的 n 位数中，包含数字 3,8,9 但不包含数字 0,4 的数有多少？