

一、填空

- 1、已知 $P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$, 事件 A 与 B 独立, 则 $P(\overline{A \cup B}) =$ _____
 - 2、某动物活到 20 岁的概率为 0.6, 活到 25 岁的概率为 0.3。现在一只已经 20 岁的该动物能活到 25 的概率为_____。
 - 3、设 X 服从参数 λ 的泊松分布, 已知 $P(X=2)=P(X=3)$, 则 $P(X=4)=$ _____
 - 4、设 X 的密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{x^2-6x+9}{6}}$, $-\infty < x < +\infty$, 则 $D(X)=$ _____。
 - 5、设 $X \sim N(-1, 4)$, 则 $P(-2 < X < 0) =$ _____。
 - 6、设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且都服从参数为 λ (已知) 的泊松分布。令 $Y = X_1 + X_2$, 则 $EY^2 =$ _____。
 - 7、设 $X \sim N(-1, 6)$, $Y \sim U[2, 8]$, 且 $D(X+Y)=10$ 。则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____。
 - 8、已知随机变量 X 的均值为 7300, 方差为 4900。利用切比雪夫不等式估计 $P(5200 < X < 9400) \geq$ _____。
 - 9、设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自母体 $X \sim B(10, 0.5)$ 的简单样本, 则 $D(\bar{X}) =$ _____。
 10. 设总体 X 服从 $[a, a+4]$ 上的均匀分布, 样本 (X_1, X_2, X_3, X_4) 的观察值为 (9.5, 12.5, 10, 12)。则 a 的矩估计 $\hat{a} =$ _____。
 11. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为取自总体 X 的简单随机样本, 则 $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim$ _____。
 12. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为取自总体 X 的简单随机样本, 当 μ 未知时, σ^2 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为_____。
- 二、甲乙两人相约在 $[0, T]$ 时间段内在某地相见, 并规定早到的人等候 t ($t > 0$) 时间即离去。设甲乙到达的时刻 x, y 在 $[0, T]$ 内等可能。求此二人能相见的概率。

三、(9 分) 盒中放有 10 个乒乓球, 其中 7 个新的。第一次从盒中任取 2 个用, 用后放回盒中, 第二次又任取 2 个用。求第二次取得都是新的概率; 若已知第二次取的都是新的时, 问第一次都是新的概率。

四、(8 分) 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, (1)求常数 c; (2) 求出 X 的分布函数 F(x)。

五、(9 分) 设 (X、Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} A \sin(x+y), & 0 \leq x, y \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 求 A;

(2) 求关于 X、Y 的边缘密度。

六、(8 分) 假定国际市场上每年对我国某种化工产品需求量 $X \sim U[2000, 4000]$ (吨), 设每售出一吨可获利 3 万元, 若销不出去积压一吨要亏 1 万元, 问应组织多少吨该产品, 可使收益的期望值最大。

七、(8分) 设 X 与 Y 相互独立, 密度函数分别为 $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}e^{-\frac{y}{3}}, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$ 求随机变量 $Z=X+Y$ 的密度函数。

八、(8分) X 的密度函数, $f(x) = \begin{cases} \theta c^\theta x^{-(\theta+1)}, & c \leq x \\ 0, & x < c \end{cases}$, 中 $c > 0$ 已知, $\theta > 0$ 未知。求 θ 的极大似然估计。 X_1, X_2, \dots, X_n 为一组样本。

*八 (8分) 设 X 分布列为

| | | | | |
|----------|-----|-----|-----|------|
| X | -3 | 0 | 2 | 5 |
| P | 1/4 | 1/6 | 1/2 | 1/12 |

求 (1) 求出 X 的分布函数 $F(x)$ 。(2) 求 $P(2 \leq X < 7)$ 。

九、(8分) 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。 σ^2 未知, 随机抽取容量为 10 的简单样本, 测得样本均值 $\bar{X} = 30.2$, 样本标准差 $S_n = 12$ 。

求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。

$$t_{0.05}(9) = 1.8331, \quad t_{0.025}(9) = 2.2622.$$

*九、(8分) 3 件产品的寿命分别为 X_1, X_2, X_3 。 且 $X_i \sim N(1195, 25^2)$ ($i=1, 2, 3$), 已知 X_i 相互独立, 记 $N = \min\{X_1, X_2, X_3\}$, 求 $P(N \geq 1210)$ 。

十、(8分) 对某金属的融化点做了四次测试, 结果为 1260°C 1272°C 1263°C 1265°C 设总体服从正态分布, 在 $\alpha = 0.05$ 下检验 $H_0: \sigma^2 = 4$ 。

$$t_{0.025}(3) = 3.1824 \quad \chi_{0.025}^2(3) = 9.348$$

*十、(8分) 设 X 服从参数为 2 的指数分布, $Y=(X+1)^2$ 。(1) 求 Y 的分布函数; (2) 求 $E(Y)$

第二套

一. 填空题

1. 若 $P(A)=0.4$ $P(B)=0.3$ $P(A \cup B)=0.5$ 则 $P(\overline{AB})=$ _____

2. 10 个签中有 2 个有奖, 10 个人依次随机抽签 (不放回), 则第 5 个人抽到有奖签的概率为_____

3. 100 件产品中有 10 件次品, 不放回的从中每次抽取 1 件, 连取三件则第三次才取得次品的概率_____

4. X 服从 λ 为参数的泊松分布, 且 $P(X=8)$ 是 $P(X=10)$ 的 2.5 倍, 则 $D(X)=$ _____

5. 已知 $X \sim N(0, 1)$, 则 $p(|X| < 2) =$ _____ (用 $\Phi(x)$ 表示)

6. 已知 $X \sim N(-1, 4)$, 则 $p(-3 < X < 1) =$ _____ (用 $\Phi(x)$ 表示)

7. 已知 $X \sim U[a, b]$ 且 $E(X) = 4$, $D(X) = 2/3$, 则 $[a, b] =$ [_____, _____]

8. 已知 X 服从 $\lambda=1/2$ 为参数的指数分布, 试由切比雪夫不等式估计 $p(|X-2| < 4)$ _____

9. 已知 $X \sim N(1, 4)$, $Y \sim U(0, 6)$, $D(X+Y) = 8$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____

10. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为一组样本, 则

$$(1) \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \text{_____}$$

② 当 σ^2 未知时, μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为

③ 当 μ 未知时, σ^2 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为

二、从区间 $[0, 1]$ 内任取两个数 x 与 y , 求此两数乘积 $xy \leq \frac{1}{4}$ 概率。

三、设有甲乙两袋，甲袋中有 N 个白球 M 个黑球，乙袋中 n 个白球 m 个黑球，现第一次从甲袋取一个球放入乙袋后，第二次再从乙袋中取一个球。问：第二次所取的球为白球的概率。又问：若已知第二次所取的球为白球的条件下第一次取得是白球的概率。

四、从标号为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 个球中任取 3 个， X 表示所取球中最大号，写出 X 的分布列与分布函数。

五、设 X 服从参数为 2 的指数分布 $Y = (X+1)^2$

①求： Y 的分布密度函数 ②求： $E(Y)$

六、设二维随机变量 (X, Y) 的密度函数为
$$f(x, y) = \begin{cases} A + x^2 + 2xy, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

①求：常数 A ②求：关于 X, Y 的边缘分布密度 ③ X 与 Y 是否独立

七. 设随机变量 X 的密度 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|} \quad -\infty < x < +\infty$

(1)求： $E(X), D(X)$

(2)求 X 与 $|X|$ 的协方差，并问 X 与 $|X|$ 是否相关

八. 设 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} A, 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, 1 < x \leq 2 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$

(1)、求：常数 A (2)、求 X 的分布函数

九. 设随机变量 X 与 Y 独立，其密度函数分别为

$$f_X(x)=\begin{cases} e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad f_Y(y)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}y} & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}$$

求：随机变量 $Z=X+Y$ 的概率密度函数

一. 填空

1. $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(\overline{AB})=0.2$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____

2. 已知 $P(AB)=P(\overline{AB})$, 且 $p(A)=0.6$, 则 $P(B)=$ _____。

3 X 服从以 λ 为参数的泊松分布, $p(2)=p(3)$, 则 $p(4)=$ _____。

4 $x \sim N(1, 4)$, 则 $P(-1 < x < 2) =$ _____ (用 $\Phi(x)$ 表示)。

5 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}$ ($-\infty < x < +\infty$) 则 $D(X) =$ _____。

6. $x \sim N(1, 4), y \sim U(0, 6)$ (均匀分布), 已知 $D(x+y)=8$, 则 $\text{Cov}(x, y) =$ _____。

7. $x \sim B(25, 0.4)$ (二项分布), 由切比雪夫不等式估计 $P(|X-10| < 6)$

8. 已知总体 X 服从 $[a, a+2]$ 上均匀分布, a 未知; 样本 (X_1, X_2, X_3, X_4) 的样本值为 (10.1, 9.2, 10.4, 9.9) 则 a 的矩估计值 $\hat{a} =$ _____

9. $X \sim \chi^2(5), Y \sim \chi^2(6)$, X 与 Y 独立, 则 $X+Y \sim$ _____

10. 在参数估计理论中, 评价估计量优劣常用的标准为无偏性, _____ 和 _____。

二、选择题

1. 若事件 A, B 同时发生时 C 必发生, 则下述 _____ 成立

A. $P(C) = P(A) + P(B)$

B. $P(C) = P(AB)$

C. $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$

D. $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$

2. 已知 X 的密度函数 $f(x) = \begin{cases} ax + bx^3 & 0 < x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \cup x \leq 0 \end{cases}$ 且 $EX = \frac{11}{15}$, 则 _____

(A) $a=1, b=2$ (B) $a=2, b=3$ (C) $a=2, b=1$ (D) $a=3, b=2$

3. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本, 则下述错误的是 _____。

(A) $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$ (B) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_n} \sqrt{n-1} \sim t(n-1)$

(C) $\frac{nS_n^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ (D) $\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

4. 下述选项错误的是 _____

(A) $X \sim N(\mu, \sigma^2), DX = \sigma^2$ (B) $X \sim B(n, p), DX = np(1-p)$

(C) $X \sim U[a, b], DX = \frac{(a+b)^2}{12}$ (D) $X \sim p(\lambda), DX = \lambda$

5. 令甲乙丙各自独立破译一份密码, 其成功率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 则密码能被破译的概率为 _____

(A) $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ (B) $P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right)$ (C) $P = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ (D) $P = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$

三、(10分) (以后各题, 三、四、五各十分, 其余均为八分)

1、袋子中装有标有标号 1, 2,, 10 的十个球, 从中任取 4 个球, 问最大号码为 8, 最小号码为 3 的概率

2. 电路 MN 由三个开关 A.B.C 组成, 它们导通的概率均为 P, 且导通与否相互独立。求 MN 导通的概率。

四. 盒中放有九个乒乓球, 6 个是新的。第一次比赛从盒子中任取 3 个用, 赛后没有放回。第二次比赛又要从中任取 3 个球, 问 1. 第二次比赛取出的球是新的概率。2. 若已知第二次取出的都是新的, 问第一次取得都是新的概率。

五. 已知 X 的分布密度 $f(x) = \begin{cases} Ax & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 求 (1) A (2) X 的分布函数 $F(x)$

六 已知 X 服从 $[0, 1]$ 上均匀分布, 试求 $Y = -2\ln X$ 的分布密度

七 国际市场对我国某种产品需求量 X (吨) 服从 $\{2000, 4000\}$ 上的均匀分布, 每销一吨可获利 3 万元, 若积压一吨要亏 1 万元。问计划生产多少吨可使收益期望最大

八设总体 X 的密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} e^{-\frac{x^2}{2a}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ (X_1, X_2, \dots, X_n) 为一组样本值, 求 a 的极大似然估计

九设 $X \sim (\mu, \sigma^2)$, μ 未知 σ^2 已知设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为一组样本 试推导出 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间

十 某种材料的强度 X 服从正态分布 供方称 X 的方差为 $\sigma^2=4$ 今抽查 8 件得数据 152, 148, 149, 153, 150, 153, 148, 147, 试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验 $H_0: \sigma^2=4$ $H_1: \sigma^2 \neq 4$

($F_{0.025}^2(8)=17.535$, $F_{0.975}^2(8)=2.18$, $F_{0.025}^2(7)=16.013$, $\chi_{0.975}^2$

第四套

一. 填空题

1. 设 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cup B) = 0.6$, 则 $P(\overline{A} \overline{B}) =$ _____

2. $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) =$ _____

3. $X \sim P(\lambda)$ 且 $P(X=1) = P(X=2)$, 则 $P(X=4) =$ _____

4. 已知 $X \sim N(1, 4)$ 且 $P(1 < X < 3) = a$, $P(X < -1) =$ _____

5. X 的密度 $P(x) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}$, 则 $DX =$ _____

6. $X \sim N(-1, 4)$ 则 $P(-2 < X < 2) =$ _____ (用 $\Phi(x)$ 表示)

7. 袋中有 12 个同型球, 5 个红色, 4 个黑色, 3 个白色, 从中不放回的随机连续取 3 个球, 则所取 3 个球依次为“红, 白, 红”的概率 $P =$ _____

8. $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, X 与 Y 独立, 则 $X+Y \sim$ _____

9. $X \sim B(20, 0.5), Y \sim \pi(4)$, 已知 $D(X+Y) = 11$, 则 $\text{cov}(X, Y) = E(X - EX)(Y - EY) =$ _____

10. 参数估计理论中, 评价估计量优劣的常用标准为 _____, _____ 和一致性。

11. 设 X 服从 $[\alpha - 2, \alpha]$ 上的均匀分布, 样本 (X_1, X_2, X_3, X_4) 的观察值为 (10.1, 9.8, 10.6, 9.9), 则参数 a 的矩估计值 $\hat{a} =$ _____

12. 总体 $X \sim e(\lambda)$, 服从指数分布, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为一个样本, 则参数 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda} =$ _____

13. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 则 μ 的 $1 - \alpha$ 的置信区间为 (_____, _____)

14. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为一个样本, 则 $\bar{X} \sim$ _____, $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim$ _____

二. 用 3 枚导弹攻击同一目标, 每枚导弹击中目标的概率均为 0.5, 当目标被击中 1 枚时, 目标被摧毁的概率是 0.3, 当目标被击中 2 枚时, 目标被摧毁的概率是 0.7, 被击中 3 枚时, 必被摧毁, 求目标被摧毁的概率。

三. 已知甲乙两箱装有同种产品, 甲箱中有 3 件正品 3 件次品, 乙箱中仅有 3 件正品。现从甲箱中随机取 3 件产品放入乙箱后, 求:

(1) 乙箱中次品件数 X 的数学期望

(2) 从乙箱任取 1 件产品, 该产品是次品的概率

四. 已知 X 的分布密度函数 $P(x) = \begin{cases} A-x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

求: (1) A (2) X 的分布函数 (3) $P(0.5 < x < 1.5)$

五. 设 (X, Y) 的分布密度为 $P(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$.

求: $p_x(x)$, $p_y(y)$ 问 X, Y 是否独立。

六. 设 (X,Y) 服从 D 上的均匀分布, D 由 $x=0, y=0, x+y=1$ 围成, 即 $p(x,y) = \begin{cases} 2, & (x,y) \in D \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求 $Z=X+Y$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 及分布密度 $p_Z(z)$

七. 设 X 的密度函数 $p(x) = \begin{cases} 1+x & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 求 EX, DX

八. 设总体 X 的概率密度函数 ($\theta > 0$) $p(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 设 (X_1, X_2, \dots, X_n)

是 X 的一个样本值, 求 θ 的极大似然估计量。

九. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均未知, 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为一个样本, 试推导出 σ^2 的 $1-\alpha$ 的置信区间。

十. 设某次考试成绩服从正态分布, 随机抽取 36 位考生成绩, 算得平均分为 66.5 分, 标准差为 15 分, 问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下能否接受本次考试全体考生平均分为 70 分的结论, 并给出检验过程。 $t_{0.05}(35) = 1.6896$

$$t_{0.05}(36) = 1.6883 \quad t_{0.025}(35) = 2.0301 \quad t_{0.025}(36) = 2.0281$$