IIS MARCONI PIERALISI
Istituto Istruzione Superiore Jesi

Argomento:
ALLA SCOPERTA DELLA GEOMETRIA

Presentazione svolta da:
Andreoni Luca
Koka Alex
Lonzi Martina
Romagnoli Lorenzo

Classe 2BM

Anno scolastico 2021/2022

FONTI

HOME

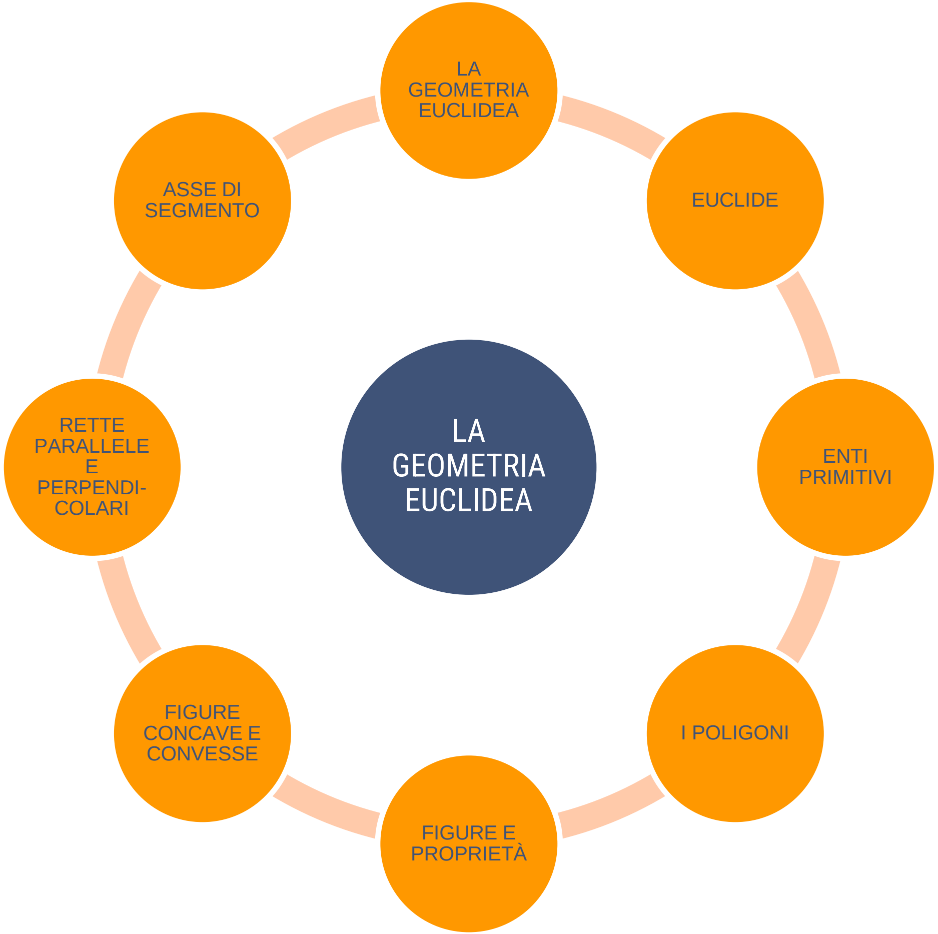
ALLA SCOPERTA DELLA GEOMETRIA

- LA GEOMETRIA EUCLIDEA
- TRIANGOLI E CONGRUENZE
- QUADRILATERI
- CIRCONFERENZA
- EQUIVALENZA

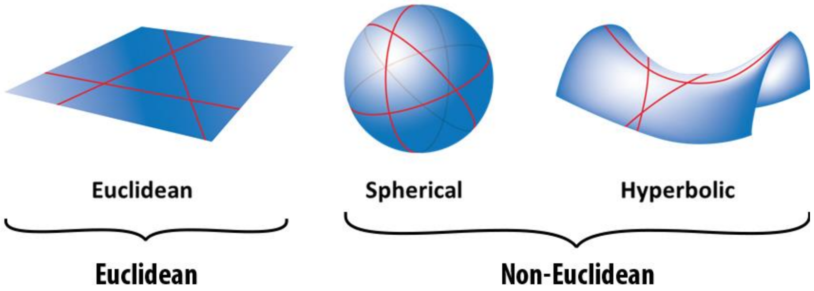
1

LA GEOMETRIA EUCLIDEA

MINIHOME


LA GEOMETRIA EUCLIDEA
LA GEOMETRIA EUCLIDEA
EUCLIDE
ENTI PRIMITIVI
I POLIGONI
FIGURE E PROPRIETÀ
FIGURE CONCAVE E CONVESSE
RETTE PARALLELE E PERPENDI-COLARI
ASSE DI SEGMENTO

LA GEOMETRIA EUCLIDEA



La geometria euclidea è un sistema matematico attribuito al matematico Euclide, che la descrisse nei suoi ***Elementi***.
Tale testo ha rappresentato il modello di riferimento di ogni possibile geometria fino alla nascita delle *geometrie non euclidee*.

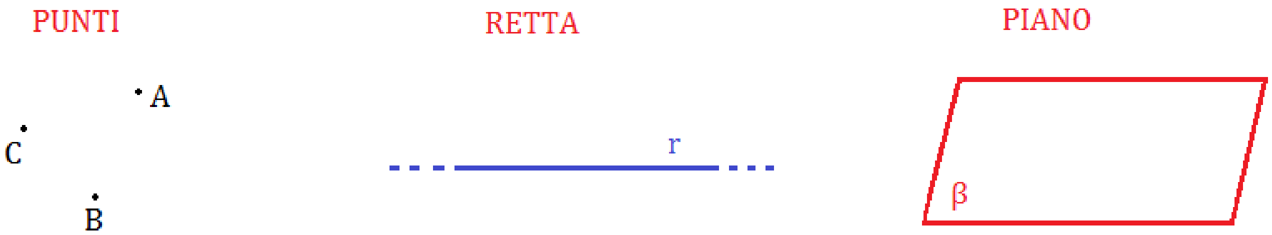
EUCLIDE

Euclide è stato un matematico e filosofo greco antico ed è noto soprattutto come autore degli *Elementi*.
Operò in Alessandria, tra il 320 e il 270 a.C.

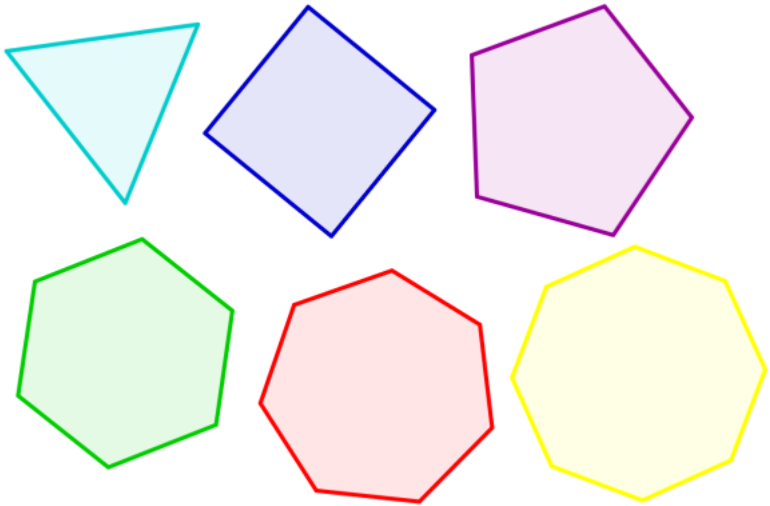
ENTI PRIMITIVI

Gli enti primitivi sono concetti di base della geometria che vengono definiti intuitivamente e a partire dai quali vengono formulate tutte le altre definizioni.

Gli enti primitivi sono: ***il punto, la retta e il piano.***



I POLIGONI

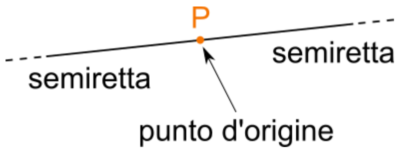


Il poligono è una porzione di piano delimitata da una linea spezzata chiusa.

FIGURE E PROPRIETÀ

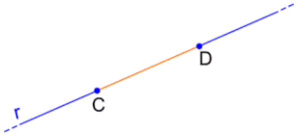
SEMIRETTA

Si chiama semiretta ciascuna delle due parti in cui è stata divisa una retta da uno dei suoi punti.



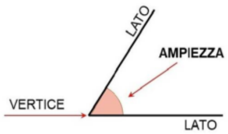
SEGMENTO

Si chiama segmento quella parte di retta delimitata da due dei suoi punti non coincidenti.



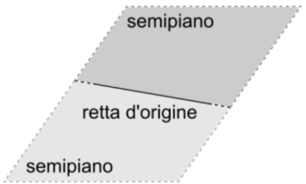
ANGOLO

Si chiama angolo quella porzione di piano compresa tra due semirette aventi l'origine in comune.



SEMIPIANO

Si chiama semipiano qualsiasi parte di piano delimitata da una sua retta.



CONCAVE E CONVESSE

FIGURE CONCAVE

Una figura è concava se, presi due dei suoi punti A e B, i punti sono estremi di un segmento che non è tutto contenuto all'interno della figura.

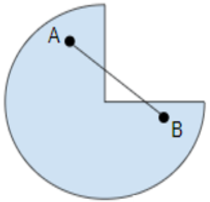


FIGURE CONVESSE

Una figura è convessa se, presi due punti qualsiasi A e B al suo interno, il segmento che li congiunge è contenuto tutto all'interno della figura.

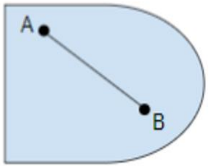
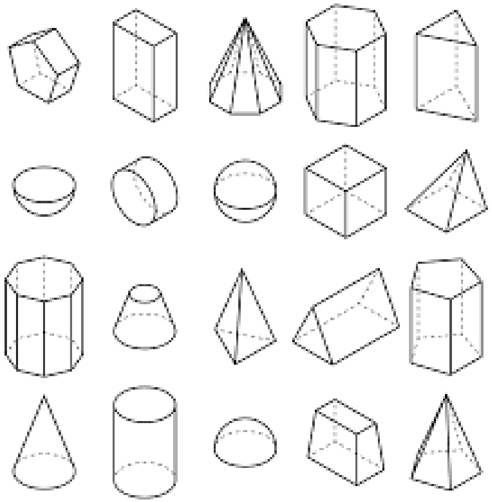


FIGURA GEOMETRICA

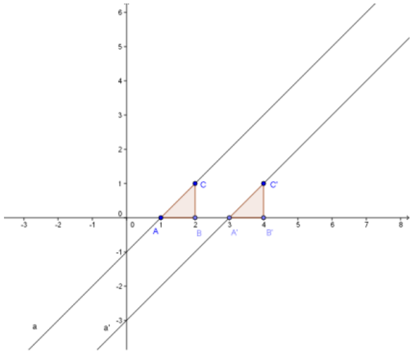


Una figura geometrica è un insieme non vuoto e continuo di punti tali da creare forme indeformabili ed inestendibili

PARALLELE E PERPENDICOLARI

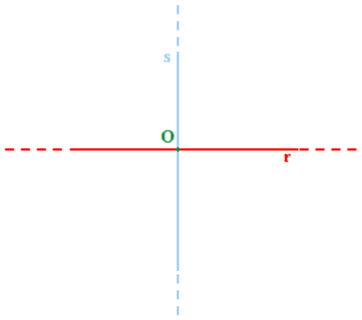
RETTE PARALLELE

Due rette sono parallele se e solo se hanno lo stesso coefficiente angolare.

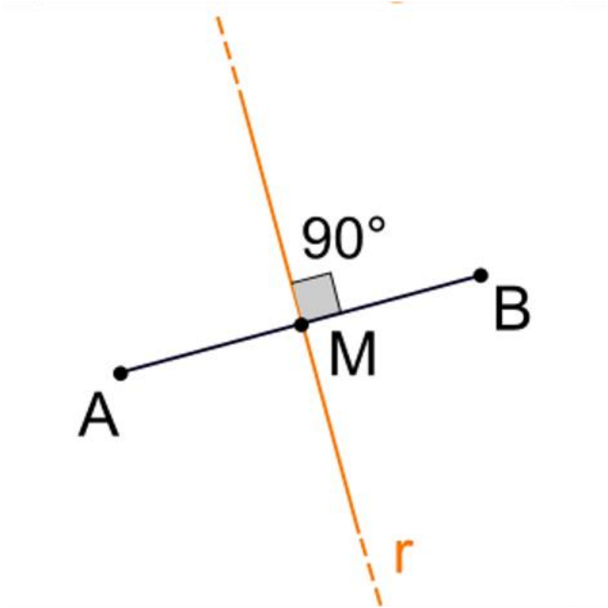


RETTE PERPENDICOLARI

Due rette di coefficienti angolari m e m' sono perpendicolari se e solo se $m \cdot m' = -1$.



ASSE DI SEGMENTO



E' detta asse del segmento la retta perpendicolare al segmento AB che passa per il punto medio M.

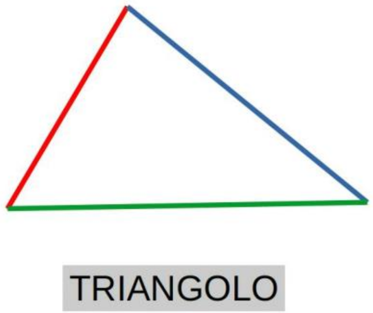
2

Triangoli e congruenza

TRIANGOLI E CONGRUENZA

- DEFINIZIONE
- TIPI DI TRIANGOLI
- CALCOLO PERIMETRO E AREA
- ANGOLI INTERNI E ESTERNI
- CRITERI DI CONGRUENZA
- ELEMENTI CARATTERISTICI

DEFINIZIONE

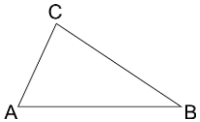


Un triangolo è un poligono formato da tre lati e tre angoli

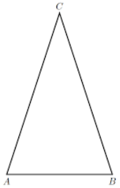
CLASSIFICAZIONE DEI TRIANGOLI

IN BASE AI LATI:

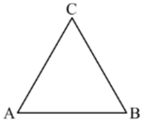
- Scaleno



- Isoscele

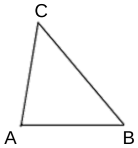


- Equilatero

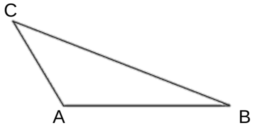


IN BASE AGLI ANGOLI:

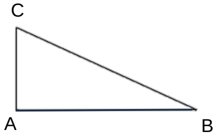
- Acutangolo



- Ottusangolo

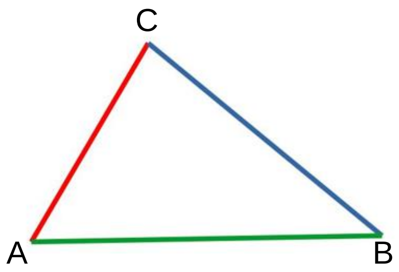


- Rettangolo



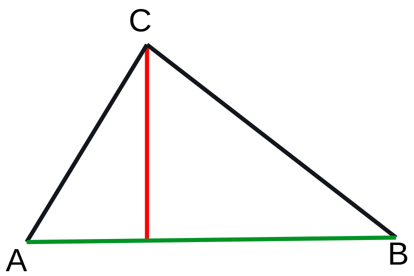
PERIMETRO

$$P = l_1 + l_2 + l_3$$



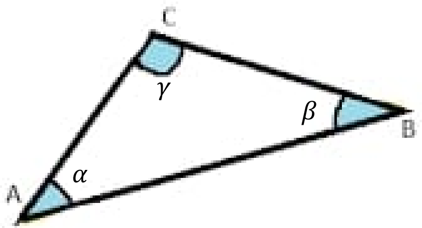
AREA

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



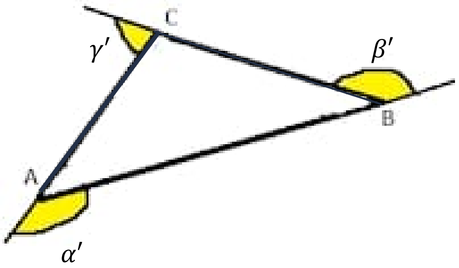
ANGOLI INTERNI

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$



ANGOLI ESTERNI

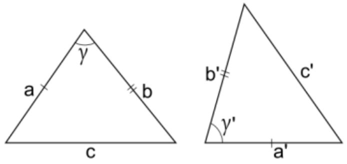
$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^{\circ}$$



CRITERI DI CONGRUENZA

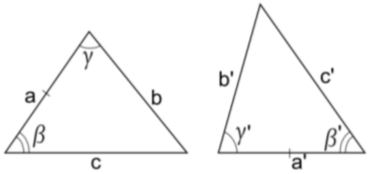
PRIMO CRITERIO

Due triangoli sono congruenti se hanno congruenti due lati e l’angolo tra essi compresi



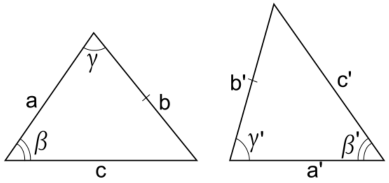
SECONDO CRITERIO

Due triangoli sono congruenti se hanno congruente un lato e i due angoli a esso adiacenti



TERZO CRITERIO

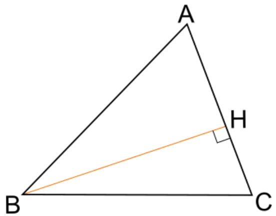
Due triangoli sono congruenti se hanno i tre lati congruenti



ELEMENTI CARATTERISTICI

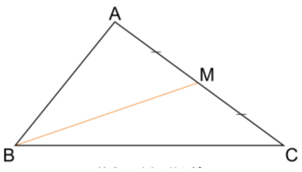
ALTEZZA

E' il segmento che congiunge un vertice con il lato opposto all'angolo, e tale da essere perpendicolare al lato stesso.



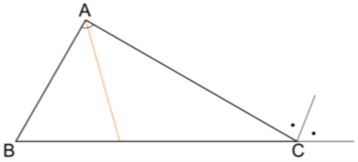
MEDIANA

E' il segmento condotto dal vertice opposto e che divide il lato in due parti uguali.



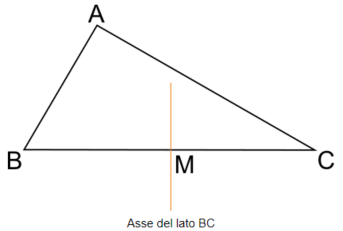
BISETTRICE

E' il segmento che congiunge il vertice dell'angolo al lato opposto ad esso e che divide l'angolo in due parti (angoli interni e esterni)



ASSE

E' il segmento che è perpendicolare al lato e lo divide in due parti uguali



3

Quadrilateri

MINIHOME

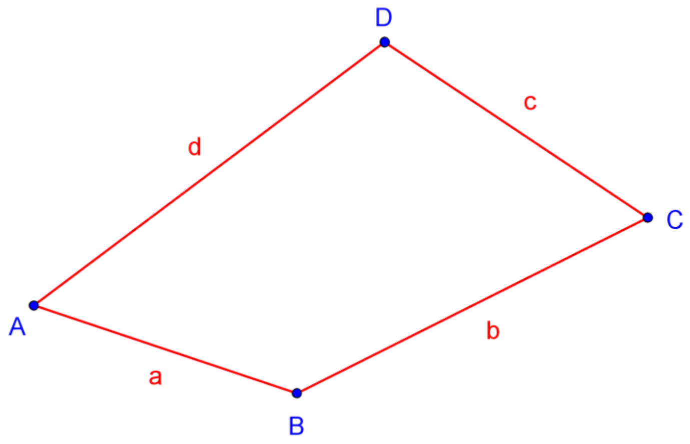
QUADRILATERI

QUADRILATERI

RETTANGOLO, ROMBI E QUADRATI

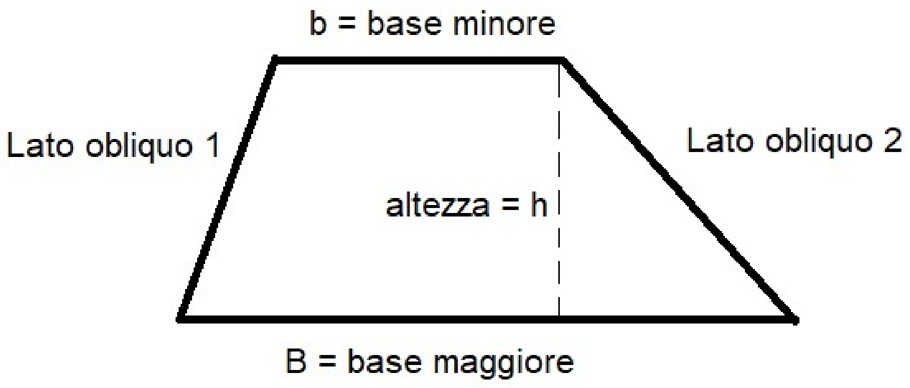
TRAPEZI

PARALELLOGRAMMI



I quadrilateri nella geometria elementare del piano sono poligoni con quattro lati, e quindi quattro vertici e quattro angoli

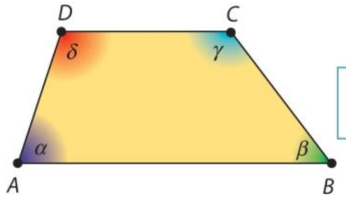
TRAPEZIO



Il trapezio è un quadrilatero che presenta due lati paralleli, chiamate basi e due lati obliqui. La base più grande viene chiamata base maggiore, mentre l'altra base minore

PROPRIETÀ DEI TRAPEZI

Gli angoli adiacenti ai lati obliqui sono supplementari, (ossia, se sommati, formano un angolo di 180°)



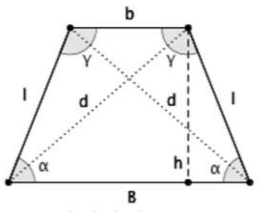
$$\alpha + \delta = 180°$$
$$\beta + \gamma = 180°$$

Le diagonali si tagliano formando segmenti proporzionali. Si forma M, punto di intersezione tra le diagonali AC e BD del trapezio e vale la seguente relazione:

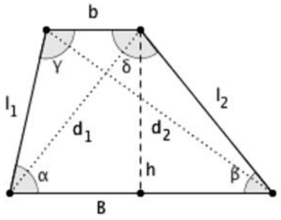
$$AM : MC = BM : MD$$

TIPI DI TRAPEZIO

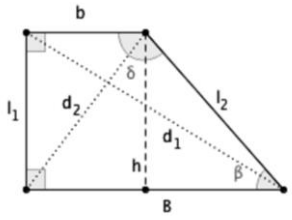
TRAPEZIO ISOSCELE



TRAPEZIO SCALENO



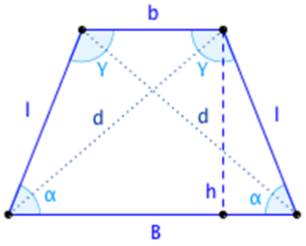
TRAPEZIO RETTANGOLO



TRAPEZIO ISOSCELE

DEFINIZIONE

Il trapezio isoscele è un trapezio in cui i lati obliqui sono congruenti e tale da avere angoli adiacenti alle rispettive basi congruenti



Trapezio isoscele

PROPRIETÀ

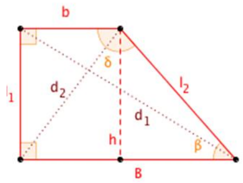
- Le diagonali sono congruenti.
- Un trapezio isoscele è simmetrico rispetto alla retta passante per i punti medi delle due basi.
- Il lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto ad una semicirconferenza è uguale alla metà della base maggiore.
- Il lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza è uguale alla semisomma delle basi.
- Nel caso in cui si consideri una circonferenza inscritta, valgono le seguenti formule

$$h = 2r \quad ; \quad B + b = 2L$$

TRAPEZIO RETTANGOLO

DEFINIZIONE

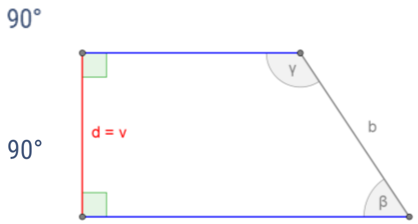
Il trapezio rettangolo è un trapezio in cui un lato obliquo è perpendicolare alle basi, si può anche dire che è un trapezio in cui gli angoli adiacenti a un lato obliquo misurano 90°



Trapezio rettangolo

PROPRIETÀ

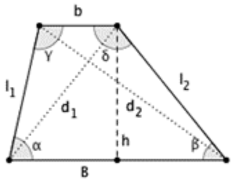
Uno dei lati obliqui è perpendicolare alla base e forma con esse angoli di 90°



PERIMETRO E AREA

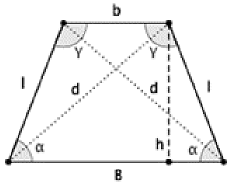
PERIMETRO

$$P = B + b + l1 + l2$$



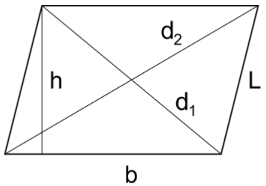
AREA

$$A = \frac{(B+b)\ x\ h}{2}$$

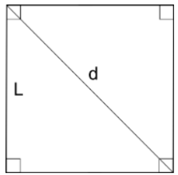


TIPI DI PARALLELOGRAMMI

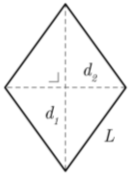
PARALLELOGRAMMA



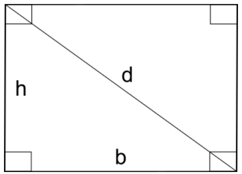
QUADRATO



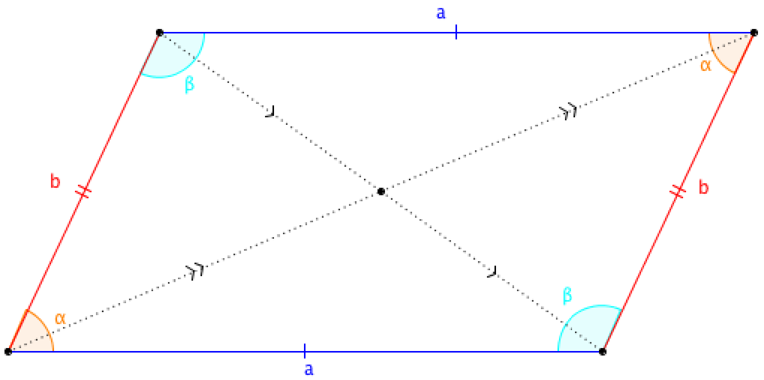
ROMBO



RETTANGOLO



PARALLELOGRAMMA



Un parallelogramma in geometria, è un poligono convesso avente quattro lati paralleli a due a due

FORMULE

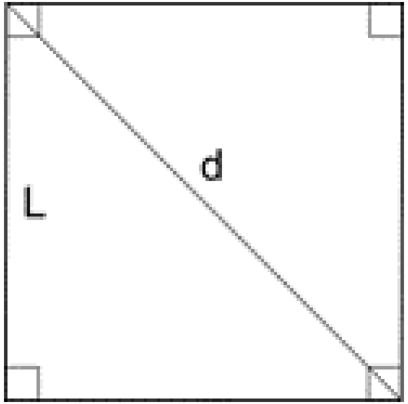
$$P = (l1 \; x \; 2) + (l2 \; x \; 2)$$

$$A = b \; x \; h$$

PROPRIETÀ

- le diagonali di un parallelogramma si dividono scambievolmente in due parti uguali.
- i lati opposti di un parallelogramma hanno uguale lunghezza.
- gli angoli opposti di un parallelogramma hanno uguale ampiezza, mentre gli angoli consecutivi sono supplementari.
- In un parallelogramma la somma dei quadrati delle due diagonali equivale alla somma dei quadrati dei quattro lati.

QUADRATO



Un quadrato in geometria è un poligono convesso formato da quattro lati congruenti e quattro angoli congruenti di 90°

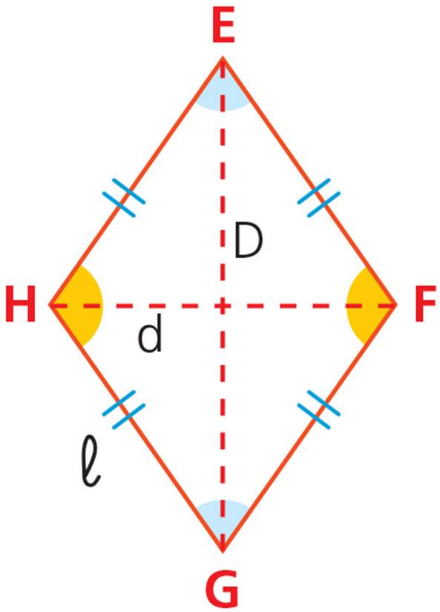
FORMULE

$$P = l \; x \; 4$$

$$A = l \; x \; l$$

PROPRIETÀ

- I lati sono perpendicolari a due a due.
- Le diagonali sono perpendicolari .
- Le diagonali si incontrano in un punto, detto centro, che le divide entrambe in due segmenti congruenti.
- Ciascuna diagonale di un quadrato lo divide in due triangoli rettangoli e isosceli congruenti tra loro, con angoli alla base di 45°.
- Un quadrato possiede 4 assi di simmetria.
- Le somme delle misure dei lati opposti coincidono, perciò è sempre possibile tracciare una circonferenza inscritta al quadrato.
- Le somme degli angoli opposti sono uguali, perciò è sempre possibile disegnare una circonferenza circoscritta al quadrato .



Un rombo in geometria è un quadrilatero con i quattro lati congruenti e i lati opposti paralleli

FORMULE E PROPRIETÀ

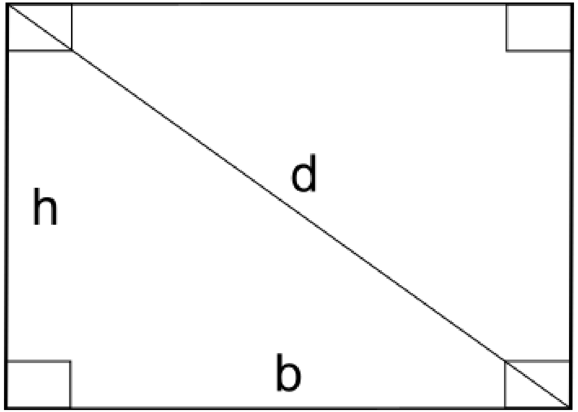
FORMULE

$$P = l \; x \; 4$$

$$A = \frac{d1 \; x \; d2}{2}$$

PROPRIETÀ

- Gli angoli opposti sono congruenti e gli angoli consecutivi sono supplementari.
- Un rombo ha le diagonali perpendicolari
- Le diagonali si incontrano in un punto, detto centro, che le divide entrambe in due segmenti congruenti.
- Ciascuna diagonale divide il rombo in due triangoli isosceli.
- Le diagonali formano quattro triangoli rettangoli, congruenti tra loro e ciascuno con i cateti dati dalle semidiagonali del rombo.
- Le diagonali del rombo sono bisettrici degli angoli interni
- Le diagonali sono assi di simmetria del rombo; il centro del rombo è il centro di simmetria.
- Le somme delle misure dei lati opposti sono uguali perciò è sempre possibile inscrivere una circonferenza in un rombo.



Il rettangolo in geometria è un quadrilatero con i lati consecutivi perpendicolari tra di loro (quindi con quattro angoli interni di 90°)

FORMULE

$$P = (b + h)\ x\ 2$$

$$A = b\ x\ h$$

PROPRIETÀ

- I lati opposti sono congruenti e paralleli.
- Un rettangolo ha le diagonali congruenti.
- Le diagonali si incontrano in un punto detto centro, che le divide entrambe in due segmenti congruenti.
- Ciascuna diagonale divide il rettangolo in due triangoli rettangoli.
- Le diagonali di un rettangolo formano quattro triangoli isosceli.
- Vi sono due assi di simmetria del rettangolo; il centro del rettangolo è il centro di simmetria.
- Le somme degli angoli opposti sono uguali, perciò un rettangolo è sempre inscrivibile in una circonferenza.
- Un rettangolo è un parallelogramma con i lati a due a due perpendicolari

4

Circonferenza

MINIHOME

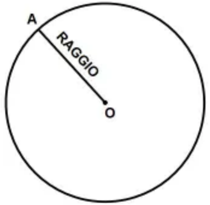
CIRCONFERENZA

- DEFINIZIONE DI CIRCONFERENZA E CERCHIO
- CALCOLO LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA E AREA DEL CERCHIO
- POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI: CRITERI PER TRIANGOLI, QUADRILATERI E POLIGONI REGOLARI
- ANGOLI AL CENTRO, ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA E PROPRIETÀ

DEFINIZIONE

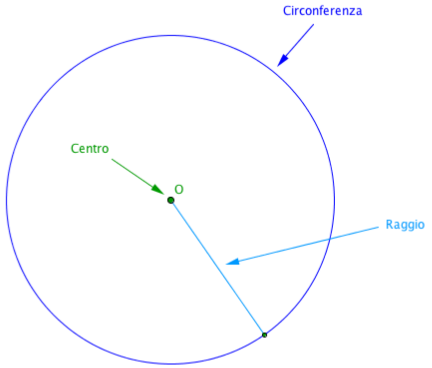
CIRCONFERENZA

Si definisce circonferenza il luogo dei punti del piano equidistanti da un dato punto, detto centro della circonferenza; il valore della distanza dei punti dal centro viene detto raggio



CERCHIO

Si definisce cerchio la parte di piano delimitata da una circonferenza



PERIMETRO

LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA:

$$P = 2\pi r$$

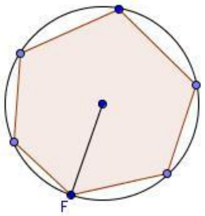
AREA

AREA DEL CERCHIO:

$$A = \pi r^2$$

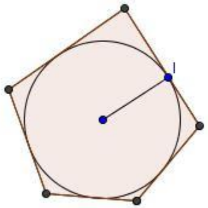
INSCRITTI

Un poligono si dice inscritto in una circonferenza quando i suoi vertici stanno sulla circonferenza data



CIRCONSCRITTI

Un poligono si dice circoscritto a una circonferenza quando i suoi lati sono tangenti alla circonferenza data



INSCRIVIBILITA'

Un poligono può essere inscritto in una circonferenza se e solo se gli assi dei lati si incontrano nello stesso punto, che è proprio il centro della circonferenza circoscritta al poligono

CIRCOSCRIVILITA'

Un poligono può essere circoscritto a una circonferenza se e solo se le bisettrici degli angoli interni si incontrano nello stesso punto, che è proprio il centro della circonferenza inscritta al poligono

INSCRIVIBILITA’

Un quadrilatero può essere inscritto in una circonferenza se e solo se due angoli opposti sono supplementari

CIRCOSCRIVILITA’

Un quadrilatero può essere circoscritto a una circonferenza se e solo se la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due.

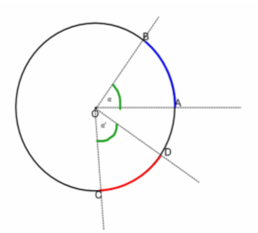
CRITERI DEI TRIANGOLI

Dati tre punti nel piano, esiste sempre una unica circonferenza che li unisce

Un triangolo si può sempre inscrivere in una circonferenza, e si può sempre circoscrivere a una circonferenza.

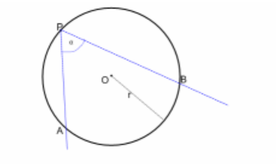
AL CENTRO

Si dice angolo al centro, un qualsiasi angolo che ha per vertice il centro di una circonferenza, e come lati due semirette qualsiasi con origine al centro.

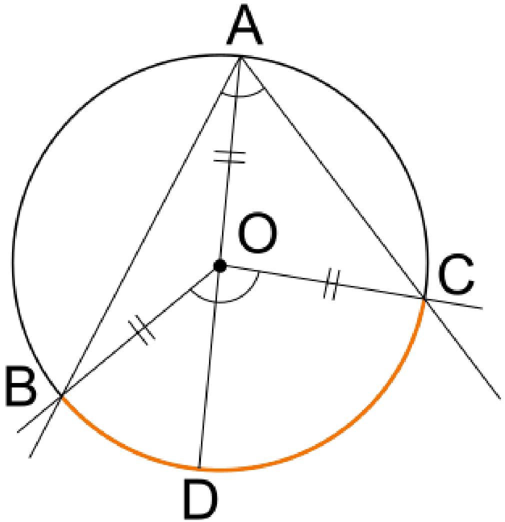


ALLA CIRCONFERENZA

Si dice angolo alla circonferenza, un angolo convesso che ha il centro sulla circonferenza, e i lati possono essere o tutti e due secanti alla circonferenza, o uno secante e uno tangente alla circonferenza



PROPRIETA'



la relazione che lega gli angoli al centro con quelli con quelli alla circonferenza, è la seguente:

$$\widehat{bac} = \frac{1}{2}\widehat{boc}$$

Principalmente, gli angoli alla circonferenza e quelli al centro, hanno 2 proprietà:

-a ogni angolo alla circonferenza corrisponde un angolo al centro

-per ogni angolo al centro esistono infiniti angoli alla circonferenza corrispondenti ad esso

5

Equivalenza

MINIHOME

EQUIVALENZA

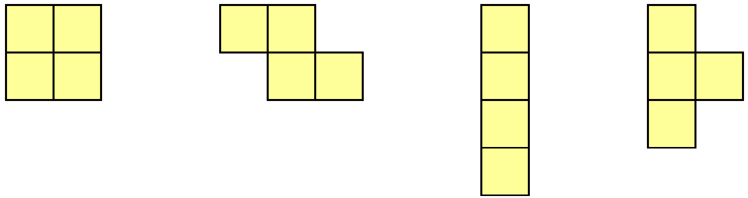
DEFINIZIONE CONCETTO DI EQUIVALENZA

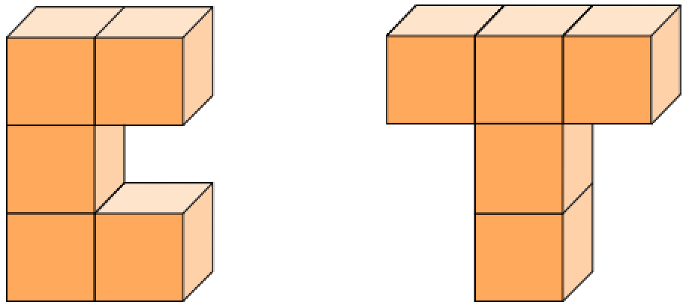
PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE

SECONDO TEOREMA DI EUCLIDE

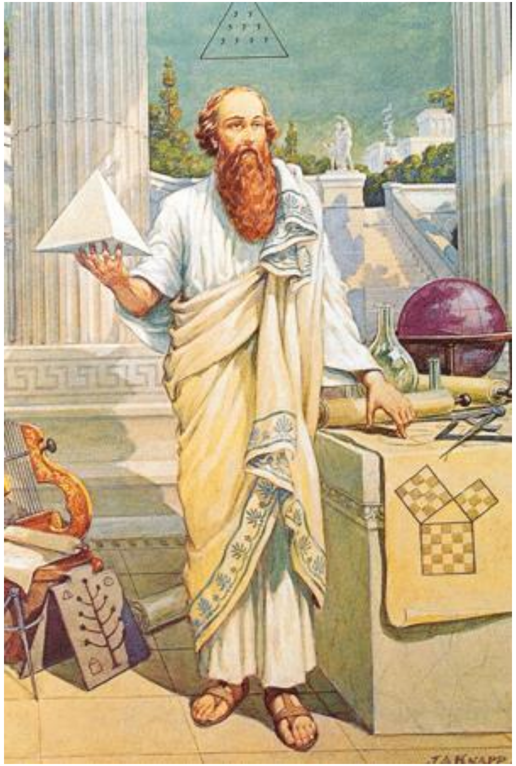
TEOREMA DI PITAGORA

Due figure piane si dicono equivalenti quando hanno la stessa area, ovvero la stessa quantità di superficie occupata

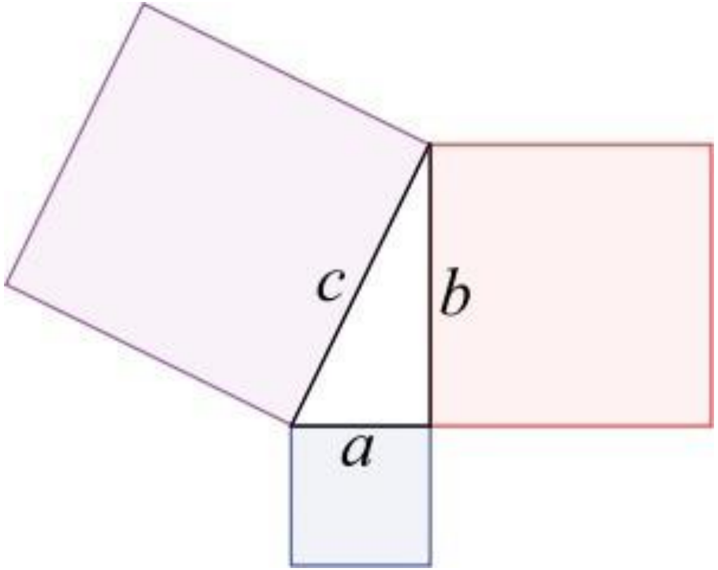




Due figure piane possono essere equivalenti anche se non hanno la stessa forma



Il teorema di Pitagora è un enunciato della geometria euclidea che stabilisce una relazione fondamentale tra i lati di un triangolo rettangolo. Tale teorema, viene spesso attribuito al filosofo e matematico Pitagora, ma in realtà si dice che il suo enunciato era già noto agli antichi babilonesi.

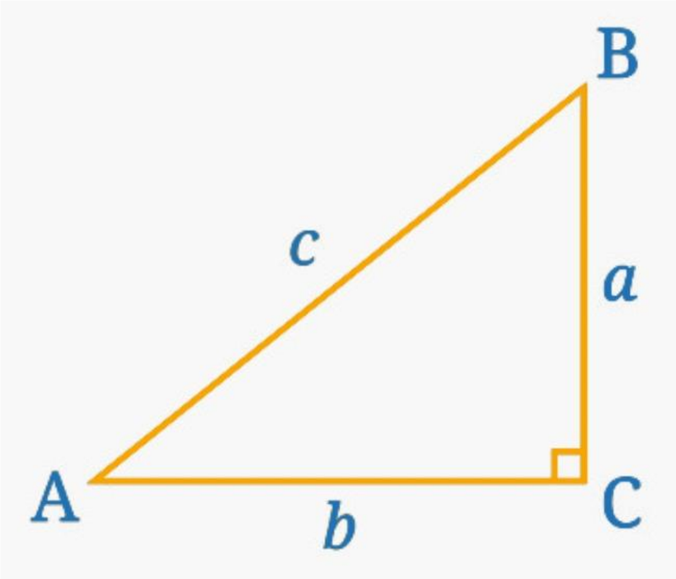


Più accuratamente, il teorema di Pitagora afferma che, dato un triangolo rettangolo, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa (i^2) è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti (c^2). Questo teorema ci permette anche di calcolare uno dei tre lati conoscendo le misure dei due lati rimanenti

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = b^2 - c^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$



Ecco qui un esempio di calcolo dei lati di un triangolo rettangolo grazie al teorema di Pitagora.

Dato un triangolo rettangolo, formato dai lati a (5cm),b (7cm),c, con a, b cateti e c ipotenusa, calcolare la lunghezza di c

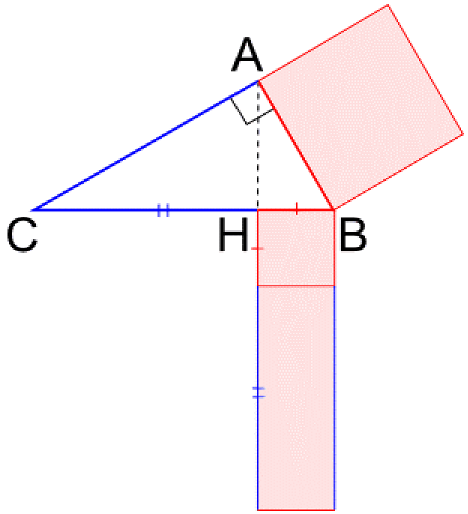
$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$c = \sqrt{5^2 + 7^2}$cm

$c = \sqrt{74}$=8,6

Abbiamo trovato la lunghezza di c, equivalente a 8,6cm



In un triangolo rettangolo, formato da a,b,c, con base a, il quadrato costruito sul cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione del cateto sull'ipotenusa

$bc/ab = ab/bh$

$bc/ac = ac/ch$

ESEMPIO:

Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo, con base a, ipotenusa lunga 10cm e cateto minore di lunghezza 3,6cm

1)Come prima cosa, calcoliamo il cateto minore (AB)

$$BC/AB = AB/BH$$

$$AB^2 = \mathrm{BC} \times \mathrm{BH}$$

$$AB^2 = 10 \times 3{,}6$$

$$AB = \sqrt{36} = 6$$

2)In conseguenza, calcoliamo la proiezione del cateto maggiore

$$CH = BC - BH = 10 - 3{,}6 = 6{,}4cm$$

3)Poi, calcoliamo il cateto maggiore (BC)

$$BC/AC = AC/CH$$

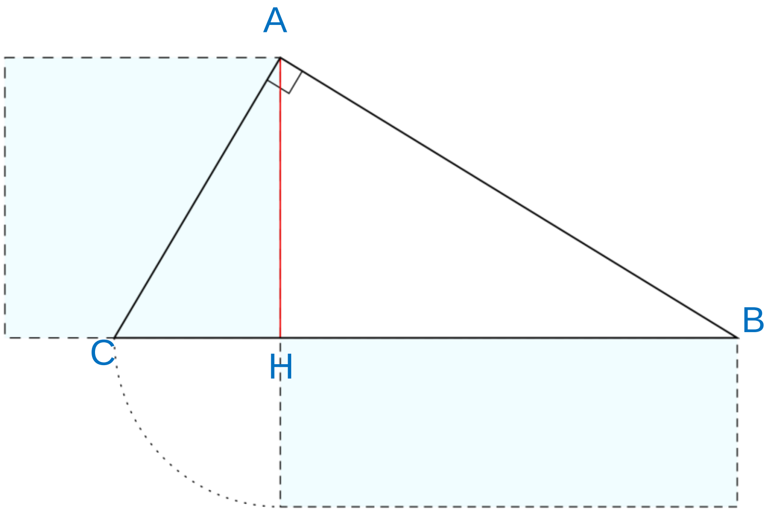
$$AC^2 = \mathrm{BC} \times \mathrm{CH}$$

$$AC^2 = 10 \times 6{,}4$$

$$AC = \sqrt{64} = 8$$

4)Infine, calcoliamo il perimetro

$$\boldsymbol{p = AB + BC + CA = 6 + 10 + 8 = 24}$$



In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa

$$ch/bh = bh/ah$$

ESEMPIO:
Conoscendo le proiezioni di un triangolo rettangolo, equivalenti a CH=36cm e BH=64cm. Calcola l'altezza rispettiva all'ipotenusa

1)Come prima cosa, impostiamo la proiezione

$$CH/AH = AH/BH$$

2)In conseguenza, sostituiamo i valori

$$36/AH = AH/64$$

3)Poi, applichiamo la formula

$$AH^2 = 36 \times 64$$

$$AH = \sqrt{2304}$$

$$AH = 48\text{cm}$$

FONTI

LIBRO DI TESTO

YOUMATH

WIKIPEDIA

TRECCANI

SCUOLA