

DOKUMENTACJA

1.Opis problemu i rozwiązania

Naszym zadaniem jest reprezentacja działań na wielomianach w programie za pomocą tablic. Operacje jakie musimy zaimplementować to dodawanie, odejmowanie, mnożenie oraz obliczanie wartości wielomianu w punkcie za pomocą algorytmu Hornera. W programie będziemy przechowywać tylko wartości współczynników wielomianów oraz stopień. Współczynniki będziemy przechowywać w tablicy, gdzie $wiel[i]$ oznacza współczynnik przy x^i .

Pierwszym etapem rozwiązania problemu jest wczytanie wielomianu od użytkownika. Użytkownik podaje stopień wielomianu, a następnie współczynniki od najwyższej potęgi do stałej. Aby uniknąć błędów, program sprawdza poprawność wprowadzonych danych, zapewniając, że stopień jest liczbą całkowitą nieujemną.

```
void wczytajWielomian(double wiel[], int stopien)
    wypisz: „Podaj stopień wielomianu:”
    wczytaj: stopien
    if(stopien<0) wypisz: „Podano błędną liczbę.”
    wypisz: „Podaj współczynniki (od najwyższej potęgi do stałej):”
    for( i = stopien; i>=0;i--) wczytaj: wiel[i]
```

Po wczytaniu wielomianów możemy przejść do ich przetwarzania. Operacja dodawania polega na sumowaniu współczynników odpowiadających tym samym potęgom. Stopień wyniku jest równy maksymalnemu stopniowi z obu wielomianów. Podobnie wygląda odejmowanie.

```
void dodaj(wiel1[], stopien1, wiel2[], stopien2, wynik[], stopienWyniku)
    stopienWyniku = MAX(stopien1, stopien2)
    for( i = 0 ; i<= stopienWyniku; i++)
        wynik[i] = 0
        if( i ≤ stopien1) wynik[i] += wiel1[i]
        if( i ≤ stopien2) wynik[i] += wiel2[i]
```

```
void odejmij(wiel1[], stopien1, wiel2[], stopien2, wynik[], stopienWyniku)
    stopienWyniku = MAX(stopien1, stopien2)
    for( i = 0; i <= stopienWyniku; i++)
        wynik[i] = 0
        if( i ≤ stopien1) wynik[i] += wiel1[i]
        if( i ≤ stopien2) wynik[i] -= wiel2[i]
```

Następną operacją jest mnożenie wielomianów. W tym przypadku każdy współczynnik pierwszego wielomianu należy pomnożyć przez każdy współczynnik drugiego wielomianu, przy czym potęgi zmiennej x sumują się. Stopień wyniku mnożenia będzie równy sumie stopni obu wielomianów.

```
void mnozenie(wiel1[], stopien1, wiel2[], stopien2, wynik[], stopienWyniku)
```

```
stopienWyniku = stopien1 + stopien2
```

```
for(i = 0 ; i<= stopienWyniku; i++)  
    wynik[i] = 0
```

```
for(i = 0 ; i<= stopienWyniku; i++)  
    for(j = 0 ; j<= stopienWyniku; j++)  
        wynik[i + j] += wiel1[i] * wiel2[j]
```

Ostatnią operacją, jaką musimy zaimplementować, jest obliczanie wartości wielomianu dla podanego argumentu x . W tym celu stosujemy algorytm Hornera, który znacząco upraszcza i przyspiesza obliczenia.

```
double Horner(wiel[], stopien, x)  
    wynik = wiel[stopien]
```

```
    for(i=stopien-1; i>=0;i--)  
        wynik = wynik * x + wiel[i]
```

```
    return wynik
```

2. Opis użytych struktur danych

Wielomiany są reprezentowane jako tablice typu `double`, w których każda komórka zawiera współczynnik odpowiadający odpowiedniej potęgze zmiennej x . Tablice zostały zadeklarowane z maksymalnym rozmiarem 100, co oznacza, że wielomian może być co najwyżej 99 stopnia. W kodzie wykorzystywane są także zmienne całkowite `int`, które przechowują stopień odpowiedniego wielomianu. Zmienne te pozwalają programowi zarządzać strukturą wielomianów i kontrolować zakres obliczeń. Wartością zmienną w tym programie jest również zmienna x typu `double`, która przechowuje wartość punktu, w którym obliczana jest wartość wielomianu za pomocą algorytmu Hornera.

3. Oszacowanie złożoności czasowej i pamięciowej

- Wczytywanie i wyświetlanie wielomianów
Pętla iteruje przez $n+1$ elementów, dlatego wczytywanie współczynników i wyświetlanie wielomianu to operacje liniowe $O(n)$, gdzie n to stopień wielomianu. Nie używają dodatkowej pamięci poza przechowywaniem współczynników, dlatego złożoność pamięciowa to $O(n)$.
- Algorytm Hornera
Oblicza wartość wielomianu w punkcie x poprzez kolejne mnożenia i dodawania współczynników. W każdej iteracji wykonujemy jedną operację mnożenia i jedną operację dodawania – $O(1)$ ale pętla wykonuje się n razy, co wymaga $O(n)$ operacji dla wielomianu stopnia n . Algorytm nie wymaga dodatkowej pamięci poza danymi wejściowymi, stąd jego złożoność pamięciowa wynosi $O(1)$.

- Dodawanie i odejmowanie wielomianów
Dodajemy lub odejmujemy odpowiednie współczynniki, tyle razy ile wynosi maksymalny stopień spośród dwóch wielomianów, $n = \max(\text{stopień1}, \text{stopień2})$. Musimy wykonać co najwyżej $n+1$ operacji dodawania lub odejmowania więc złożoność obliczeniowa to $O(n)$. Złożoność pamięciowa również wynosi $O(n)$, ponieważ używamy dodatkowej tablicy o rozmiarze $n+1$ do przechowania wyniku.
- Mnożenie wielomianów
Pętla zewnętrzna iteruje przez współczynniki pierwszego wielomianu - $O(n)$, a wewnętrzna przez współczynniki drugiego - $O(m)$, ($n \geq m$) co prowadzi do $O(n \cdot m)$ operacji. W najgorszym przypadku $n=m$, więc mamy $O(n^2)$. Wynikowy wielomian ma stopień = $\text{stopień1} + \text{stopień2}$, więc tablica wynikowa wymaga przechowywania $n+m+1$ elementów co daje jej złożoność pamięciową $O(n+m)$.

4. Dokumentacja użytkowa

Program jest napisany w języku C++ i może być uruchomiony na dowolnym systemie operacyjnym, który obsługuje kompilator C++.

Najpierw należy program pobrać i skompilować. Dla linuxa wystarczy wpisać w terminalu: `g++ algorytmy.cpp -o algorytmy`
a następnie uruchomić wpisując: `./algorytmy`

Po uruchomieniu programu użytkownik zobaczy menu, w którym będzie musiał wybrać jedną z czterech dostępnych opcji:

1 dodawanie

2 odejmowanie

3 mnożenie

4 obliczanie wartości wielomianu w punkcie

Użytkownik musi wpisać wybraną cyfrę i nacisnąć enter. Następnie program poprosi o wpisanie stopnia wielomianu, tutaj użytkownik musi podać cyfrę z przedziału od 0 do 99 po czym nacisnąć enter. Kolejno program poprosi o podanie współczynników wielomianu, użytkownik musi wpisać je zaczynając od współczynnika stojącego przy najwyższej potęgze do wyrazu wolnego, oddzielając je spacją i na końcu wcisnąć enter. Współczynniki mogą być liczbami zmiennoprzecinkowymi, wtedy należy wpisać część_calkowita.część_ułamkowa. W przypadku wybrania opcji 1,2,3 program znowu poprosi o wpisanie stopnia i współczynników a dla opcji 4 program poprosi o wpisanie punktu, który również może być liczbą zmiennoprzecinkową i wciśnięcie enter. Jeśli którakolwiek z danych została podana błędnie, program poprosi o ponowne jej wprowadzenie.