

Série 1: Les Nombres Complexes

Exercice 1 :

Déterminer dans chacun des cas suivants la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe Z :

$$1) Z = 1 + 3i \quad 2) Z = 5 \quad 3) Z = 2 - \sqrt{4}i \quad 4) Z = -2i \quad 5) Z = \frac{1}{4} - i$$

Exercice 2 :

Ecrire sous la forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \frac{2-3i}{1+i} \quad Z_2 = (3+2i) \times (-1+3i) \quad Z_3 = \frac{1}{(-1+3i)}$$

$$Z_4 = (6-3i)^3 \quad Z_5 = \frac{4}{3+i} + \frac{2i}{3-i} \quad Z_6 = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{2019}$$

Exercice 3:

Résoudre dans \mathbb{C} chacune des équations suivantes :

$$1) iz - 1 + 2i = 0 \quad 2) z^2 + 1 = 0 \quad 3) z^2 = -3$$

$$4) (z + 2i)^2 = -4 \quad 5) z^2 + 2z + 2 = 0 \quad 6) \frac{-1}{iz + \sqrt{3}} = \frac{iz + \sqrt{3}}{3}$$

Exercice 4:

On pose: $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ et $f(z) = z^2 - z$ et $g(z) = \frac{z+i}{z-i}$ tel que $z \neq 1$

- 1) Exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$ en fonction de x et y
- 2) Déterminer $\operatorname{Re}(g(z))$ et $\operatorname{Im}(g(z))$ en fonction de x et y
- 3) Démontrer que : $f(z) \in \mathbb{R} \iff f(z) \in \mathbb{R} \iff y = 0 \text{ et } x = \frac{1}{2}$
- 4) Démontrer que : $g(z) \in \mathbb{R} \iff y = x - 1 \text{ et } (x, y) \neq (1; 0)$