Projecte I - Informe Final

M. Jabbour, A. Luque, P. Reyero

Maig 2016

1 Introducció

El nostre projecte s'ha basat en la construcció i programació d'un robot delta amb tres servomotors que jugui al clàssic joc del penjat contra una persona. Serà el robot qui dibuixarà l'entorn de joc i les lletres, i la persona haurà d'endevinar la paraula. Hem volgut que el robot faci el màxim possible, ja que és el més vistós i on treballarem més, deixant així l'ordinador en segon pla, només per executar el programa i tenir la mínima interacció amb el jugador, que serà únicament la introducció de les lletres via teclat.

L'objectiu principal del projecte ha estat que el robot tingui una resposta ràpida i precisa, suficient per poder jugar amb comoditat, és a dir, que cada cop que la persona interactui amb el robot (digui una lletra), aquest no s'estigui massa temps per respondre (dibuixant) i quan ho faci que s'entengui clarament el que ha fet (traç net i clar), a més de que ho faci al lloc on toca.

El joc és controlat per un programa a l'ordinador connectat al robot, que s'encarrega de triar la paraula, dibuixar el que calgui quan toqui i on s'escaigui, saber si l'entrada és correcta o no i conèixer l'estat del joc (quantes lletres falten, quantes s'han fallat i com es troba el penjat, i comprovar si s'ha acabat el joc).

Hem muntat el robot des del principi, és a dir, hem tractat el seu disseny mecànic (mides, articulacions, altura...), ens hem preocupat per l'estudi de la seva cinemàtica (moviments possibles, enllaços, moviment dels motors...), i finalment hem programat el software que controla tant el robot com la dinàmica de joc (control de l'entrada, diccionari intern, final de joc...)

Així doncs, cada un de nosaltres s'ha fet responsable de una de les tres parts esmentades, tot i que tots hem col·laborat i treballat activament en totes tres parts del projecte. El repartiment va ser el següent:

- Mecànica: Adrià Luque
- Cinemàtica: Pedro Reyero
- Software: Maria Jabbour

2 Part Mecànica: Muntatge

Un cop decidit què volíem que fes el nostre robot, l'objectiu principal va passar a ser muntar-lo. Abans, però, volíem saber com es mouria l'extrem (el bolígraf) canviant la posició dels motors, és a dir, resoldre la cinemàtica inversa d'un robot delta. En aquest informe final parlarem sobre el muntatge del robot, sobre aquests càlculs cinemàtics i finalment sobre la programació del joc del penjat en aquest ordre, tot i que el primer que vam fer va ser resoldre la cinemàtica inversa, abans de muntar res, per poder conèixer el model teòric que governa el nostre robot, i poder prendre decisions sobre el muntatge, aquests càlculs els incloem més endavant.

Així doncs, un cop conegudes les equacions cinemàtiques, vam decidir de quina mida serien les lletres que pintaria el robot al jugar al penjat.Vam creure oportú agafar lletres de 3x5 cm, una proporció usual i que ens permetia tenir, en una pissarra blanca estàndard, d'uns 40cm, unes 7 lletres (comptant espais entre lletres i marges), nombre que considerem força adequat per jugar.

Jugant una mica amb els paràmetres del model teòric, vam trobar unes mides que donaven el joc necessari perquè el robot arribés a tots els marges de la pissarra. Aquestes són:

Descripció de la longitud	Nom	Mida (mm)
Radi de la base superior, del centre a l'eix dels motors	f	150
Longitud de l'avantbraç	rf	200
Longitud del braç (quadrilàter)	re	300
Radi de la base inferior, del centre a l'eix dels braços	e	125

Table 1: Taula de mides.

Un cop preses aquestes mides pel nostre robot, vam començar a comprar el material necessari i a muntar el robot. En particular, vam dissenyar el robot entorn una pissarra de 40x32cm, posant les potes tan allunyades del centre com fos possible i respectant les mides teòriques que vam prendre. Per això vam comprar una fusta per la base de 60x60cm i unes potes de 28mm de secció i 30cm d'alt, que era l'alçada òptima perquè el robot es pogués moure bé en l'espai de treball desitjat. Després, vam comprar la base superior i la vam tallar al taller de l'Escola amb la forma corresponent, posant-hi a lloc també els motors.

Fins i tot vam fer un dibuix 3D preliminar amb el programa SolidWorks del muntatge:

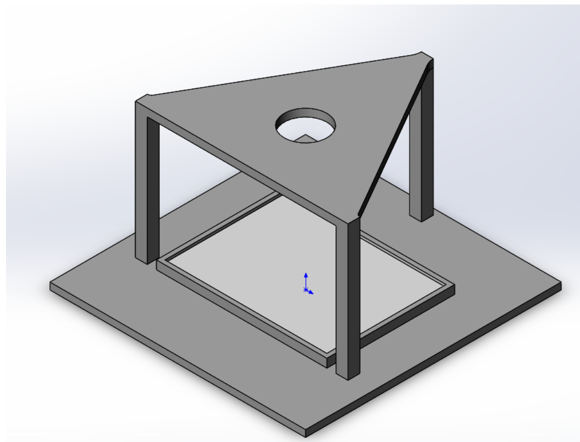


Figure 1: Base fixa del robot.

El muntatge inclou un forat al centre de la base superior que preteníem fer en un principi per poder accedir amb facilitat al bolígraf i treure els cables de l'espai de treball, però que al final hem acabat no realitzant. Tot i així al SolidWorks és útil ja que permet veure a través de la base.

Seguidament, vam comprar les barnilles per fer el quadrilàter articulat, i les juntes universals per unir-les. Per fer els avantbraços vam fer servir la mateixa fusta que per les potes, però de manera que quedessin 20cm entre eixos. Per assegurar que el joc fos mínim i les peces no es desmuntessin, els eixos horitzontals són roscats, i per cada element, a banda i banda, hi ha una volandera de seguretat "Grower" i una femella. Tot i que algunes ens han sigut proporcionades, també hem comprat volanderes i femelles.

Finalment, vam portar a imprimir a l'aula Rep Rap la base inferior del robot, dissenyada també amb el programa SolidWorks. Aquesta peça va trigar bastant a imprimir-se, ja que és bastant ampla i donava problemes en un primer moment.

Per comprovar d'una manera visual que el robot arriba als extrems de la pissarra, i aprofitant el dibuix amb SolidWorks, vam acabar de fer un assemblatge virtual amb les diferents peces del robot, permetent la mobilitat entre elements. A continuació podem veure'n algunes configuracions:

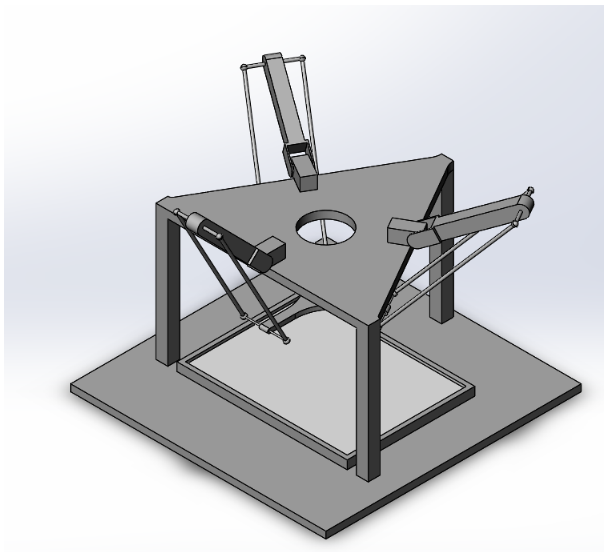


Figure 2: Robot complet, posició central.

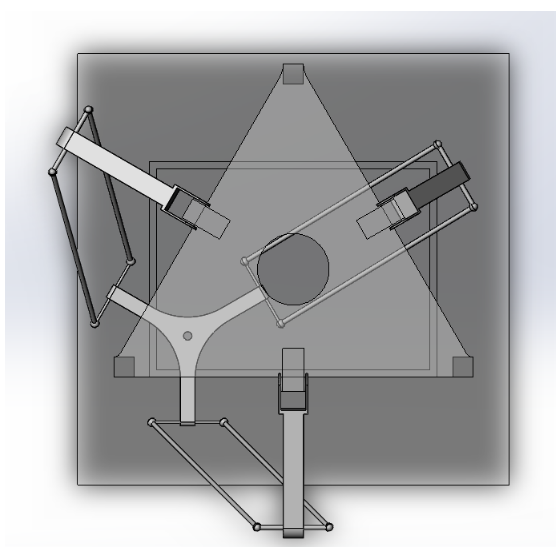


Figure 3: Robot complet, posició extrema.

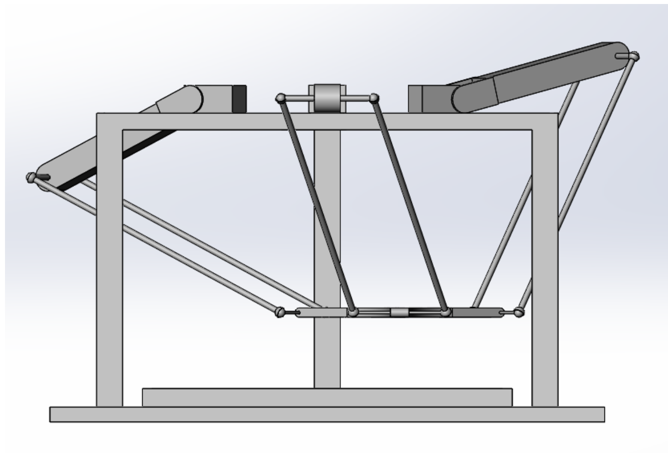


Figure 4: Robot complet, vista frontal.

Després de totes les comprovacions i de totes les dificultats del muntatge, vam completar la part mecànica del robot, que després només ha patit petites modificacions pel funcionament final, per exemple hem hagut de collar i assegurar algunes femelles perquè hi havia massa joc. Les mides finals es corresponen amb bastanta exactitud a les proposades al principi, la majoria són idèntiques, però val a dir que la longitud 're' del quadrilàter és la més distant de la teòrica, ja que a mig muntatge vam veure que havia de ser així perquè fos més senzill, i ens ha resultat de 327mm.

Un cop comprovat que el robot es movia a lloc quan li ordenàvem que anés a un punt, o fes algun recorregut senzill, vam començar a implementar-li les funcions de joc, és a dir, la part cinemàtica (parametrització de les lletres, situació d'aquestes...) i més tard el propi joc del penjat. A continuació expliquem en detall la part cinemàtica del nostre projecte, que sens dubte ha sigut extensa.

3 Part Cinemàtica: Moviment

La cinemàtica del robot consta de 2 seccions diferenciades: la primera consisteix en la deducció de la cinemàtica inversa del robot per tal de poder ordenar-li que vagi a les posicions desitjades; la segona consisteix en parametritzar totes i cadascuna de les lletres matemàticament de manera que poguem generar fàcilment els punts necessaris a traçar per dibuixar les lletres.

3.1 Cinemàtica inversa del robot

L'estudi de la cinemàtica inversa del robot consisteix en obtenir el conjunt d'expressions analítiques que representen la totalitat de condicions geomètriques d'enllaç que governen el robot i en combinar-les adequadament per arribar a expressions analítiques o procediments numèrics que permetin, a partir de la posició final que volem que tingui l'element actuador final del robot (el retolador), obtenir els angles que han de prendre els 3 motors del robot per assolir aquesta configuració final desitjada.

Usarem les coordenades generalitzades (x_c, y_c, z_c), posició final del centre de la base inferior mòbil del robot (punt on anirà fixat el retolador), i $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, configuració angular final dels motors del robot. Com tenim un sistema de 3 graus de llibertat, ens caldran 3 equacions d'enllaç geomètriques per poder resoldre el problema. Degut a la simetria del problema, però, definirem astutament els eixos cartesians, de manera que un dels eixos, l'eix "x", tingui la direcció d'un dels braços que surten dels motors (prendrem el motor 1). D'aquesta manera, ens situarem al pla $\{y = 0\}$ i el problema quedarà simplificat, necessitant només trobar φ_1 en funció de la posició (x_c, y_c, z_c) desitjada. Seguidament, es farà un canvi de coordenades astut per poder reciclar les relacions trobades en el pla anterior i trobar φ_2 i φ_3 sense haver de calcular cap nova expressió.

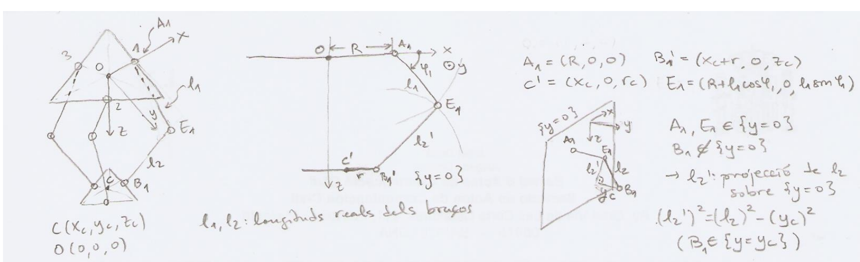


Figure 5: Esbós de l'estudi cinemàtic: Paràmetres

A la Figura 5, al dibuix pla, observem que per resoldre el problema cinemàtic invers per al motor 1 ens és suficient amb trobar les coordenades del punt E_1 (punt d'articulació entre els dos braços associats al motor 1) i relacionar-les amb φ_1 per trigonometria. Observem també (aquesta serà la clau de tota la cinemàtica inversa) que el punt E_1 és la intersecció de dues circumferències en el pla $\{y = 0\}$: la circumferència de centre B_1' i radi l_2', i la circumferència de centre A_1 i radi l_1. Les equacions d'aquestes circumferències són, respectivament:

$$(x - (x_c + r))^2 + (z - z_c)^2 = (l_2')^2 \tag{1}$$

$$(x - R)^2 + (z - 0)^2 = (l_1)^2 \tag{2}$$

Combinant (1) i (2) tenim:

$$\begin{cases} x^2 + (x_c + r)^2 - 2(x_c + r)x + z^2 + z_c^2 - 2z_c z = l_2^2 - y_c^2 \\ x^2 + R^2 - 2Rx + z^2 = l_1^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow x_c^2 + r^2 + 2x_c r - 2(x_c + r)x + z_c^2 - 2z_c z + 2Rx - R^2 = l_2^2 - y_c^2 - l_1^2$$

De la qual obtenim, reordenant:

$$\underbrace{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 + r^2 - R^2 + l_1^2 + l_2^2 + 2x_c r}_{K} = 2(x_c + r - R)x + 2z_c z \tag{3}$$

Calculant K (només depèn de constants conegudes del problema), l'equació (3) queda reduïda a l'expressió lineal:

$$z = \frac{(R - r - x_c)}{z_c}x + \frac{K}{2z_c} \rightarrow z = Ax + B \tag{4}$$

on

$$A = \frac{(R - r - x_c)}{z_c}, B = \frac{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 + r^2 - R^2 + l_1^2 + l_2^2 + 2x_c r}{2z_c}$$

de manera que ara tenim dues variables, A i B, calculables a partir de constants del robot i coordenades desitjades (conegudes). Entrant (4) en (2):

$$(x - R)^2 + (Ax + B - 0)^2 = l_1^2$$
$$\rightarrow x^2 - 2xR + R^2 + A^2x^2 + 2ABx + B^2 = l_1^2$$

Obtenint l'equació de 2n grau:

$$(1 + A^2)x^2 + (2AB - 2R)x + (B^2 + R^2 - l_1^2) = 0 \tag{5}$$

Aquesta equació de 2n grau té dues solucions, x_+ i x_-, corresponents a prendre el signe + ó - respectivament en la fórmula del càlcul de les solucions d'una equació de 2n grau. Per raons de muntatge i maniobrabilitat del robot, ens interessa que $x_{E_1} > x_{A_1}$, per la qual cosa prendrem com a bona la solució x_+,

que ens dóna sempre la solució x_{E_1} major.
Desenvolupant i simplificant l'expressió de la solució x_+, particularitzant la fórmula de les solucions d'equacions de 2n grau al cas de l'equació (5), obtenim:

$$x_+ = \frac{(R - AB) + \sqrt{l_1^2(1 + A^2) - (AR + B)^2}}{(1 + A^2)} \tag{6}$$

Substituint x_+ a (4) obtenim z_+, de manera que ja tenim les coordenades cartesianes del punt E_1. Ara només falta aplicar la següent relació trigonomètrica per trobar φ_1:

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{z_+}{x_+ - R}\right) \tag{7}$$

Per obtenir els altres dos angles, φ_2 i φ_3, aprofitarem la simetria del problema. Per obtenir φ_2 fem un gir de +120° al sistema de coordenades entorn de l'eix z, de manera que:

$$\begin{cases} x' = x\cos(120°) + y\sin(120°) \\ y' = -x\sin(120°) + y\cos(120°) \end{cases} \tag{8}$$

Per obtenir φ_3 fem un gir de -120° al sistema de coordenades entorn de l'eix z, de manera que:

$$\begin{cases} x'' = x\cos(120°) - y\sin(120°) \\ y'' = x\sin(120°) + y\cos(120°) \end{cases} \tag{9}$$

En aquestes noves coordenades, si no oblidem de fer el canvi també de (x_c, y_c, z_c) a (x'_c, y'_c, z_c) i (x''_c, y''_c, z_c), el problema serà idèntic al que acabem de resoldre,amb la qual cosa només ens caldrà aplicar les expressions trobades anteriorment i ja tindrem φ_2 i φ_3.

Ara sí, podem afirmar que el problema de la cinemàtica inversa del robot està resolt, ja que usant (6), (4) i (7) per a cada sistema de coordenades, (x, y, z), (x', y', z) i (x'', y'', z), podem obtenir els angles requerits per al motor, $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, a partir de les coordenades del centre C desitjades, (x_c, y_c, z_c).

3.2 Parametrització de les lletres

En aquesta secció ens preocuparem d'obtenir parametritzacions de les lletres que volem dibuixar per poder obtenir fàcilment un cert nombre de punts de la lletra, que seran recorreguts seqüencialment pel retolador, traçant així (de la millor manera possible un cop ajustats els paràmetres de velocitat, nombre de punts, temps de repòs entre punt i punt, etc) la lletra en qüestió. A més, voldrem ajustar els paràmetres del motor que tot just hem comentat per a cada lletra (tenim un conjunt finit de lletres, així que les podem assajar una a una, fora del joc en sí, i en les diferents caselles on van les lletres, per així obtenir la combinació de paràmetres que ens doni el resultat òptim dintre de la precisió del nostre robot). Per tal d'obtenir els punts de les lletres, calcularem una parametrització a trossos, formada per n trossos de corba plana $\sigma_i(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, t \in I_i \subset \mathbb{R}$, de manera que donant uns quants valors a t, dintre de l'interval I_i de definició

del tros de corba, obtindrem uns quants punts amb què traçar el respectiu tros de corba. Fent això per cadascun dels trossos que formen la lletra tindrem la lletra sencera. Cal remarcar que es tracta de corbes planes perquè treballem sobre la pissarra. D'aquesta manera, ometrem directament la direcció "z" en les parametritzacions. També cal comentar que els eixos (x, y, z) definits tal i com es va fer en la cinemàtica presenten un petit problema degut al nostre muntatge del robot: la direcció "x" queda apuntant verticalment i negativa en el pla de la pissarra. Per això, tant en la parametrització de les lletres, com en tota la part informàtica, prendrem els eixos (x, y, z) de manera que quedin orientats de la manera "habitual" en el pla de la pissarra (això es veurà més clar en una figura posterior).
Per tal de poder dibuixar un nombre decent de lletres (de l'ordre de 7 lletres, suficient per representar una gran part dels diccionaris català i castellà), aquestes les traçarem dins un rectangle de 3cm d'ample i 5cm d'alt. Per tant, les parametritzacions de les lletres les farem referents a aquestes mides del rectangle (de fet, a uns valors a i b genèrics que després particularitzarem al cas que comentem, tenint així la llibertat de modificar l'ample i alt del rectangle si la precisió de treball o altres factors ho requereixen).

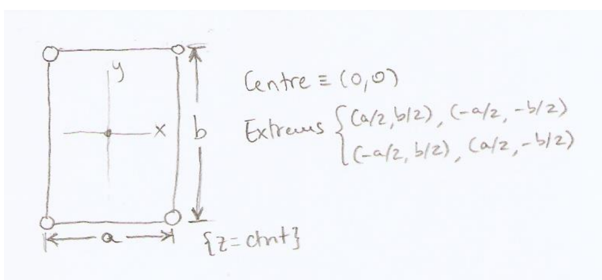
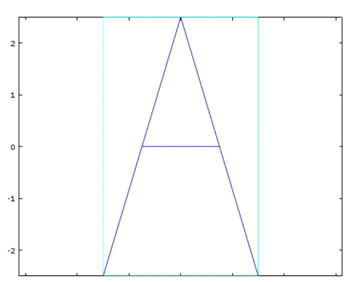
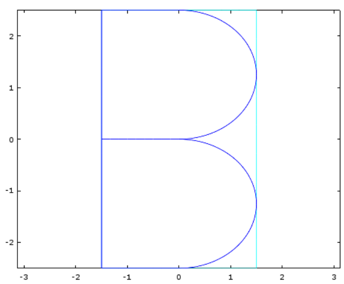
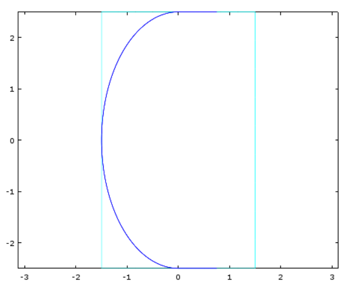


Figure 6: Esquema bàsic de les lletres

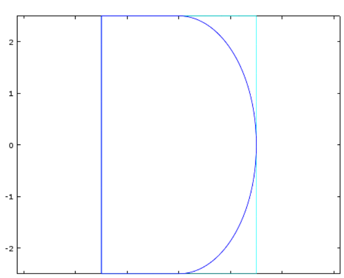
Lletra	Parametrització
	$y_1 = \psi_1(x) = b[\frac{2x}{a} + \frac{1}{2}], x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0$ $y_2 = \psi_2(x) = -b[\frac{2x}{a} - \frac{1}{2}], x : 0 \rightarrow \frac{a}{2}$ $y_3 = \psi_3(x) = 0, x : -\frac{a}{4} \rightarrow \frac{a}{4}$



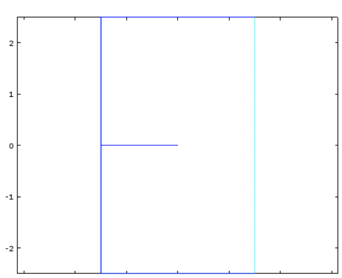
$$
\begin{aligned}
&x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}\\
&y_2 = \psi_2(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to 0\\
&\begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{cases} ,\theta : \tfrac{\pi}{2} \to -\tfrac{\pi}{2}\\
&y_4 = \psi_4(x) = 0, x : 0 \to -\tfrac{a}{2}\\
&y_5 = \psi_5(x) = 0, x : -\tfrac{a}{2} \to 0\\
&\begin{cases} x_6 = x_6(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_6 = y_6(\theta) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{cases} ,\theta : \tfrac{\pi}{2} \to -\tfrac{\pi}{2}\\
&y_7 = \psi_7(x) = -\tfrac{b}{2}, x : 0 \to -\tfrac{a}{2}
\end{aligned}
$$



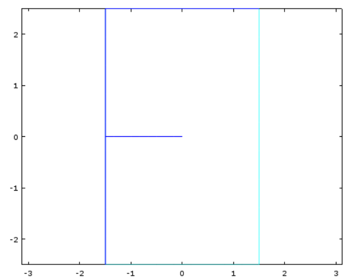
$$
\begin{aligned}
&y_1 = \psi_1(x) = \tfrac{b}{2}, x : \tfrac{a}{4} \to 0\\
&\begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = 0 + \frac{b}{2}\sin(\theta) \end{cases} ,\theta : \tfrac{\pi}{2} \to \tfrac{3\pi}{2}\\
&y_3 = \psi_3(x) = -\tfrac{b}{2}, x : 0 \to \tfrac{a}{4}
\end{aligned}
$$



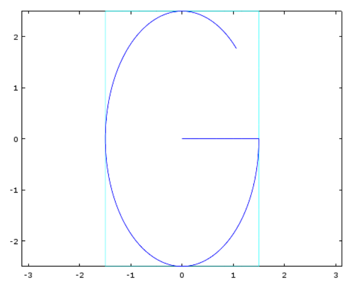
$$
\begin{aligned}
&x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}\\
&y_2 = \psi_2(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to 0\\
&\begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = 0 + \frac{b}{2}\sin(\theta) \end{cases} ,\theta : \tfrac{\pi}{2} \to -\tfrac{\pi}{2}\\
&y_4 = \psi_4(x) = -\tfrac{b}{2}, x : 0 \to -\tfrac{a}{2}
\end{aligned}
$$



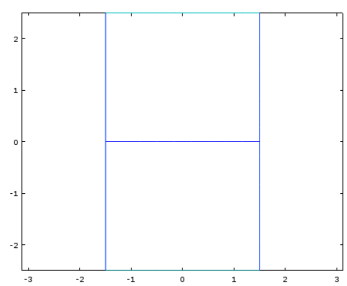
$$
\begin{aligned}
&y_1 = \psi_1(x) = \tfrac{b}{2}, x : \tfrac{a}{2} \to -\tfrac{a}{2}\\
&x_2 = \psi_2(y) = -\tfrac{a}{2}, y : \tfrac{b}{2} \to -\tfrac{b}{2}\\
&y_3 = \psi_3(x) = -\tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}\\
&y_4 = \psi_4(x) = 0, x : -\tfrac{a}{2} \to 0
\end{aligned}
$$



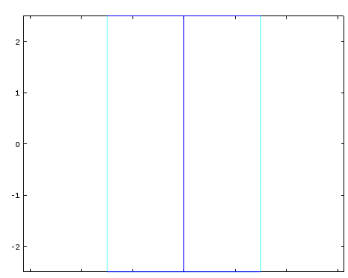
$$x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}$$
$$y_3 = \psi_3(x) = 0, x : -\tfrac{a}{2} \to 0$$



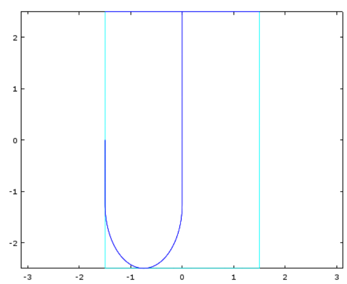
$$y_1 = \psi_1(x) = 0, x : 0 \to \tfrac{a}{2}$$
$$\begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \tfrac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = 0 + \tfrac{b}{2}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \to -\frac{7\pi}{4}$$



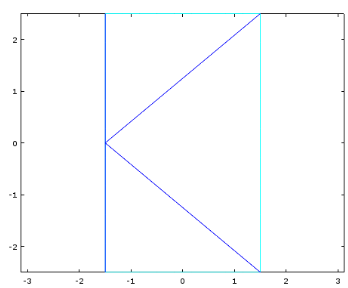
$$x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = 0, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}$$
$$x_3 = \psi_3(y) = \tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$



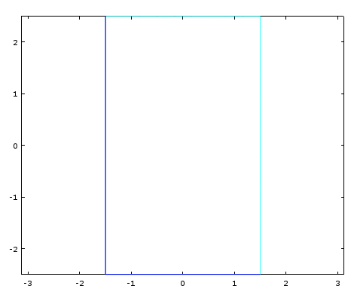
$$y_1 = \psi_1(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}$$
$$x_2 = \psi_2(y) = 0, y : \tfrac{b}{2} \to -\tfrac{b}{2}$$
$$y_3 = \psi_3(x) = -\tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}$$



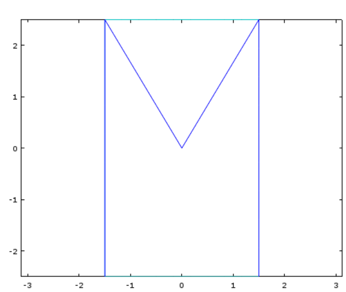
$$
\begin{array}{l}
y_1 = \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2} \\
x_2 = \psi_2(y) = 0, y : \frac{b}{2} \to -\frac{b}{4} \\
\left\{ \begin{array}{l} x_3 = x_3(\theta) = -\frac{a}{4} + \frac{a}{4}\cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{array} \right. \quad , \theta : 0 \to -\pi \\
x_4 = \psi_4(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{4} \to 0
\end{array}
$$



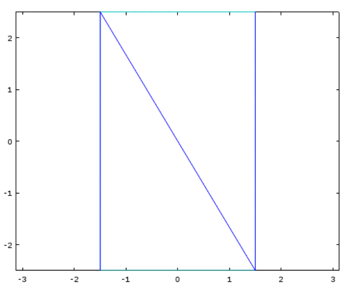
$$
\begin{array}{l}
x_1 = \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \to \frac{b}{2} \\
y_2 = \psi_2(x) = \frac{b}{4} + \frac{b}{2a}x, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2} \\
y_3 = \psi_3(x) = -\frac{b}{4} - \frac{b}{2a}x, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2}
\end{array}
$$



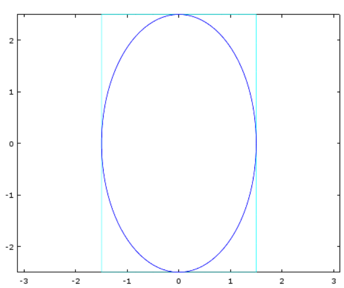
$$
\begin{array}{l}
x_1 = \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : \frac{b}{2} \to -\frac{b}{2} \\
y_2 = \psi_2(x) = -\frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2}
\end{array}
$$



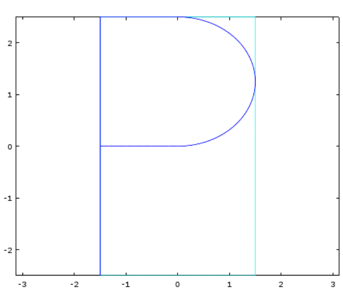
$$
\begin{array}{l}
x_1 = \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \to \frac{b}{2} \\
y_2 = \psi_2(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \to 0 \\
y_3 = \psi_3(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : 0 \to \frac{a}{2} \\
x_4 = \psi_4(y) = \frac{a}{2}, y : \frac{b}{2} \to -\frac{b}{2}
\end{array}
$$



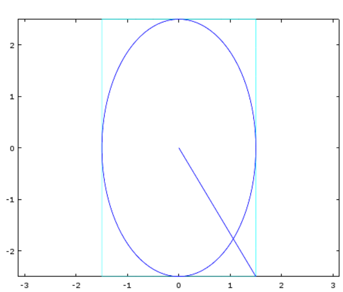
$$x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = 0 - \tfrac{b}{a}x, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}$$
$$x_3 = \psi_3(y) = \tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$



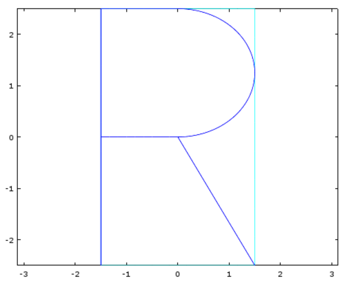
$$\begin{cases} x_1 = x_1(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_1 = y_1(\theta) = 0 + \frac{b}{2}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \to 2\pi$$



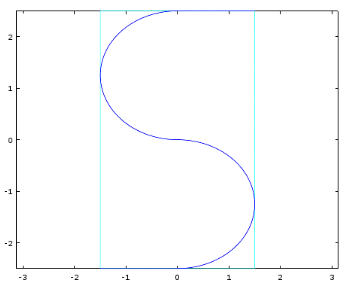
$$x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to 0$$
$$\begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : \tfrac{\pi}{2} \to -\tfrac{\pi}{2}$$
$$y_4 = \psi_4(x) = 0, x : 0 \to -\tfrac{a}{2}$$



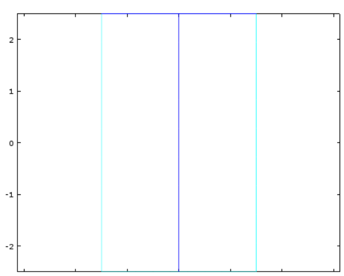
$$\begin{cases} x_1 = x_1(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_1 = y_1(\theta) = 0 + \frac{b}{2}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \to 2\pi$$
$$y_2 = \psi_2(x) = 0 - \tfrac{b}{a}x, x : 0 \to \tfrac{a}{2}$$



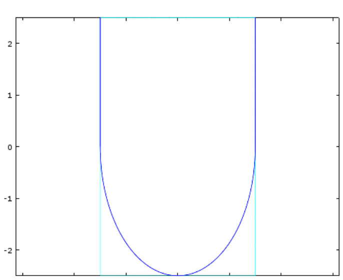
$$x_1 = \psi_1(y) = -\tfrac{a}{2}, y : -\tfrac{b}{2} \to \tfrac{b}{2}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to 0$$
$$\begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : \tfrac{\pi}{2} \to -\tfrac{\pi}{2}$$
$$y_4 = \psi_4(x) = 0, x : 0 \to -\tfrac{a}{2}$$
$$y_5 = \psi_5(x) = 0 - \tfrac{b}{a}x, x : 0 \to \tfrac{a}{2}$$



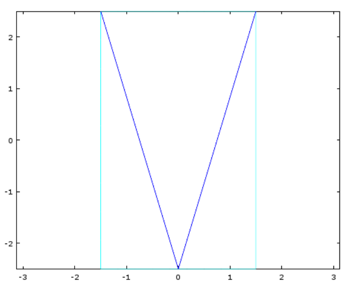
$$y_1 = \psi_1(x) = \tfrac{b}{2}, x : \tfrac{a}{2} \to 0$$
$$\begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : \tfrac{\pi}{2} \to \tfrac{3\pi}{2}$$
$$\begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{4}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : \tfrac{\pi}{2} \to -\tfrac{\pi}{2}$$
$$y_4 = \psi_4(x) = -\tfrac{b}{2}, x : 0 \to -\tfrac{a}{2}$$



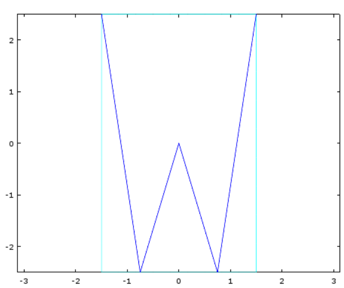
$$y_1 = \psi_1(x) = \tfrac{b}{2}, x : -\tfrac{a}{2} \to \tfrac{a}{2}$$
$$x_2 = \psi_2(y) = 0, y : \tfrac{b}{2} \to -\tfrac{b}{2}$$



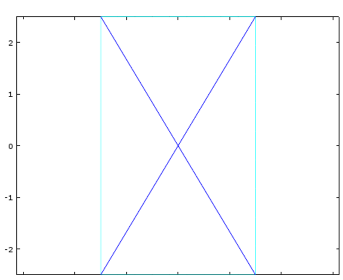
$$x_1 = \psi_1(yx) = -\tfrac{a}{2}, y : \tfrac{b}{2} \to 0$$
$$\begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2}\cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = 0 + \frac{b}{2}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : -\pi \to 0$$
$$x_3 = \psi_3(y) = \tfrac{a}{2}, y : 0 \to \tfrac{b}{2}$$



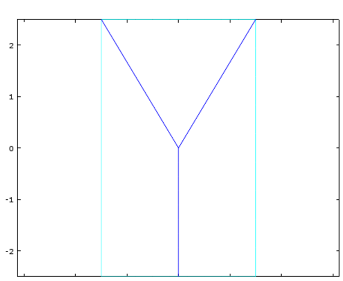
$$y_1 = \psi_1(x) = -b[\frac{2x}{a} + \frac{1}{2}], x : -\frac{a}{2} \to 0$$
$$y_2 = \psi_2(x) = b[\frac{2x}{a} - \frac{1}{2}], x : 0 \to \frac{a}{2}$$



$$y_1 = \psi_1(x) = -\frac{4b}{a}x - \frac{3b}{2}, x : -\frac{a}{2} \to -\frac{a}{4}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = 0 + 2bx, x : -\frac{a}{4} \to 0$$
$$y_3 = \psi_3(x) = 0 - 2bx, x : 0 \to \frac{a}{4}$$
$$y_4 = \psi_4(x) = \frac{4b}{a}x - \frac{3b}{2}, y : \frac{a}{4} \to \frac{a}{2}$$



$$y_1 = \psi_1(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2}$$
$$y_2 = \psi_2(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2}$$



$$y_1 = \psi_1(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \to 0$$
$$x_2 = \psi_2(y) = 0, y : 0 \to -\frac{b}{2}$$
$$y_3 = \psi_3(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : 0 \to \frac{a}{2}$$

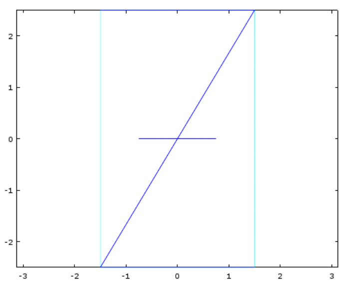
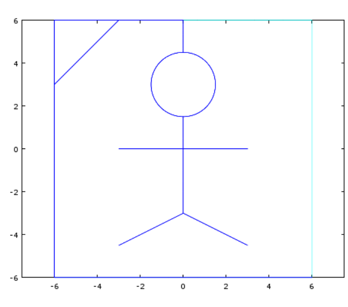
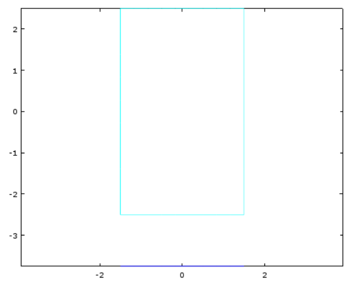
	$y_1 = \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2}$ $y_2 = \psi_2(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : \frac{a}{2} \to -\frac{a}{2}$ $y_3 = \psi_3(x) = -\frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \to \frac{a}{2}$ $y_4 = \psi_4(x) = 0, x : -\frac{a}{4} \to \frac{a}{4}$

Table 2: Parametrització teòrica de totes les lletres i la seva representació gràfica a MATLAB, prenent a = 3 i b = 5. En blau fosc la lletra i en blau clar el rectangle que la conté

A la taula anterior (2) hem denotat la parametrització de cada lletra en una forma alternativa a la proposada a l'inici d'aquesta secció. Aquesta nova forma serà la mateixa que usarem a l'hora de programar la funcionalitat de dibuix en python. En comptes d'expressar els n trossos de corba plana de la forma $\sigma_i(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, t \in I_i \subset \mathbb{R}$ (expressió en forma d'aplicació 2D, funció d'un paràmetre genèric t), si $\sigma_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$ escrivim les $x_i(t)$ i $y_i(t)$ per separat, prenent com a t la variable més còmode (x, y ó θ), i ometem les $x_i(t)$ ó $y_i(t)$ en els casos en què $x_i(t) = t$ ó $y_i(t) = t$ (en la nova notació, $x_i(x) = x$ ó $y_i(y) = y$). Els intervals I_i els substituïm per una expressió informal més còmode de la forma $t : a \to b$, que expressa els punts inicial i final de cada tros de corba, així com el sentit de recorregut d'aquesta que prendrà el robot.

Figura	Parametrització
	$y_1 = \psi_1(x) = -\frac{b}{2}, x : \frac{a}{2} \to -\frac{a}{2}$ $x_2 = \psi_2(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \to \frac{b}{2}$ $y_3 = \psi_3(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \to 0$ $x_4 = \psi_4(y) = 0, y : \frac{b}{2} \to \frac{3b}{8}$ $y_5 = \psi_5(x) = \frac{3b}{4} + \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \to -\frac{a}{4}$ $\begin{cases} x_6 = x_6(\theta) = 0 + \frac{b}{8}\cos(\theta) \\ y_6 = y_6(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{8}\sin(\theta) \end{cases}, \theta : -\frac{\pi}{2} \to -\frac{5\pi}{2}$ $x_7 = \psi_7(y) = 0, y : \frac{b}{8} \to -\frac{b}{4}$ $y_8 = \psi_8(x) = 0, x : -\frac{a}{4} \to \frac{a}{4}$ $y_9 = \psi_9(x) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{2a}, x : -\frac{a}{4} \to 0$ $y_{10} = \psi_{10}(x) = -\frac{b}{4} - \frac{b}{2a}, x : 0 \to \frac{a}{4}$



$$y_1 = \psi_1(x) = -\frac{3b}{4}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2}$$

Table 3: Parametrització teòrica del ninot del penjat i la línea inferior de les lletres, així com la seva representació gràfica a MATLAB, prenent a = 3 i b = 5 per les línies i a = b = 12 per al ninot. De nou, en blau fosc la figura i en blau clar el rectangle que la conté

Finalment, l'última feina d'aquesta secció ha estat programar i optimitzar en python la funcionalitat de dibuix del robot. Aquesta feina ha consistit en programar la cinemàtica inversa (tenint en compte el canvi d'eixos, per comoditat, comentat anteriorment), una funció per dibuixar la lletra desitjada en la posició desitjada, una funció per dibuixar les línies inferiors a les lletres, i una funció per dibuixar les diferents parts del ninot, del penjat (aquestes tres últimes funcions seran cridades pel motor del joc, mentre que la primera és usada internament en les funcions de dibuix per a realitzar els càlculs adients). A més a més, ha calgut també ajustar els diferents paràmetres del robot (altura de dibuix, velocitat en cada tram, nombre de punts per tram, etc) a cada lletra i a cada posició. Com que tot això ha estat fet directament sobre python, qualsevol comentari més en profunditat a nivell de codi o d'interacció entre funcions es farà, quan escaigui, a l'apartat d'informàtica d'aquest informe.

4 Part Informàtica: El joc

La programació del joc consta de dues grans fases: la primera consisteix en la creació d'una partida virtual del penjat, és a dir, ordinador contra persona, on els resultats es mostren per pantalla. La segona fase és l'adaptació de la primera al joc real, introduint les posicions adequades, la parametrització de les corbes i el moviment dels servos.

A dia d'avui, la primera fase ja ha estat acabada i ens trobem a punt de començar la segona. Abans de fer-ho, però, ara que ja tenim el robot muntat, cal garantir la màxima precisió possible (per tant, el mínim joc de les peces).

4.1 Primera fase

4.1.1 Creació del diccionari de joc

El diccionari del qual parteix l'ordinador per triar paraula es crearà a partir d'un fitxer ja existent de l'ordre de 5000 paraules. En principi, la llengua triada serà el català, tot i això, si hi hagués dificultats per trobar un diccionari prou convenient per jugar, canviaríem al castellà (no suposa canvis al joc). De moment, les comprovacions es van realitzar amb un diccionari de prova, amb l'objectiu de poder detectar els errors de programació més ràpidament que amb el definitiu.

En un principi, el diccionari de partida era un fitxer, com hem dit, d'unes 5000 paraules, totes elles amb accents, caràcters especials (ç,ñ), en minúscula i de fins a 9 lletres. Es va procedir a filtrar-lo, traient accents i caràcters especials amb la funció unicodedata.normalize de python. A continuació, es va aplicar el mètode `upper()` del tipus string de python per reescriure totes les lletres en majúscula. Finalment, es va filtrar per segon cop, escollint només les paraules entre 5 i 8 lletres, per tal d'evitar paraules massa curtes sense sentit propi (proposicions, articles...) o massa llargues, que no hi càpiguen a la pissarra.

4.1.2 Fitxer del joc

La primera funció recorre el fitxer diccionari i en compta el nombre de paraules (`len(open(fitxer,'r')).readlines())`). Després vam crear dues funcions més, una que retorna un generador de paraules (del fitxer diccionari), i l'altra que n'escull una aleatòriament.

Per a la primera fase, també va caldre crear un diccionari de python que conté tots els possibles errors del penjat, és a dir, un diccionari on a cada clau (nombre del 1 al 10) li correspon un tros del dibuix del penjat que indica que el jugador s'ha equivocat, marcat per una abreviació:

```
d={1:'h1',2:'v1',3:'h2',4:'diag',5:'v2',6:'cap',7:'tronc',
   8:'bracos', 9:'cama1',10:'cama2'}
```

'h1' és la primera recta horitzontal (el terra); 'v1' és la primera recta vertical (a l'esquerra); 'h2' és la segona horitzontal (el sostre); 'diag' és la recta diagonal; 'v2' és la vertical petita; 'cap' és el cap del ninot; 'tronc' és el seu tronc; 'bracos' són tots dos braços; 'cama1' és la cama dreta; 'cama2'és la cama esquerra.

A continuació mostrem el dibuix típic del què parlem:

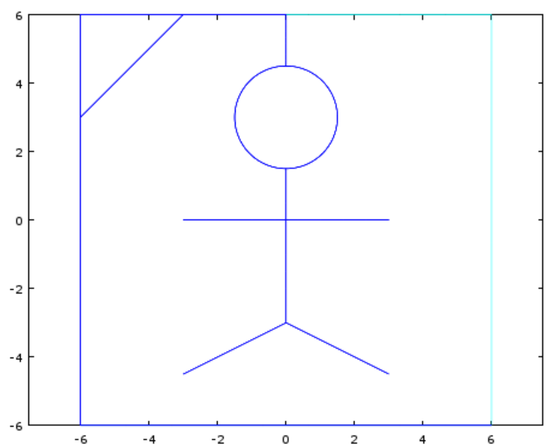


Figure 7: Dibuix del ninot penjat.

Finalment, es va realitzar el cos principal del joc: l'ordinador escull una paraula aleatòria (usant els apartats anteriors) i mostra els espais, el jugador introdueix lletres d'una en una i el joc respon mostrant per pantalla si la resposta és correcta o no, i l'estat de la paraula a endevinar. En cas d'error, mostra la part corresponent del cos. En acabar la partida, l'ordinador dóna el missatge 'Has guanyat!' o 'Has perdut!' segons sigui el cas.

Un cop el robot tingui implementada la cinemàtica, i ens haguem assegurat que no falla res (ni mecànic ni cinemàtic), començarem amb la segona fase de la part informàtica, i farem que el robot dibuixi els espais, les lletres i el ninot del penjat quan pertoqui.