

Medición del número de Abbe para distintos materiales usando difracción y refracción de la luz

Gabriel Cataño Sánchez* and Alan Stiven Camacho Restrepo†

**†Instituto de Física, Universidad de Antioquia,
calle 70 No. 52-21, Medellín, Colombia*

(Dated: Octubre 3, 2021)

El número de Abbe es una cantidad que permite clasificar la dispersión de las ondas en los materiales y fluidos transparentes, permitiendo analizar qué materiales son más óptimos para problemas específicos en óptica. Por lo tanto, la motivación para realizar este proyecto es el de las posibles aplicaciones en los problemas de óptica que tiene el análisis del número de Abbe, en especial para cuantificar la calidad óptica de una lente. Por esto, el objetivo general del proyecto fue la construcción de un montaje casero que permitiera obtener el número de Abbe, a través de la refracción para diferentes materiales transparentes, donde se obtuvo un ajuste a través de la ecuación de transmisión de Cauchy que describe la variación del índice de refracción del material al variar la longitud de onda de la luz que se incide, gracias a ello se pudo determinar el número de Abbe para cuatro materiales diferentes, los mayores fueron 58.40 y 54.89, en el transcurso del artículo se discute como se obtuvieron los resultados y se determinará cual material dispersa menos la luz.

I. INTRODUCCIÓN

Cuando una onda electromagnética (luz) incide en un medio, esta dispersa la onda, a dicha dispersión se le conoce como índice de refracción, el índice absoluto de refracción de un medio se define como [1]:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

donde c es la rapidez de la luz en el vacío y v es la rapidez en el medio, debido a que no hay una onda que viaje más rápido que la luz, entonces $n \geq 1$. La velocidad de una onda está relacionada con la frecuencia y la longitud de onda. [1], a través de la relación, $\nu = \frac{v}{\lambda}$, partiendo de esto y de la ecuación (1), podemos llegar que para dos medios diferentes, se cumple que:

$$n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 \quad (2)$$

Si se supone que el medio 1 es el vacío ($n_1 = 1$) y queremos hallar la longitud de onda resultante luego de la luz haber incidido en el medio 2 ($n_2 = n$), haciendo $\lambda_1 = \lambda$ y $\lambda_2 = \lambda'$, nos queda:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \quad (3)$$

En óptica, es de particular interés entender el comportamiento de la luz al interactuar con materiales transparentes, los lentes, hechos de materiales dieléctricos, son medios que permiten hacer un análisis detallado de la dispersión de la luz al pasar por ellos. Se estudia la calidad de lentes hechos con materiales orgánicos además de que se están estudiando y creando

materiales híbridos inorgánicos para la fabricación de lentes, estos materiales deben cumplir con una transparencia óptica [2], para analizar la transparencia óptica se calcula el número de Abbe para cada lente.

El número Abbe o constringencia de un material transparente es una medida de la dispersión de un material. Se le llama así en honor al físico alemán Ernst Abbe, quien lo definió como [3]:

$$V = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (4)$$

Donde n_D, n_F y n_C , corresponden al índice de refracción del material para las longitudes de onda de las líneas espectrales de Fraunhofer D, F y C.

Se trabaja con las líneas espectrales de Fraunhofer debido a que la designación de longitudes de onda para el rojo, el amarillo y el azul son imprecisas, por lo tanto las líneas de Fraunhofer sirven como referencia [4].

Por tanto, el objetivo de este experimento es construir un montaje que permita determinar el número de Abbe de diferentes fluidos a través del fenómeno de difracción midiendo los índices de refracción de algunos fluidos con distintas longitudes de onda, y hallar la mejor ecuación que describa el comportamiento índice de refracción-longitud de onda para cada material. Luego, comparar los resultados experimentales con los encontrados en la literatura.

II. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para la realización del experimento se usaron algunos materiales de fácil acceso que se pueden conseguir desde puntos cercanos de la casa, para que el lector pueda realizarlo sin muchas dificultades. Se hizo uso

* e-mail: leandro.catano@udea.edu.co

† e-mail: alans.camacho@udea.edu.co

de un recipiente rectangular transparente para contener el fluido de estudio, un pedazo de CD como rejilla de difracción, hoja milimetrada, cinta y una cámara celular para la adquisición de imágenes e información. Como materiales a estudiar, se usaron los siguientes: agua, alcohol, aceite de cocina y gelatina sin sabor. Se utilizaron tres punteros de diferentes longitudes de onda $\lambda_R = (640 \pm 10)nm$, $\lambda_V = (532 \pm 10)nm$ y $\lambda_A = (405 \pm 10)nm$.

Se usó el siguiente procedimiento para hallar el índice de refracción de un fluido usando difracción: primero se pegó un pedazo de CD en una de las caras del recipiente, donde al CD se le quitó la capa de la superficie para que quedara transparente, y a la cara contraria se pegó la hoja milimetrada para que ocupara todo el espacio de la cara. Con el propósito de poner el fluido dentro del recipiente y luego incidir la luz del láser desde el CD, que viaje por el fluido, refractándose, y luego se proyecten los ordenes de difracción generados por la rejilla en la hoja milimetrada.

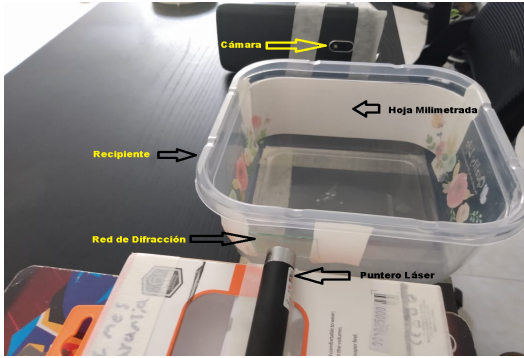


FIG. 1. Montaje Experimental

La siguiente expresión se usará para hallar el índice de refracción del fluido dentro del recipiente para cada longitud de onda, midiendo las distancias entre ordenes de difracción (entre el central y el primer máximo) para el aire y para el fluido. Las aproximaciones y ecuaciones que se usaron para llegar a la expresión se encuentran en el **Anexo**.

$$\frac{\lambda_{aire}}{\lambda_n} = \frac{y_{aire}}{y_n} = n \quad (5)$$

Con la ecuación anterior, se pasa a medir el índice de refracción para cada material (agua, alcohol, aceite, gelatina sin sabor) y para cada longitud de onda. Primero, con el recipiente vacío se hicieron incidir los tres láseres para la medición de la distancia entre los ordenes de difracción proyectados en la hoja milimetrada. Luego, se realiza el mismo proceso para obtener las distancias entre los ordenes de difracción para cada

fluido haciéndolas verter en el recipiente, en el caso de la gelatina sin sabor, se realiza la mezcla en el recipiente y se deja en la nevera para solidificarlo (ya que la gelatina sin sabor es transparente). Y con estos datos, se obtienen los índices de refracción para cada fluido y para cada longitud de onda.

Ya con los índices de refracción para cada longitud de onda y para cada fluido se hará uso de un ajuste que se acomode a los datos, la ecuación de ajuste que se usará es la ecuación de transmisión de Cauchy [5], que relaciona el índice de refracción de un material con la longitud de onda:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (6)$$

Donde A y B son constantes arbitrarias, λ es la longitud de onda y n es el índice de refracción. El ajuste de los datos se hizo en **python**, allí, la función de ajuste arrojaba los valores de A y B que mejor se acomodaban a los datos, como también entregaba el error de los dos parámetros.

Con la mejor ecuación encontrada para cada material se infiere los valores de los índices de refracción para las longitudes de onda de las líneas espectrales de Fraunhofer D, F y C correspondientes a las longitudes de onda $587.6 nm$, $486.1 nm$ y $656.3 nm$ respectivamente. Con los resultados obtenidos y usando la ecuación (4) se puede hallar el número de Abbe para cada material estudiado. Por último, se hace la comparación con los números de Abbe encontrados en la literatura.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Luego del hacer el montaje, se recolectaron los datos para obtener los índices de refracción de cada longitud de onda en cada fluido, para ello se montan las fotos de los diferentes patrones de difracción que se generan cuando el recipiente está vacío y cuando contiene el material por lo que los rayos han sido refractados, estas fotos se montan a un programa de edición de imágenes, allí se emplea la regla del programa que nos permita medir en píxeles la distancia entre el orden de difracción central y el primer máximo de difracción.

Después de haber hecho las medidas, se hace uso de la ecuación (5) para hallar el índice de refracción, se divide la distancia en píxeles de la refracción en el aire entre la distancia en píxeles de la refracción en el material, esto se hace para cada longitud de onda. En la **Figura 2**, se muestra un ejemplo de los patrones de difracción refractados en un fluido, para este caso es la luz del puntero azul refractado en alcohol antiséptico.

Los datos recolectados para cada fluido y sus índices de refracción para cada longitud de onda, se ajustan con la ecuación (6), luego se grafica la curva de ajuste y las



FIG. 2. Patrón de difracción refractado en alcohol antiséptico.

curvas que representan el error en los parámetros arrojados por el ajuste. En las **Figuras 3, 4, 5 y 6**, se puede ver los resultados de los datos con el ajuste, se observa que el índice de refracción en cada material aumenta a medida que disminuye la longitud de onda.

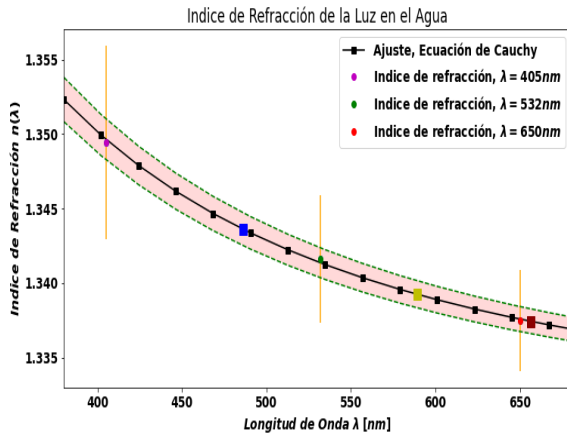


FIG. 3. Curva índice de refracción para el Agua.

También se puede observar de las figuras, que las curvas de error pueden ser angostas o anchas, ello depende de la calidad del ajuste, las barras de error son considerables debido a que los puntos son muy cercanos, por esto, cualquier diferencia es notoria.

Ahora para hallar los valores para el cálculo del número de Abbe, se necesita obtener los índices de refracción para los valores de D , F y C mencionados anteriormente, estos valores se ingresan a la función de ajuste para cada fluido y se obtiene lo requerido. En las **Tablas I y II**, se muestran los valores de índice de refracción para las respectivas longitudes de onda de las líneas de Frunhofer, además también se puede ver el error en los parámetros.

Con los valores de las **Tablas I y II**, se puede hallar el

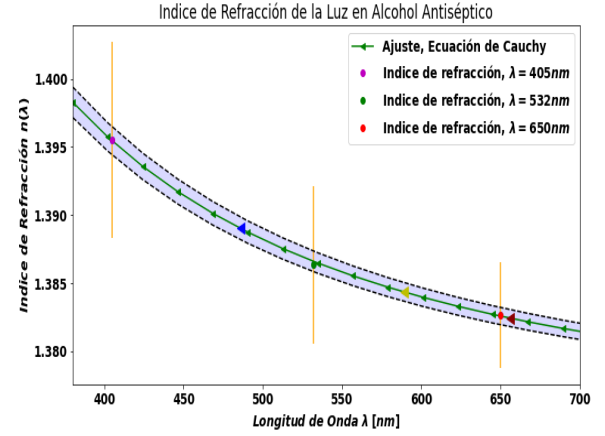


FIG. 4. Curva índice de refracción para el Alcohol Antiséptico

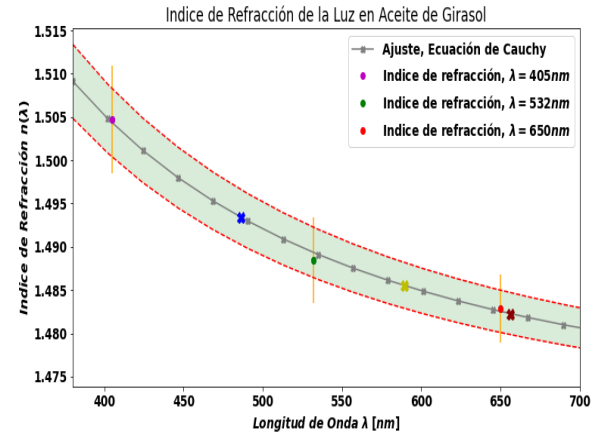


FIG. 5. Curva índice de refracción para el Aceite de Girasol.

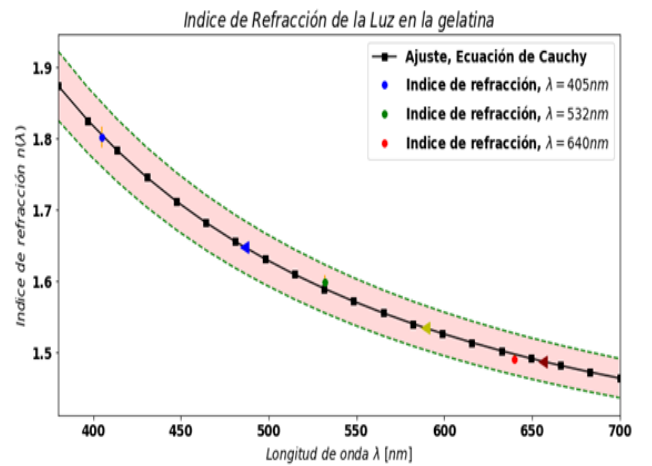


FIG. 6. Curva índice de refracción para la Gelatina.

número de Abbe para cada material, esto con la ecuación

TABLE I. Resultados obtenidos para lo índices de refracción correspondientes a las líneas espectrales de Fraunhofer para el agua y el alcohol.

Indice	Agua	Alcohol
n_C	1.3374 ± 0.0006	1.3824 ± 0.0004
n_D	1.3392 ± 0.0006	1.3844 ± 0.0005
n_F	1.3436 ± 0.0008	1.3890 ± 0.0006

TABLE II. Resultados obtenidos para lo índices de refracción correspondientes a las líneas espectrales de Fraunhofer para el aceite y la gelatina.

Indice	Aceite	Gelatina
n_C	1.4823 ± 0.0017	1.4870 ± 0.0020
n_D	1.4855 ± 0.0019	1.5350 ± 0.0020
n_F	1.4934 ± 0.0022	1.6470 ± 0.0020

(4). En la **Tabla III**, se presentan los resultados finales para el número de Abbe en cada material que se usó en el experimento, también se muestra el error que representa la propagación a lo largo de todos los cálculos.

TABLE III. Resultados obtenidos número de Abbe para cada Fluido.

Material	Número de Abbe
Agua	54.86 ± 8.76
Alcohol	58.40 ± 6.61
Aceite	43.58 ± 11.23
Gelatina	3.34 ± 0.06

De los resultados presentados en la **Tabla III**, se evidencia las diferencias entre el correspondiente número de Abbe para cada material, se podría decir que el material que dispersa menos luz es el alcohol antiséptico, ya que su número de Abbe es mayor y el que mayor dispersa la luz es la gelatina, esto puede ser debido a la composición del material.

Si se hubiesen considerado lentes, las que más alto número de Abbe tenga, será la de mejor calidad.

En la literatura se pueden encontrar los valores de número de Abbe para el Agua y el Alcohol Etilico, para el aceite y la gelatina no hay un valor específico, también se debe considerar que el alcohol que se utilizó es una solución entre alcohol etílico y agua (70% de alcohol y 30% de agua), por lo que solo se podría hacer una aproximación tomando como referencia el valor para el alcohol etílico. Para el agua, el valor teórico es, $V = 55.74$, para el alcohol etílico es, $V = 59.35$ [5].

Se puede determinar el error porcentual de los resultados experimentales con respecto a los teóricos, para el agua y una aproximación para el alcohol antiséptico:

$$E_p = \frac{|V_E - V_T|}{V_T} \times 100\%$$

$$E_{p-Ag} = \frac{|54.86 - 55.74|}{55.74} \times 100\% = 1.58\%$$

$$E_{p-Al} = \frac{|58.40 - 59.35|}{59.35} \times 100\% = 1.60\%$$

Para ambos valores se obtuvieron porcentajes bajos, lo que significa que los resultados son confiables, sin embargo hay que considerar que para el alcohol antiséptico no se conoce el valor teórico, lo hecho fue solo una referencia.

IV. CONCLUSIONES

Con el montaje propuesto, se pudo conseguir valores acordes a los esperados y reportados en la teoría, por lo menos para el agua y el alcohol, el propósito del proyecto era determinar si con el montaje expuesto se podría llegar a algo, por lo tanto se puede decir que este montaje funciona, por lo menos para fluidos, teniendo en cuenta que los materiales fueron los que se tenían a la mano en el hogar. Sería bueno hacer el experimento para materiales no fluidos, como lentes, es la motivación del proyecto ya que en la vida cotidiana se usan en distintos ámbitos y con diferentes propósitos, por lo que determinar la calidad es algo fundamental y esto lo podemos hacer hallando el número de Abbe. Para mejorar el experimento, se sugiere minimizar las dificultades presentadas en el proyecto, usando más láseres con diferentes longitudes de onda para obtener un mejor ajuste de la ecuación (9) y así valores más precisos para el número de Abbe.

ANEXO

En el link dado a continuación, se encuentra el procedimiento y las aproximaciones para llegar a la ecuación (5) y el código de Python para la graficación y la construcción del algoritmo para el ajuste de la ecuación (6).

<https://drive.google.com/drive/folders/1oy1q5WG1-jtEMV71B3p8A6Zv2P10pYJ9>

[1] Alzate, H. (2007). Física de las ondas. Medellín: Universidad de Antioquia.

[2] Tsai, C., Liou, G. (2015). Highly transparent and flexible polyimide/ZrO₂ nanocomposite optical films with a tun-

- able refractive index and Abbe number. *Chemical Communications*, 51(70), 13523-13526.
- [3] Perdomo, C., Bohórquez, J. (2006). Dispersión y número Abbe. *Cienc Tecnol Salud Vis Ocul*, (6). 55-60.
- [4] Born, M., Wolf, E. (1980). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*, 8^o ed. Oxford: Pergamon Press.
- [5] Cauchy's equation. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy%27s_equation [Accessed: October 4, 2021].
- [6] Refractive Index Info. [Online]. Available: <https://refractiveindex.info> [Accessed: October 4, 2021].