

Cálculo de índices de refracción para fluidos mediante la difracción de la luz

Alan Stiven Camacho Restrepo

Instituto de Física, Universidad de Antioquia U de A, calle 70 No. 52-21, Medellín, Colombia

alans.camacho@udea.edu.co

Agosto 2021

Abstract

Este trabajo consistió en hallar un sistema apropiado, en el cual se pudiera determinar óptica y experimentalmente el índice de refracción de varios fluidos a través de la difracción de la luz, con el propósito de comparar las medidas obtenidas con las dadas en literatura. Para el montaje se utilizó un CD como elemento difractivo, la luz de un láser, un recipiente y varios fluidos para verterlos dentro de este. A través de una aproximación de la teoría de refracción de la luz por una rejilla se obtuvo medidas muy cercanas del índice de refracción para el agua y aceite cocina. También se midió la cantidad de azúcar de una bebida azucarada obteniendo un resultado cercano pero no muy exacto respecto al dado por fábrica. Resultando un buen montaje casero para medir el índice de refracción de materiales.

1 Introducción

La luz es una onda que no siempre viaja con la misma rapidez, y es muy probable que se piense que es constante cuando se habla de la velocidad de la luz como la máxima encontrada hasta el momento en el universo, cosas que son ciertas cuando la luz viaja en el vacío, sin ningún medio en ese espacio por donde está la luz viajando, allí es donde la luz alcanza su máxima rapidez [1] y es constante. Pero cuando la luz viaja por otros medios, como por ejemplo en el aire o agua, su velocidad cambia, esto es causado por las propiedades que presentan dichos medios que son distintos al vacío. Una de las propiedades que tienen los materiales se llama índice de refracción, que ayuda a cuantificar el valor de la rapidez por la que un rayo de luz viajará por dicho material, y se define como [2]:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

Donde c es la rapidez de la luz en el vacío y v es la rapidez de la luz en el material con índice de refracción n .

Por lo tanto, al conocerse el índice de refracción de un material se podrá conocer la rapidez con la que la luz viajará por él. Para el vacío, se tiene que $n_{\text{vacío}} = 1$ y así se cumple la ecuación (1).

Para medir el índice de refracción de materiales no es necesario usar leyes que permitan directamente encontrar su valor pero que necesiten de métodos y aparatos muy precisos para medirlo, como por ejemplo usando la Ley de Snell [2] que involucra ángulos (cuando la luz se desvía al pasar de un medio 1 a un medio 2, debido a la diferencia de índices de refracción). Una forma más simple de medir índices de refracción es usando la

difracción de la luz mediante una rejilla [3], haciendo algunas aproximaciones en su teoría, y haciendo uso de objetos que fácilmente pueden ser encontrados en la casa o de fácil acceso.

Por tanto, el objetivo de este experimento es construir un montaje que permita medir índices de refracción de algunos fluidos a través del fenómeno de difracción de la luz, y hallar experimentalmente el porcentaje de azúcar que hay en una bebida gaseosa, midiendo primero el índice de refracción para la mezcla de agua con diferentes cantidades de azúcar y haciendo uso del método de mínimos cuadrados. Luego, comparar los resultados experimentales con los encontrados en la literatura.

2 Materiales y métodos

Para la realización del experimento se usaron materiales con fácil acceso desde la casa o lugares cercanos, para que el lector pueda realizarlo sin muchas dificultades. Se hizo uso de un pedazo de CD como rejilla, puntero láser como generador de luz, un recipiente rectangular transparente de dimensiones $(18, 0 \pm 0, 1) \text{ cm}$ por $(9, 0 \pm 0, 1) \text{ cm}$ para contener el fluido de estudio, hoja milimetrada, cinta, azúcar, flexómetro y una gramera para medir el peso del azúcar a mezclar.

Se usó el siguiente procedimiento para hallar el índice de refracción de un fluido usando difracción: primero se pegó un pedazo de CD en una de las caras del recipiente (centrada), donde al CD se le quitó la capa de la superficie para que quedara transparente, y a la cara contraria se pegó la hoja milimetrada para que ocupara todo el espacio de la cara. Con el propósito de poner el

fluido dentro del recipiente y luego incidir la luz del láser desde el CD, que viaje por el fluido y luego se proyecten los ordenes de difracción generados por la rejilla [3] en la hoja milimetrada.

Las siguientes expresiones y aproximaciones se usaron para hallar una ecuación que permitiera medir el índice de refracción con la distancia entre el orden central de difracción y el máximo de primer orden de difracción. Para los ordenes máximos de difracción se tiene [4]:

$$a \sin \theta = m \lambda_n \quad (2)$$

Donde a es la separación entre las rendijas o surcos del CD, θ es el ángulo que hay entre (orden central - fuente de luz - máximo de orden m), y λ_n es la longitud de onda de la luz incidente.

Para los ordenes de difracción cercanos al máximo central, en especial para los primeros máximos, es decir $m = 1$ se hace la aproximación $\sin \theta \sim \tan \theta = \frac{y}{z}$. Donde y es la separación entre el orden central y el primer orden de difracción, y z es la distancia entre la fuente de luz y la pantalla de proyección (en nuestro caso CD - hoja milimetrada). Con esto, se tiene la siguiente expresión:

$$a \frac{y_n}{z} = \lambda_n \quad (3)$$

Donde y_n representa la separación entre ordenes para el fluido con índice n . Ahora, haciendo uso de la relación [1] $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$ donde n_i es el índice de refracción del medio i y λ_i la longitud de onda en el medio i . Para el aire se tiene que [5] $n_{aire} = 1,0002926$ y usando la aproximación $n_{aire} \sim 1$ se llega a la ecuación:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_{aire}}{n} \quad (4)$$

Haciendo uso de las ecuaciones (3) y (4) se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{\lambda_{aire}}{\lambda_n} = \frac{y_{aire}}{y_n} = n \quad (5)$$

Expresión que se usará para hallar el índice de refracción del fluido dentro del recipiente midiendo las distancias entre ordenes (entre el central y el primer máximo) para el aire y para el fluido.

Por otro lado, para medir el porcentaje de azúcar que contiene una bebida gaseosa, se hizo uso del método de regresión lineal. Primero, se vertieron $(500 \pm 1)ml$ de agua al recipiente y se midió a través de la hoja milimetrada la distancia y_{agua} entre los ordenes de difracción, luego se comenzó a mezclar cantidades de azúcar para medir esa distancia con el objetivo de obtener las variaciones de la distancia entre ordenes y sus respectivos índices de refracción haciendo uso de la ecuación (5) a medida que se mezclaba más azúcar al agua, así con los datos obtenidos hacer uso del método de mínimos cuadrados y hallar la mejor ecuación que modele el comportamiento de las dos variables (azúcar mezclada e

índice de refracción de la mezcla). Después, se vertió la bebida gaseosa (Sprite en este caso) para hallar su índice de refracción (con la ecuación (5)) con el fin de usar la ecuación hallada por mínimos cuadrados y estimar el porcentaje de azúcar en el Sprite para luego comparar con el valor dado por fabrica.

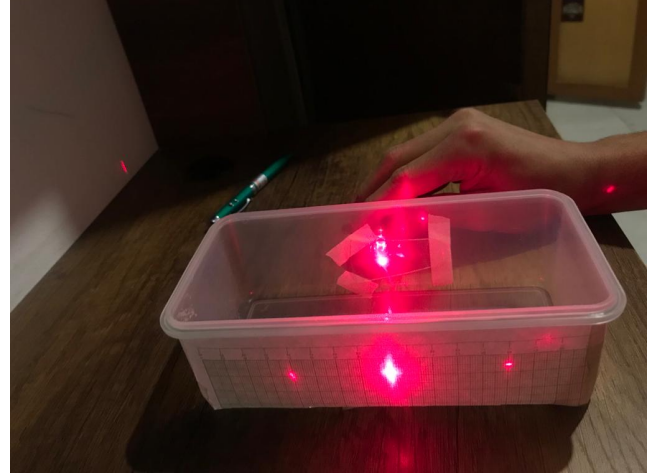


Figure 1: Montaje del experimento. Láser rojo como fuente de luz, que incide desde el CD y proyecta los ordenes de difracción en la hoja milimetrada

3 Resultados y análisis

Con el montaje descrito para hallar los índices de refracción. Ver Figure 1. Se realizaron las medidas de las distancias y (distancia entre el orden central y primer máximo de difracción) para los siguientes fluidos: Aire, agua, aceite de cocina y Sprite. Luego, con esas distancias y utilizando la ecuación (5), se midieron los índices de refracción para estos fluidos. Obteniendo las siguientes medidas:

Fluido	$y[mm]$	n
Aire	$45,0 \pm 0,1$	~ 1
Agua	$33,5 \pm 0,1$	$1,34 \pm 0,01$
Aceite	$29,8 \pm 0,1$	$1,51 \pm 0,01$
Sprite	$32,8 \pm 0,1$	$1,37 \pm 0,01$

Table 1: Distancias entre ordenes de difracción e índices de difracción para cada fluido medidos experimentalmente

A partir de las medidas obtenidas en la Table 1, se puede comparar los valores experimentales del índice de refracción para el agua y aceite con los dados por la literatura. Para el agua, se tiene de la literatura [5] que su índice de refracción es $n_{agua} = 1,3330$; analizando y comparando con el valor obtenido en la Table 1, se observa una gran cercanía entre los valores con un error experimental porcentual de $\sim 0,525\%$ lo que indica

una muy buena medida experimental del índice de refracción del agua utilizando el montaje casero utilizado.

Ahora, para el aceite, se tiene que su índice de refracción [6,7] varía entre un rango de $n_{aceite} = [1,448 - 1,477]$ debido a su composición. Comparándola con la medida experimental obtenida, se consiguió un rango de error experimental porcentual de $[2,23\% - 4,28\%]$, lo que muestra una buena aproximación entre el valor de lectura y experimental, pero más inexacto que con el agua. Ambos análisis permiten indicar la eficacia del montaje casero para hallar índices de refracción en fluidos.

Para calcular el porcentaje de azúcar en el Sprite, primero se midieron las distancias entre ordenes de difracción y respectivamente su índice de refracción para mezclas de diferentes gramos de azúcar en los 500ml de agua en el recipiente, datos expresados en la siguiente tabla:

Gramos de azúcar por mililitro $[g/ml]$	n
$0,340 \pm 0,002$	$1,41 \pm 0,01$
$0,630 \pm 0,002$	$1,45 \pm 0,02$
$1,026 \pm 0,003$	$1,50 \pm 0,02$
$1,420 \pm 0,003$	$1,55 \pm 0,02$

Table 2: Medidas experimentales de índices de refracción para diferentes mezclas de azúcar en 500 ml de agua

No se hizo más medidas con cantidades mayores de azúcares debido a que un cambio apreciable en la distancia y entre los ordenes necesitaba de una gran cantidad de azúcar ($\sim 200g$) respecto al tamaño del recipiente. Pero con los datos de la Table 2, se observó una tendencia lineal a través de la gráfica. Ver Figure 2. que permitió hacer uso de la regresión lineal para hallar la ecuación que mejor modelaba los datos.

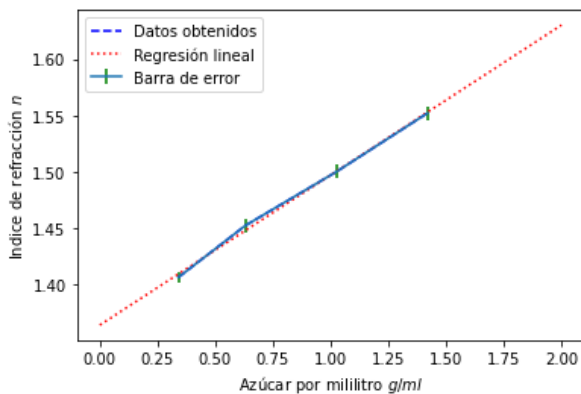


Figure 2: Gráfica de los datos del Table 2 en azul. Regresión lineal en rojo y barras de error para los datos

La ecuación que mejor modela los datos es:

$$n = 0,1332X[g/ml] + 1,3637$$

Donde X es la cantidad de azúcar en g/ml .

Con la ecuación (6) y el valor del índice de refracción medido para el Sprite en la Table 1. ($n_{sprite} = (1,37 \pm 0,01)$) se calcula la cantidad de azúcar para dicha bebida, obteniendo:

$$X_{Sprite} = (0,0623 \pm 0,0500)g/ml$$

En los datos proporcionados en la botella del Sprite se tiene que su cantidad de azúcar de frabrica es:

$$X_{Sprite-fabrica} = \frac{20g}{400ml} = 0,05g/ml$$

Comparando las dos medidas anteriores se observa que el rango obtenido experimentalmente alcanza al valor de fabrica, pero con un error experimental porcentual de 24,6%. Lo que indica un valor no muy acertado de la cantidad de azúcar en el Sprite medido experimentalmente. Donde las causas pueden ser el numero de medidas que se hizo de la Table 2, y también el sistema de medidas para las distancias entre ordenes de difracción debido a los cambios no apreciables en las mezclas agua-azúcar.

4 Conclusiones

- Se obtuvo un montaje adecuado que permitía medir índices de refracción de fluidos con una buena exactitud haciendo uso de la difracción de la luz.
- Se consiguieron las medidas de los índices de refracción para el agua y el aceite con errores porcentuales pequeños, para el agua un error del $\sim 0,525\%$ y para el aceite $\sim 4,28\%$. Donde se tuvo una mejor medida para el agua.
- A partir del montaje se calibró y se obtuvo una ecuación lineal que modelaba la cantidad de azúcar que hay en agua a partir de la regresión lineal.
- Se consiguió experimentalmente la cantidad de azúcar que hay en una botella de Sprite a partir de la ecuación lineal, con un error relativo porcentual $\sim 80,2\%$ lo que hacía de la medida no muy buena respecto al valor dado por fábrica, con un error experimental porcentual $\sim 24,6\%$.
- Para mejorar el experimento, se sugiere minimizar las dificultades presentadas, usando una unidad de medida para medir las distancias entre ordenes de difracción más pequeña y sensible a un pequeño cambio, usando por ejemplo una cámara celular para medir las distancias en píxeles. Con el fin de mejorar los errores en las medidas y en la ecuación lineal.

References

- [1] Wikipedia. (s.f.). Obtenido de Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_de_la_luz
- [2] López, H. A. (2007). Física de las ondas. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia. págs 150-151.

- [3] López, H. A. (2007). Física de las ondas. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia. págs 291-294.
- [4] López, H. A. (2007). Física de las ondas. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia. págs 252-254.
- [5] Wikipedia. (s.f.). Obtenido de Wikipedia:
https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%8Dndice_de_refracci%C3%B3n
- [6] mt.com. (s.f.). Obtenido de mt.com:
<https://www.mt.com/es/es/home/library/applications/lab-analytical-instruments/refractive-index-of-oils-and-fats-aoac-92108.html>
- [7] infoagro. (s.f.). Obtenido de infoagro:
https://www.infoagro.com/instrumentos_medida/medidor-.asp?id=10571_refractometro_digital_del_EDndice_de_refraccion_ato_pala_tienda_online