



détermination de rendement

Le Gourriec Alan

September 30, 2023

Unité d'enseignement : Algorithmique et programmation impérative

Enseignant : P. Marteau

Établissement : ENSIBS (Vannes)

Chapter 1

Demonstration

Durant cette partie, je vais démontrer l'équation suivante par récurrence :

$$a_k = a * u_k + b * v_k \quad (1.1)$$

Nous savons que les valeurs initiales de u_k, v_k et a sont :

$$\begin{aligned} u_0 &= 1, v_0 = 0 \\ u_1 &= 0, v_1 = 1 \\ a_0 &= a, a_1 = b \end{aligned}$$

Et enfin il y a aussi ces quatre équations qui nous serviront pour réaliser la démonstration :

$$a_{n-1} = q_n * a_n + a_{n+1} \quad (1.2)$$

$$\Leftrightarrow a_{n+1} = -q_n * a_n + a_{n-1} \quad (1.3)$$

$$u_n + 1 = -q_n * u_n + u_{n-1} \quad (1.4)$$

$$v_n + 1 = -q_n * v_n + v_{n-1} \quad (1.5)$$

Commençons la démonstration :

Initialisation : pour $n = 0$: $a_0 = a * u_0 + b * v_0$ or $u_0 = 1$ et $v_0 = 0$

Hérédité : Supposons que la proposition est vraie au rang k . Démontrons la au rang $k+1$:

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= a * u_{k+1} + b * v_{k+1} \\ \Leftrightarrow a_{k+1} &= a(-q_k * u_k + u_{k-1}) + b(-q_k * v_k + v_{k-1}) \text{ d'après les équations 4 et 5.} \\ &\Leftrightarrow a_{k+1} = -q_k(au_k + bv_k) + (au_{k-1} + bv_{k-1}) \\ &\text{Nous reconnaissons les équations de } a_k \text{ 1 et } a_{k-1} \text{ 2.} \\ &\Leftrightarrow a_{k+1} = -q * a_k + a_{k-1} = a_{k+1} \text{ d'après 3} \end{aligned}$$

Conclusion : Nous avons prouvé l'initialisation et l'hérédité de notre proposition, donc pour tout entier n appartenant à l'ensemble des entiers :

$$a_n = a * u_n + b * v_n$$