

霍尔逻辑

1 霍尔三元组

对于任意程序状态 s_1 与 s_2 ，如果 s_1 满足性质 P 并且 $(s_1, s_2) \in \llbracket c \rrbracket$ ，那么 s_2 满足性质 Q 。这一性质写作 $\{P\}c\{Q\}$ ，称为霍尔三元组， P 称为前条件， Q 称为后条件。

```
{ x == 0 }
y = 0;
while (y < 6) do {
  x = x + y;
  y = y + 1
}
{ x = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 }
```

2 顺序执行规则

下面是顺序执行规则：

如果 $\{P\}c_1\{Q\}$ 并且 $\{Q\}c_2\{R\}$ ，那么 $\{P\}c_1; c_2\{R\}$ 。

下面是一个顺序执行规则的例子。我们想要证明，下面程序确实交换了变量 x 与 y 的值。

```
{ x == m && y == n }
t = x;
x = y;
y = t
{ x == n && y == m }
```

首先，下面的霍尔三元组显然为真。

```
{ x == m && y == n }
t = x
{ t == m && y == n }
```

```
{ t == m && y == n }
x = y
{ t == m && x == n }
```

```
{ t == m && x == n }
y = t
{ x == n && y == m }
```

由其中的第二第三条可以得到：

```
{ t == m && y == n }
x = y;
y = t
{ x == n && y == m }
```

最后再用顺序执行规则和第一条霍尔三元组可知：

```
{ x == m && y == n }  
t = x;  
x = y;  
y = t  
{ x == n && y == m }
```