

在上面的解中，每个广义坐标都可能包含所有频率的振动，是否存在一组特殊的广义坐标，使得每个广义坐标都以单一的频率振动呢？我们可以换一种构造简正坐标的思路：小振动问题中， T 和 V 的系数矩阵都是正定的实对称二次型矩阵，由线性代数理论，一定存在线性变换，使这两个矩阵同时对角化，即：

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^s \dot{\xi}_{\alpha}^2 \\ V = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^s \lambda_{\alpha}^2 \xi_{\alpha}^2 \end{cases}$$

把此时的拉格朗日函数：

$$L = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^s (\dot{\xi}_{\alpha}^2 - \lambda_{\alpha}^2 \xi_{\alpha}^2)$$

代入拉格朗日方程，得运动微分方程：

$$\ddot{\xi}_{\alpha} + \lambda_{\alpha}^2 \xi_{\alpha} = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, s$$

上述方程组中的每一个方程仅与一个 ξ_{α} 有关，这将导致每个简正坐标仅以单一频率振动，即：

$$\xi_{\alpha} = c_{\alpha} \cos(\omega_{\alpha} t + \varphi_{\alpha}), \quad \alpha = 1, 2, \dots, s$$

其中 $\omega_{\alpha} = \lambda_{\alpha}$ ，振幅系数 c_{α} 和初相位 φ_{α} 可由初始条件决定。