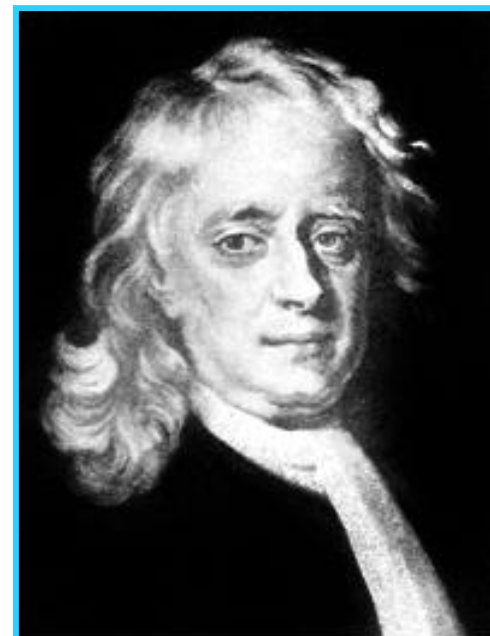


## 第二章 质点动力学

( § 2.1– § 2.3)



质点动力学研究的是质点运动与力的关系。本章学习的基本规律是牛顿定律以及由此推出的三个质点运动定理：动量定理、动能定理和角动量定理。重点学习这些基本规律的应用。



牛顿, I.

# 一、牛顿运动定律

## 1、牛顿第一定律

任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态，直到外力迫使它改变运动状态为止。

★  $\vec{F} = 0$  时，  $\vec{v} = \text{恒矢量}$

说明：

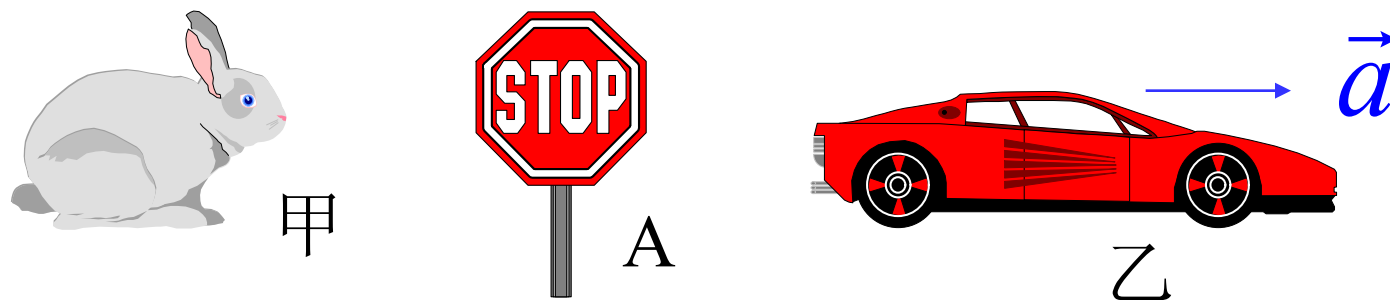
✦ 牛顿第一定律 指明了任何物体都具有保持其原有运动状态不变的特性——**惯性**，因此又称**第一定律为惯性定律**。实际上第一定律所描述的是力**处于平衡**时物体的运动规律。

✦ 它定性地阐明了力的涵义，力是改变物体运动状态的原因。

✦ 第一定律定义了一类重要的参照系—**惯性系**

✦ **惯性系**：满足牛顿第一定律的参照系

✦ **非惯性系**：牛顿第一定律不成立的参照系



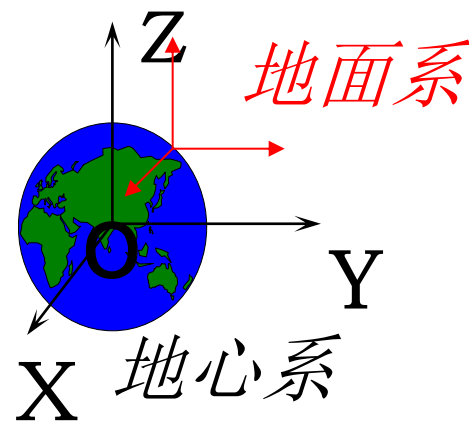
✦ 甲看A:满足第一定律

✦ 乙看A:不满足第一定律



甲是惯性系，

乙是非惯性系



# 一、牛顿运动定律

## 2、牛顿第二定律

一个物体的动量为  $\vec{p}$ ，在合外力  $\vec{F}$  的作用下运动，则物体所受的合外力  $\vec{F}$  等于物体的动量随时间的变化率。

$$\star \vec{F}(t) = \frac{d\vec{p}(t)}{dt}, \quad \vec{p}(t) = m\vec{v}(t)$$

$$\star \text{ 当 } v \ll c \text{ 时, } m \text{ 为常量 } \boxed{\vec{F}(t) = m\vec{a}(t)}$$



### 注意

1. 上式是一个瞬时关系式，即等式两边的各物理量都是同一时刻的物理量。



## 注意

2.  $\vec{F}$  是作用在质点上各力的矢量和。

迭加性: 
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_N = \sum_{N=1}^i \vec{F}_i$$

3. 在一般情况下力  $\vec{F}$  是一个变力

4. 第二定律是矢量式, 使用时可用分量式

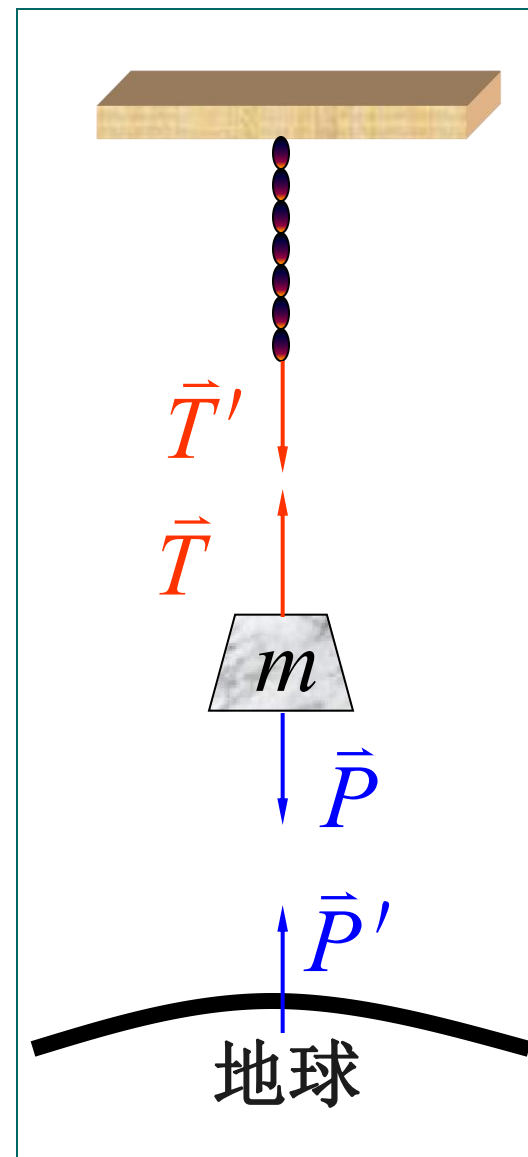
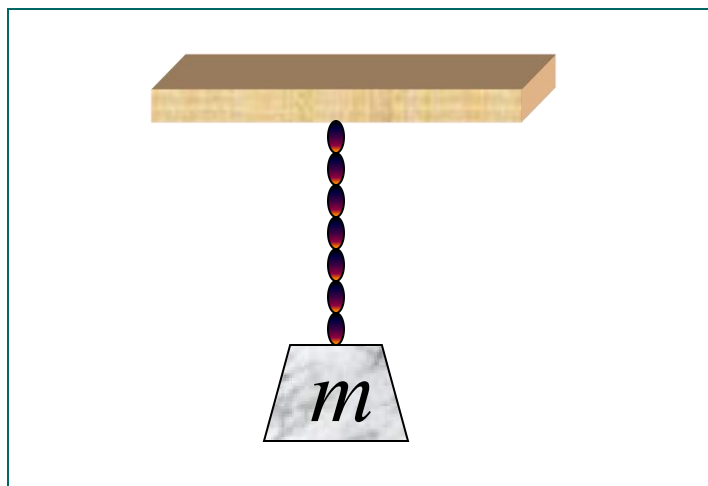
$$\begin{aligned} F_x &= ma_x = m \frac{dv_x}{dt} \\ \text{直角坐标系中: } \left\{ \begin{aligned} F_y &= ma_y = m \frac{dv_y}{dt} \\ F_z &= ma_z = m \frac{dv_z}{dt} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

5. 质量是物体惯性的量度, 称为惯性质量。

### 3、牛顿第三定律

两个物体之间作用力和反作用力，大小相等，方向相反，作用在同一直线上。

$$\star \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



## ★ 说明:

- ✧ 指出了力的本质：力是物体间的相互作用。
- ✧ 作用力与反作用力：同时产生, 同时存在, 同时消失, 永不抵消（瞬时性）。
- ✧ 作用力与反作用力大小相等，方向相反，分别作用在两个不同的物体上，而且属于同一性质的力。
- ✧ 作用力和反作用力不能求和。理由是作用力和反作用力分别作用在两个不同的物体上，各自产生的作用效果不同。

## 二、基本的自然力

在目前的宇宙中，存在着四类基本的相互作用，所有的运动现象的原因都逃不出这四类基本的力,各式各样的力只不过是这四类基本力在不同情况下的不同表现.

### 四种基本相互作用

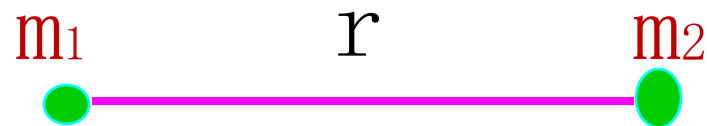
力的种类	相互作用的物体	力的强度	力程
万有引力	一切质点	$10^{-34}\text{N}$	无限远
电磁力	电荷	$10^2\text{N}$	无限远
弱力	大多数粒子	$10^{-9}\text{N}$	小于 $10^{-18}\text{m}$
强力	核子、介子等	$10^4\text{N}$	小于 $10^{-15}\text{m}$



### 三、力学中常见的几种力

#### 1. 万有引力和重力

万有引力：存在于任何两个物体之间的吸引力。



引力常量

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

重力：地球对表面物体的万有引力  $mg$

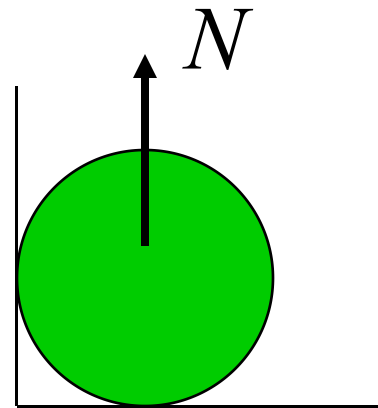
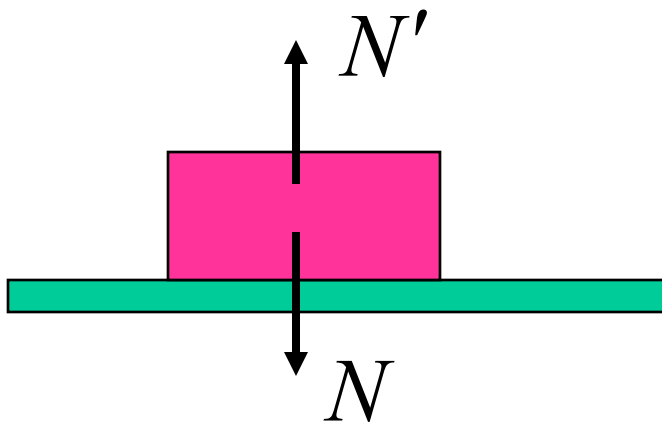
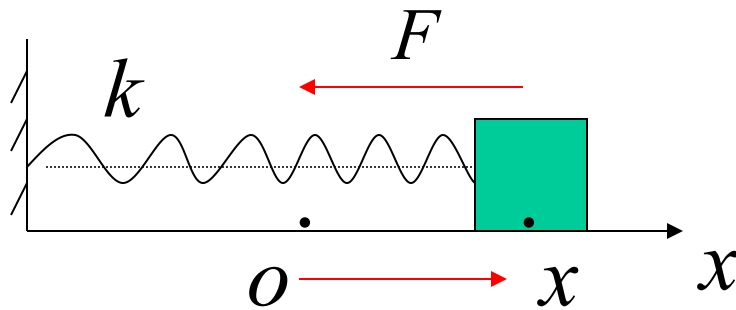
### 三、力学中常见的几种力

#### 2. 弹性力（弹簧力、正压力、支持力、绳张力）

相互接触的物体因彼此形变而产生欲使物体恢复其原来形状的力.

胡克定律

$$F = -kx$$



# 三、力学中常见的几种力

## 3. 摩擦力

物体与物体相互接触时，沿接触面两物体相互施以阻止相对滑动的作用力。

摩擦力

静摩擦力：

$$0 \leq f_0 \leq \mu_0 N$$

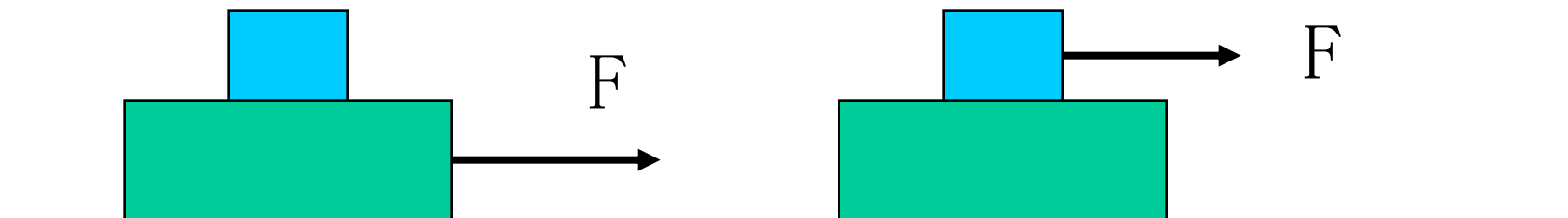
方向：与物体相对滑动趋势的方向相反

滑动摩擦力：

$$f_{\mu} = \mu N$$

方向：与物体相对运动的方向相反

判断下列情况中的摩擦力的方向：



## 四、牛顿运动定律的应用

### 1、动力学的两大类问题

(1) 已知运动求力:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

(2) 已知力求运动:

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{v} = \int \vec{a} dt \rightarrow \vec{r} = \int \vec{v} dt = \vec{r}(t)$$

力是牛顿力学的核心概念。质点动力学问题的求解，关键是力。



## 2、解题步骤：

- (1) 明确题意，确定研究对象和参照系。
- (2) 隔离物体，受力分析，画受力图。
- (3) 选取坐标系，列出分量方程式。
- (4) 解方程，先用文字符号求解，后代入数据计算结果
- (5) 讨论。

### 直角坐标系：

$$F_x = ma_x = m \frac{dv_x}{dt}, \quad F_y = ma_y = m \frac{dv_y}{dt}$$

### 自然坐标系：

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}, \quad F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho}$$



例2-1：升降机内有一固定光滑斜面，倾角为 $\alpha$ ，如图所示。当升降机以匀加速 $\vec{a}_0$ 上升时，质量为 $m$ 的物体A沿斜面滑下，求A对地面的加速度。

解：设A相对于斜面的加速度为 $\vec{a}'$

A对地的加速度为 $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$

$$a_x = a'_x = a' \cos \alpha$$

$$a_y = a'_y + a_0 = a_0 - a' \sin \alpha$$

根据牛顿第二定律，有

$$N \sin \alpha = m a' \cos \alpha$$

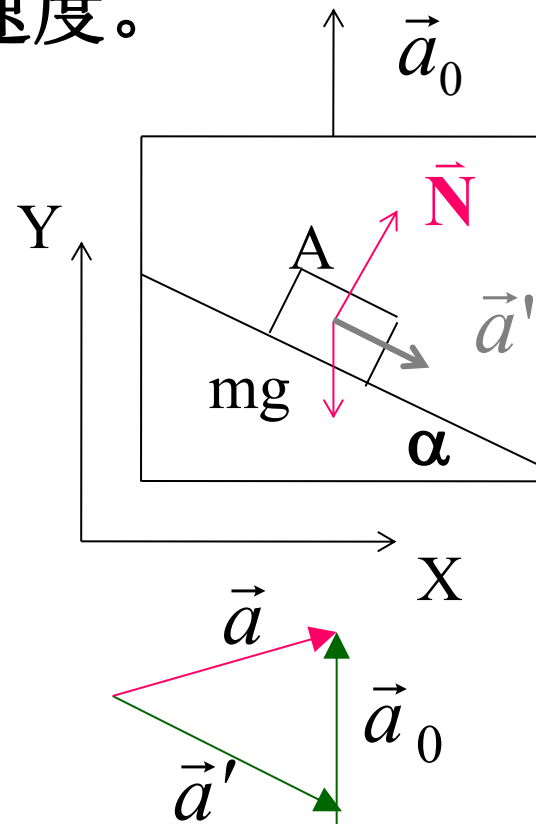
$$N \cos \alpha - m g = m(a_0 - a' \sin \alpha)$$

得：

$$a' = (g + a_0) \sin \alpha$$

$$a_x = (g + a_0) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$a_y = a_0 \cos^2 \alpha - g \sin^2 \alpha$$



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

例2-2：质量为 $m$ 的小球，在水中受的浮力为常力 $F$ ，当它从静止开始沉降时，受到水的粘滞阻力为 $f=kv$ （ $k$ 为常数），证明小球在水中竖直沉降的速度 $v$ 与时间 $t$ 的关系为

$$v = \frac{mg - F}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right)$$

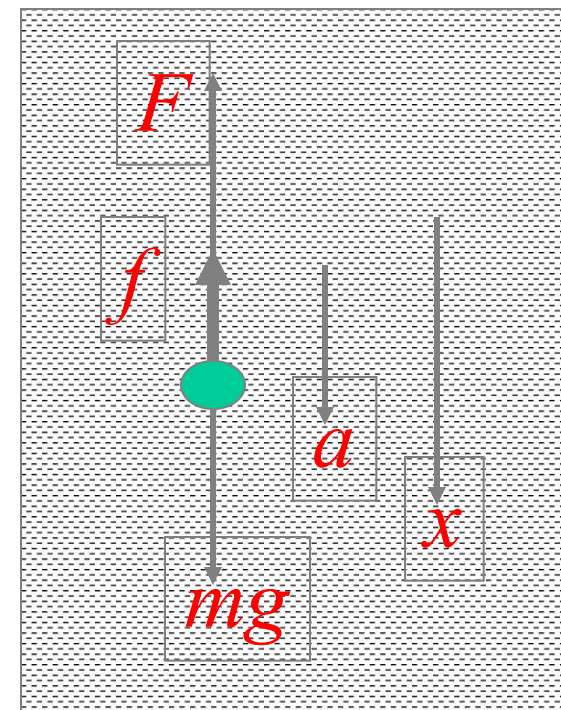


式中 $t$ 为从沉降开始计算的时间

证明：作受力图，取坐标。

根据牛顿第二定律，有

$$mg - kv - F = ma = m \frac{dv}{dt}$$



$$mg - kv - F = ma = m \frac{dv}{dt}$$



初始条件:  $t=0$  时  $v=0$

$$\begin{aligned} \int_0^v \frac{dv}{(mg - kv - F)/m} &= \int_0^t dt \\ -\frac{m}{k} \int_0^v \frac{d(mg - kv - F)}{(mg - kv - F)} &= \int_0^t dt \\ \ln(mg - kv - F) \Big|_0^v &= -\frac{kt}{m} \\ v &= \frac{mg - F}{k} (1 - e^{-\frac{kt}{m}}) \end{aligned}$$



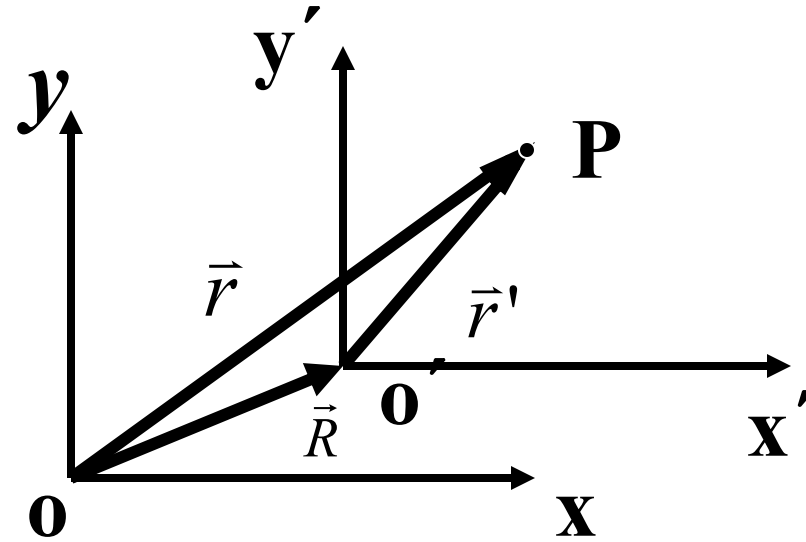
## § 2.3 力学相对性原理 非惯性系中的力学定律

### 1、力学相对性原理

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

$$\vec{u} \text{ 为常量 } \therefore \vec{a} = \vec{a}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' = \vec{F}'$$



结论:

(1) 相对于惯性系作**匀速直线运动**的一切参照系都是惯性系。

(2) 对于**不同**惯性系，牛顿力学的规律都具有**相同**的形式，于惯性系的运动无关。

## 2、非惯性系中的力学定律

凡是牛顿定律不成立的参照系都是**非惯性系**。

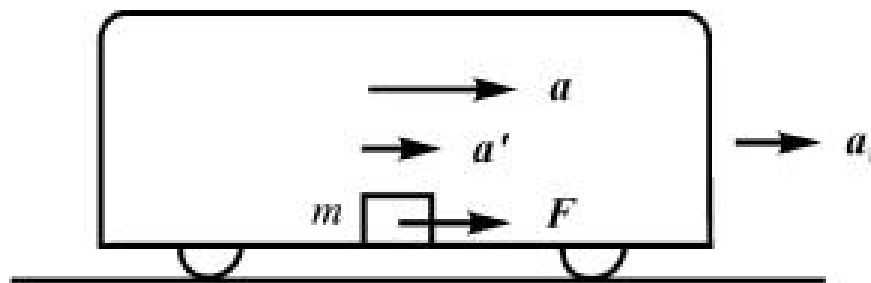
例如：相对惯性系的加速平动或转动

### (1) 加速平动非惯性系

地面为惯性系，  
车厢为非惯性系

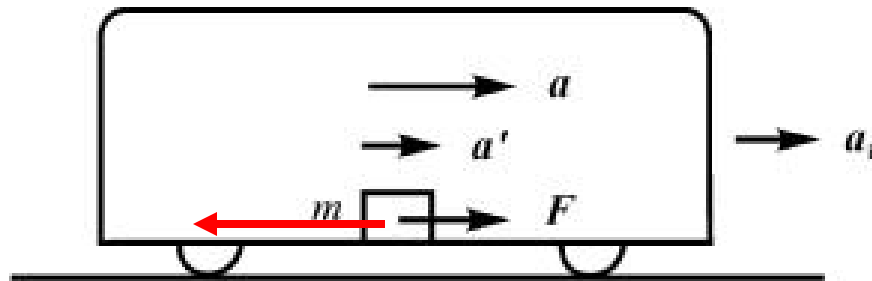
物体相对地面的加速度：

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$



$$\vec{F} = m(\vec{a}_0 + \vec{a}')$$

$$\vec{F} \neq m\vec{a}'$$



在加速平动的车厢内，牛顿定律不成立。

$$\because \vec{F} = m(\vec{a}_0 + \vec{a}'), \therefore \vec{F} - m\vec{a}_0 = m\vec{a}'$$

如果车厢内的观察者设想物体受到一个假想的惯性力：

则：

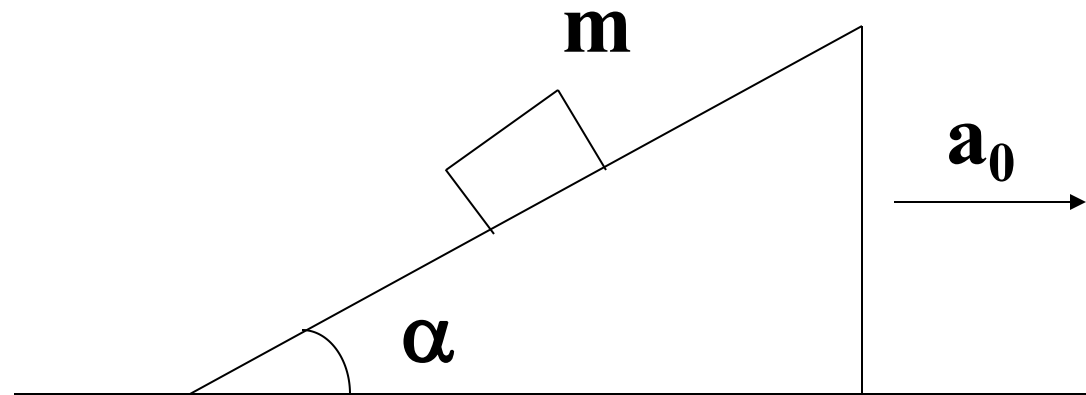
$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$$

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_i = \vec{F} - m\vec{a}_0 = m\vec{a}',$$

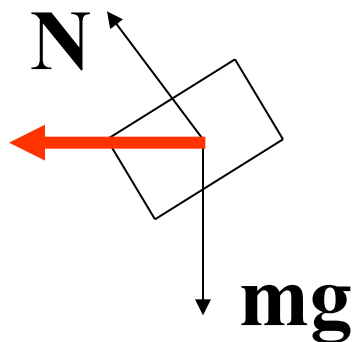
牛顿定律仍然可以应用



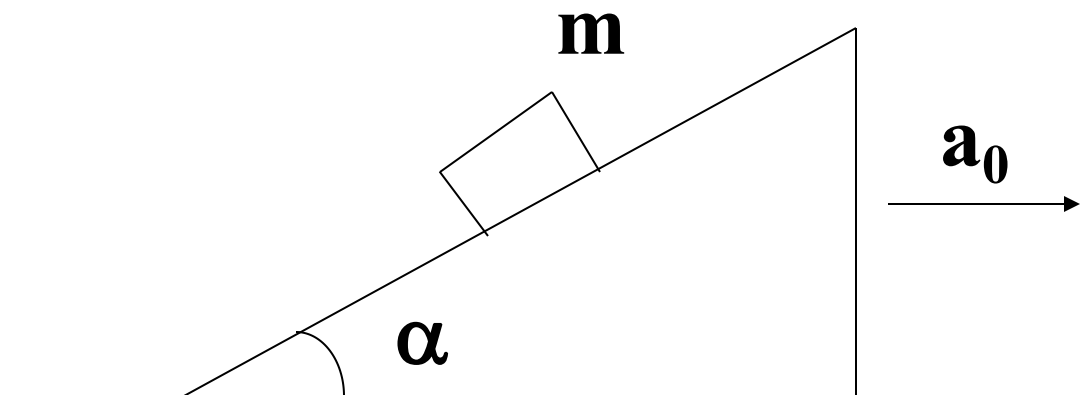
例2-3：倾角为 $\alpha$ 的斜面体以加速度 $a_0$ 在水平地面上作匀加速直线运动，光滑的斜面上有一质量为 $m$ 的物体，如下图所示。求斜面体对物体的作用力和物体相对斜面体的加速度。



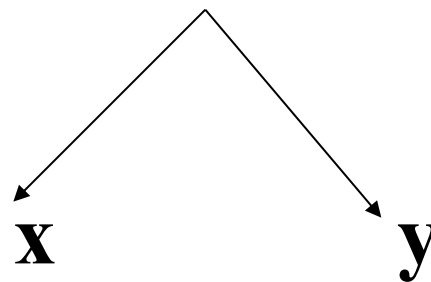
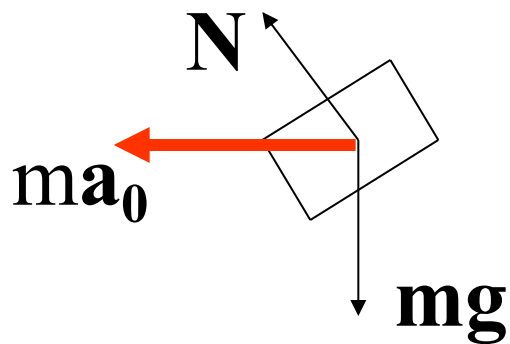
解：（1）以物体为研究对象，斜面为参照系。  
（2）分析受力，作受力图。



假设沿斜面的加速度为  $\vec{a}'$



(3) 选坐标系，列方程。



X方向:  $mg \sin \alpha + ma_0 \cos \alpha = ma'$

Y方向:  $mg \cos \alpha - N - ma_0 \sin \alpha = 0$

(4) 求解方程。

$$N = m (g \cos \alpha - a_0 \sin \alpha)$$

$$a' = g \sin \alpha + a_0 \cos \alpha$$

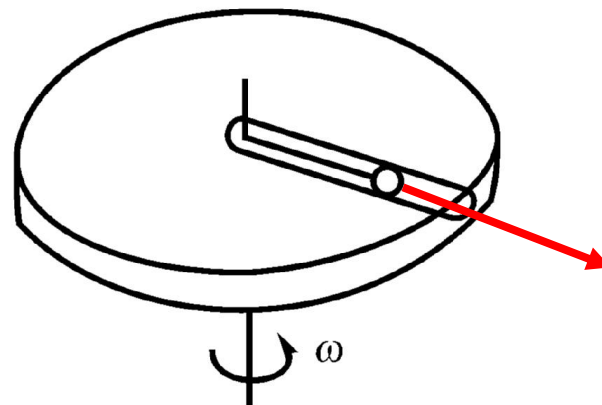


## (2) 转动非惯性系

以地面为参照系:

$$\vec{a}_n = \omega^2 r \vec{e}_n$$

$$\vec{F}_T = m \omega^2 r \vec{e}_n$$



以转台为参照系:

$$\vec{F}_T + \vec{F}_i = 0 \quad \vec{F}_i = -m\vec{a}_0 = -m\omega^2 r \vec{e}_n$$

惯性离心力

例2-4：由于地球的自转，故物体在地球表面所受的重力与物体所处的纬度有关，试找出它们之间的关系。

**解：**在地球纬度 $\theta$ 处，物体的重力 $P$ 等于地球引力与自转效应的惯性离心力的矢量和，即：

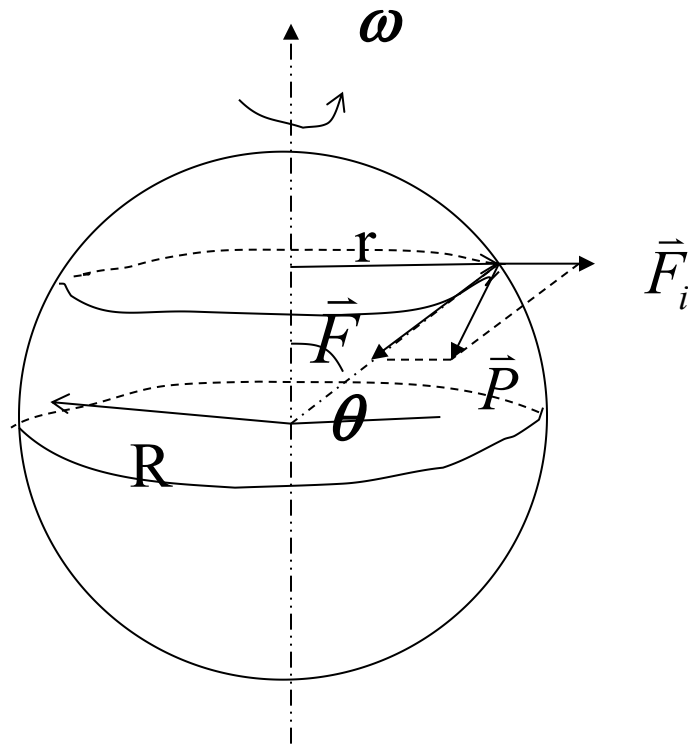
$$\vec{P} = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_i = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cos \theta$$

$$P \approx mg_0 - F_i \cos \theta$$

$$= mg_0 (1 - \omega^2 R \cos^2 \theta / g_0) = mg_0 (1 - \frac{\cos^2 \theta}{290})$$

物体的重力  $P$  在两极最大，赤道最小。





作业：

**2.3      2.18**

**2.19    2.20**

**2.21**