第四篇　电磁学

电磁学 —— 研究电磁运动的现象和规律
物质的基本运动形式之一（ 宏观、微观 ）

电磁相互作用 —— 长程力
宏观：除引力外的所有宏观力都是电磁力
微观：构成分子、原子结构的主要相互作用力

本学期：真空中的静电场(第九章9.1-9.5)

真空中的静电场(2-1)

静电场
—— 相对于观察者(惯性系)为静止的电荷所激发的场。

本课时主要内容:

一、电荷的基本性质

二、点电荷和库仑定律

三、电场和电场强度

（场强叠加原理、电场强度的计算是重点）

本章教学基本要求

1、掌握静电场的基本规律库仑定律，并能利用库仑定律熟练进行静电力的计算。

2、掌握电场和电场强度的概念，并能熟练利用点电荷的电场强度定义式和叠加原理进行场强的计算。

3、理解电场线和电通量的概念，掌握静电场的高斯定理，对具有对称性的电荷分布，能熟练利用高斯定理进行场强的计算。

一、电荷的基本性质

1、电荷的极性：正电荷、负电荷

1750年，美国物理学家 富兰克林（B.FrankLin)首先命名：
被丝绸摩擦的玻璃棒带的电荷——正电荷
被毛皮摩擦的硬橡皮棒带的电荷——负电荷

（1）物体带电的本质：

物体发生了电荷的转移

（2）物体带电的方法：

摩擦　碰撞　裂变等

（3）1897年J. J. Thomson实验发现了电子

2、电荷的量子性

基本粒子的电量为: $Q = \pm e, \pm 2e, \pm 3e, \cdots ne$

1913年　美国物理学家密立根（K.A.Millikan）

油滴实验直接测定了基本单元电荷的值:

***e*=*1.60217733×10^-19*库仑 (C) .**

近代物理理论：夸克或反夸克理论。

每一夸克或反夸克具有的电量为: $\pm \frac{e}{3}, \pm \frac{2e}{3}, \cdots$

但至今尚未从实验中直接验证（夸克囚禁理论）。

对宏观电现象，可将带电体上的电荷分布、电荷变化视为连续的。　　*1C*=*6.242 ×10^18*个电子电量（*e*）

3、电荷的守恒性

——电荷守恒定律

实验证明：一个孤立的带电系统中所具有的正负电荷电量的代数和保持不变。 (宏观、微观都成立)

4、电荷的运动不变性

实验证明：一个电荷的电量与它的运动状态无关。

—— 电荷是洛伦兹变换下的不变量

二、点电荷和库仑定律

1. 点电荷（理想模型）：

带电体的形状和大小可忽略

2. 库仑定律:

1785年 法国物理学家库仑（C.A.Coulomb）设计扭秤实验发现库仑定律

库仑，C. A. de

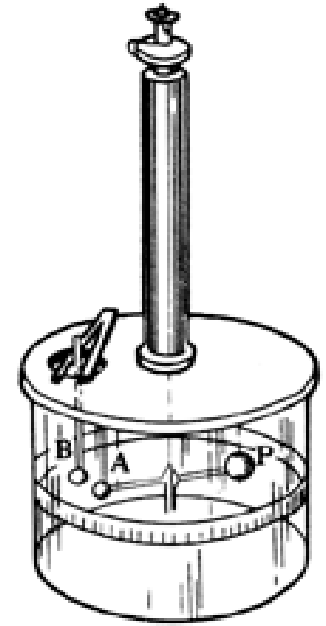
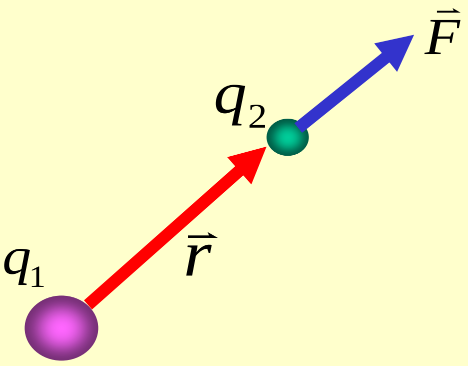


图 2 库仑扭秤示意图

2. 库仑定律:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}$$

$$或\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$



$$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ (C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2})$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99\times10^9 (N\cdot m^2\cdot C^{-2})$$

库仑定律的几点说明:

- (1)真空中,两个静止的点电荷间的相互作用.
- (2)作用力的大小,方向.
- (3)ε_0为真空中的介电常数.
- (4)库仑定律为实验定律.
- (5) r 从10^{-15}—$10^{7}(m)$广大范围内正确有效.

3. 库仑力和万有引力的比较：

$$\vec{F}_m = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{\vec{r}}$$

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\vec{r}}$$

（1）比较两α粒子的静电斥力与万有引力

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 G}\frac{q^2}{m^2} = 3.1\times 10^{35}$$

微观上完全可忽略万有引力

（2）力的性质的对比

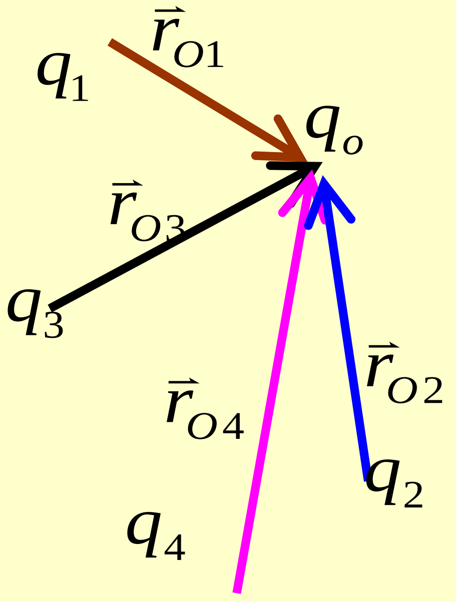
静电力的特性、规律？

4、电力叠加原理

多个点电荷体系 $q_0, q_1, \cdots q_n$； q_0 受力 $\vec{F}$

q_0 所受合力: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{0i}$ (矢量叠加)

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{\vec{r}}_{0i}$$



三、电场和电场强度

1、 电场

电力如何作用? "超距作用"：电荷 $\xleftrightarrow{\text{瞬时}}$ 电荷

十九世纪初, 法拉弟：电荷 $\longleftrightarrow$ 场 $\longleftrightarrow$ 电荷

近代物理, 狭义相对论：光速极限 $\longrightarrow$ 不存在"超距作用"

试验和理论都证明：电荷间相互作用是通过电场以光速传递的——场的概念

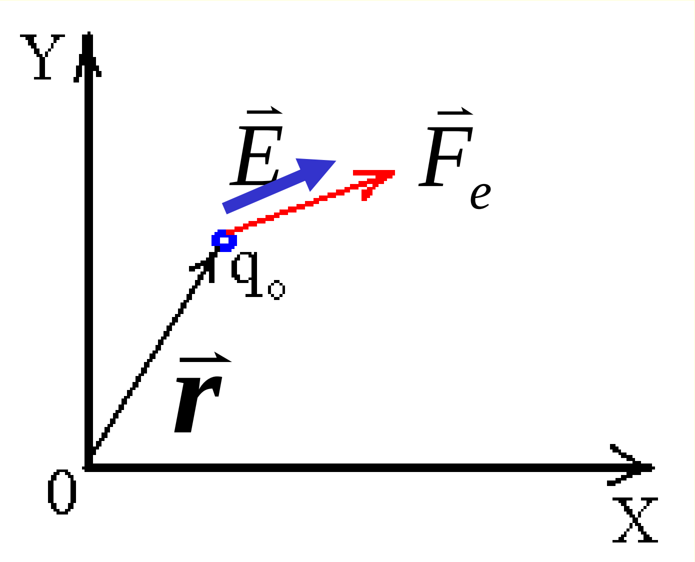
场 —— 物质存在的形式之一，
场具有能量、动量等物质特性

场源电荷、静电场、静电(场)力的概念

2、电场强度的定义

试验电荷(点电荷q_0)　电场中受力$\vec{F}$

定义: $\boxed{\vec{E} \equiv \dfrac{\vec{F}_e}{q_0}}$



单位:(N/C) 或(V/m)

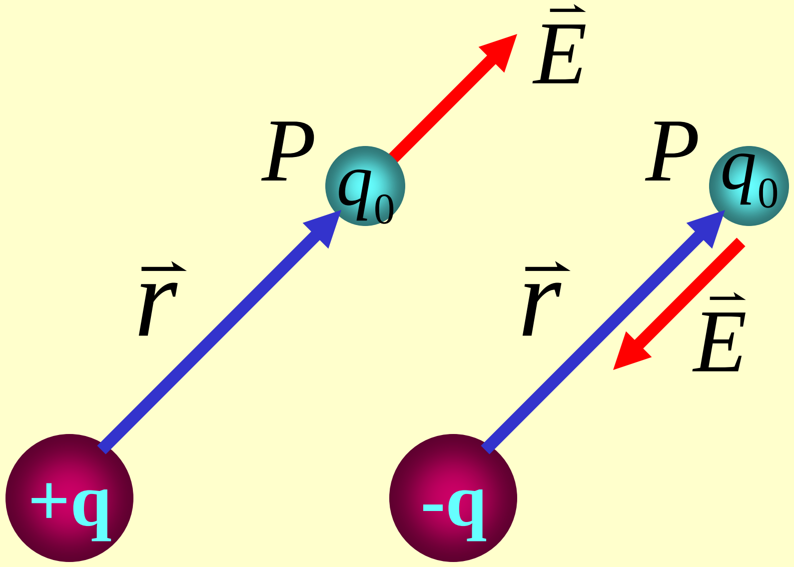
大小:与试验电荷大小无关.

方向:与电场力方向一致

（试验电荷带正电时）.

3、点电荷的电场强度公式

$$\begin{cases} \vec{F}_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qq_0}{r^3}\vec{r} \\ \vec{E} \equiv \dfrac{\vec{F}_e}{q_0} \end{cases}$$



$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\vec{r}}}$$

3、点电荷的电场强度公式—几点思考

（1）电场强度定义中为什么要引入试验电荷q_0？

（2）电场强度矢量（$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}_e}{q_0}$ ）为什么与试验电荷q_0无关？

(3) 当$r\to 0$时，$\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\hat{r}\to\infty$，这是无意义的，如何解释？

（4）点电荷的电场强度矢量的大小和方向特征？

4、点电荷系的电场强度

设场源由 n 个点电荷 $q_1, q_2, \cdots, q_n$ 组成，作用在场中某点P处试验电荷 q_0上的力 $\vec{F}$为各点电荷所产生的力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \cdots, \vec{F}_n$ 的矢量和。

$$\begin{cases} \vec{F}_i = q_0 \cdot \vec{E}_i \\ \vec{F} = \sum \vec{F}_i \end{cases} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \sum \vec{E}_i$$

注意

$\vec{E}_i$为第i点电荷q_i单独在p点产生的电场强度矢量

4、点电荷系的电场强度

可见：由 n 个点电荷 $q_1, q_2, \cdots, q_n$ 组成的点电荷系，在某点P 处所产生的电场强度矢量为：

$$\boxed{\vec{E}=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{\vec{r}}_i}$$

注意

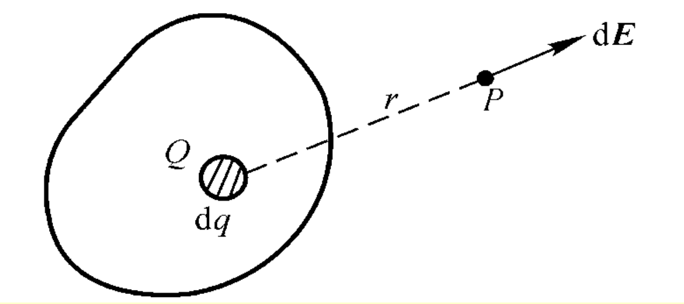
——场强叠加原理

(1)$\vec{r}_i$为第i点电荷q_i位置到p点的位置矢量。

(2)$\vec{E}_i$矢量性，矢量的叠加性

5、电荷连续分布带电体的场强

同理：对于电荷连续分布的带电体在p处所产生的电场强度矢量为：



$$d\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{r^2}\hat{\vec{r}} \qquad \vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\hat{\vec{r}}$$

注意

(1)$\vec{r}$为dq位置到p点的位置矢量。

(2)$d\vec{E}$的矢量性，矢量的积分

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}$$

分量式 $E_x=\int dE_x$

$E_y=\int dE_y$

$E_z=\int dE_z$

(3)dq选取的合理性便于计算。

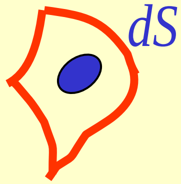
（具体看下页）

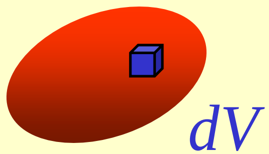
5、电荷连续分布带电体的场强

求电荷元dq：

电荷密度(分布)

$$\begin{cases} \text{一维线密度} \quad \lambda = \lim\limits_{\Delta l \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta l} = \dfrac{dq}{dl} & dq = \lambda\, dl \\ \text{二维面密度} \quad \sigma = \lim\limits_{\Delta S \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta S} = \dfrac{dq}{dS} & dq = \sigma\, dS \\ \text{三维体密度} \quad \rho = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta V} = \dfrac{dq}{dV} & dq = \rho\, dV \end{cases}$$





$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \frac{\lambda\, dl}{r^2}\hat{\vec{r}}\ ,\quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma\, dS}{r^2}\hat{\vec{r}}\ ,\quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho\, dV}{r^2}\hat{\vec{r}}}$$

6、电场强度的计算（重点）

方法之一：

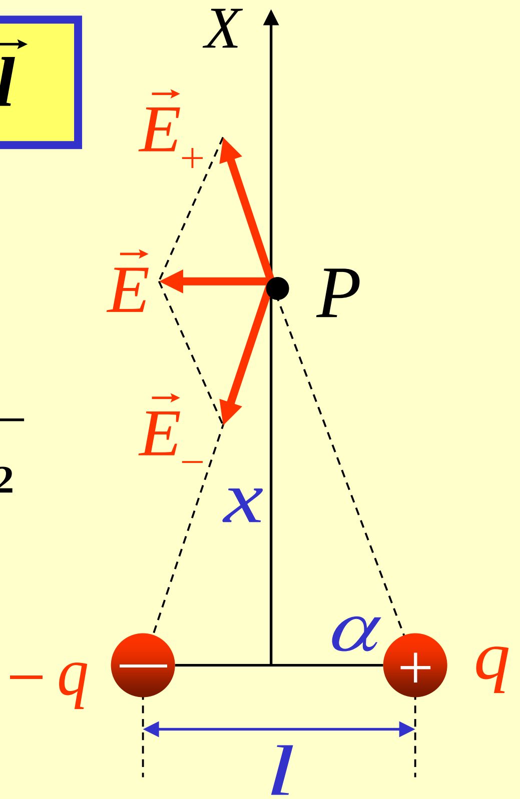
用点电荷的的电场强度公式和电场强度的叠加原理。

下面举例说明:

例：试计算电偶极子中垂线上及轴线上任意一点的场强。

电偶极子: $\overset{\ \ \ \vec{l}}{\ominus \longrightarrow \oplus}$ $-q$ q

$$\boxed{\text{电偶极矩}\ \vec{p}_e = q\vec{l}}$$



解:(1) 中垂线上的场强

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2+(\frac{l}{2})^2}\ ,\quad E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2+(\frac{l}{2})^2}$$

$$E = E_+\cos\alpha + E_-\cos\alpha = 2E_+\cos\alpha$$

$$\because\ \cos\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{x^2+(l/2)^2}}$$

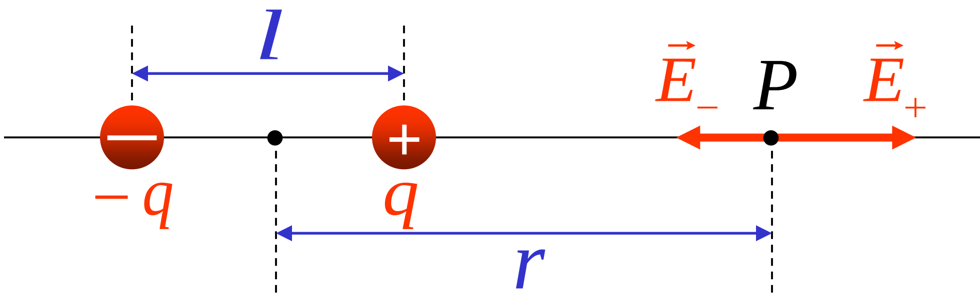
若 $x>>l$ (远场) $E \approx \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{ql}{x^3}$

$$\therefore\ E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{(x^2+\frac{l^2}{4})^{3/2}}$$

$$\boxed{\text{中垂线(远场)}\quad \vec{E} \approx -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}_e}{x^3}}$$

例：试计算电偶极子中垂线上及轴线上任意一点的场强。

解:(2) 轴线上的场强



$$E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r-\frac{l}{2})^2}, \quad E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r+\frac{l}{2})^2}$$

$$E = E_+ - E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-\frac{l}{2})^2} - \frac{1}{(r+\frac{l}{2})^2}\right]$$

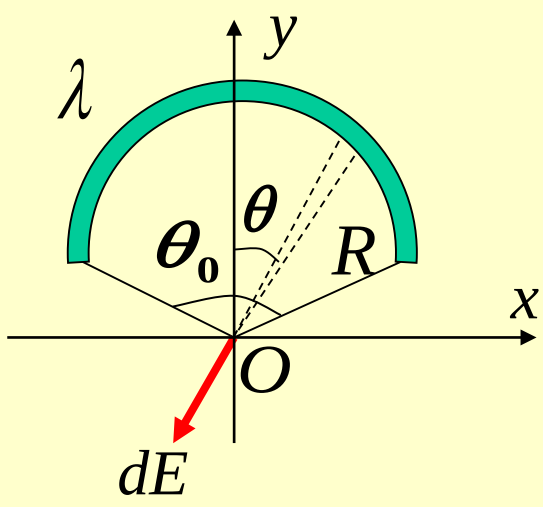
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(r+\frac{l}{2})^2-(r-\frac{l}{2})^2}{(r^2-\frac{l^2}{4})^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2rl}{(r^2-\frac{l^2}{4})^2}$$

若 $r >> l$ (远场)

$$E \approx \frac{2rql}{4\pi\varepsilon_0 r^4} = \frac{ql}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$

轴线(远场) $\vec{E} \approx \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{p}_e}{r^3}$

例：如图所示，一半径为 R 的均匀带电圆弧，其圆心角为 θ_0，电荷线密度为 λ 。求弧心o处的场强。



解：电荷元 $dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R^2}$$

对称性: 分量 dE_x 互相抵消, $\int dE_x = 0$

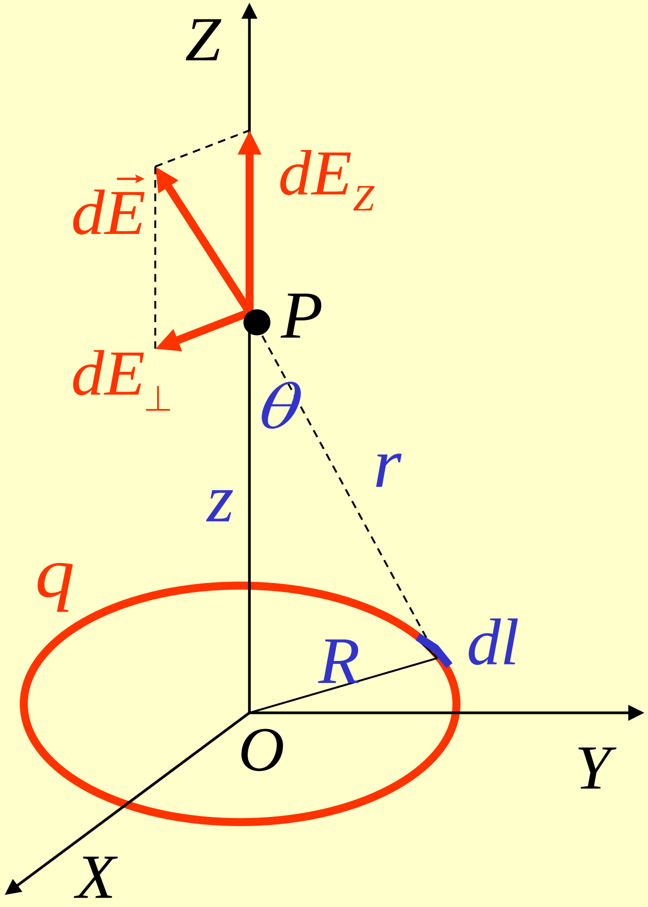
$$\boxed{dE_y = dE \cdot \cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R^2}\cos\theta}$$

$$E = \int dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int_{-\frac{\theta_0}{2}}^{\frac{\theta_0}{2}}\cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\frac{\theta_0}{2}$$

方向沿 $-\mathbf{y}$ 轴

或：$\vec{E} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\frac{\theta_0}{2}\vec{j}$

例9.3：一半径为 R 的均匀带电细圆环, 电量为 q 。求垂直于环面轴线上的场强分布。



解：电荷元 $dq = \lambda dl = \dfrac{q}{2\pi R} dl$

对称性: 分量 $dE_\perp$ 互相抵消, $\int dE_\perp = 0$

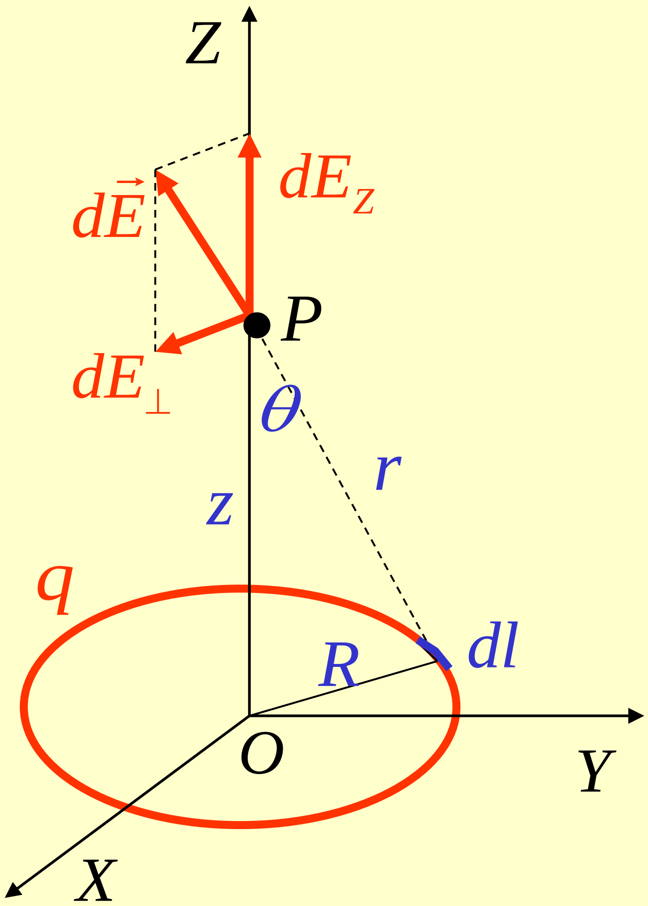
$$dE_Z = dE \cdot \cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2\pi R}\frac{dl}{r^2}\cdot\frac{z}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zq}{2\pi Rr^3}dl$$

$$E = \int dE_Z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zq}{2\pi Rr^3}\int dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zq}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zq}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

(方向沿 z 轴)

例9.3：一半径为 R 的均匀带电细圆环, 电量为 q 。求垂直于环面轴线上的场强分布。



解:

$$\boxed{E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zq}{(z^2+R^2)^{3/2}}}$$

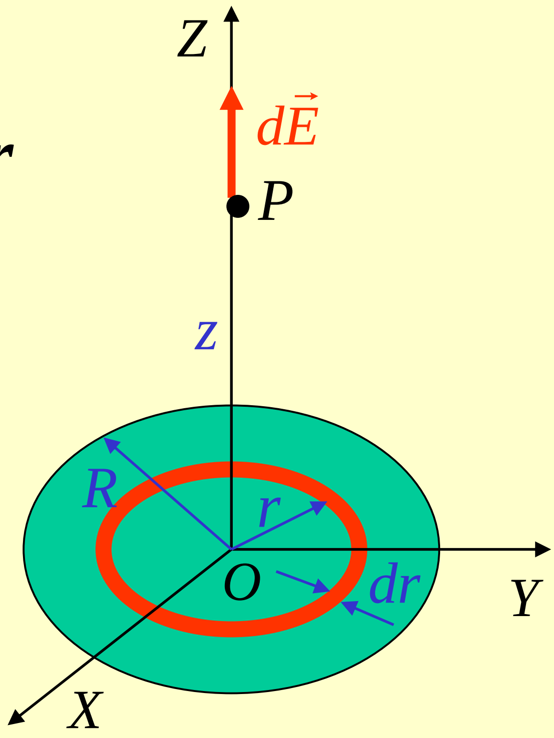
【讨论】

⑴ 当$z=0$时，$E_0=0$ ；与对称性分析相符

⑵ 当 $z>>R$ (远场)

$$E\approx\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}$$ (相当于q集中在环心处的点电荷

例 9.4：一半径为 R 的均匀带电薄圆盘，电荷面密度为σ，求圆盘轴线上的场强。



解：考虑$r \to r+dr$ 的圆环，$dq = \sigma 2\pi rdr$

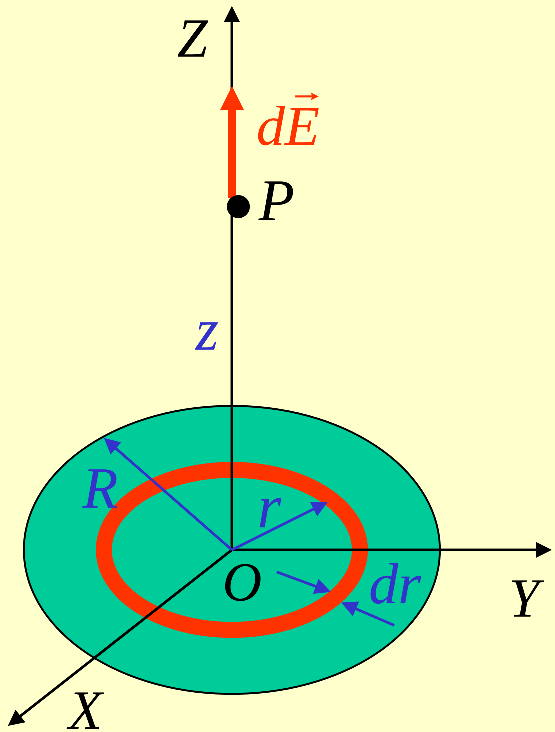
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zdq}{(z^2+r^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\sigma 2\pi rdr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{zdr^2}{(z^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{d(\frac{r^2}{z^2})}{(1+\frac{r^2}{z^2})^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_{x=0}^{x=\frac{R^2}{z^2}}\frac{dx}{(1+x)^{3/2}} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{-2}{(1+x)^{1/2}}\Bigg|_{x=0}^{x=\frac{R^2}{z^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}}\right)$$ （方向沿z轴）

例 9.4：一半径为 R 的均匀带电薄圆盘，电荷面密度为σ，求圆盘轴线上的场强。



解: $$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{z^2}}}\right)$$ （方向沿z轴）

【讨论】

(1) $z<<R(z\neq 0)$ 或 $R\to\infty$ (无限大均匀带电平面

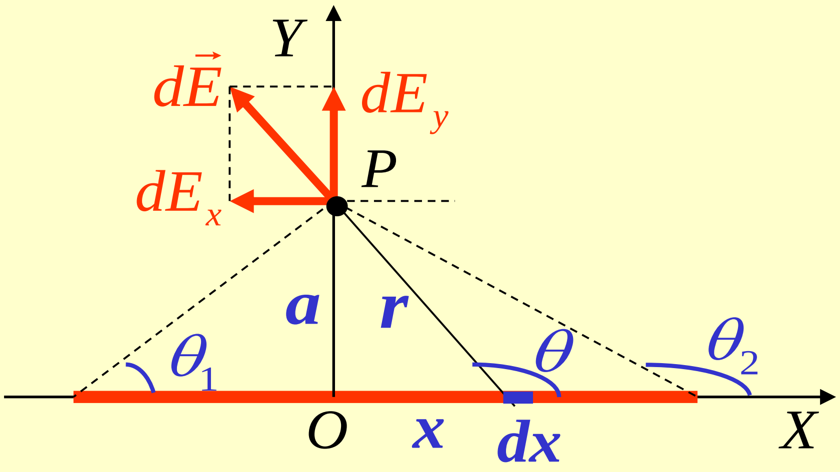
$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ (均匀电场)

(2) $z>>R$ (远场)

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-(1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{z^2}+\cdots)\right]\approx\frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 z^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}$$ (点电荷的电场

（3）均匀带电圆盘的中间有一圆孔的情况；补偿法。

例 9.5：如图所示，一均匀带电细直线，长为 L，带电量为 q，线外一点 P 到直线的垂直距离为 a，P 与直线两端的连线与直线间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2。求 P 点的场强。



解: 电荷元 $dq = \lambda\, dx$ ，$\lambda = \dfrac{q}{l}$

$$dE_x = -dE\cos(\pi-\theta)$$

$$= dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{r^2}\cos\theta$$

$$dE_y = dE\sin(\pi-\theta)$$

$$= dE\sin\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{r^2}\sin\theta$$

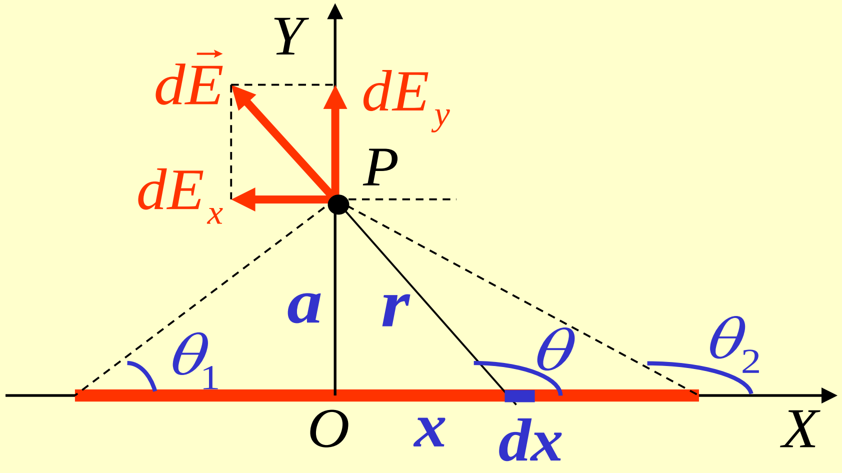
$$x = a\,\mathrm{ctg}\,[(\pi-\theta)] = -a\,\mathrm{ctg}\,\theta$$

$$r^2 = \frac{a^2}{\sin^2(\pi-\theta)} = \frac{a^2}{\sin^2\theta}$$

$$dx = -a\,d(\mathrm{ctg}\,\theta) = a\frac{1}{\sin^2\theta}d\theta$$

$$\therefore\ dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, d\theta}{a}\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\, d\theta\ ,\quad dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\, d\theta$$

例 9.5：如图所示，一均匀带电细直线，长为 L，带电量为 q，线外一点 P 到直线的垂直距离为 a，P 与直线两端的连线与直线间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2。求 P 点的场强。



解:

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\, d\theta \ ,$$

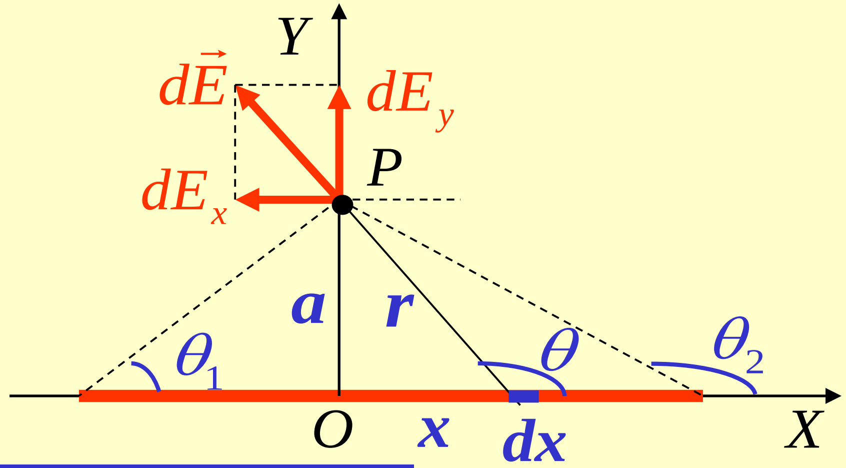
$$dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\, d\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \int dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j}$$

例 9.5： 如图所示，一均匀带电细直线，长为 L，带电量为 q，线外一点 P 到直线的垂直距离为 a，P与直线两端的连线与直线间的夹角分别为 θ_1和 θ_2。求 P 点的场强。



解：

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

【讨论】

无限长带电直线 $\begin{cases} \theta_1 = 0 \\ \theta_2 = \pi \end{cases}$ $\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \end{cases}$

半无限长带电直线 $\begin{cases} \theta_1 = \dfrac{\pi}{2} \\ \theta_2 = \pi \end{cases}$ $\begin{cases} E_x = -\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \\ E_y = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \end{cases}$

电场强度的计算小结

(1)建立坐标系，选取合适的积分元（dl, dS,或dV),表述电荷元dq。

(2)计算电荷元dq所对应的$d\vec{E}$,分析$d\vec{E}$的对称性，包括大小和方向。

(3)$d\vec{E}$的分量积分，选择合适的积分变量，力求积分方便。

(4)结果分析讨论验证，包括大小、方向、量纲和极限等。

作业：

9.6　　9.7　　9.10　　9.15