电路分析与电子技术基础

三相交流电路

（5.4.1～5.4.3）

n 三相交流电路

ü 供电方式：单相、三相、多相。

ü 三相供电方式的主要优点：

（1）构造简单、性能优良；
（2）成本节约、输电损耗低。

目前，电力系统普遍采用三相供电方式。

v 三相交流电路（5.4.1）

v 对称三相交流电路分析（5.4.2）

v 对称三相交流电路功率测量（5.4.3）

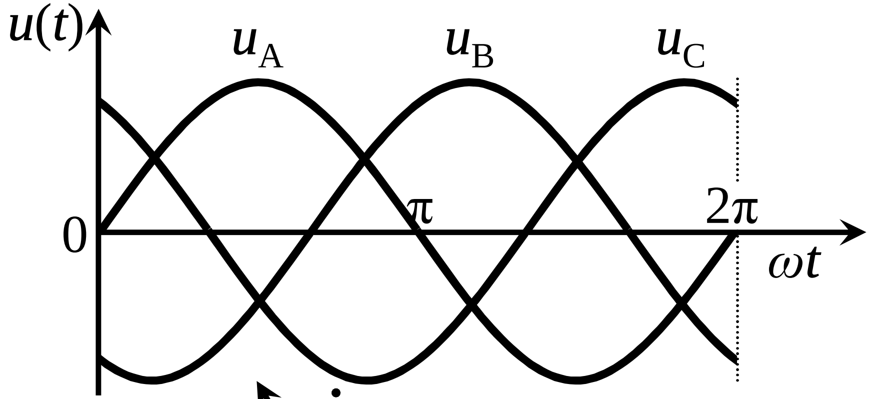
三相交流电路

- 三相交流电路：由三相电源、三相负载和三相输电线路构成。

- 对称三相交流电源：

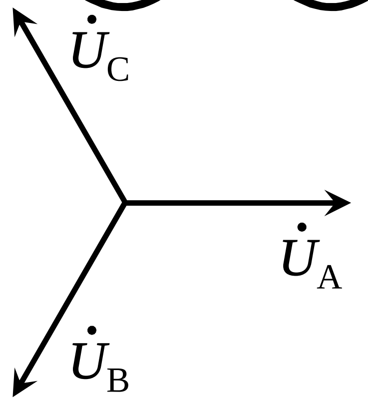
  由三个振幅、频率相同，相位依次差三分之一周期（120°）的电源组成。

$$
\begin{cases}
u_A(t) = \sqrt{2}U\sin wt \\
u_B(t) = \sqrt{2}U\sin(wt - 120^\circ) \\
u_C(t) = \sqrt{2}U\sin(wt - 240^\circ)
\end{cases}
$$

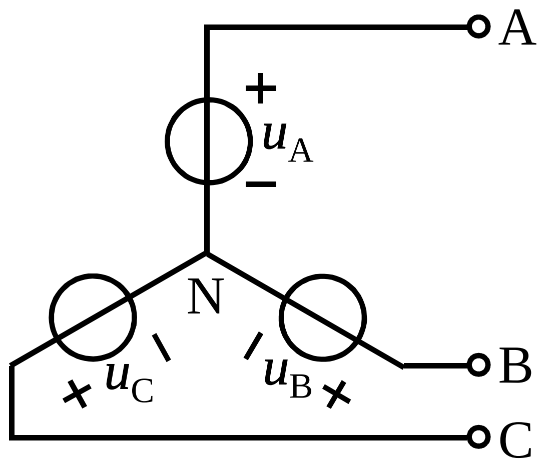


相量式及相量图：

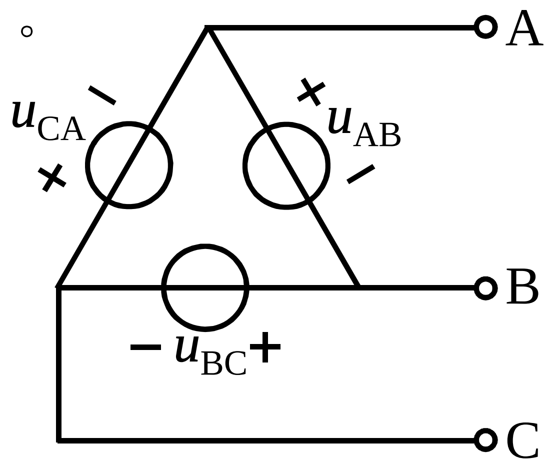
$$
\begin{cases}
\dot{U}_A = \dot{U}\angle 0^\circ \\
\dot{U}_B = \dot{U}_A\angle -120^\circ = \dot{U}\angle -120^\circ \\
\dot{U}_C = \dot{U}_B\angle -120^\circ = \dot{U}\angle -240^\circ
\end{cases}
$$



Ø 三相电源连接（Y 型、Δ型）

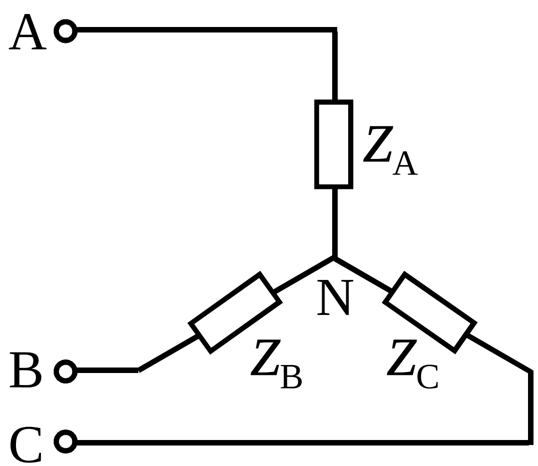


- ü 端点（A、B、C）：各电源的输出端。
- ü 中性点（中点/零点，N）：三相的公共联结点。
  （Δ方式中，无中性点）
- ü 相电压：每个电源两端的电压（注意参考方向）。
  相电流：流过每个电源的电流。
- ü 线电压：各端点之间的电压（注意参考方向）。
  线电流：流过三个端点的电流。
- ü 相序：各电源相位间的变化次序。
  正序（顺序）：相位依次滞后 A→B→C→A 。
  负序（逆序）：相位依次滞后 C→B→A→C 。

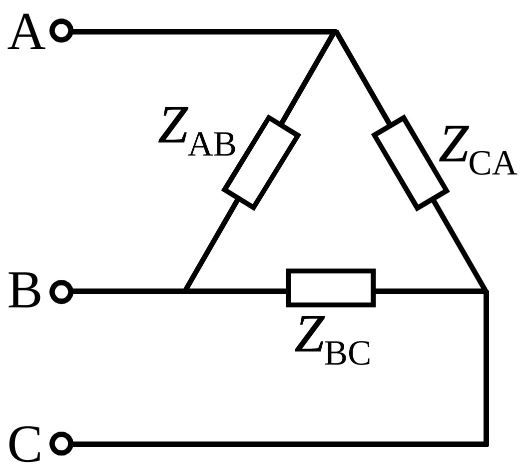


<u>三相不可能绝对对称，Δ方式会产生较大环流，发电机中较少应用。</u>

Ø 三相负载连接（Y 型、Δ型）



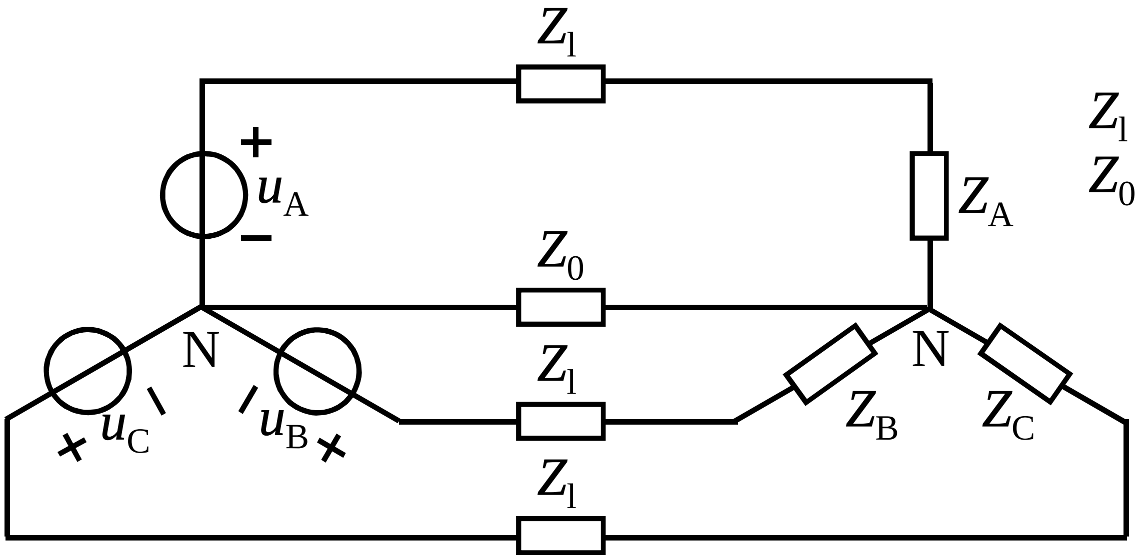
- 端点（A、B、C）：各负载的输出端。
- 中性点（中点/零点，N）：三相的公共联结点。（Δ 方式中，无中性点）



- 相电压：每个负载两端的电压。
  相电流：流过每个负载的电流。
- 线电压：各端点之间的电压。
  线电流：流过三个端点的电流。
- 对称三相负载：$Z_A = Z_B = Z_C$ 或 $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA}$ 。
  对称三相交流电路：由对称三相电源、对称三相负载，通过对称三相输电线路连接而成的电路。

三相电路图

- 电源与负载均为Y型连接方式（下图）。



Z_l： 火线阻抗；
Z_0： 中线阻抗。

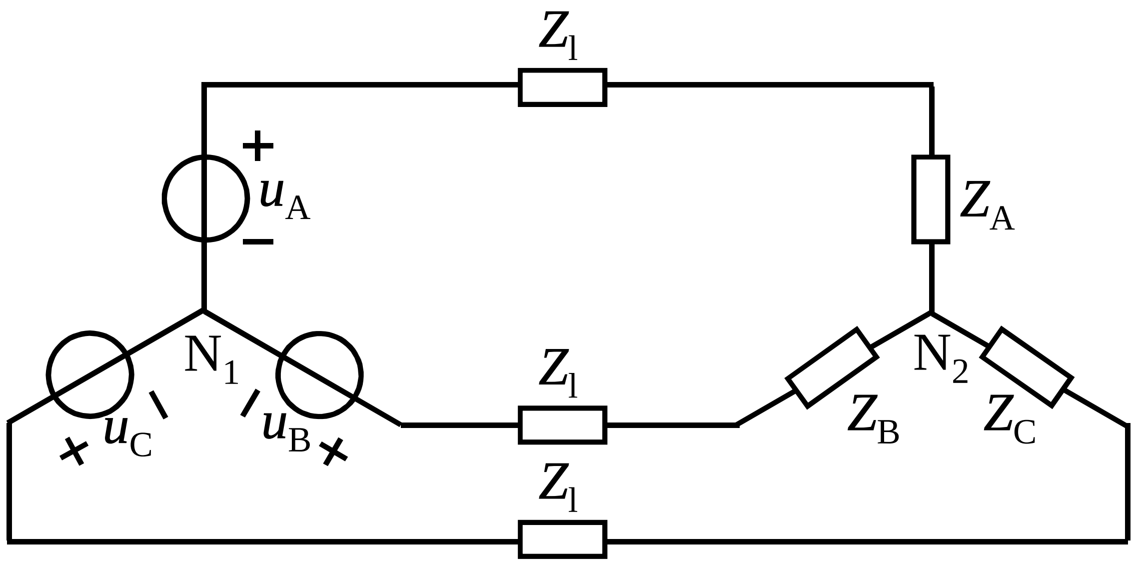
<对称三相交流电路>
对称三相电源
对称三相负载
对称三相输电线路

- 火线（端线）：从电源端点至负载端点的连线。
  中线（中性线）：从电源中点至负载中点的连线（注意：不是地线）。

- 三相四线制：具有三根端线和一根中线的连接方式（Y～Y）。

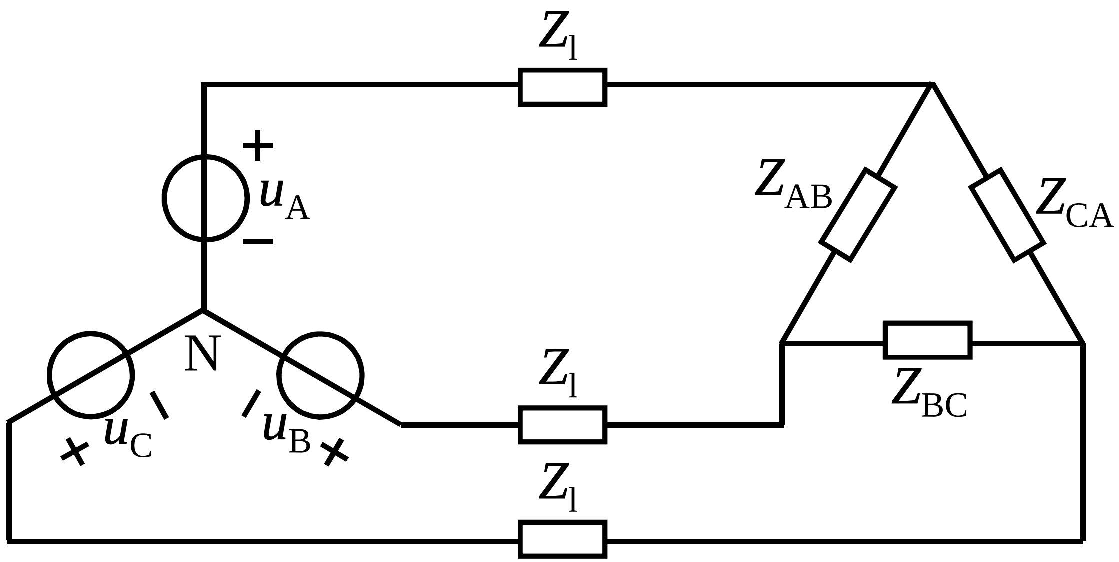
Ø 三相电路图

ü 三相三线制：没有中线的连接方式（Y～Y）



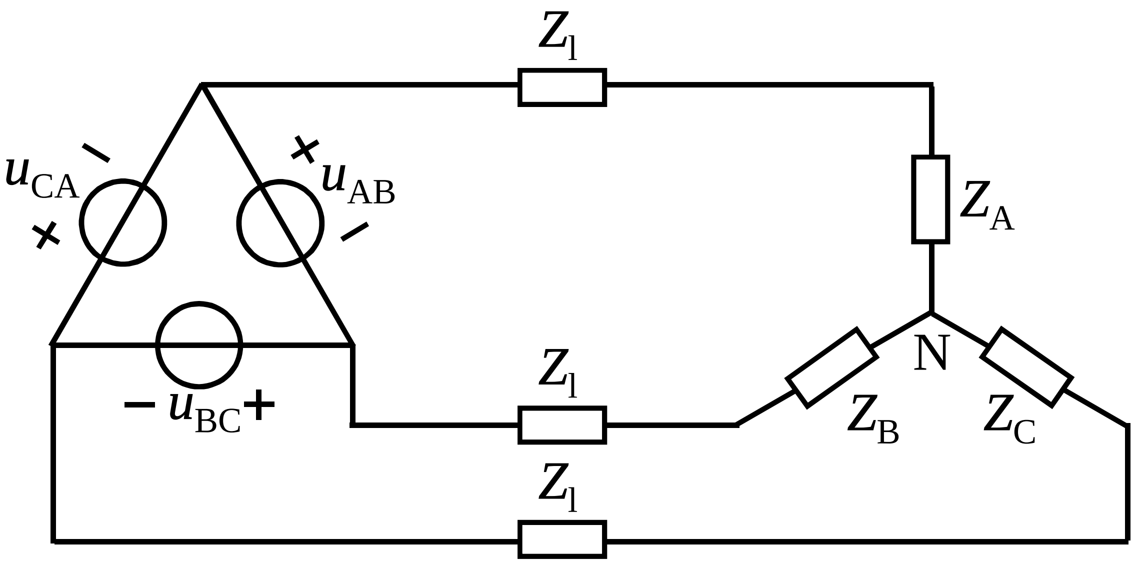
Ø 三相电路图

ü 三相三线制：没有中线的连接方式（Y～Δ）



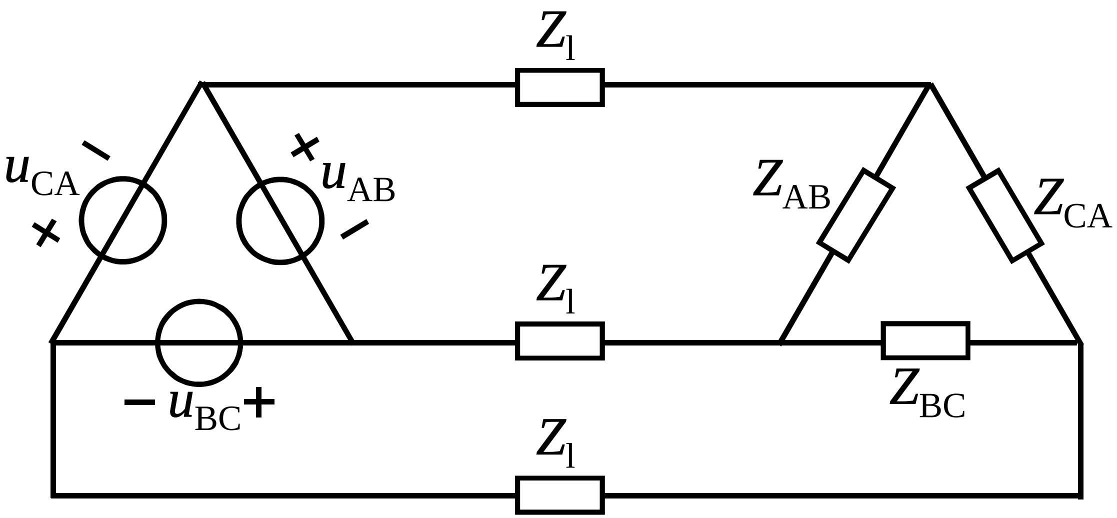
Ø 三相电路图

ü 三相三线制：没有中线的连接方式（Δ～Y）



Ø 三相电路图

ü 三相三线制：没有中线的连接方式（Δ～Δ）

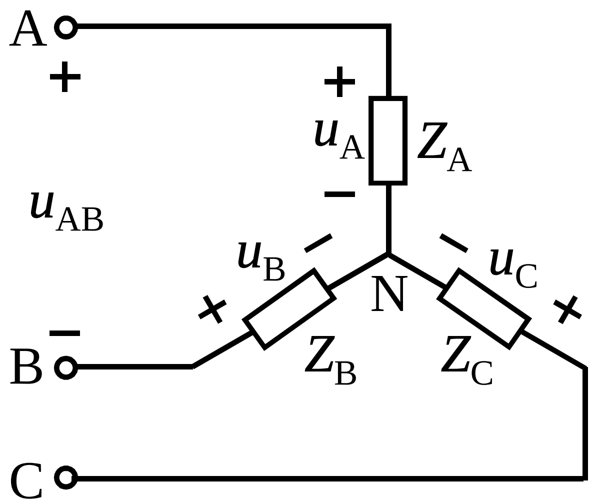


v 对称三相交流电路分析

三相电路的分析，本质上是多个电源构成的复杂交流电路的分析。对称三相电路，具有一些特殊的性质，利用这些可简化分析。

- ü 相电压～线电压
- ü 相电流～线电流
- ü 单相图
- ü 分析步骤

Ø 相电压与线电压（Y 型）



ü 右图所示 Y 型连接的对称三相负载。

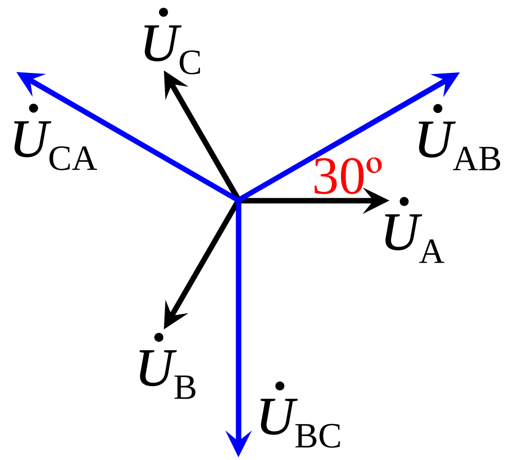
ü 相电压相量（定义各相电压对称且正序）：

$\dot{U}_{A}=U\angle 0^{0}\quad \dot{U}_{B}=U\angle -120^{0}\quad \dot{U}_{C}=U\angle -240^{0}$

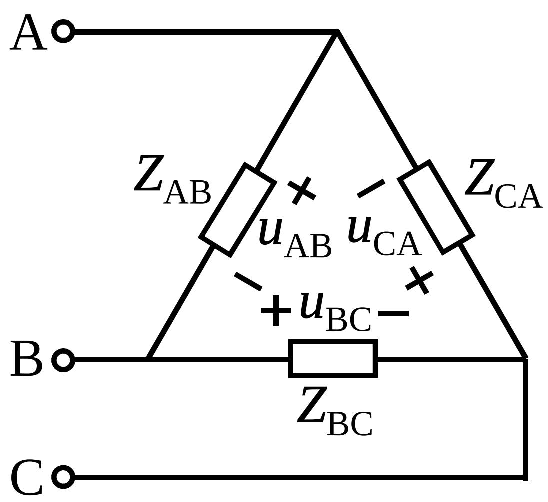
ü 线电压相量：

$$\begin{cases}\dot{U}_{AB}=\dot{U}_{A}-\dot{U}_{B}=U\angle 0^{0}-U\angle -120^{0}=\sqrt{3}U\angle 30^{0}\\ \dot{U}_{BC}=\dot{U}_{B}-\dot{U}_{C}=U\angle -120^{0}-U\angle -240^{0}=\sqrt{3}U\angle -90^{0}\\ \dot{U}_{CA}=\dot{U}_{C}-\dot{U}_{A}=U\angle -240^{0}-U\angle 0^{0}=\sqrt{3}U\angle -210^{0}\end{cases}$$

ü 针对 Y 型连接的对称三相负载：
线电压也是一组对称的三相电压，
其振幅为对应相电压的 $\sqrt{3}$ 倍，
相位超前对应相电压 30° 。



Ø 相电压与线电压（Δ型）

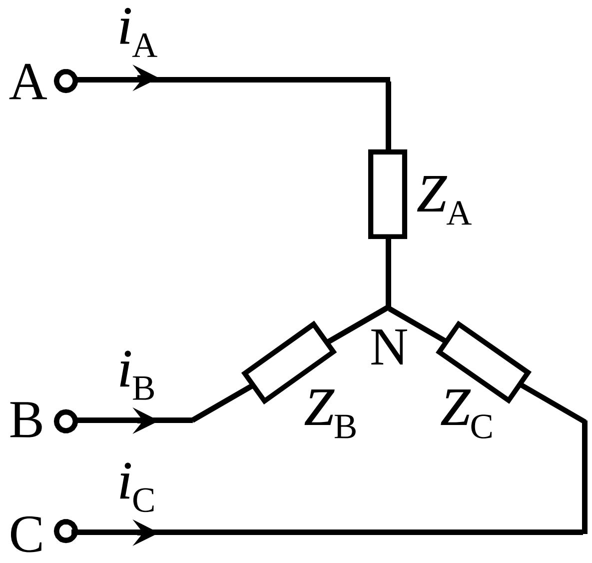


- ü 右图所示Δ型连接的对称三相负载。

- ü 线电压相量：$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = U\angle 0^{0} \\ \dot{U}_{BC} = U\angle -120^{0} \\ \dot{U}_{CA} = U\angle -240^{0} \end{cases}$

- ü 针对Δ型连接的对称三相负载：各相电压等于对应的线电压。

相电流与线电流（Y 型）



- 右图所示 Y 型连接的对称三相负载。

（$Z_A = Z_B = Z_C = Z$）

- 相电流相量（定义各相电压对称且正序）：

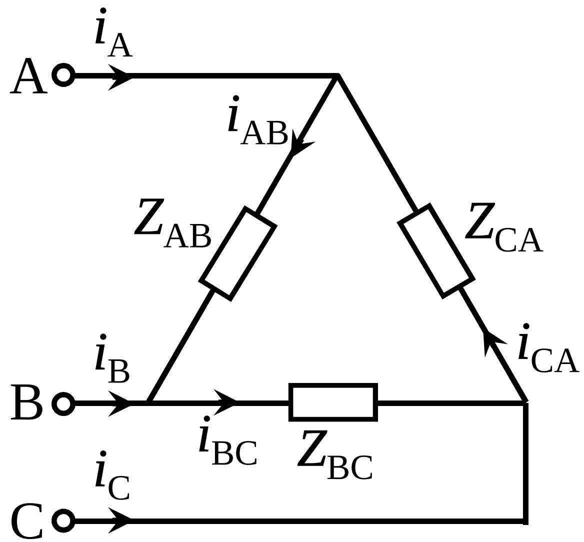
$$
\begin{cases}
\dot{I}_A = \dfrac{\dot{U}_A}{Z} \\
\dot{I}_B = \dfrac{\dot{U}_B}{Z} = \dot{I}_A \angle -120^0 \\
\dot{I}_C = \dfrac{\dot{U}_C}{Z} = \dot{I}_A \angle -240^0
\end{cases}
$$

- 针对 Y 型连接的对称三相负载：

各相电流也是一组对称的三相电流，相序与相电压相同；

相电流等于对应的线电流。

Ø 相电流与线电流（Δ型）



ü 右图所示Δ型连接的对称三相负载。

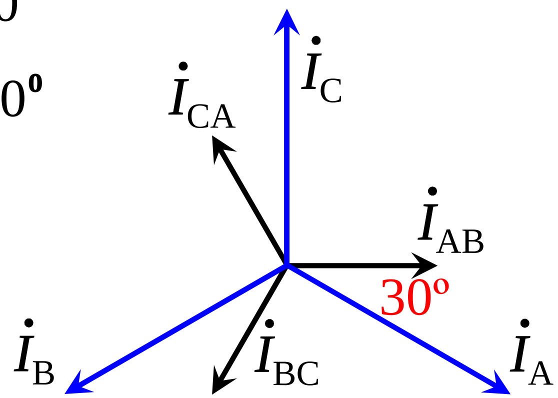
（$Z_A = Z_B = Z_C = Z$）

ü 相电流相量（定义各相电压对称且正序）：

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} \qquad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \dot{I}_{AB}\angle -120^0 \qquad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = \dot{I}_{AB}\angle -240^0$$

ü 线电流相量：

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^0 \\ \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -150^0 \\ \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -270^0 \end{cases}$$



ü 针对Δ型连接的对称三相负载：

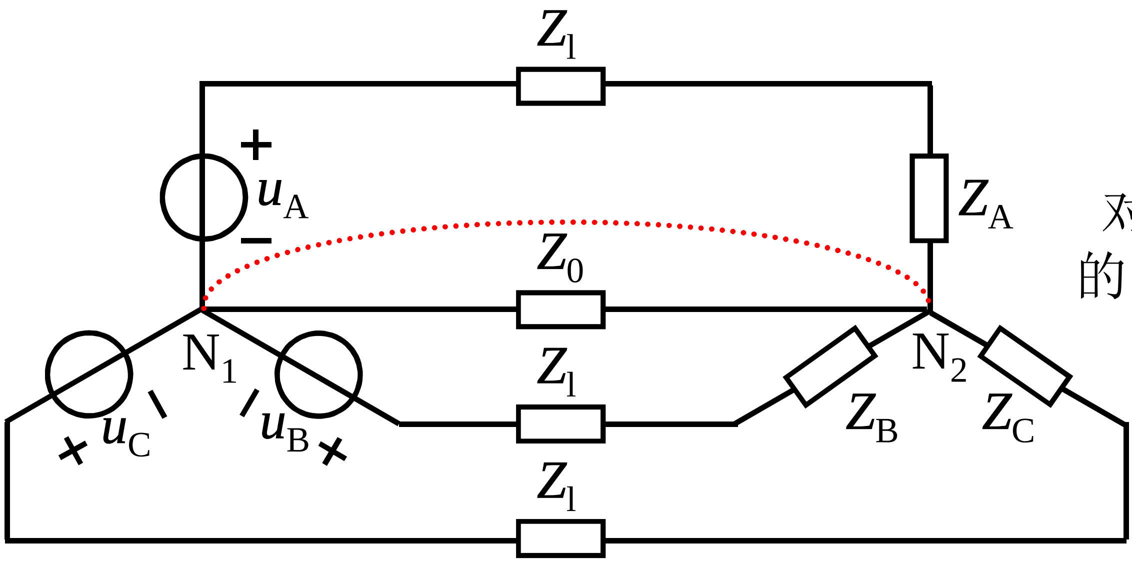
线电流也是一组对称的三相电流，

其振幅为对应相电流的$\sqrt{3}$倍，

相位滞后对应相电流 30° 。

Ø 对称三相交流电路的单相图

ü 下图所示三相四线制对称电路（$Z_A = Z_B = Z_C = Z$ ）。



对称三相交流电路的中点电位是相等的。

ü 以中点 N_1 为参考点，得节点方程：

$$\dot{U}_{N2N1} = \frac{\dfrac{\dot{U}_A}{Z+Z_l} + \dfrac{\dot{U}_B}{Z+Z_l} + \dfrac{\dot{U}_C}{Z+Z_l}}{\dfrac{1}{Z+Z_l} + \dfrac{1}{Z+Z_l} + \dfrac{1}{Z+Z_l} + \dfrac{1}{Z_0}} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3 + \dfrac{Z+Z_l}{Z_0}} = 0$$

Ø 对称三相交流电路的单相图

ü 各相电流也是三相对称：

$$\begin{cases} \dot{I}_{\mathrm{A}} = \dfrac{\dot{U}_{\mathrm{A}}}{Z+Z_{\mathrm{l}}} \\ \dot{I}_{\mathrm{B}} = \dfrac{\dot{U}_{\mathrm{B}}}{Z+Z_{\mathrm{l}}} = \dot{I}_{\mathrm{A}}\angle -120^{0} \\ \dot{I}_{\mathrm{C}} = \dfrac{\dot{U}_{\mathrm{C}}}{Z+Z_{\mathrm{l}}} = \dot{I}_{\mathrm{A}}\angle -240^{0} \end{cases}$$

对称三相交流电路的中点电位是相等的。

ü 中线电流：$\dot{I}_{\mathrm{N}} = \dot{I}_{\mathrm{A}} + \dot{I}_{\mathrm{B}} + \dot{I}_{\mathrm{C}} = 0$

$$\dot{U}_{\mathrm{N2N1}} = \frac{\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{A}}}{Z+Z_{\mathrm{l}}} + \dfrac{\dot{U}_{\mathrm{B}}}{Z+Z_{\mathrm{l}}} + \dfrac{\dot{U}_{\mathrm{C}}}{Z+Z_{\mathrm{l}}}}{\dfrac{1}{Z+Z_{\mathrm{l}}} + \dfrac{1}{Z+Z_{\mathrm{l}}} + \dfrac{1}{Z+Z_{\mathrm{l}}} + \dfrac{1}{Z_0}} = \frac{\dot{U}_{\mathrm{A}} + \dot{U}_{\mathrm{B}} + \dot{U}_{\mathrm{C}}}{3 + \dfrac{Z+Z_{\mathrm{l}}}{Z_0}} = 0$$

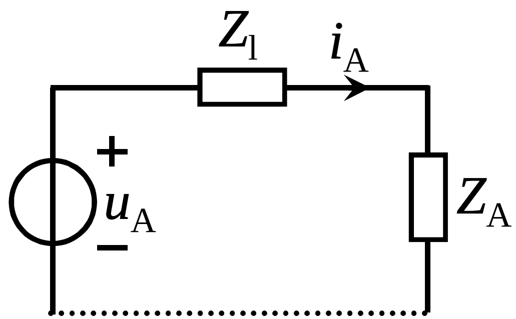
Ø 对称三相交流电路的单相图

ü 对称三相电路特点：

（1）Y 形中点是等电位的，中线电流恒为零，中线阻抗不影响其它线路上的任何参数。

（2）由于中点等电位，各相电流仅决定于各自相电源电压和各相负载的阻抗值，各相计算具有独立性。

单相图：
任取一相电路，并将两个中点短接。



（3）由于各相电压与相电流是对称的，因此，用单相图计算出某相电压电流后，其余两相参数可根据对称性直接得到。

（4）对于△型连接电路，可先进行△~Y 转换，然后进行单相计算，最后再根据△~Y 的电压电流转换关系求出实际值。

Ø 对称三相交流电路的计算

ü 计算步骤：

（1）画出单相图；

（2）计算单相电压电流；

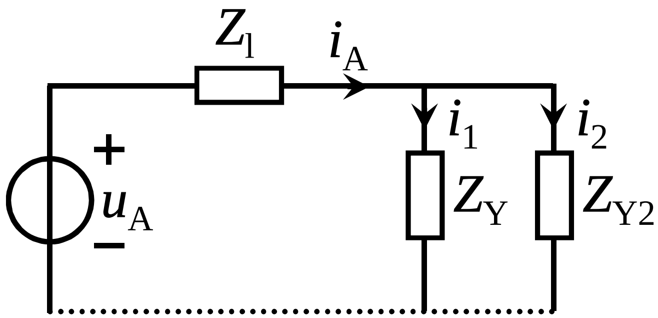
（3）根据三相对称关系推导另外两相的电压电流；

（4）根据相～线电压电流关系，推求相应的线电压电流。

【例4.1】

下图所示三相对称电路。

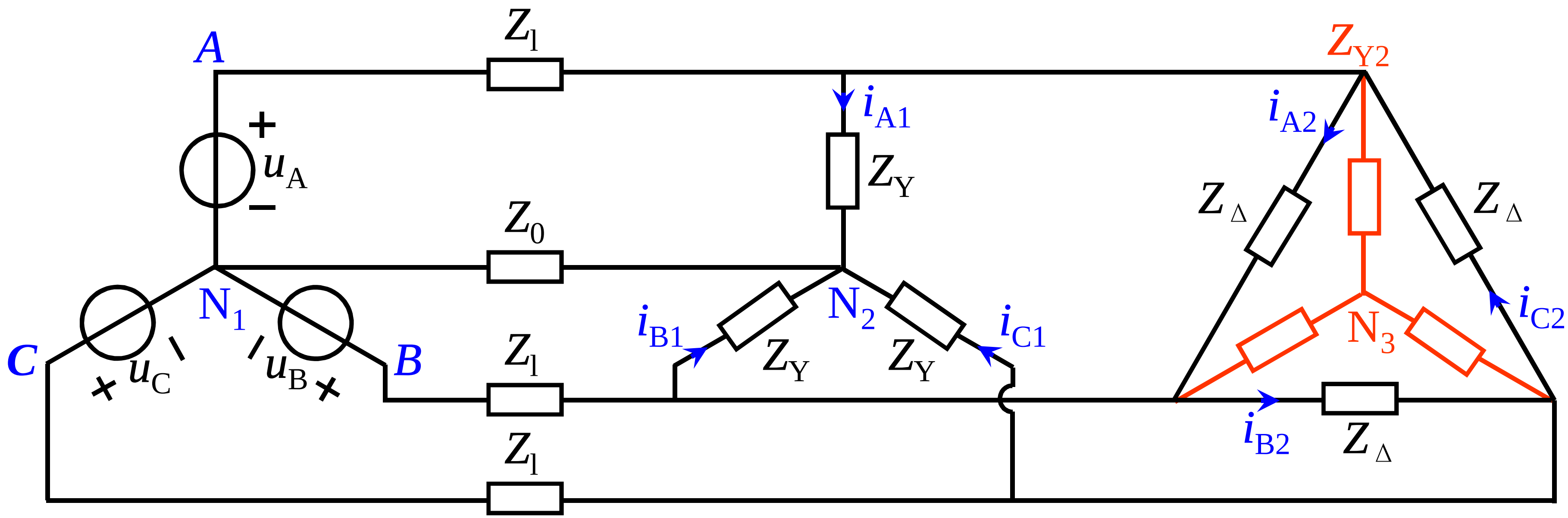
求：各负载的相电流。



解：首先将Δ型负载变换成 Y 型。

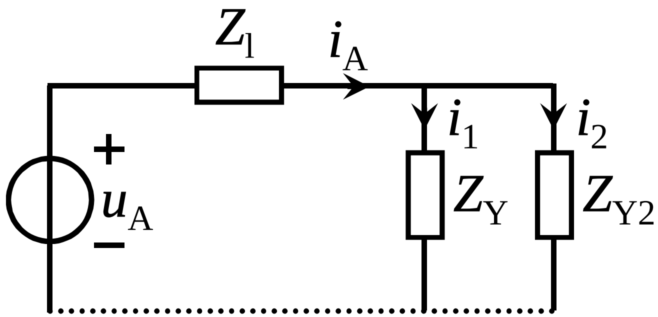
由于 $N_1N_2N_3$ 三点等电位，所以单相图如右上所示。

其中： $Z_{Y2} = \dfrac{Z_\Delta}{3}$



下图所示三相对称电路。

求：各负载的相电流。



解：由单相图，得：$\dot{I}_A = \dfrac{\dot{U}_A}{Z_l + Z_Y // Z_{Y2}}$

有：$\dot{I}_1 = \dot{I}_A \cdot \dfrac{Z_{Y2}}{Z_Y + Z_{Y2}}$，$\dot{I}_2 = \dot{I}_A \cdot \dfrac{Z_Y}{Z_Y + Z_{Y2}}$

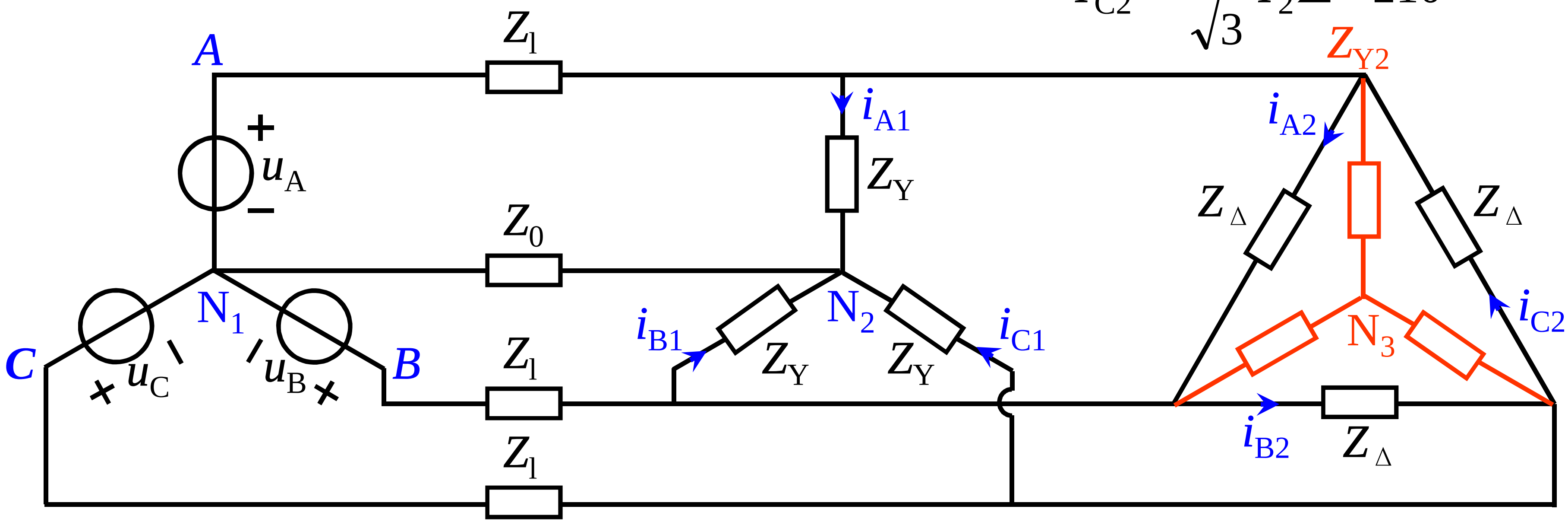
所以：$\dot{I}_{A1} = \dot{I}_1$，$\dot{I}_{A2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_2 \angle 30^0$

$$\dot{I}_{B1} = \dot{I}_1 \angle -120^0$$

$$\dot{I}_{C1} = \dot{I}_1 \angle -240^0$$

$$\dot{I}_{B2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_2 \angle -90^0$$

$$\dot{I}_{C2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_2 \angle -210^0$$



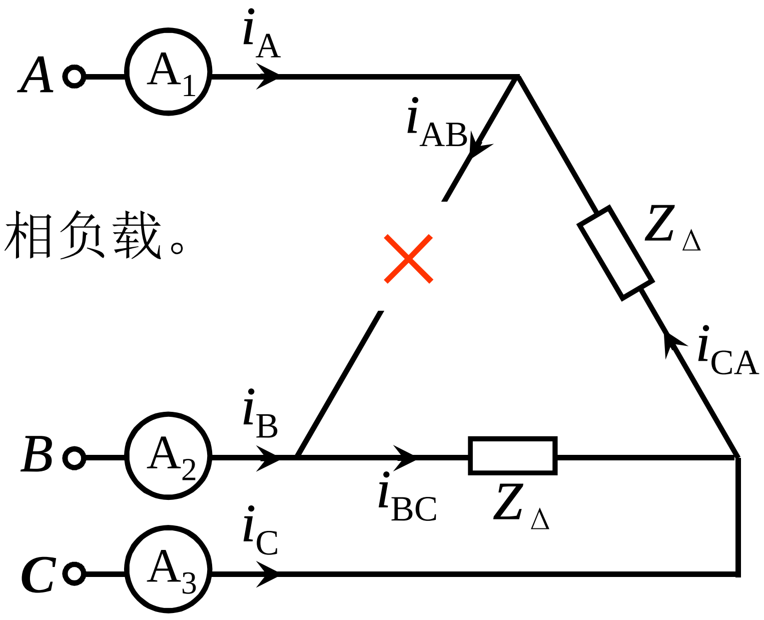
【例4.2】

右图所示三相对称电路。

已知：所有安培表的读数均为 10 A 。

在保持外加线电压不变的情况下断开 AB 相负载。

求：各安培表的读数。



解：定义线电压的有效值为 U，

并以相量 I_{AB} 为基准；

则原电流：$\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ = \sqrt{3}\frac{\dot{U}_{AB}}{Z_\Delta}\angle -30^\circ = \sqrt{3}\boxed{\frac{U\angle j}{Z_\Delta}}\angle -30^\circ = 10\angle -30^\circ \text{ A}$

断开 AB 相负载后：$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z_\Delta} = \frac{U\angle j\angle -60^\circ}{Z_\Delta} = \frac{10}{\sqrt{3}}\angle -60^\circ \text{ A}$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_\Delta} = \frac{U\angle j\angle -120^\circ}{Z_\Delta} = \frac{10}{\sqrt{3}}\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_A - \dot{I}_B = \frac{10}{\sqrt{3}}\angle 120^\circ + \frac{10}{\sqrt{3}}\angle 60^\circ = 10\angle 90^\circ \text{ A}$$

即，三表读数分别为：

5.77A，5.77A，10A 。

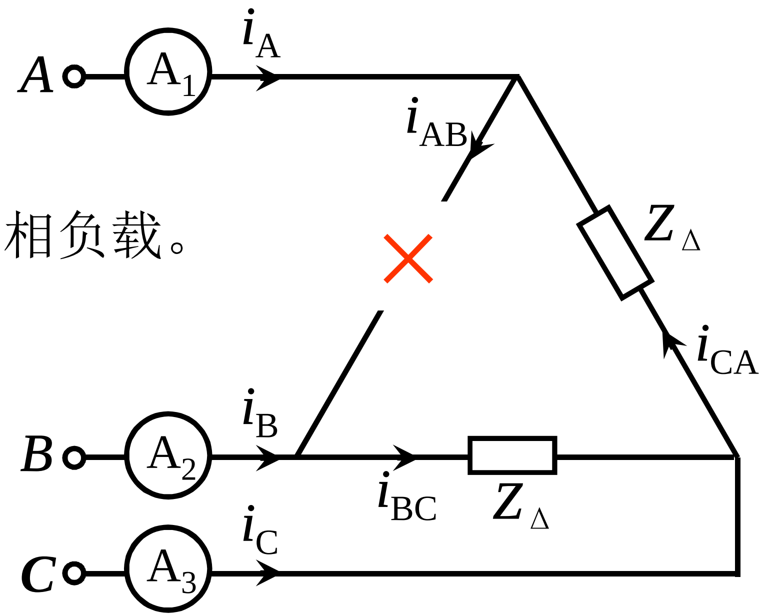
【复例4.2】

右图所示三相对称电路。

已知：所有安培表的读数均为 10 A 。

在保持外加线电压不变的情况下断开 AB 相负载。

求：各安培表的读数。

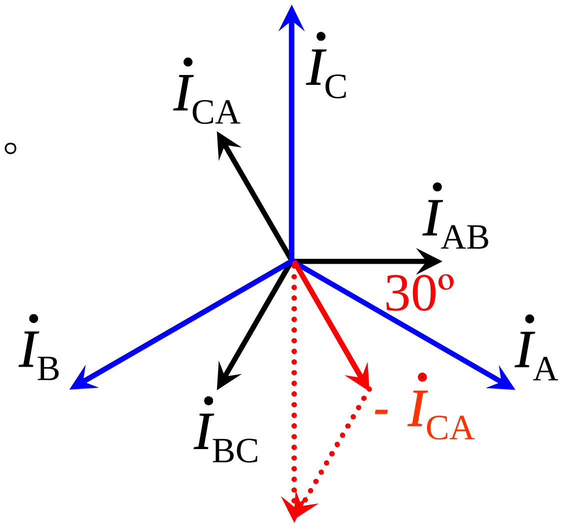


解：右下所示，原各电流的相量图。

断开 AB 相负载后：$\dot{I}_A = -\dot{I}_{CA}$，$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC}$

按相量叠加原则，即可求得 C 相电流。

所以，三表读数分别为：5.77A，5.77A，10A 。



v 对称三相交流电路功率测量

- ü 基本工具：功率表。
- ü 不同的接线方式，采用的功率表数量不同。
- ü 需要注意功率表的接线方向，以及功率表读数的正负性。

Ø 瞬时功率

ü 以对称三相Y型负载为例（定义 $Z_A = Z_B = Z_C = Z\angle j$ ）。
相电压和相电流的瞬时值分别为：

$$\begin{cases} u_A = \sqrt{2}U\sin wt \\ u_B = \sqrt{2}U\sin(wt - 120^{0}) \\ u_C = \sqrt{2}U\sin(wt - 240^{0}) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_A = \dfrac{u_A}{Z} = \sqrt{2}I\sin(wt - j) \\ i_B = \sqrt{2}I\sin(wt - j - 120^{0}) \\ i_C = \sqrt{2}I\sin(wt - j - 240^{0}) \end{cases}$$

ü 总的瞬时功率为：$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C = 3UI\cos j$
即，总瞬时功率为常数（不随时间变化）。

Ø 有功功率、无功功率、视在功率、功率因数

ü 任意三相电路中，各功率参数分别为：

$$P = P_{\mathrm{A}} + P_{\mathrm{B}} + P_{\mathrm{C}} = U_{\mathrm{A}} I_{\mathrm{A}} \cos j_{\mathrm{A}} + U_{\mathrm{B}} I_{\mathrm{B}} \cos j_{\mathrm{B}} + U_{\mathrm{C}} I_{\mathrm{C}} \cos j_{\mathrm{C}}$$

$$Q = Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}} = U_{\mathrm{A}} I_{\mathrm{A}} \sin j_{\mathrm{A}} + U_{\mathrm{B}} I_{\mathrm{B}} \sin j_{\mathrm{B}} + U_{\mathrm{C}} I_{\mathrm{C}} \sin j_{\mathrm{C}}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad \tan j' = \frac{Q}{P} \quad (\cos j' = \frac{P}{S})$$

ü 对称三相电路中，各相电压有效值、相电流有效值及相位差均相等；因此有功功率为：$P = 3U I \cos j$

（与前述瞬时功率一样，是一个不随时间变化的常数项）

ü 针对 Y 型连接三相对称负载，线电压 $U_l = \sqrt{3}U$，线电流 $I_l = I$

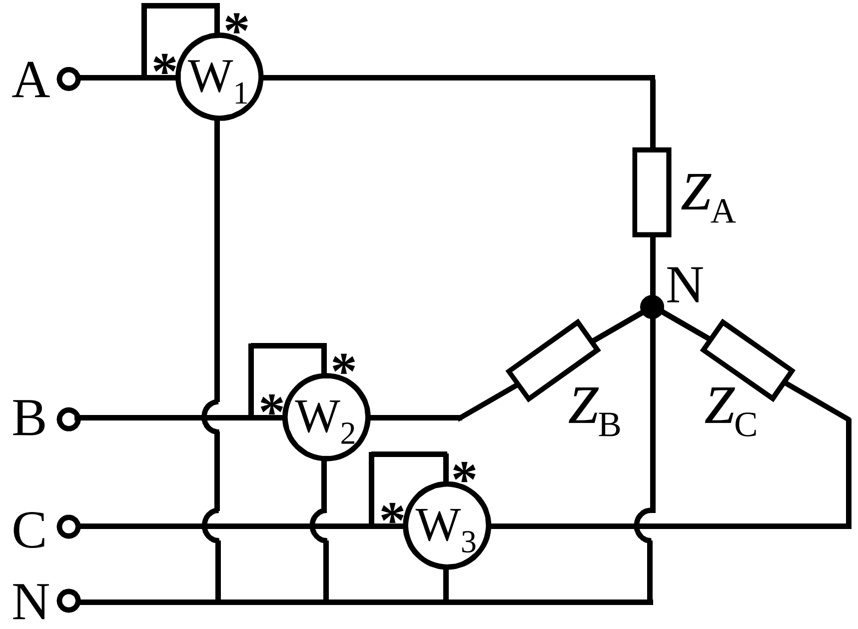
针对 Δ 型连接三相对称负载，线电压 $U_l = U$，线电流 $I_l = \sqrt{3}I$

因此，各功率参数分别为：

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos j \qquad Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin j \qquad S = \sqrt{3}U_l I_l \qquad \cos j' = \cos j$$

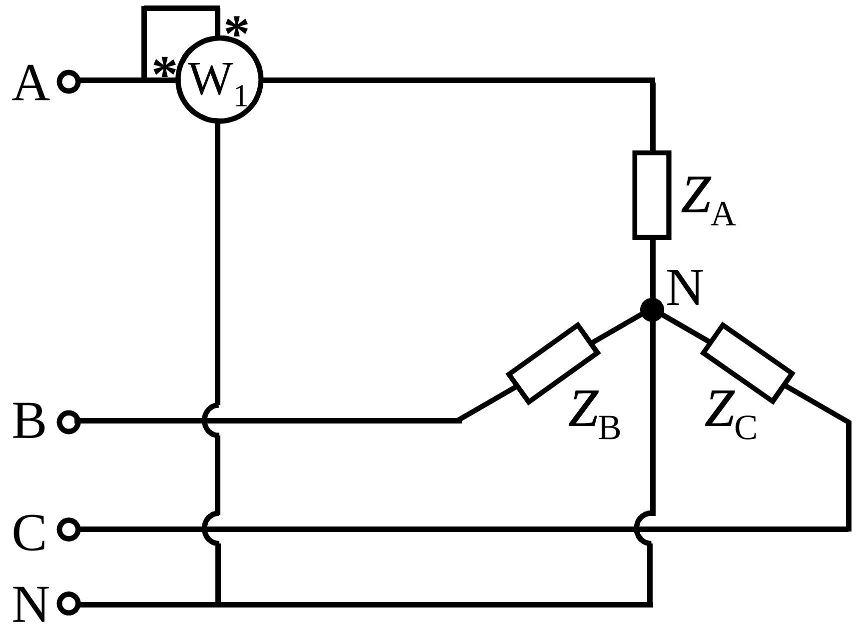
Ø 功率测量（四线制）

ü 不对称三相四线制：三表法。

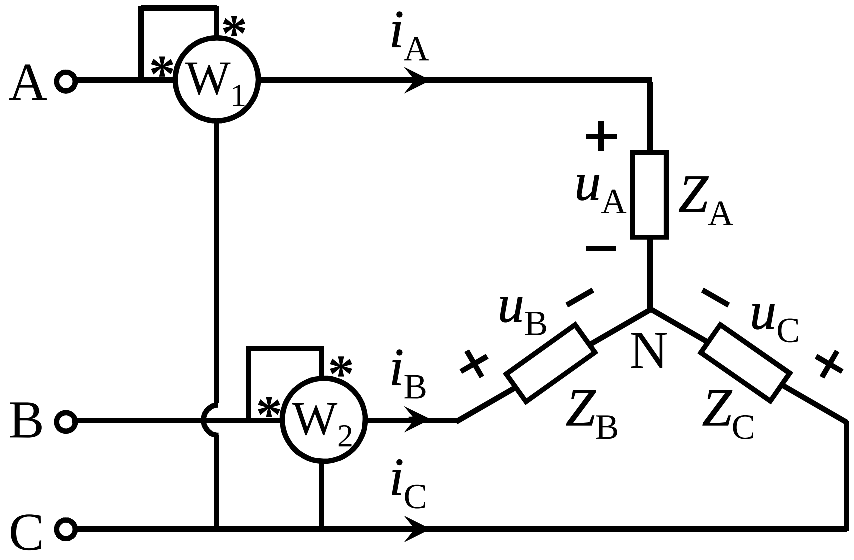


ü 对称三相四线制： 一表法。

（总功率为功率表读数的三倍）



Ø 功率测量（三线制）



ü 三相三线制：两表法。

由图，两功率表读数分别为：

$$P_1=\frac{1}{T}\int_0^T i_A u_{AC}dt \quad P_2=\frac{1}{T}\int_0^T i_B u_{BC}dt$$

由于：$u_{AC}=u_A-u_C \quad u_{BC}=u_B-u_C \quad i_C=-(i_A+i_B)$

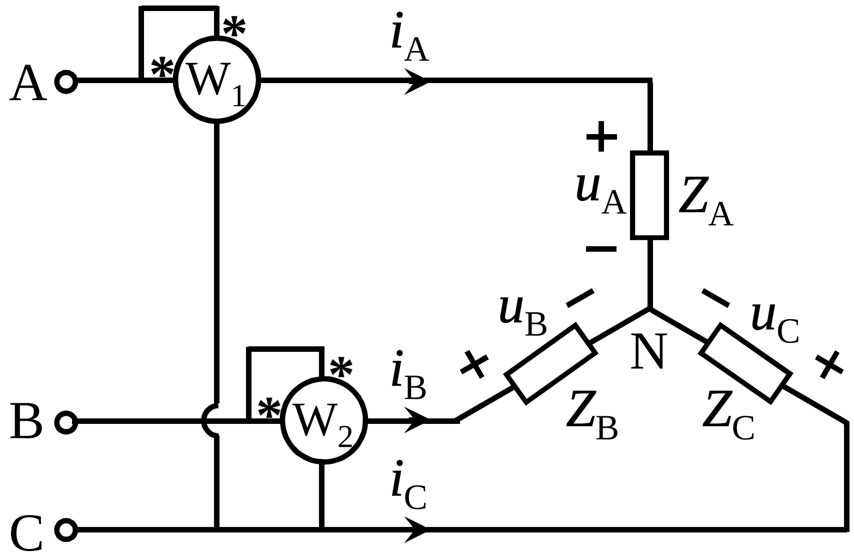
因此，两功率表的读数之和为：$P_1+P_2=\frac{1}{T}\int_0^T[i_A(u_A-u_C)+i_B(u_B-u_C)]dt$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T(i_Au_A+i_Bu_B+i_Cu_C)dt$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T p_A dt+\frac{1}{T}\int_0^T p_B dt+\frac{1}{T}\int_0^T p_C dt$$

该结论适合于任意结构负载。

功率测量（三线制）



- 针对对称三相三线制，定义：

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z\angle\varphi$$

$$\dot{U}_A = U\angle 0^0$$

$$\dot{U}_B = U\angle -120^0 \qquad \dot{U}_C = U\angle -240^0$$

则：$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U\angle 30^0 \qquad \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U\angle -90^0 \qquad \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U\angle -210^0$

$$\dot{I}_A = I\angle -\varphi \qquad \dot{I}_B = I\angle(-120^0 - \varphi) \qquad \dot{I}_C = I\angle(-240^0 - \varphi)$$

可得：$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\varphi_{UAC} - \varphi_{IA}) = \sqrt{3}UI\cos(-30^0 + \varphi)$

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\varphi_{UBC} - \varphi_{IB}) = \sqrt{3}UI\cos(30^0 + \varphi)$$

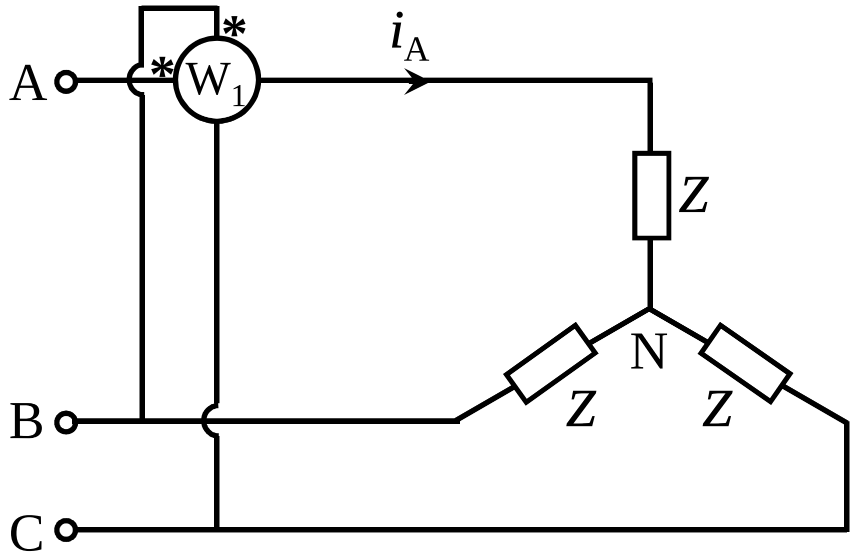
所以：$P_1 + P_2 = \sqrt{3}UI\cos(-30^0 + \varphi) + \sqrt{3}UI\cos(30^0 + \varphi) = 3UI\cos\varphi \Rightarrow P$

$$P_1 - P_2 = \sqrt{3}UI\cos(-30^0 + \varphi) - \sqrt{3}UI\cos(30^0 + \varphi) = \sqrt{3}UI\sin\varphi \Rightarrow Q/\sqrt{3}$$

$$\varphi = tg^{-1}\frac{\sqrt{3}(P_1 - P_2)}{P_1 + P_2}$$

可求出无功功率和功率因数。

Ø 功率测量（三线制）



ü 针对对称三相三线制，定义：

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z\angle\varphi$$

$$\dot U_A = U\angle 0^\circ$$

$$\dot U_B = U\angle -120^\circ \qquad \dot U_C = U\angle -240^\circ$$

则：$\dot U_{AB} = \sqrt{3}U\angle 30^\circ \qquad \dot U_{BC} = \sqrt{3}U\angle -90^\circ \qquad \dot U_{CA} = \sqrt{3}U\angle -210^\circ$

$$\dot I_A = I\angle -\varphi \qquad \dot I_B = I\angle(-120^\circ - \varphi) \qquad \dot I_C = I\angle(-240^\circ - \varphi)$$

可得：$P_1 = U_{BC} I_A \cos(\varphi_{UBC} - \varphi_{IA}) = \sqrt{3}UI\cos(-90^\circ + \varphi)$

$$= \sqrt{3}UI\sin\varphi$$

$$\Rightarrow Q/\sqrt{3}$$

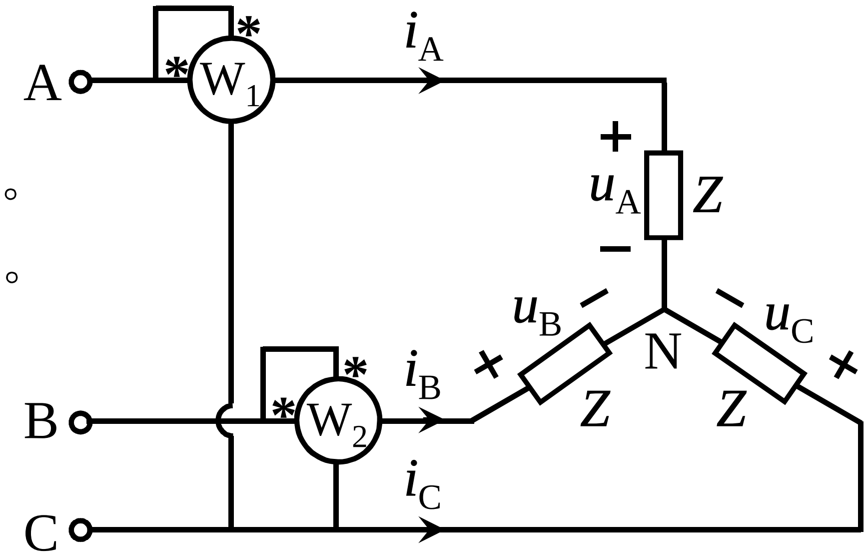
一表法求对称三相电路无功功率。

【例4.3】

右图所示三相对称电路。

已知：$\dot{U}_A = 100\angle 0^{0}\,\mathrm{V}$，$Z = 10\angle 30^{0}\,\Omega$ 。

求：各功率表读数，三相负载总功率。



解：据题意，有：

$$\dot{U}_A = 100\angle 0^{0}\,\mathrm{V} \quad \dot{U}_B = 100\angle -120^{0}\,\mathrm{V} \quad \dot{U}_C = 100\angle -240^{0}\,\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_A = 10\angle -30^{0}\,\mathrm{A} \quad \dot{I}_B = 10\angle -150^{0}\,\mathrm{A} \quad \dot{I}_C = 10\angle -270^{0}\,\mathrm{A}$$

$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\varphi_{UAC} - \varphi_{IA}) = \sqrt{3}UI\cos(-30^{0} + \varphi)$$

$$= \sqrt{3}\times 100\times 10\cos 0^{0} = 1000\sqrt{3}\,\mathrm{W}$$

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\varphi_{UBC} - \varphi_{IB}) = \sqrt{3}UI\cos(30^{0} + \varphi)$$

$$= \sqrt{3}\times 100\times 10\cos 60^{0} = 500\sqrt{3}\,\mathrm{W}$$

$$P = P_1 + P_2 = 1500\sqrt{3}\,\mathrm{W}$$

【例4.4】

右图所示三相对称电路。

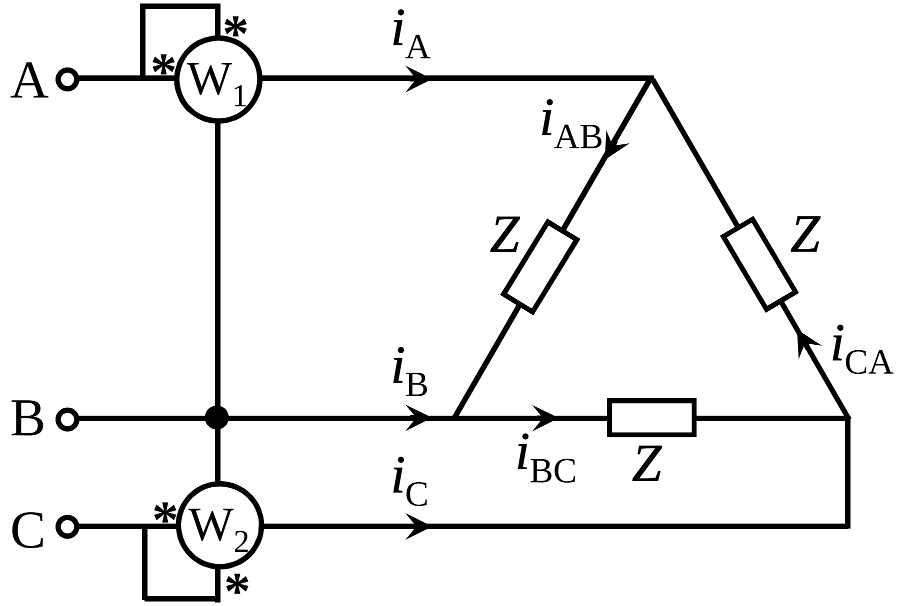
已知：$Z\angle\varphi$

$$\dot{U}_{AB}=U\angle 0^0$$

$$\dot{U}_{BC}=U\angle -120^0$$

$$\dot{U}_{CA}=U\angle -240^0$$

求：各功率表读数。



解：据题意，有：

$$\dot{I}_{AB}=\frac{U}{Z}\angle-\varphi \qquad \dot{I}_{BC}=\frac{U}{Z}\angle(-120^0-\varphi) \qquad \dot{I}_{CA}=\frac{U}{Z}\angle(-240^0-\varphi)$$

$$\dot{I}_{A}=\sqrt{3}\frac{U}{Z}\angle(-30^0-\varphi) \qquad \dot{I}_{B}=\sqrt{3}\frac{U}{Z}\angle(-150^0-\varphi) \qquad \dot{I}_{C}=\sqrt{3}\frac{U}{Z}\angle(-270^0-\varphi)$$

所以：$P_1=U_{AB}I_A\cos(\varphi_{UAB}-\varphi_{IA})=\sqrt{3}\frac{U^2}{Z}\cos(30^0+\varphi)$

$$P_2=U_{CB}I_C\cos(\varphi_{UCB}-\varphi_{IC})=\sqrt{3}\frac{U^2}{Z}\cos(-30^0+\varphi)$$

也可利用书上的线参数公式计算

【例4.5】

三相对称电路。

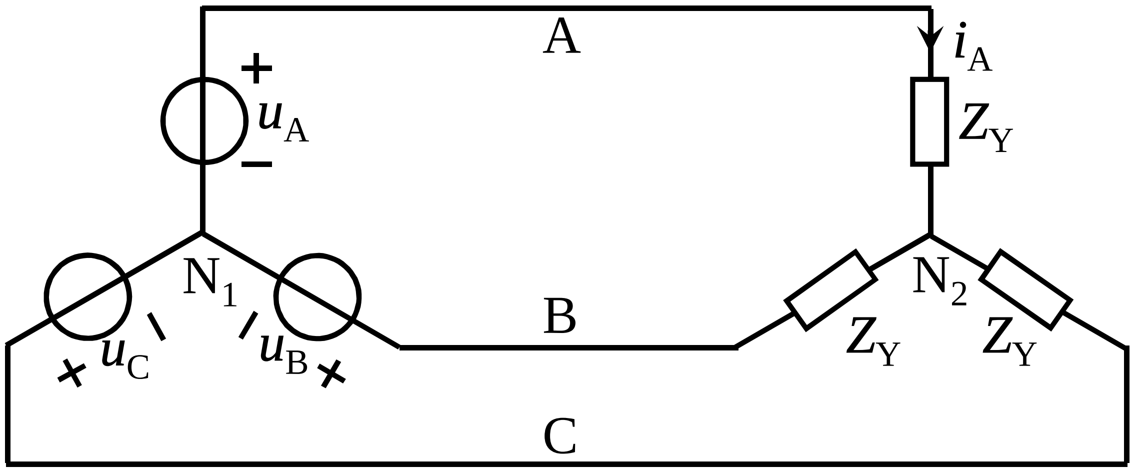
已知：单相负载 $Z = 11\Omega$，线电压 380V。

问：当负载分别为 Y 、△型接法时，消耗的功率为多少？

解：下图所示 Y 型接法。

由于：$\dot{U}_{A} = 220\angle 0^{0}\,\mathrm{V}$，$\dot{I}_{A} = \dfrac{\dot{U}_{A}}{Z} = 20\angle 0^{0}\,\mathrm{A}$

所以：$P = 3UI\cos\varphi = 3\times 220\times 20\cos 0^{0} = 13.2\mathrm{kW}$



三相对称电路。

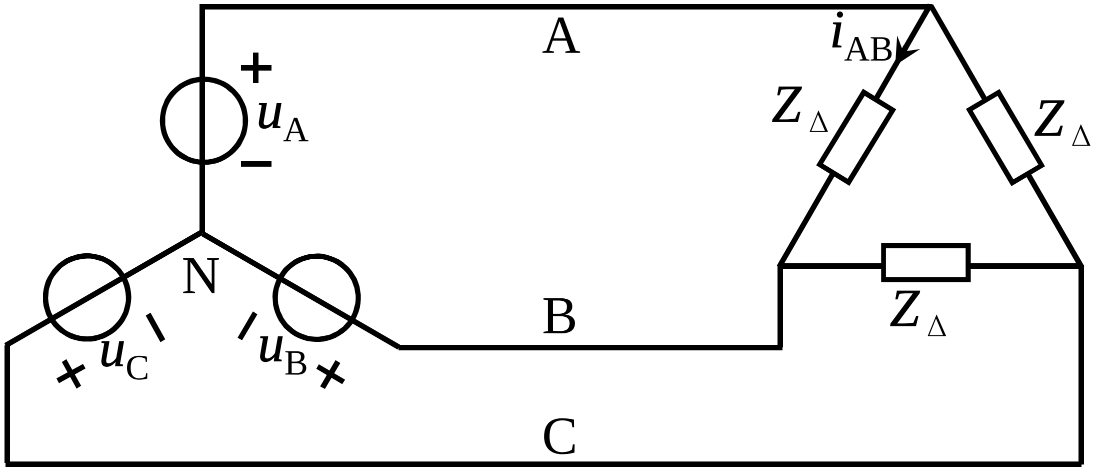
已知：单相负载 $Z = 11\Omega$，线电压 380V。

问：当负载分别为 Y 、△型接法时，消耗的功率为多少？

解：下图所示△型接法。

由于：$\dot{U}_{\mathrm{A}} = 220\angle 0^{0}\,\mathrm{V}$，$\dot{U}_{\mathrm{AB}} = 380\angle 30^{0}\,\mathrm{V}$，$\dot{I}_{\mathrm{AB}} = \dfrac{\dot{U}_{\mathrm{AB}}}{Z} = 20\sqrt{3}\angle 30^{0}\,\mathrm{A}$

所以：$P = 3UI\cos\varphi = 3\times 380\times 20\sqrt{3}\cos 0^{0} = 39.6\mathrm{kW}$



v 本节作业

- ü 习题 5（P251）

  49、50（三相电路）

  57（三相功率）

  所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。