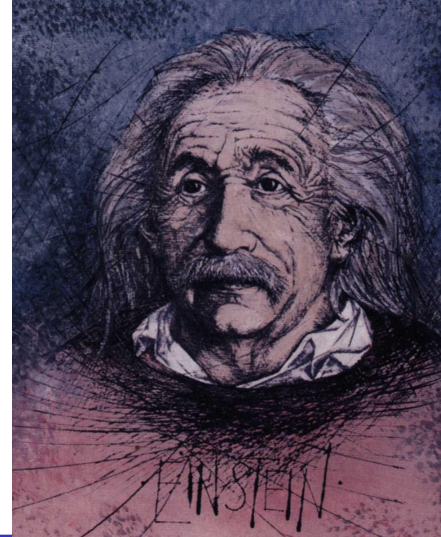


# 第四章 狭义相对论基础

( § 4.1 - § 4.3)



## 本章教学基本要求

- 1、搞清相对论时空观与牛顿时空观的本质差别。
- 2、熟练掌握洛仑兹变换公式，并能进行定量计算，理解各种相对论时空效应的物理本质。
- 3、掌握相对论动力学的基本方程及质速关系。
- 4、分清相对论中，总能量、静止能量和动能等概念。
- 5、掌握质能关系和相对论的动量和能量关系。



## 重点：

狭义相对论的两条基本原理

洛仑兹坐标变换

狭义相对论时空观（“同时”的相对性、钟慢尺缩）

## 难点：

狭义相对论时空观

需要摆脱日常生活（低速领域）经验的束缚，自觉地进行理性思维训练。

## § 4.1 经典力学的困难

### 一、背景：

经典物理：伽利略时期 —— 19世纪末

经过300年发展，到达全盛的“黄金时代”

### 形成三大理论体系

1. 机械运动：以牛顿定律和万有引力定律为基础的经典力学
2. 电磁运动：以麦克斯韦方程组为基础的经典电磁学
3. 热运动：以热力学定律为基础的宏观理论(热力学)  
以分子运动为基础的微观理论(统计物理学)

物理学家感到自豪而满足，两个事例：

在已经基本建成的科学大厦中，后辈物理学家只要做一些零碎的修补工作就行了。也就是在测量数据的小数点后面添加几位有效数字而已。

——开尔文（1899年除夕）

理论物理实际上已经完成了，所有的微分方程都已经解出，青年人不值得选择一种将来不会有任何发展的事去做。

——约利致普朗克的信

## 二、经典力学的困难



两朵乌云：

1. 迈克尔孙 — 莫雷实验的“零结果”
2. 黑体辐射的“紫外灾难”

} 实验结果与理论不符

- 1) 以太是否存在？迈克尔逊-莫雷实验结果否定了以太的存在；
- 2) 经典电磁理论对热辐射解释的失败。

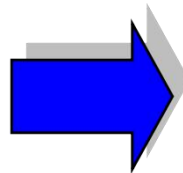
驱散这两朵乌云导致：

相对论的诞生！

量子论的诞生！



相对论和量子论是现代科学的两大基石，没有它们，就没有今天的文明。

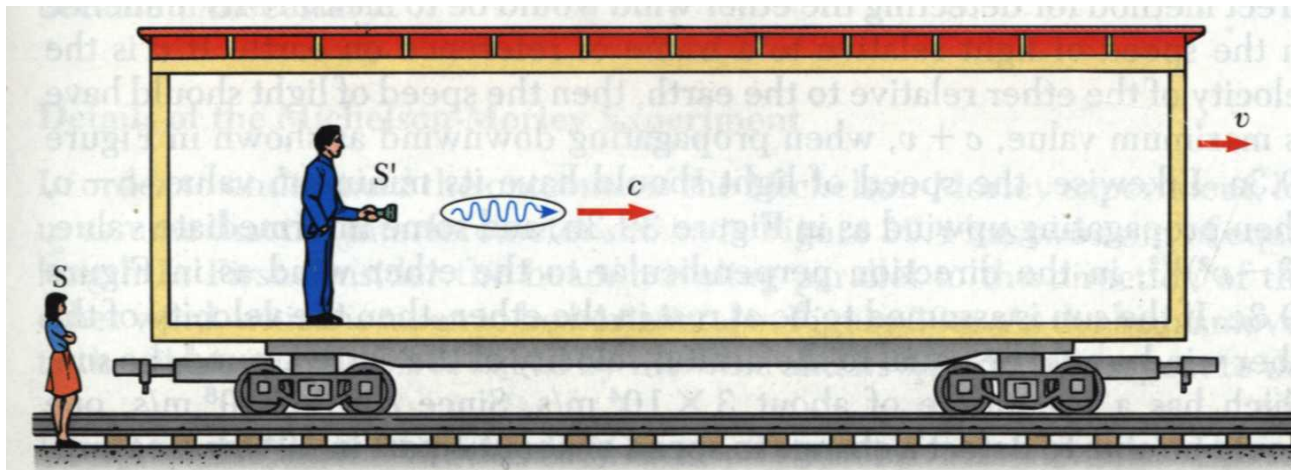


电磁学理论给出真空中电磁波的传播速度为

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

其中  $\epsilon_0$  和  $\mu_0$  都是与参照系无关的常数。

真空中光速与参照系无关（即与光源的运动和观察者的运动无关），不服从伽利略变换。



迈-莫实验思想方法：

光以 $C$ 相对以太运动，地球也相对以太运动速度 $u$

则光相对地球(干涉仪)的速度在不同方向数值应不同

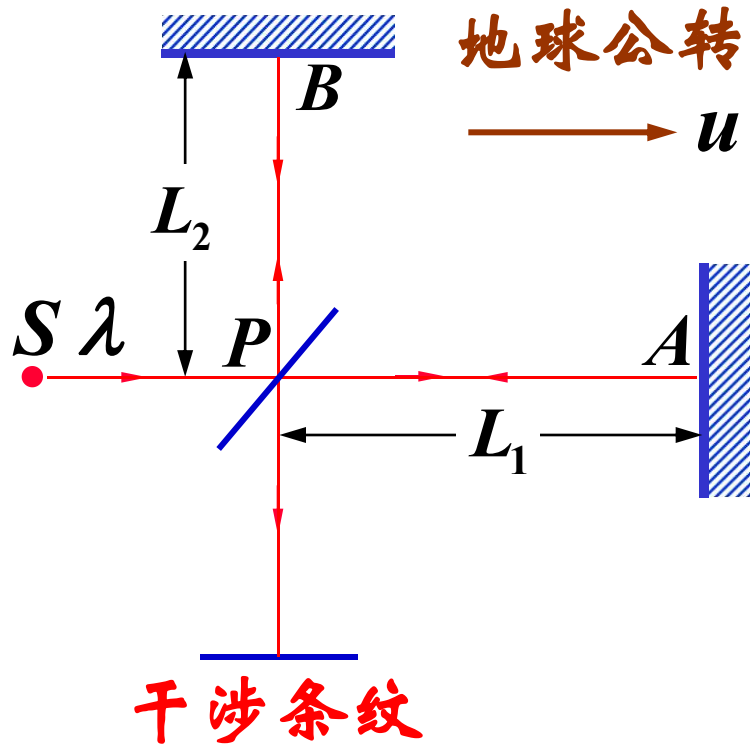
利用此不同转动干涉仪干涉条纹应有变化

据条纹之移动计算地球对以太的速度



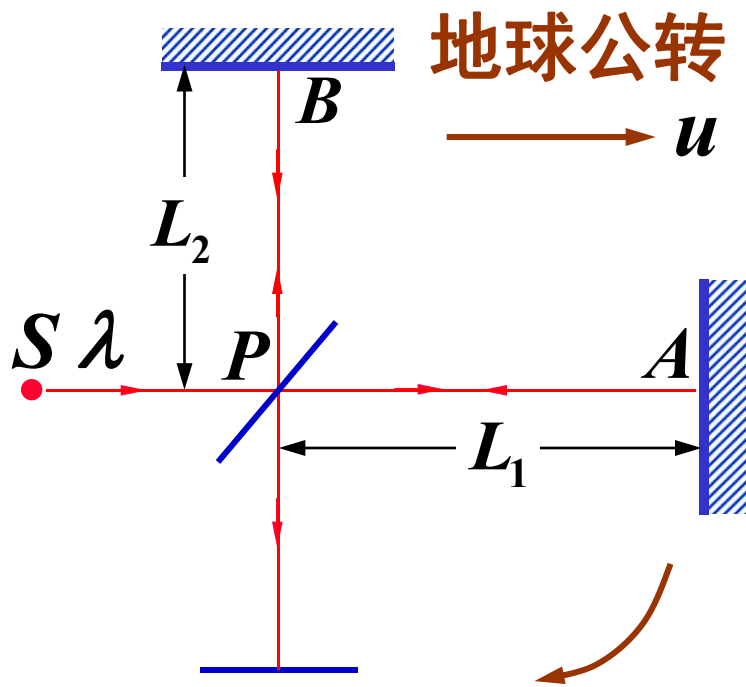
- 迈克尔孙-莫雷实验

当时认为光在“以太” (ether) 中以速度  $c$  传播。



实验目的：干涉仪转  $90^\circ$ ，观测干涉条纹是否移动？

实验结果：条纹无移动 (零结果)。以太不存在，光速与参考系无关。



按照伽利略速度变换

$$t_{PAP} = \frac{L_1}{c-u} + \frac{L_1}{c+u} = \frac{2L_1}{c(1-u^2/c^2)}$$

$$v_{\perp} = \sqrt{c^2 - u^2}$$

$$t_{PBP} = \frac{2L_2}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2L_2}{c\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta t = t_{PBP} - t_{PAP} = \frac{2}{c} \left( \frac{L_2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - \frac{L_1}{1-u^2/c^2} \right)$$

干涉仪转90°后，时间间隔变成

$$\Delta t' = t'_{PBP} - t'_{PAP} = \frac{2}{c} \left( \frac{L_2}{1-u^2/c^2} - \frac{L_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \right)$$

干涉仪转 $90^\circ$  引起时间差的变化为

$$\Delta t - \Delta t' \approx \frac{L_1 + L_2}{c} \frac{u^2}{c^2}$$

由干涉理论，时间差的变化引起的移动条纹数

$$\Delta N = \frac{c(\Delta t - \Delta t')}{\lambda} = \frac{L_1 + L_2}{\lambda} \frac{u^2}{c^2}$$

对于  $L_1 + L_2 = 22\text{m}$ ,  $u = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$ ,  $\lambda = 589\text{nm}$

$$\Delta N = 0.40$$

但实验值为  $\Delta N = 0$ ，这表明以太不存在，光速与参考系无关。

爱因斯坦对迈克尔逊-莫雷实验的评价：

“还在学生时代，我就在想这个问题了。我知道迈克尔逊实验的奇怪结果。我很快得出结论：如果我们承认迈克尔逊的零结果是事实，那么地球相对以太运动的想法就是错误的。这是引导我走向狭义相对论的最早的想法。”

## § 4.2 狭义相对论的基本原理 洛仑兹变换

### 一、狭义相对论基本原理

- 1、狭义相对论的相对性原理：在所有惯性系中，物理定律的表达形式都相同。
- 2、光速不变原理：在所有惯性系中，真空中的光速恒为 $C$ 。

原理1扩展力学相对性原理到一切物理学领域。爱因斯坦从迈克尔孙实验结果认识到，对物理规律来说，一切惯性系都是平等的。不存在任何一个特殊的惯性系，例如绝对静止的惯性系。

光速不变原理自然解释了迈-莫实验的结果。

两原理与伽变换相矛盾，取而代之以洛仑兹坐标变换

狭义相对论否定了牛顿力学所引以为基础的绝对时间和绝对空间框架。

观念上的变革



狭义相对论力学

光速不变



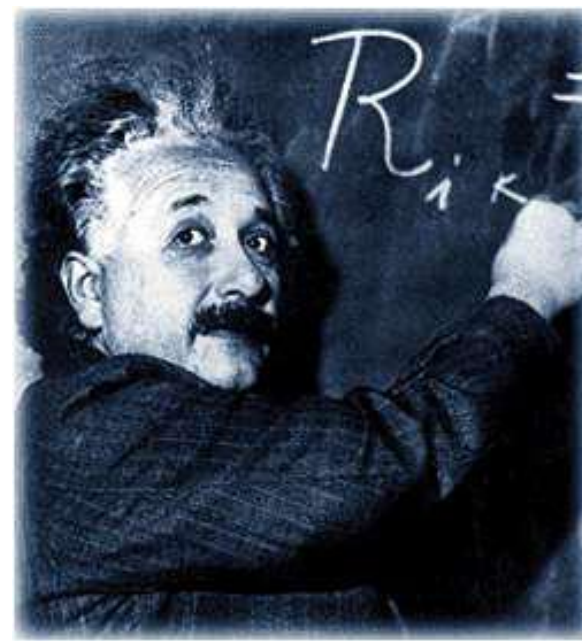
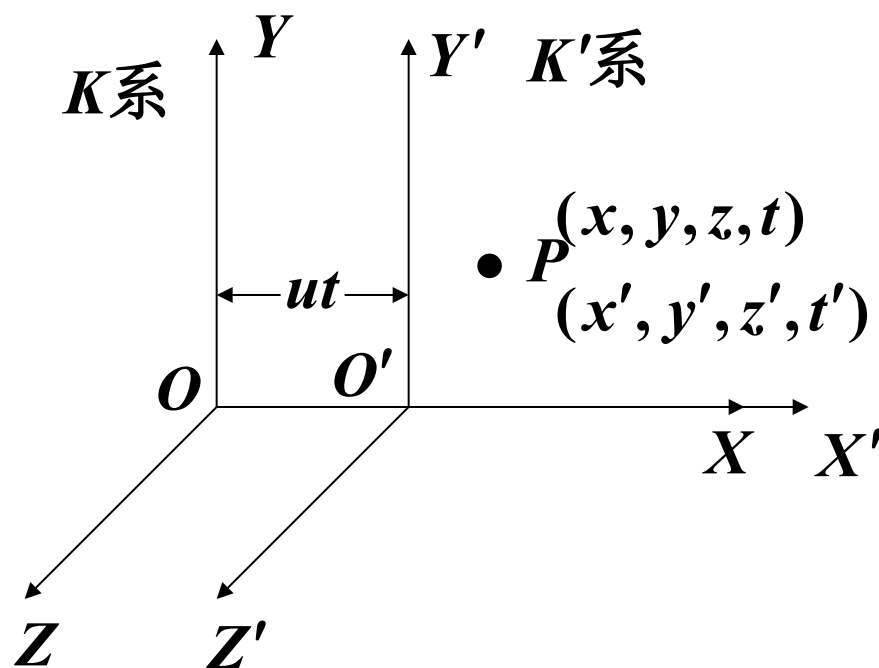
长度、时间测量的相对性



## 二、洛仑兹变换

按照狭义相对论时空观，时空的变换关系应该用洛仑兹变换代替伽利略变换，而伽利略变换是洛仑兹变换在低速情况下的近似。

对同一客观事件，在两个惯性系中的时空坐标的变换关系。



## 洛伦兹坐标变换:

$$\begin{array}{c} K \rightarrow K' \\ \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{c} K' \rightarrow K \\ \text{逆变换} \\ \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{array} \right. \end{array}$$

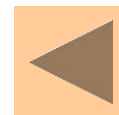
讨论:

- (1) 时间和空间相互联系, 称时空坐标。
- (2) 速度远小于光速时, 洛变换近似为伽变换。
- (3) 光速为一切实际物体的速度极限。

当  $u > c$  ,  $\sqrt{1 - (u/c)^2} \rightarrow$  虚数



# 爱因斯坦速度变换式



正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

例1：设想一飞船以 $0.80c$ 的速度在地球上空飞行，如果这时从飞船上沿速度方向抛出一物体，物体相对飞船速度为 $0.90c$ 。

问：从地面上看，物体速度多大？

解：选飞船参考系为  $K'$  系

地面参考系为  $K$  系。

$$u = 0.80c \quad v'_x = 0.90c$$

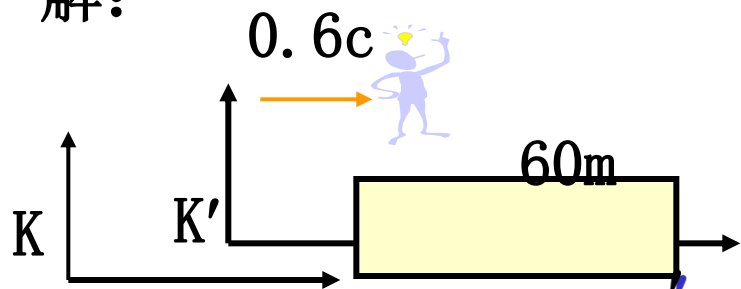
$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} = \frac{0.90c + 0.80c}{1 + 0.80 \times 0.90} = 0.99c$$



**例2**、在宇宙飞船上的人从飞船后面向前面的靶子发射一颗高速子弹，此人测得飞船长60m，子弹的速度0.8c，求当飞船对地球以0.6c的速度运动时，地球上的观察者测得子弹飞行的时间是多少？

发射  $(x'_1, t'_1)$  击中  $(x'_2, t'_2)$   
 $(x_1, t_1)$   $(x_2, t_2)$

解：



$$K' \text{测得: } t'_2 - t'_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{v'_x} = \frac{60}{0.8 \times 3 \times 10^8} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

K测得

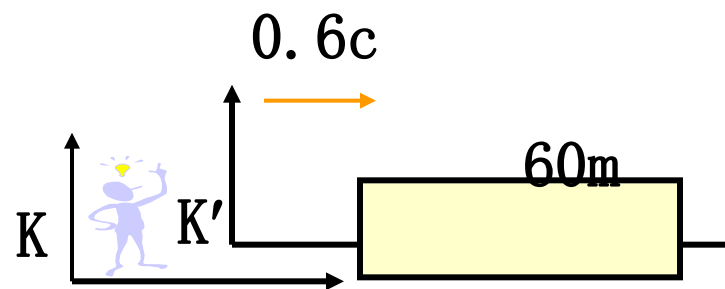
$$t_2 - t_1 = \frac{(t'_2 - t'_1) + \frac{u}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{2.5 \times 10^{-7} + \frac{0.6}{c} 60}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 4.63 \times 10^{-7} \text{ s}$$

或

$$x_2 - x_1 = \frac{(x'_2 - x'_1) + u(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{60 + 0.6c \times 2.5 \times 10^{-7}}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 131.25m$$

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} = \frac{0.8c + 0.6c}{1 + \frac{0.6c}{c^2} \times 0.8c} = 0.946c$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{131.25}{0.946c} = 4.62 \times 10^{-7} s$$



在时空变换的具体解题时，经常用下列间隔变换公式：

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta x' = x'_2 - x'_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1, \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

$$\begin{cases} \Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\ \Delta t' = \frac{\Delta t - u\Delta x/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\ \Delta t = \frac{\Delta t' + u\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

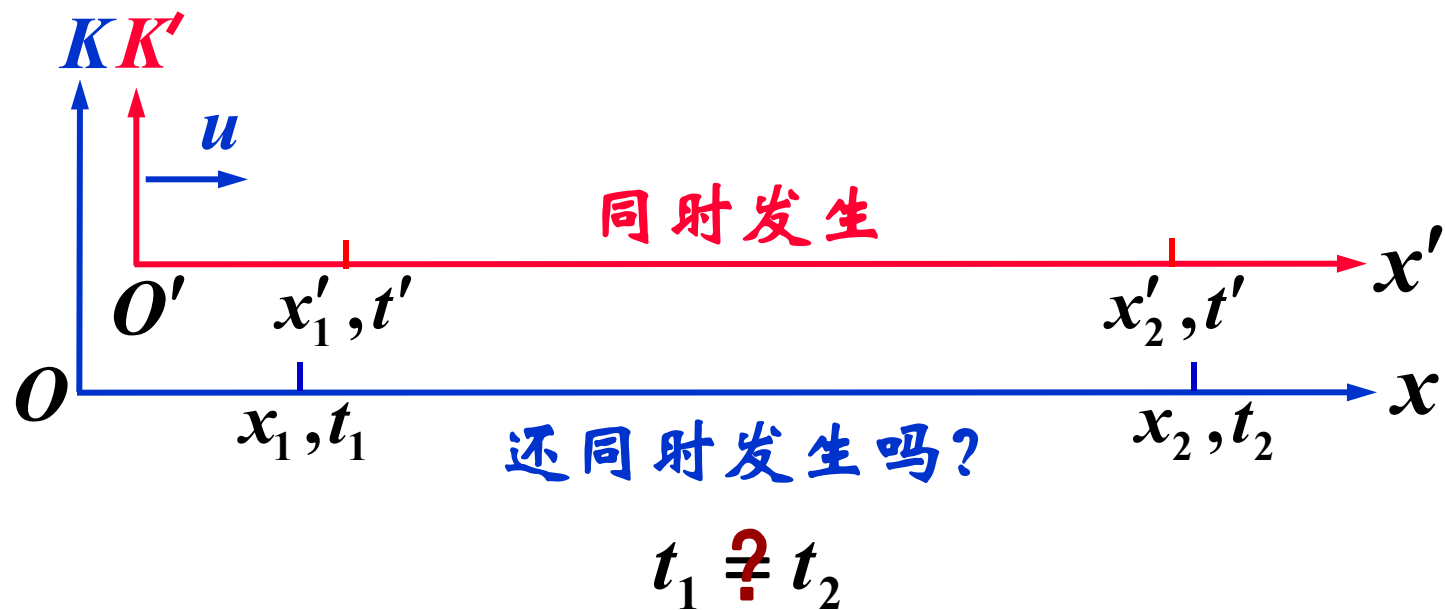
解题时先写出不同惯性系中的  $x_1, x_2$ 、 $t_1, t_2$  及  $x'_1, x'_2$ 、 $t'_1, t'_2$ ，  
然后直接代入上述公式 计算！

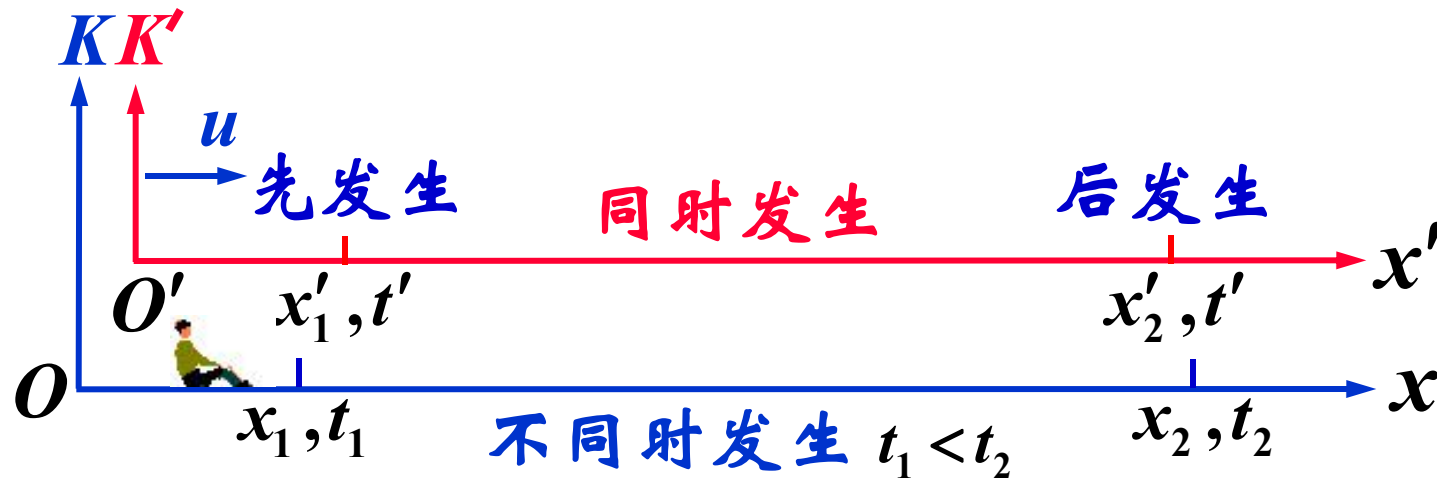
## § 4.3 狭义相对论的时空观

### (一) “同时”的相对性

时间的概念与同时性相联系。

#### 1、用洛仑兹变换推导同时性的相对性





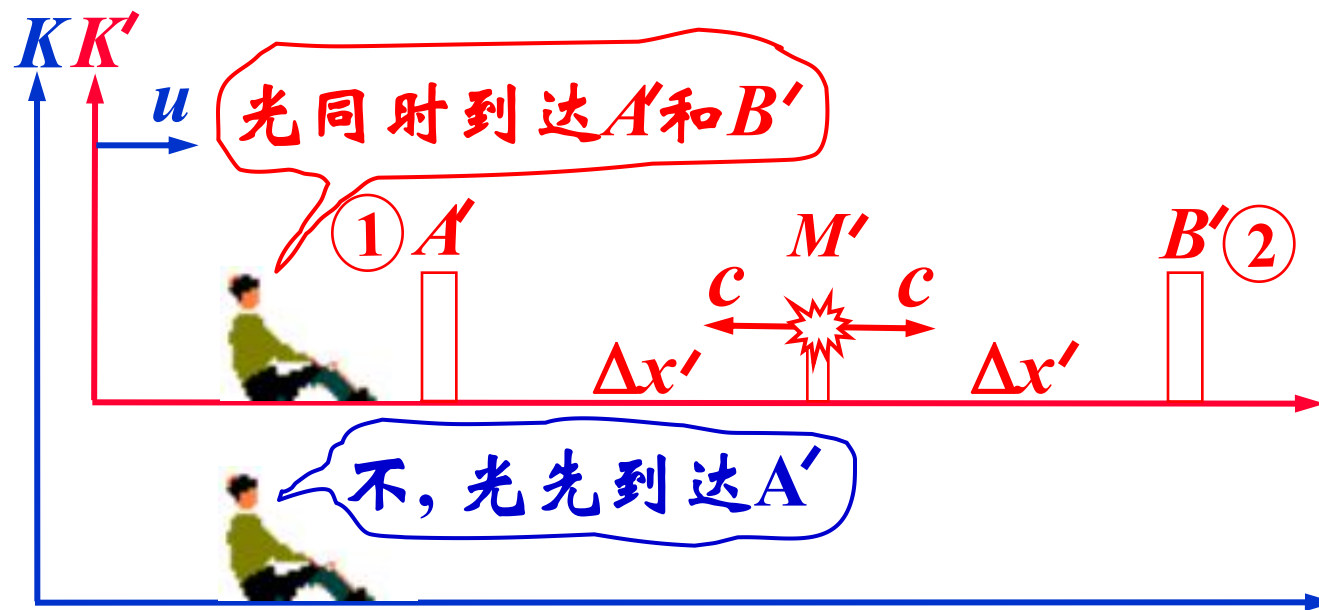
在 $K$ 系:  $t_1 = \gamma(t' + x'_1 u / c^2)$ ,  $t_2 = \gamma(t' + x'_2 u / c^2)$

$$t_2 - t_1 = \gamma(x'_2 - x'_1)u / c^2 > 0 \quad \gamma = 1 / \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

沿两个惯性系相对运动的方向配置的两个事件，若在一个惯性系中这两个事件同时发生，则在另一惯性系中观测，总是处于前一个惯性系运动后方的事件先发生。

## 2、通过特例说明

光速不变  $\rightarrow$  同时性的相对性



理想的闪光实验

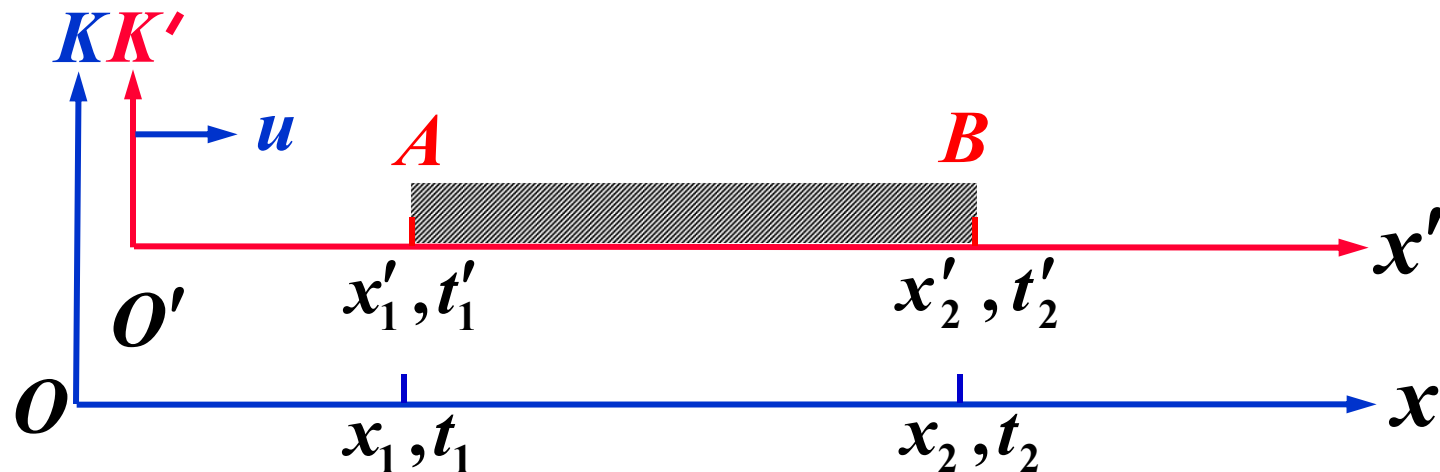
在  $K$  系中观测, 事件1先发生, 闪光先到达  $A$  点, 即: 在运动后方的事件先发生。



## (二) 长度的相对性

### 1、测长和静长

长度的测量和同时性的概念密切相关：



在  $K$  系中运动杆  $AB$  的长度，是同时测量 ( $t_1=t_2$ ) 杆的  $A$  端和  $B$  端的位置  $x_1$  和  $x_2$ ，并由下式给出 (测长)  $l' = x_2 - x_1$

与杆相对静止的参照系 ( $K'$  系) 中杆的长度是静长 (固有长度)  $l_0 = x'_2 - x'_1$

## 2、用洛仑兹变换推导长度收缩效应

$$l_0 = \gamma(l' - u\Delta t) \overset{\text{零}}{=} \gamma l' \quad \boxed{\text{静长}}$$

$$\boxed{\text{测长}} \rightarrow \boxed{l' = l_0 / \gamma = l_0 \sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

**静长最长，测长比静长短——长度收缩效应**

例如，在 $K$ 系中看， $K'$ 系中的杆（运动杆）变短了。

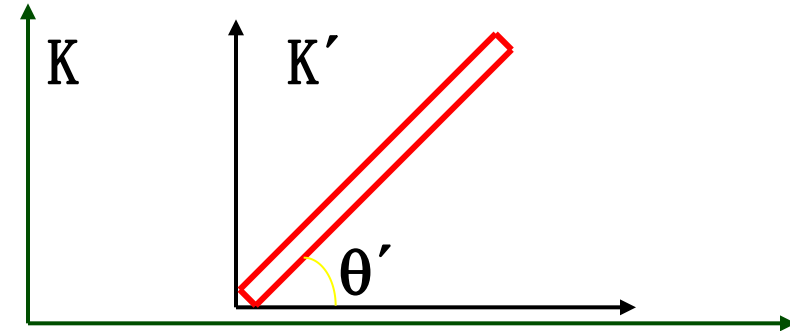
长度收缩是相对的：在 $K'$ 系中看， $K$ 系中静止杆也变短了。

**【思考】** 与运动方向垂直的长度收缩吗？

例3、一长为1米的棒，相对于K'系静止并与x 轴夹  $\theta' = 45^\circ$  角。问：在K系的观察者来看，此棒的长度以及它与x轴的夹角为多少？（已知  $u = \sqrt{3}c/2$ ）

解：  $l'_x = l' \cos \theta'$

$$l_y = l'_y = l' \sin \theta'$$



$$l_x = l'_x \sqrt{1 - u^2/c^2} = l' \cos \theta' \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = l' \sqrt{1 - (u^2/c^2) \cos^2 \theta'} = 0.79(m)$$

$$\tan \theta = \frac{l_y}{l_x} = \frac{l' \sin \theta'}{l' \cos \theta' \sqrt{1 - u^2/C^2}} = 2 \quad \theta = 63^\circ 27'$$

### (三) 时间的相对性 (时间膨胀)

设在K系同一地点发生两件事——举手

测得的时间间隔(原时)

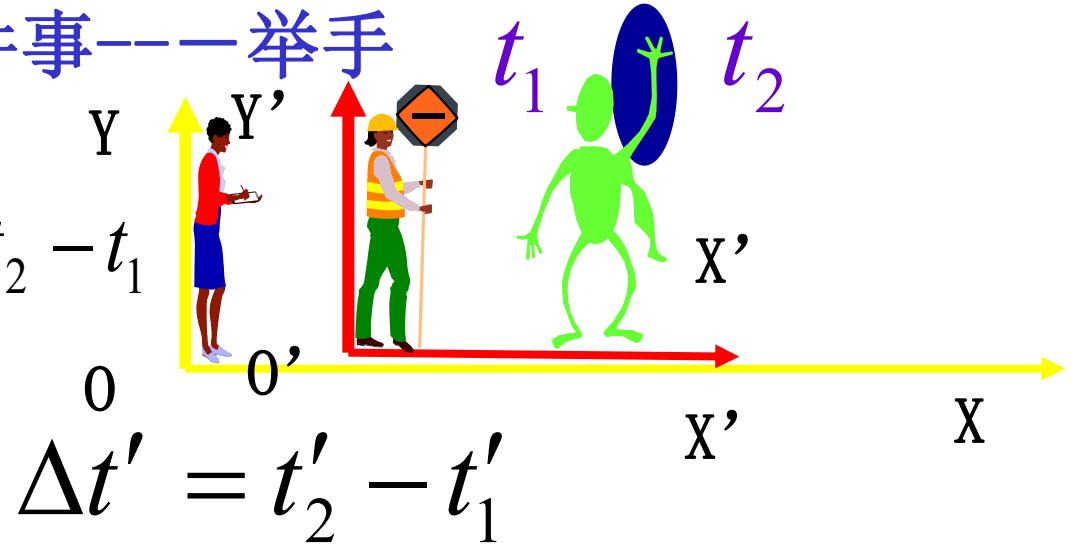
由K'系测得的时间  $\Delta t_0 = t_2 - t_1$

(测时)

由“LT”

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{u}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{u}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$



$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

$$\because \sqrt{1 - u^2 / c^2} < 1 \therefore \Delta t' > \Delta t_0$$

$\Delta t_0$ 是固有时间或原时。  
时间膨胀了，即K'系观测时，  
过程变慢了。

在求解涉及同地发生的事件的问题时，为了计算方便一般应该：**先确定哪个是原时，然后再找出对应的测时。**

**【例】**飞船以  $u=9\times10^3\text{ms}^{-1}$  (32400km/h) 的速率相对地面飞行。飞船上的钟走了 5 秒，问用地面上的钟经过了几秒？

**定义事件 原时  $\Delta t'=5\text{s}$  测时=?**

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{5}{\sqrt{1-\left(\frac{9\times10^3}{3\times10^8}\right)^2}} = 5.000000002\text{ s}$$

**低速情况，时间延缓效应很难发现！**

## 小结

在狭义相对论中讨论运动学问题的思路如下：

- 1、确定两个作相对运动的惯性参照系；
- 2、确定所讨论的两个事件；
- 3、表示两个事件分别在两个参照系中的时空坐标或其时空间隔；
- 4、用洛仑兹变换讨论。

## 注意

原时一定是在某坐标系中同一地点发生的两个事件的时间间隔；静长一定是物体相对某参照系静止时两端的空间间隔。

作业:

**4.3**

**4.13**

**4.16**

**4.18**

**4.21**