期末复习题七

2020年1月3日 星期五　　下午8:57

1. 计算行列式：
$$\begin{vmatrix} 1-x & a & a^2 & \cdots & a^{n-1} \\ a & a^2-x & a^3 & \cdots & a^n \\ a^2 & a^3 & a^4-x & \cdots & a^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a^{n-1} & a^n & a^{n+1} & \cdots & a^{2n-2}-x \end{vmatrix}$$

$R_i - aR_{i-1}$

按列展开

2. (1) 设 A 是3阶矩阵，且 $|A|=-2$，求 $\left|\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}+(3A)^*\right|$　　-108

(2) 已知矩阵 A 满足 $A^2+3A+E=0$，求出 $(A+2E)^{-1}$

三、已知线性方程组
$$\begin{cases} x_1+x_2-2x_3=1 \\ x_1-2x_2+x_3=2 \\ x_1+ax_2+bx_3=c \end{cases}$$
有两个解向量 $\alpha_1=\left(2,\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)^T$，$\alpha_2=\left(\frac{1}{3},-\frac{4}{3},-1\right)^T$，求通解

4. 在 R^4 中有两组基 (I) $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$ 和 (II) $\eta_1,\eta_2,\eta_3,\eta_4$

其中 $\eta_1=(8,1,2,-7)^T$，$\eta_2=(5,4,2,-5)^T$，$\eta_3=(4,2,4,-4)^T$，$\eta_4=(8,2,3,-7)^T$

(1) 求由基(I)到基(II)的过渡矩阵

(2) 在 R^4 中，另有一组基(III)

$\xi_1=(1,0,0,0)^T$，$\xi_2=(1,1,0,0)^T$，$\xi_3=(1,1,1,0)^T$，$\xi_4=(1,1,1,1)^T$

求由基(III)到基(II)的过渡矩阵

(3) 在 R^4 中，求一个非零向量 α，使得它在基(I)和基(II)下有相同的坐标

5. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & a & 2 \\ 3 & 1 & b \end{pmatrix}$ 与矩阵 $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ 相似，求数 a,b,c 及可逆矩阵 P

使得 $P^{-1}AP=B$

6. 已知二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+6x_2x_3$

求二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+6x_2x_3$的最大值(其中$x_1^2+x_2^2+x_3^2=1$)

7. 在R^3中取出2015个向量，如果其中的每一个向量都是一个正数与其余向量之和的数乘，试求这2015个向量的和（需要写出详细过程）

8. 设A是n阶矩阵，$|A|<0$，求证：

(1) 当n是偶数时，A既有正的特征值，又有负的特征值。

(2) 当n是奇数时，A必有负的特征值