浙江大学 2014-15 秋冬学期《 微积分Ⅰ》期末考试试卷

课程号：__061B0170__，开课院系：__数学系__

考试形式：闭卷，允许带__笔__入场

考试日期：__2015__年__1__月__24__日，考试时间：__120__分钟.

考生姓名：________学号：__________所属院系：__________

题序	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	总 分
得分								
评卷人								

【注】：**第 1~9 题，每题均为 6 分；第 10~13 题，每题均为 10 分；第 14 题 6 分.**

1. 设$f(x)=(x-1)(x^2-2)(x^3-3)(x^{100}-100)$，求：$f'(1)$.

2. 设函数$y=y(x)$是由参数方程$\begin{cases} x=t^3+3t+1 \\ y=t^3-3t+2 \end{cases}$所确定，求：曲线$y=y(x)$的凸凹区间(用参数$t$的区间表示，并且也用$x$的区间能表示)；并计算拐点坐标(用点$(x,\ y)$表示).

3. 设函数$y=y(x)$是由方程$x^2=\int_0^{x+y}e^{-t^2}dt$确定，求:曲线$y=y(x)$上$x=0$处的曲率半径.

4. 求极限:$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)$.

5. 设$f(x)=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x^{2n+1}+(a-1)x^n+1}{x^{2n}-ax^n+1}$在区间$(0,+\infty)$内连续，求：常数$a$的值.

6. 求曲线$y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{x}{1-e^x}$的所有渐近线的方程.

7. 求定积分:$\int_{-2}^{2}(x-1)^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

8. 计算反常积分:$\int_1^{+\infty}\dfrac{\arctan x}{x^3}dx$.

9. 设常数$a>0$，$a_n=\int_0^{\frac{1}{n}}\sqrt{a+x^n}\,dx$，讨论级数$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n a_n$是条件收敛，绝对收敛还是发散？并给出论证过程.

10. 设$f(x)=(1+\sin 2x)^{\frac{1}{x}}(x\neq 0)$，且$f(x)$在$x=0$处连续.求：$f(0)$及曲线$y=f(x)$在$x=0$处的切线方程.

11. 摆线L的参数方程$\begin{cases}x=a(t-\sin t)\\ y=a(1-\cos t)\end{cases}$ $(0\le t\le 2p，a>0)$,曲线L与x轴所围成的区域为D，求：D绕直线$y=2a$旋转一周所得立体的体积.

12. 求幂级数$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{4n^2+4n+3}{2n+1}x^{2n}$的收敛半径、收敛域及和函数.

13. (1) 设$0<x<+\infty$，证明：$\exists h\in(0,1)$使得$\sqrt{x+1}-\sqrt{x}=\frac{1}{2\sqrt{x+h}}$.

(2) 对上面所得h，求出h关于x的表达式$h=h(x)$，并确定当$0<x<+\infty$时，函数$h=h(x)$的值域.

14. 证明:(1) $\int_0^{2p}\frac{\sin x}{x}dx>0$; (2) 对$\forall a\in(0,\frac{p}{2})$有,$\int_0^{2p}\frac{\sin x}{x}dx>\sin a\ln\frac{p^2-a^2}{a(2p-a)}$.