

第十三章

磁场中的磁介质

第13章 物质中的磁性

§ 13-1 磁介质的磁化

1. 回顾电介质在电场中极化的特点

电场中电介质极化时束缚电荷产生的附加 电场的方向与原电场方向始终相反而使电介质 中的电场强度始终小于原场强.

2. 磁介质在磁场中的磁化

介质在磁场中被磁化,介质内的磁感应强度B为真空中的磁感应强度 B_0 和附加磁感应强度B'之和.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$



但磁介质在磁场中的极化与电介质在电场中极化不同

依据附加磁感应强度B'的不同将磁介质分为三类:

顺磁质 $B > B_0$

B'与 B_0 方向相同

抗磁质 $B < B_0$

B'与 B_0 方向相反

铁磁质 $B >> B_0$

B'与 B_0 方向相同,且 $B'>>B_0$

§ 13.2 顺磁质和抗磁质的磁化

原子中电子的磁矩 → 磁化的微观机制

物质的磁性是由电子的轨道运动和自旋运动引起,由原子中电子的磁矩所决定.

1. 电子轨道磁矩μ

设电子速度为v, 圆周运动的半径为r

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{e}{T} = ev = e \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{ev}{2\pi r}$$

电子轨道磁矩

$$\Rightarrow \vec{\mu} = IS \ \hat{n}_e = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 \ \hat{n}_e = \frac{1}{2} evr \ \hat{n}_e$$

电子轨道运动的角动量

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = -mvr \hat{n}_e$$





 \hat{n}_e

电子轨道磁矩

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} evr \, \hat{n}_e = -\frac{e}{2m} (-mvr \, \hat{n}_e) = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

电子轨道磁矩和电子轨道角动量方向相反

2. 电子自旋磁矩

$$\vec{\mu}_S = -\frac{e}{m}\vec{S}$$

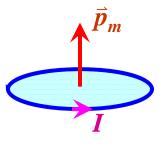
电子自旋磁矩与自旋角动量关系:

物质的磁性由电子轨道磁矩和自旋磁矩所决定

二、分子电流、分子磁矩、附加磁矩

1. 分子磁矩 p_m

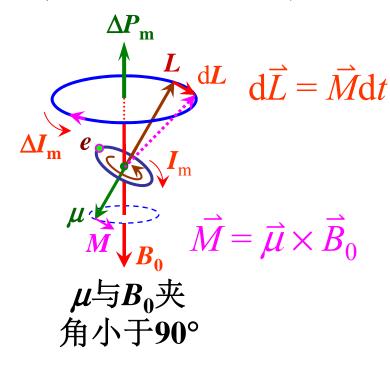
分子中所有电子产生(包括轨道运动和自旋运动)的总磁效应等效于一个圆环电流——分子电流,相应的磁矩就是分子磁矩pm

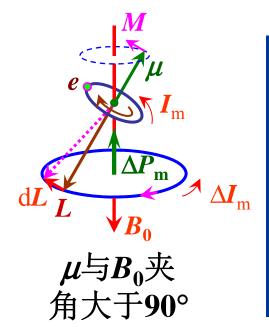


分子磁矩

2. 外磁场中电子旋进的附加磁矩 $\Delta P_{ m m}$

外磁场 B_0 时,运动电子受洛伦兹力作用,作旋进运动,产生附加磁矩,方向总是与 B_0 的方向相反.





上的总B.手关动的总是成螺系

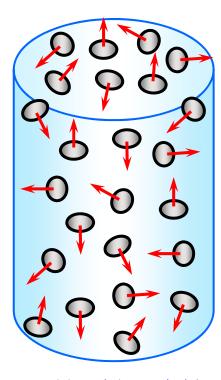
3.分子的附加磁矩 Δp_m

外磁场中,分子中所有电子<mark>旋进</mark>运动所产生的附加磁矩之和 Δp_{m} ,称**分子的附加磁矩**,其方向总是与 B_{0} 的方向相反.

三、顺磁质和抗磁质的磁化

1. 顺磁质和抗磁质的特点

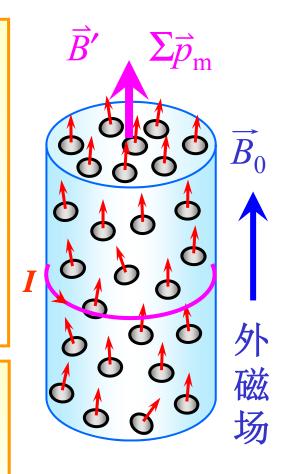
- (1) 顺磁质中,每个分子都有一定的固有磁矩 $p_m \neq 0$,由于热运动,任意宏观体积中分子磁矩之和 $\sum p_m = 0$.
- (2) 抗磁质中,每个分子中所具有电子磁矩的矢量和等于零,即分子固有磁矩 $p_{\rm m}$ =0. 任意宏观体积中分子磁矩之和 $\sum p_{\rm m}$ =0. 对外不显示磁性.
- (3) 在磁场中,都会产生附加磁矩 $\Delta p_{\rm m}$, 且 $\Delta p_{\rm m}$ << $p_{\rm m}$.



无外磁场时的 顺磁质

2. 顺磁质和抗磁质的磁化

- (1) 顺磁质磁化时,分子磁矩 p_m 转向外磁场 B_0 方向,使合磁矩 $\sum p_m \neq 0$,出现宏观磁性,产生附加磁场 B;方向与外磁场相同. (顺磁质磁化时,在外磁场 B_0 中还有电子**旋进**运动产生附加磁矩 Δp_m ,方向与外磁场相反,但 $\Delta p_m << p_m$.)
- (2) 抗磁质磁化时,在外磁场 B_0 中只有电子旋进运动产生附加磁矩 $\Delta p_{\rm m}$,方向与外磁场相反,附加磁场 B'与 B_0 方向相反,表现为抗磁性.



顺磁质的磁化

如何描述磁化的强弱?

四、磁化强度和磁化电流

1. 磁化强度

(1) 磁化强度的定义

单位体积内分子磁矩(分子固有磁矩和附加磁矩)的矢量和

$$\vec{M} = \frac{\sum_{i} \vec{P}_{mi}}{\Delta V} = \frac{\sum_{i} \vec{p}_{mi} + \sum_{i} \Delta \vec{p}_{mi}}{\Delta V}$$

单位: 安培/米 (A/m)

顺磁质: $\sum \Delta p_{\rm m} << \sum p_{\rm m}$, $\sum \Delta p_{\rm m}$ 可忽略, $M = B_0$ 同向

抗磁质: $\sum p_{\mathbf{m}} = 0$, 只有 $\sum \Delta p_{\mathbf{m}}$, $M = B_0$ 反向

真空中:M=0

(2) 磁化强度的意义

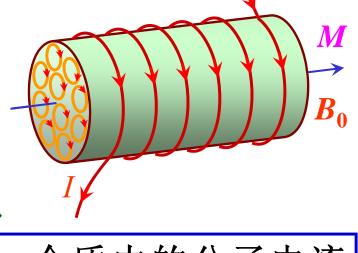
表征磁介质磁化的程度

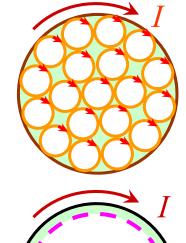
介质内各点的 M 可不同, 如相同称为均匀磁化

2. 磁化强度与磁化电流的关系

(1) 磁化的宏观表现 → 磁化电流

- ◆长直螺线管
- ●通电后产生 均匀磁场 B_0
- •充满均匀磁介质
- •介质被均匀磁化





介质被磁场 与 B_0 方向一致

介质内的分子电流 B_0 均匀磁化,对顺 相互抵消,外表面形成 磁质, 磁化强度 $M \parallel$ 了环形等效电流 I_m , 与M成右手螺旋关系.



磁化电流也称分子面电流、束缚(面)电流 介质的磁化程度也可用磁化电流/"来描述 与磁化强度M之间必有联系!

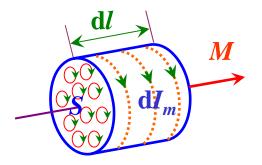
(2) 磁化电流的特点

- (a) 分子电流在内部相互抵消,而在表面形成分子面电流—磁化电流.
- (b) 磁化电流与磁化强度 M 成右手螺旋关系
- (c) 介质的磁化强度越大,分子磁矩越大, 分子电流也越大,于是磁化电流也越大

(3) 磁化强度与磁化电流线密度的关系

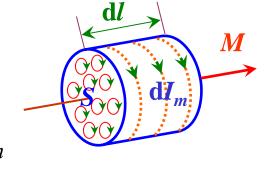
在磁介质表面某点附近截取一面积S长为dl的圆柱体,则由于磁化产生的磁化电流为 dl_m ,该介质段内总分子磁矩应由该磁化电流所产生产生,由于dl很小,故该电流产生的磁矩为:

$$\left|\sum_{i} \vec{p}_{m}\right| = \mathrm{d}I_{m}S$$



代入M的定义式:

$$\left| \vec{M} \right| = \frac{\left| \sum_{i} \vec{p}_{mi} \right|}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}I_{m}S}{S\mathrm{d}l} = \frac{\mathrm{d}I_{m}}{\mathrm{d}l} = j_{m}$$



$$M=j_{
m m}$$

j_m为沿M方向单位长度上的磁化电流密度 磁化电流线密度

磁介质表面上某处磁化强度在数值上等于磁化电流 的<mark>线密度</mark>.此特例适用于一般均匀磁化的情况.



$$|\vec{j}_m = \vec{M} \times \hat{n}_e|$$

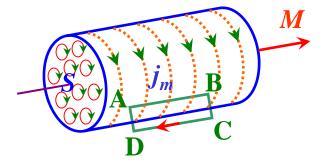


要求 j_m , 先求M!

介质表面 外法线

(4) 磁化强度与磁化电流强度的关系

沿圆柱形磁介质表面附近取一闭合回路ABCD,AB在磁介质内,BC、AD与表面垂直,CD在介质外,则:



$$\oint_{L} \vec{M} \cdot d\vec{l} = \int_{A}^{B} \vec{M} \cdot d\vec{l} + \int_{B}^{C} \vec{M} \cdot d\vec{l} + \int_{C}^{D} \vec{M} \cdot d\vec{l} + \int_{D}^{A} \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

对于均匀磁化,介质外M=0,介质内 $M=j_{\rm m}$

$$\oint_{L} \vec{M} \cdot d\vec{l} = \int_{A}^{B} \vec{M} \cdot d\vec{l} = M \cdot \overline{AB} = j_{m} \cdot \overline{AB}$$

$$\oint_L \vec{M} \bullet d\vec{l} = \sum_{L \nmid j} I_m$$

为通过闭合回路的总磁化电流

磁化强度#沿任意闭合回路L的积分,等于通过该回路所包围的磁化电流强度的代数和.

§ 13.3 存在磁介质时磁场的基本规律

1. 存在磁介质时的磁场高斯定理

在电流的磁场中存在介质时,其磁场的磁感应强度应为传导电流I₀(导体中的电流)和磁化电流I_m共同激发,所产生磁场之磁感应强度的矢量和:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

总磁场的磁感应线仍为闭合曲线,故:

$$\iint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S} (\vec{B}_{0} + \vec{B}') \cdot d\vec{S} = 0$$

2. 磁场强度 有磁介质时安培环路定理

安培环路定律:

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{L \nmid 1} I_i = \mu_0 \left(\sum_{L \nmid 1} I_0 + \sum_{L \nmid 1} I_m \right)$$

(1) 若B已知,则可以求出 I_m

$$\sum_{L \nmid 1} I_m = \frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} - \sum_{L \nmid 1} I_0$$

(2) 因 I_m 未知,则无法求出B

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_{0} \left(\sum_{L \nmid 1} I_{0} + \sum_{L \nmid 1} I_{m} \right)$$



由于:
$$\oint_{L} \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum_{L \nmid 1} I_{m}$$

利用磁化电流与磁化强度之间的关系,可得:

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_{0} \left(\sum_{L \nmid j} I_{0} + \oint_{L} \vec{M} \cdot d\vec{l} \right)$$

$$\oint_{L} (\frac{\overline{B}}{\mu_{0}} - \overline{M}) \bullet d\overline{l} = \sum_{L \bowtie I_{0}} I_{0}$$

引入物理量 — 磁场强度H:

$$\vec{H} = \frac{B}{\mu_0} - \vec{M}$$

H的单位为:安培/米 (A/m),与M的单位相同

$$\oint_{L} \vec{H} \bullet d\vec{l} = \sum_{L \nmid 1} I_{0}$$

前面 没有μ₀

称为有介质时的安培环路定理.

磁场强度H沿任意闭合路径L的环流,等于穿过 该路径所包围的传导电流的代数和 (不包括磁化电流).

3、磁场强度的特点及磁导率

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

(1) 各向同性的磁介质中B, H, M 的关系



对照电场中: $\vec{P} = \chi_e \mathcal{E}_0 \vec{E}$

实验表明:

$$ec{M}=\chi_{\scriptscriptstyle m}ec{H}$$

χ_m为磁化率 为无量纲量

$$\chi_m > 0 \rightarrow 顺磁质,$$

$$\chi_m < 0 \rightarrow$$
 抗磁质,

 χ_m 很大,且不是恒量 \to 铁磁质.

因此顺磁质, H与M的方向相同 抗磁质, H与M的方向相反

由于:
$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

令:
$$\mu_r=1+\chi_m$$
 — 相对磁导率 $\mu_r>0$



- (c) μ , μ_r , χ_m 三者得一, 可知其余两个
- (d) B, H, M三者得一, 可知其余两个
- (e) 真空中B, H, M的关系:

$$\vec{M} = 0$$
 $\chi_m = 0$, $\mu_r = 1$, $\mu = \mu_0$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \longrightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

- (2) 各向异性的磁介质中B, H, M的关系
- 4、有磁介质时安培环路定理的应用

例:一密绕长直螺线管,单位长度匝数为n,通有电流I,管内充满相对磁导率为 μ 的各向同性均匀顺磁介质

- (1)求管内的磁感应强度B
- (2)求由磁化电流产生的 磁感应强度*B*′

解:

(1)求管内的磁感应强度B如图取积分环路

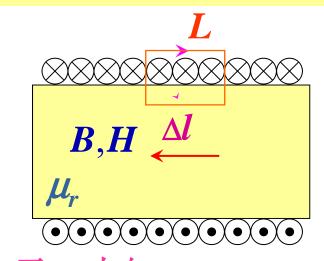
$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_{0} \left(\sum_{L \nmid 1} I_{0} + \sum_{L \nmid 1} I_{m} \right)$$

$$\oint_L \vec{H} \bullet d\vec{l} = \sum_{in} I_0$$

 I_0 是传导电流

$$\Delta l \cdot H = \Delta l \cdot nI$$
 \Rightarrow $H = nI$ 方向水平向左

各向同性介质
$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$
 $\Rightarrow B = \mu_0 \mu_r nI$ 方向也为水平向左



(2) 求由磁化电流产生的磁感应强度B'

解法一:

利用磁介质中的磁场B为真空中的磁感应强度 B_0 和磁化电流产生的磁感应强度B'的叠加

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \qquad \mathbf{B}_0 = \mu_0 n\mathbf{I}$$

由于顺磁质B'与 B_0 同方向

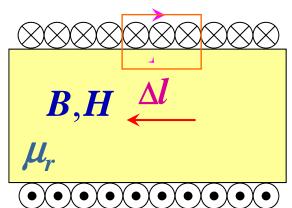
$$B = B_0 + B'$$

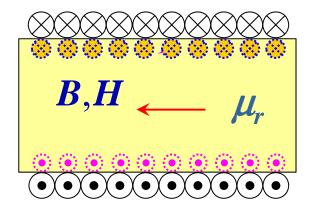
$$B'=B-B_0$$

$$=\mu_0\mu_r nI - \mu_0 nI$$

$$=\mu_0(\mu_r-1)nI$$

方向为水平向左





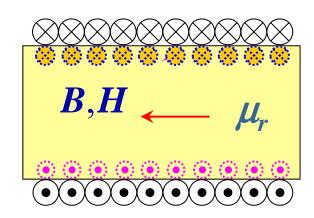
解法二: 因为是各向同性均匀顺磁介质, 磁化电流的流动方向 →与导体中的传导电流一致, 故 磁化电流也相当于一个无限长直螺线管

$$B' = \mu_0 n I' = \mu_0 (n I') = \mu_0 j_m = \mu_0 M$$

nI′为单位长度的磁化电流

$$=\mu_0\chi_{\mathrm{m}}H=\mu_0(\mu_r-1)H$$

 $=\mu_0(\mu_r-1)nI$ 方向为水平向左



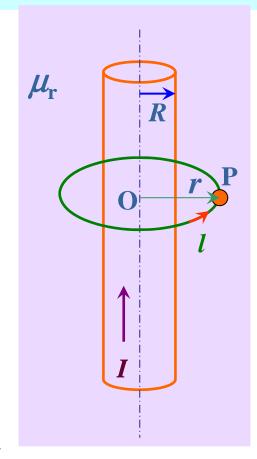
例:半径为R的长直载流圆柱导体沿轴向均匀通电流强度为I的传导电流,周围充满相对磁导率为 μ_r 的各向同性均匀顺磁介质.求

- (1)磁介质中的磁感应强度
- (2)和圆柱体导体接触的介质面上的磁化线电流密度和磁化电流大小

解:分析:磁化电流只分布在介质与导体的接触面上,它的方向与传导电流的方向相同(顺磁),沿接触面(圆柱面)均匀分布.

由于传导电流和磁化电流 都具有相同的均匀轴对称分布, 故磁场也具有轴对称分布,即离开

轴相等的距离处有大小相等的磁场强度H,其方向为矢径方向





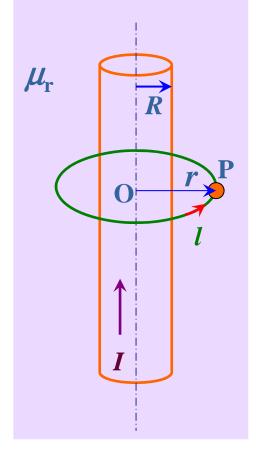
由介质中的安培环路定理

$$\oint_{l} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{in} I_{0} \qquad \mathbf{H} \cdot 2\pi \mathbf{r} = \mathbf{I}$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$
 方向沿圆环上该点 **P**的切线方向

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2\pi r}$$

方向沿圆环上该点P的切线方向



(2) 圆柱体导体接触介质面上的磁化线电流密度 先求圆柱体导体接触介质面上的磁化强度

由于各向同性均匀顺磁介质

$$M = \chi_{\mathbf{m}} H$$
 $\vec{\mathbf{y}}$ $\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}$

$$M = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi r}$$

圆柱体导体接触的介质面上的磁化强度:

$$M_{r=R} = \chi_{m}(H)_{r=R} = (\mu_{r} - 1)\frac{I}{2\pi R}$$

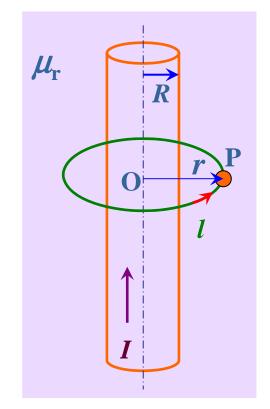
方向沿圆环上该点P的切线方向

 $I_{\rm m}=j_{\rm m}\cdot 2\pi R=(\mu_r-1)I$

而
$$\vec{j}_m = \vec{M} \times \hat{n}_e$$

$$j_m = M_R = (\mu_r - 1) \frac{I}{2\pi R}$$









例: (p201,13.3)一铁制的螺绕环的平均周长为61cm,空气隙长1cm(如图所示),环上线圈总数为1000 匝. 当线圈中通过电流为1.5A时,空气隙中的磁感应强度为0.15 T. 求铁环的 μ 值(忽略空气隙中磁感应线的发散).

解: 设螺绕环的平均周长为L, 空气隙长为 ΔL , 由环路定律

$$\oint_{L} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{1}(L - \Delta L) + H_{2}\Delta L = NI$$

忽略空气隙中磁感应线的发散, H_1 磁感应线连续,则空气隙与环内磁感应线的疏密程度相同,故两处的B 相同,即 $B_1=B_2=B$

$$H_1 = \frac{B}{\mu}$$

$$H_2 = \frac{B}{\mu_0}$$

解得
$$\mu = \frac{B(L - \Delta L)}{NI - \frac{B}{\mu_0} \Delta L} = 1.59 \times 10^{-3} (\text{N/A})$$

★小结: 磁介质和电介质的对应关系

磁介质

电介质

$$\oint_{L} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{L \nmid j} I_{0}$$

$$\oint_{L} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{L \nmid 1} I_{0} \qquad \qquad \iff \oint_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{S \nmid 1} q_{0}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \qquad \longleftrightarrow \quad \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = (\mu_r - 1)\vec{H} \iff \vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1)\vec{E}$$

$$\vec{j}_m = \vec{M} \times \hat{n}_e$$

$$\longleftrightarrow \sigma' = \vec{P} \bullet \hat{n}_e$$



$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi_m)}$$

$$\mu_r = (1 + \chi_m)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\oint_{S} (\varepsilon_{0}\vec{E} + \vec{P}) \bullet d\vec{S} = \sum_{S} q_{0}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}$$

$$\varepsilon_r = (1 + \chi_e)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_r$$

§ 13.4 铁磁质

铁磁质的主要特性:

- ① $B'>>B_0$, 磁化率 χ_m 高, 可达 $10^1\sim 10^5$;
- ② μ_r 、 χ_m 不是常量,磁化过程为非线性,过程不可逆;
- ③ 外场停止作用后,仍能保留部分磁性;
- ④ 存在临界温度 T_C ,称居里点,高于 T_C 时铁磁质转化为顺磁质(如铁 T_C =1040K,镍 T_C =631K,钴 T_C =1388K).

一、铁磁质的磁化规律

磁化曲线: B随H的变化关系称为磁化曲线.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{H}$$

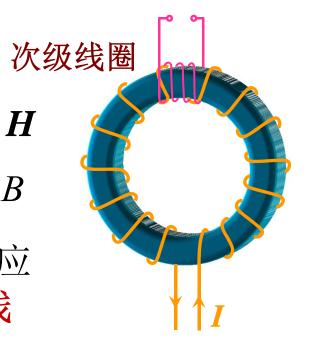
1. 实验装置

接磁通计

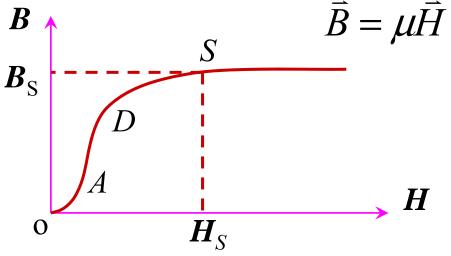
铁芯中磁场强度为: H=nI

- (1) 调节线圈中电流I 可以改变H
- (2) 用磁通计中可测磁感应强度B

由此可得磁场强度与磁感应 强度的关系曲线——**磁化曲线**

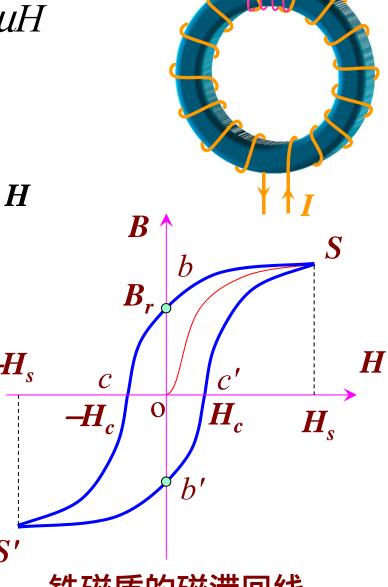


2. 起始磁化曲线



oA段,起始 μ 较小, B随H的增加上升缓慢, AD段 μ 较大,B急剧增加, H_s 然后 μ 又减小,H达到 H_s 时,B趋于极限值 B_s , B_s 称为饱和磁感应强度.

3. 磁滞回线



次级线圈

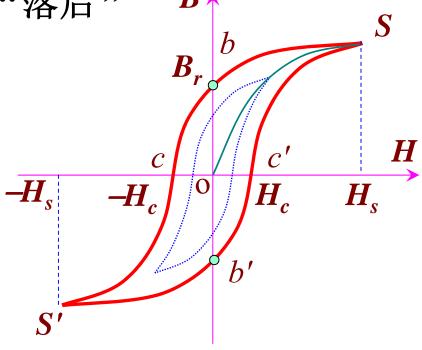
铁磁质的磁滞回线

(1) 剩磁: 减小H, B随之减小, 但并不沿原磁化曲线下降, 当H降至零时, B并不降至零, 有剩余磁感应强度 B_r , 此时铁磁体成为永磁体.

(2) 磁滞现象: B值的变化"落后" 于H值的现象.

(3) 矫硕力: 要使剩磁 B_r 消失需加反向磁场 H_c ,使B=0,它反映了铁磁质保留剩磁的能力.

(4) 磁滞回线:继续增加 反向磁场,达到反向 磁饱和状态S;再减小



铁磁质的磁滞回线

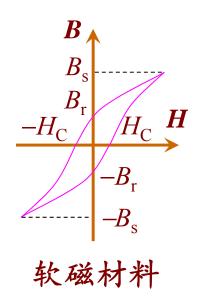
磁场,磁化曲线与正向曲线相似,形成闭合曲线.

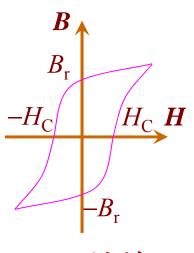


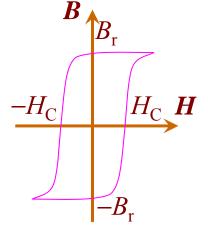
- (a) 不仅是非线性的, 而且是非单值的;
- (b) B与H当前的数值有关外, 还与磁介质的 磁化历史有关.

4. 磁滞损耗

在反复磁化过程中的能量损耗成为磁滞损耗, 它与磁滞回线所围成的面积有关







硬磁材料

矩形材料

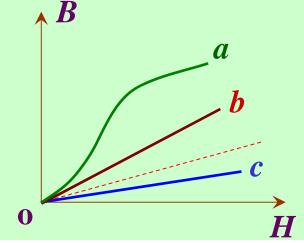


例:图示为三种不同的磁介质的 $B\sim H$ 关系曲线,其中虚线表示的是 $B=\mu_0H$ 的关系.说明a、b、c各代表哪一类磁介质的 $B\sim H$ 关系曲线:

a代表 铁磁质 的 $B\sim H$ 关系曲线;

b代表<u>顺磁质</u>的 $B\sim H$ 关系曲线;

c代表 抗磁质 的 $B\sim H$ 关系曲线.



解:

由公式 $B=\mu H=\mu_0\mu_r H$

铁磁质: μ_r 为非线性;

顺磁质: μ_r 为线性, B大于真空中的 B_0 ,

虚线表示真空中的关系;

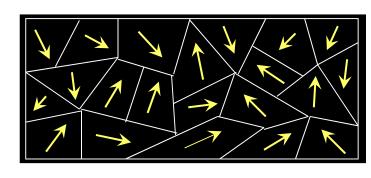
抗磁质: μ_r 为线性, B小于真空中的 B_0 .

二、铁磁质的微观结构

铁磁材料中相邻原

子中的电子自旋磁矩通

过交换耦合作用而平行



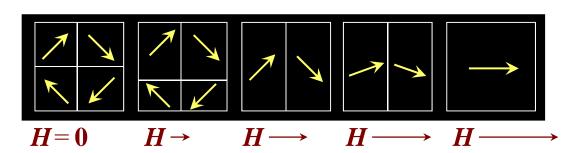
磁畴

排列,形成一个自发磁化达饱和状态的微小

区域 — 磁畴.

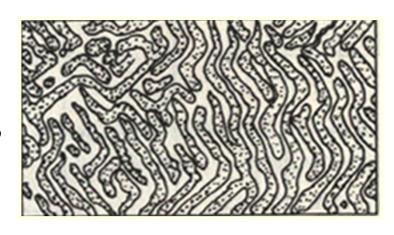
在无外场时,每个磁畴内的磁矩取同向,但各磁畴排列杂乱,宏观不显磁性.

在外场作用下,磁畴转向,表现为磁化过程.



磁化过程中磁畴结构变化示意图

- (1) 由于摩擦阻力,出现磁滞现象以及剩磁;
- (2) 温度升高, 磁畴被破坏, 表现为居里点, 磁畴的 体积为: 10⁻⁸~10⁻¹²m³, 约10¹⁷~10²¹个原子.



磁畴结构的铁粉图形



牵等结束!