电路分析与电子技术基础

电路原理

（2.3.6，2.4，4.1.1~4）

n 电路原理

- v 多端网络 / 双口网络（2.3.6）
- v 网络图论（2.4.1）
- v 基尔霍夫定律（2.4.2 ~ 2.4.3）
- v 等效电路（4.1.1 ~ 4.1.4）

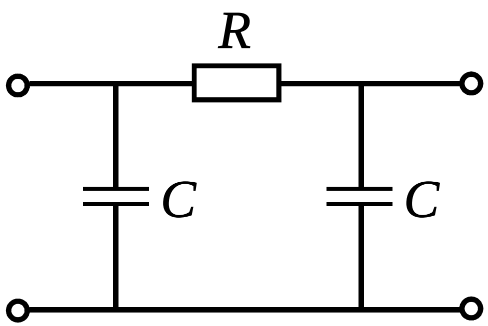
v 多端网络 / 双口网络

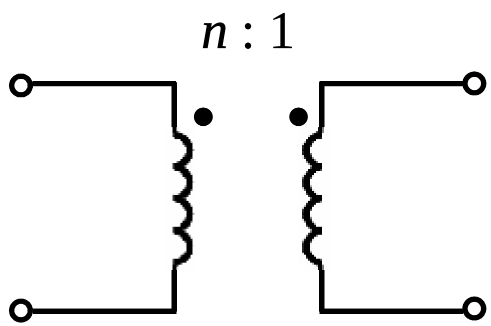
Ø 多端网络

ü 网络：由若干个元件组成的闭合电路。

ü n 端网络：有 n 个端钮与外部电路相连的网络。

ü 电阻、电容、电感和独立电源，都只有两个端钮与外部电路相连，属于二端（一端口）网络，可分成无源和有源两种。
受控电源，有四个端钮与外部电路相连，称为四端网络。

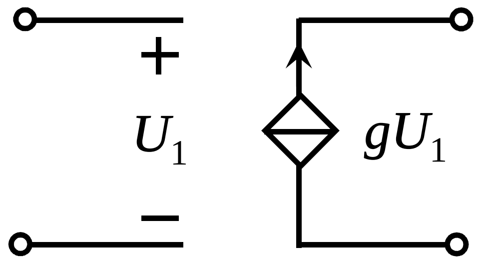


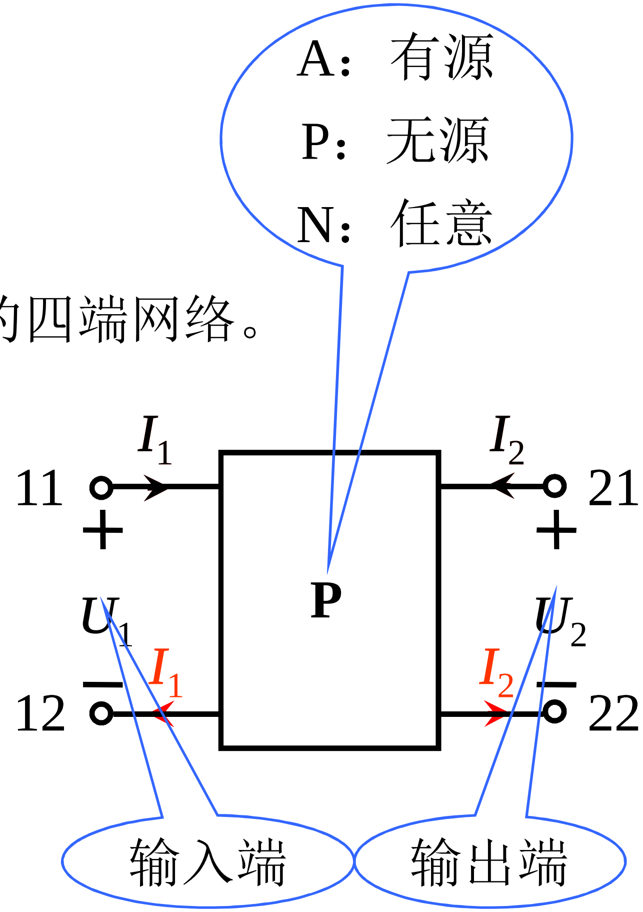


Ø 双口网络

ü 双口网络：流过四个端钮上的电流两两成对的四端网络。（流入电流等于流出电流）。

例：受控源





ü 外特性研究（两个约束方程）：

$$\begin{cases} f_1(U_1,U_2,I_1,I_2)=0 \\ f_2(U_1,U_2,I_1,I_2)=0 \end{cases}$$

分析原则（针对内部不含独立电源的双口网络）：选择任意两个独立变量表示另外两个变量。

Ø 双口网络（开路参数）$\begin{cases} U_1 = R_{11}I_1 + R_{12}I_2 \\ U_2 = R_{21}I_1 + R_{22}I_2 \end{cases}$

ü R_{11}：输出端开路时，输入端的入端电阻。

$$R_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

ü R_{12}：输入端开路时，输入/出端的转移电阻。

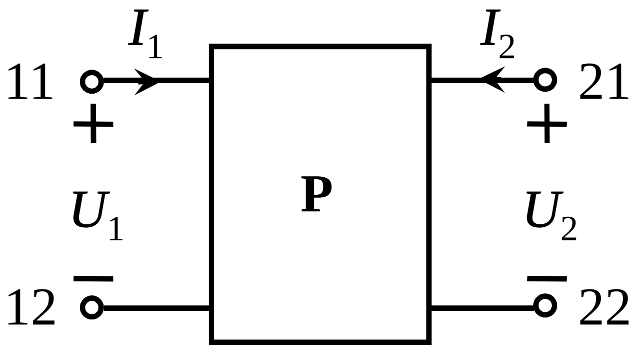
$$R_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

ü R_{21}：输出端开路时，输出/入端的转移电阻。

$$R_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

ü R_{22}：输入端开路时，输出端的入端电阻。

$$R_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$



Ø 双口网络（短路参数）$\begin{cases} I_1 = G_{11}U_1 + G_{12}U_2 \\ I_2 = G_{21}U_1 + G_{22}U_2 \end{cases}$

ü G_{11}：输出端短路时，输入端的入端电导。

$$G_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0}$$

ü G_{12}：输入端短路时，输入/出端的转移电导。

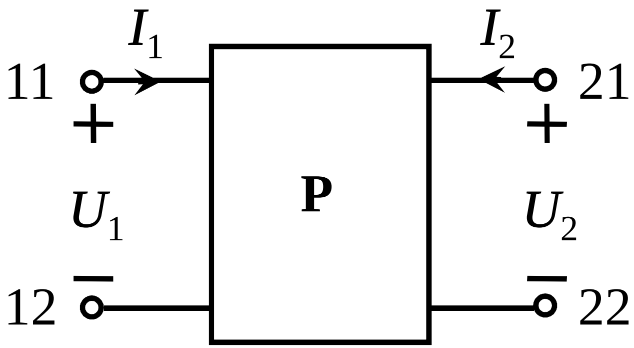
$$G_{12} = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0}$$

ü G_{21}：输出端短路时，输出/入端的转移电导。

$$G_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0}$$

ü G_{22}：输入端短路时，输出端的入端电导。

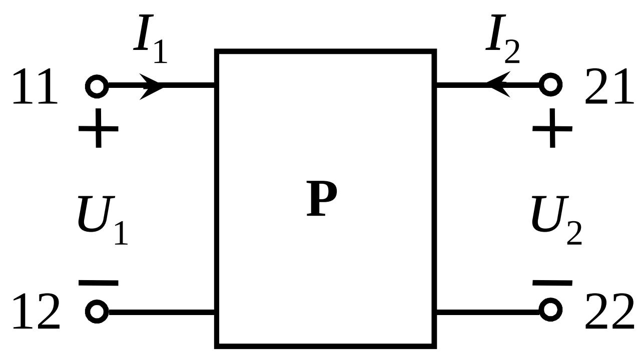
$$G_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0}$$



Ø 双口网络（传输参数）$\begin{cases} U_1 = T_{11}U_2 + T_{12}(-I_2) \\ I_1 = T_{21}U_2 + T_{22}(-I_2) \end{cases}$

ü T_{11}：输出端开路时，输入/出端的电压传输比。

$$T_{11} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0}$$



ü T_{12}：输出端短路时，输入/出端的转移电阻。

$$T_{12} = \left.\frac{U_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}$$

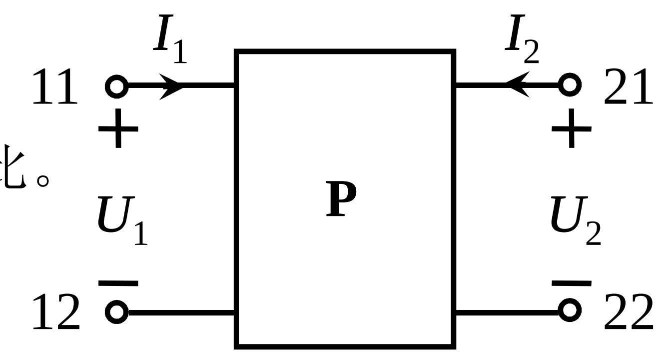
ü T_{21}：输出端开路时，输入/出端的转移电导。

$$T_{21} = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0}$$

ü T_{22}：输出端短路时，输入/出端的电流传输比。

$$T_{22} = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}$$

Ø 双口网络（混合参数）$\begin{cases} U_1 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2 \\ I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2 \end{cases}$



- ü H_{11}： 输出端短路时，输入端的入端电阻。

$$H_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0}$$

- ü H_{12}： 输入端开路时，输入/出端的电压传输比。

$$H_{12} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_1=0}$$

- ü H_{21}： 输出端短路时，输出/入端的电流传输比。

$$H_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0}$$

- ü H_{22}： 输出端开路时，输出端的入端电导。

$$H_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{I_1=0}$$

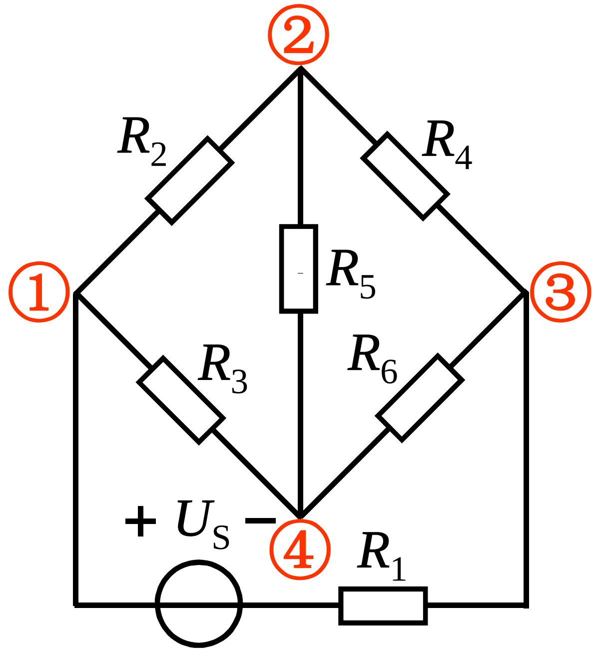
- 网络图论
  - 表述电路的结构，是电路分析的基础。
  - 应用了数学中的拓扑图知识；
    很多的名词。
    （有点繁）

Ø 网络图论

ü 支路（*b*）：由若干电路（二端）元件串联组成的一段不分支电路。

（支路中流过各元件的电流相等）

（右图）6 条支路



ü 节点（*n*）：三条（含）以上支路的连接点。

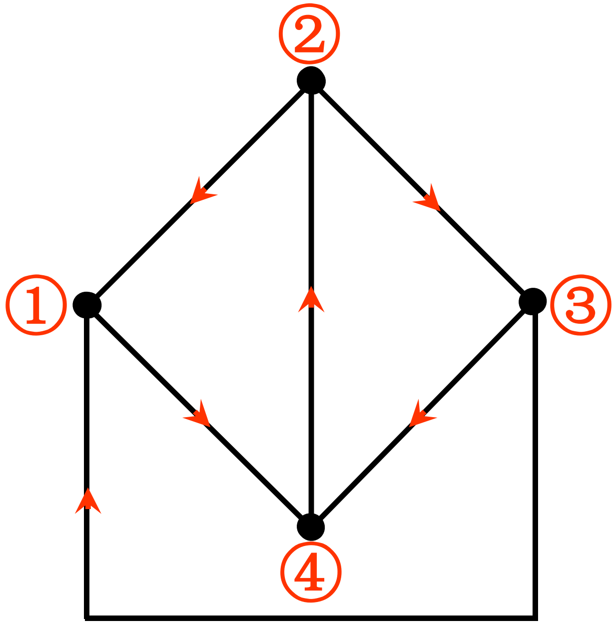
（右图）4 个节点

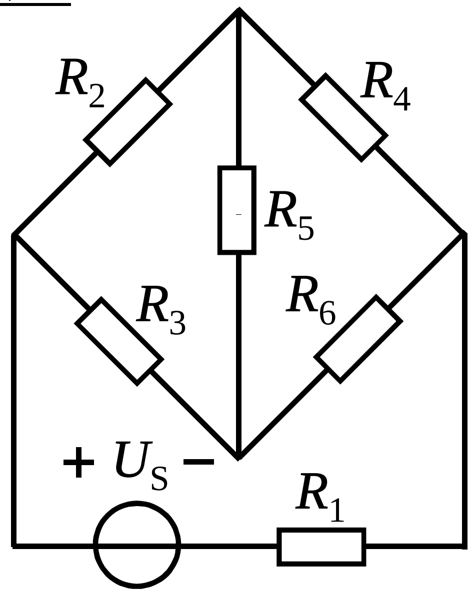
Ø 网络图论

ü 拓扑图（G）：由点（代表节点）和线段（代表支路）组成的图，能反映了原对应电路的结构，又称线图或图。

拓扑图能反映原电路支路与节点之间的连接关系。

ü 有向图：设定了支路方向、节点编号的拓扑图。



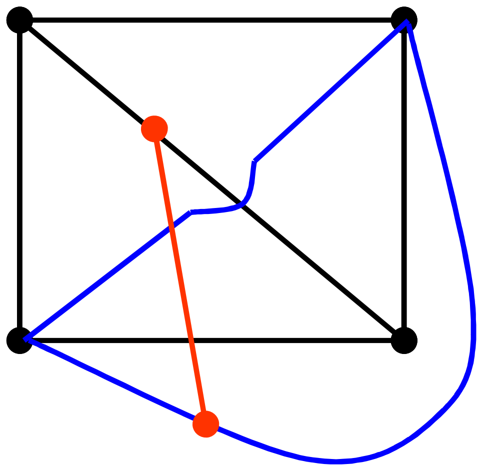


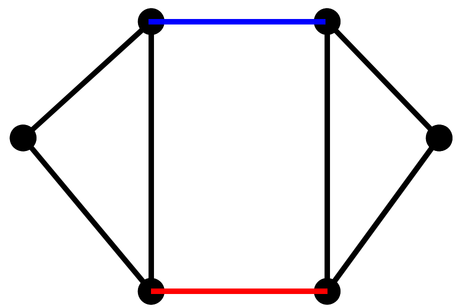
Ø 网络图论

ü 平面图：画在平面上时，所有支路都不交叉的图。

ü 连通图：任意两个节点间至少存在一条连通途径的图。
（非连通图至少存在两个分离部分）

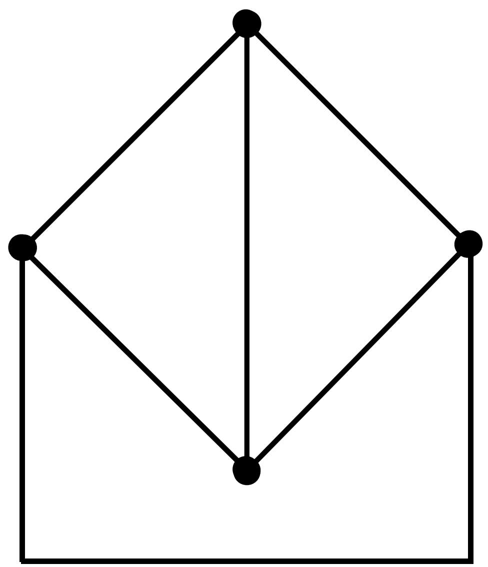
ü 不可分图：任意两个节点间至少存在一个回路的连通图。

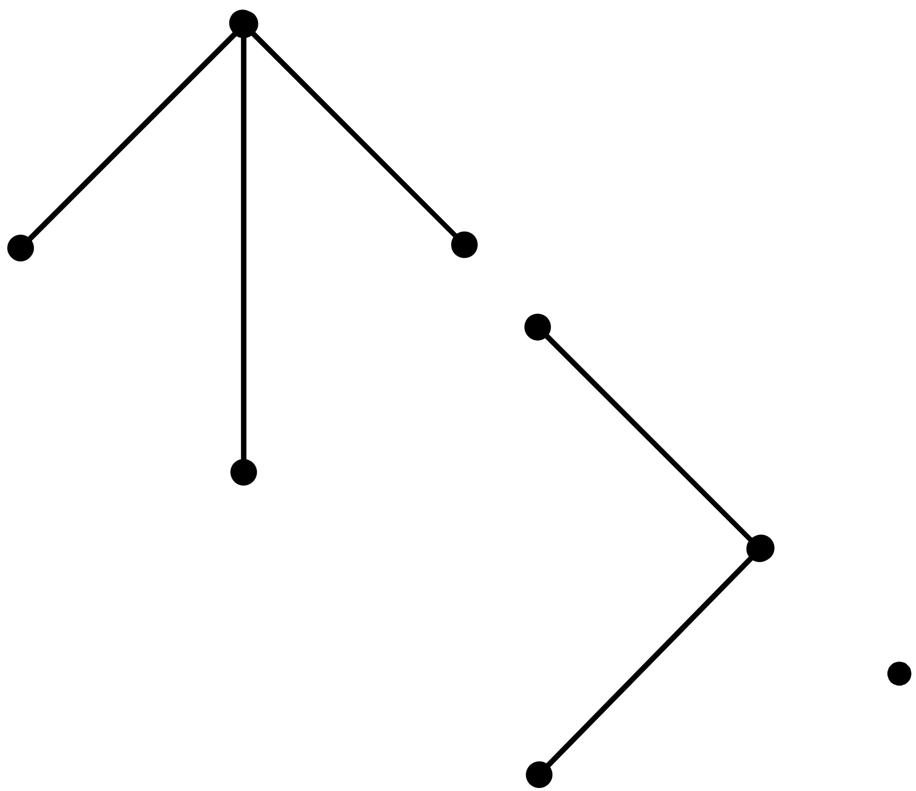




Ø 网络图论

ü 子图：若拓扑图 G_1 中所有的支路与节点均是图 G 的支路与节点，且连接关系一致，则称 G_1 是 G 的子图。





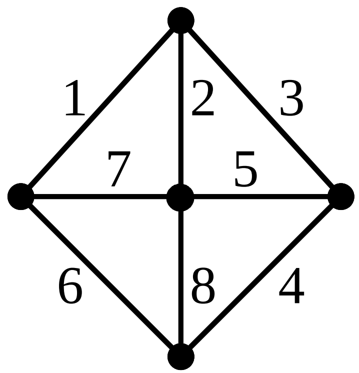
Ø 网络图论

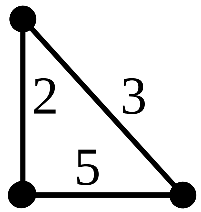
ü 回路：由若干支路组成的闭合路径。

（1）本身是连通的；

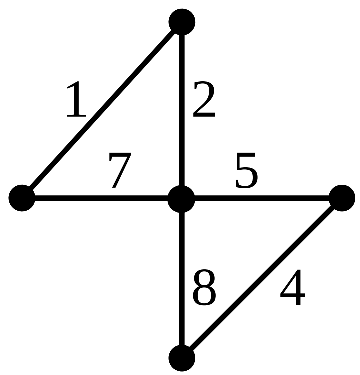
（2）是连通图的一个子图；

（3）每个节点的关联支路数恰好为 2。



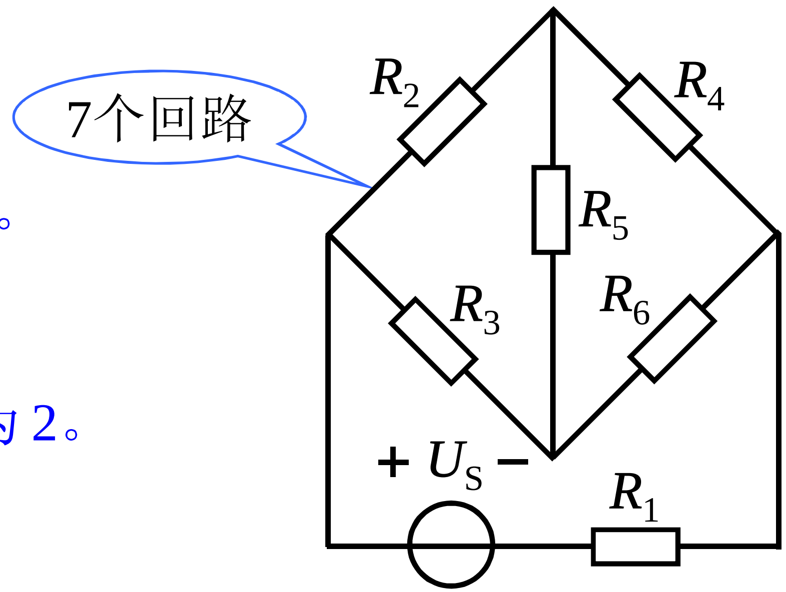


回路



非回路

Ø 网络图论

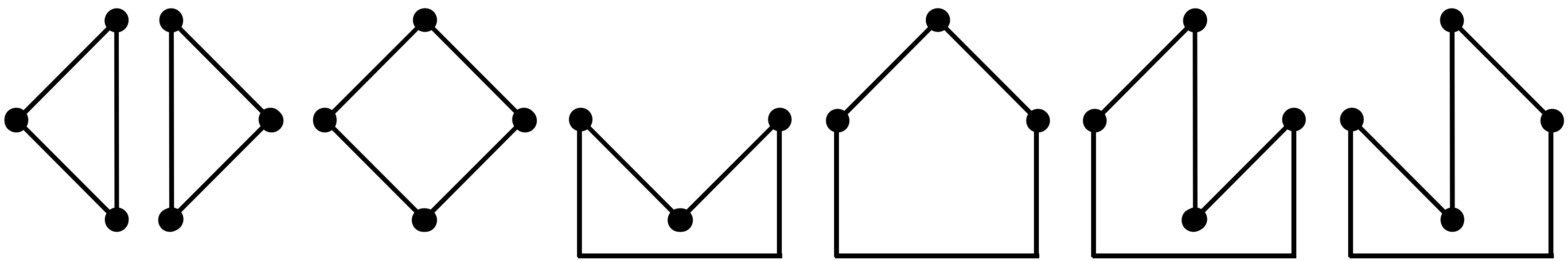


ü 回路：由若干支路组成的闭合路径。

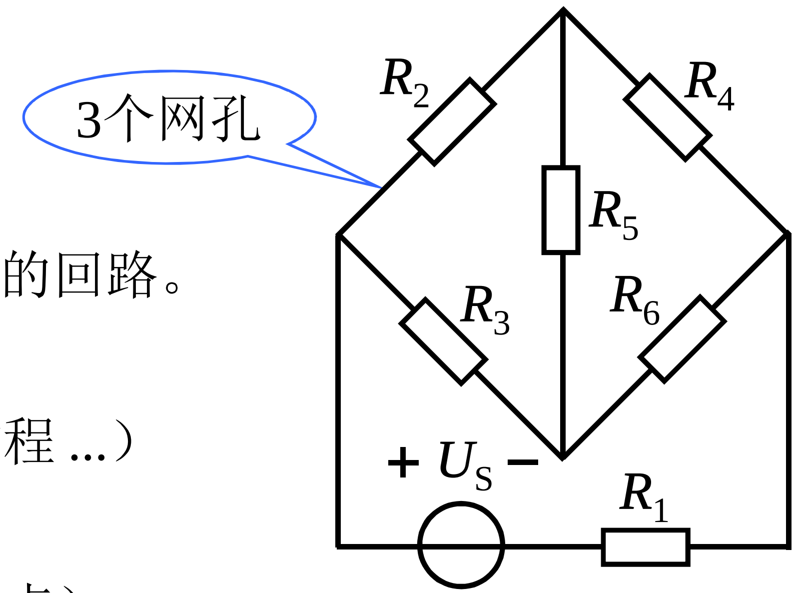
（1）本身是连通的；

（2）是连通图的一个子图；

（3）每个节点的关联支路数恰好为 2。



Ø 网络图论

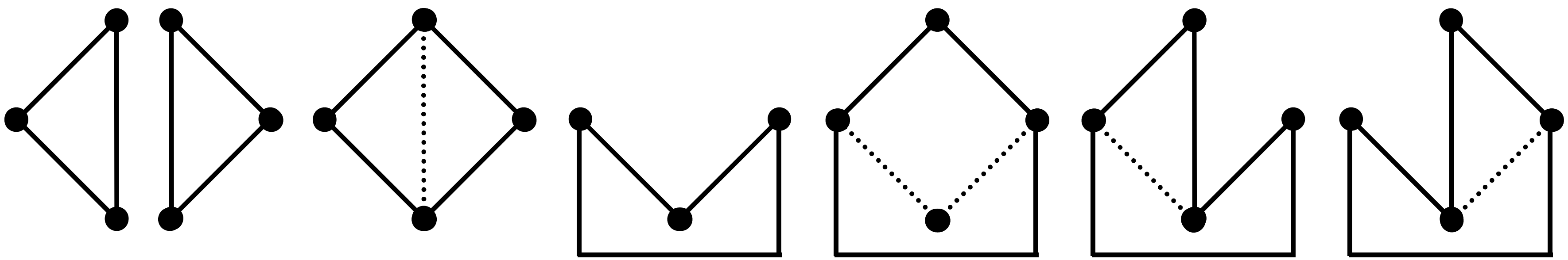


ü 网孔（*m*，网孔回路）：
平面图中，内部不含有任何其它支路的回路。

（独立回路）

（今后，可用于书写独立的回路方程 ...）

ü 网孔数：$m = b - n + 1$ （支路、节点）



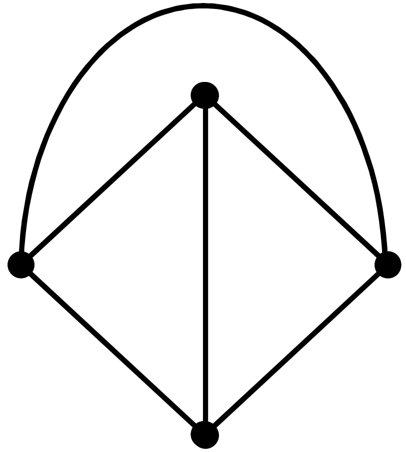
<u>网孔是回路，回路不一定是网孔</u>

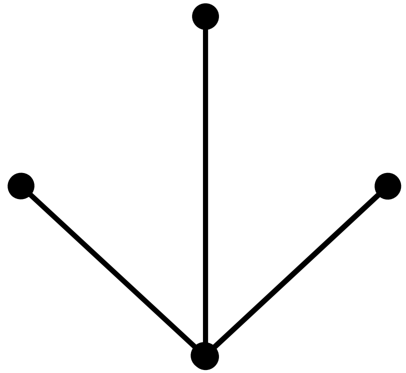
Ø 网络图论

ü 树（T）：连通图的一个特殊子图 。

（1） 本身是连通的；
（2） 包含连通图内所有节点；
（3） 不包含回路。

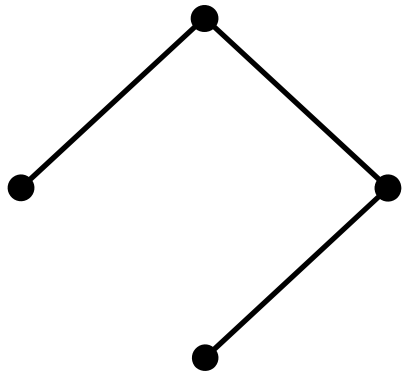
树的选择不是唯一的。





ü 树支：组成树的支路。

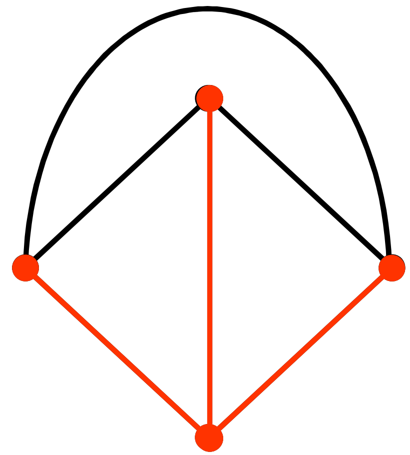
树支数（节点数-1）：$n_t = n - 1$



ü 连支（链支）：不包含在树上的支路。

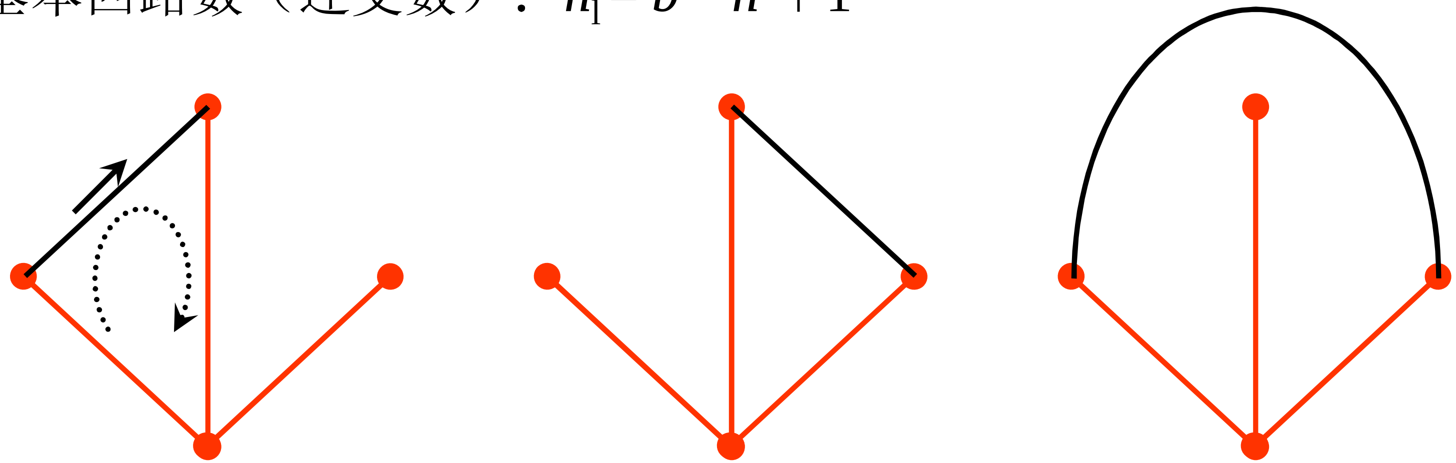
连支数（支路数-树支数）：$n_l = b - n_t = b - n + 1$

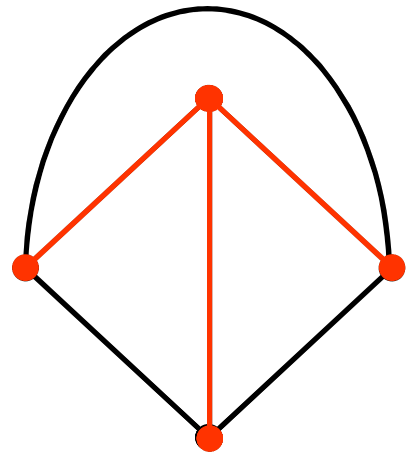
Ø 网络图论



- ü 单连支回路（基本回路）：
  由若干树支与一条连支组成的回路。
  （1）若干树支加一条连支，必然能组成回路；
  （2）各单连支回路彼此独立。
  （独立的回路方程 ...）

- ü 基本回路的方向：单连支支路的方向。
  基本回路数（连支数）：$n_l = b - n + 1$





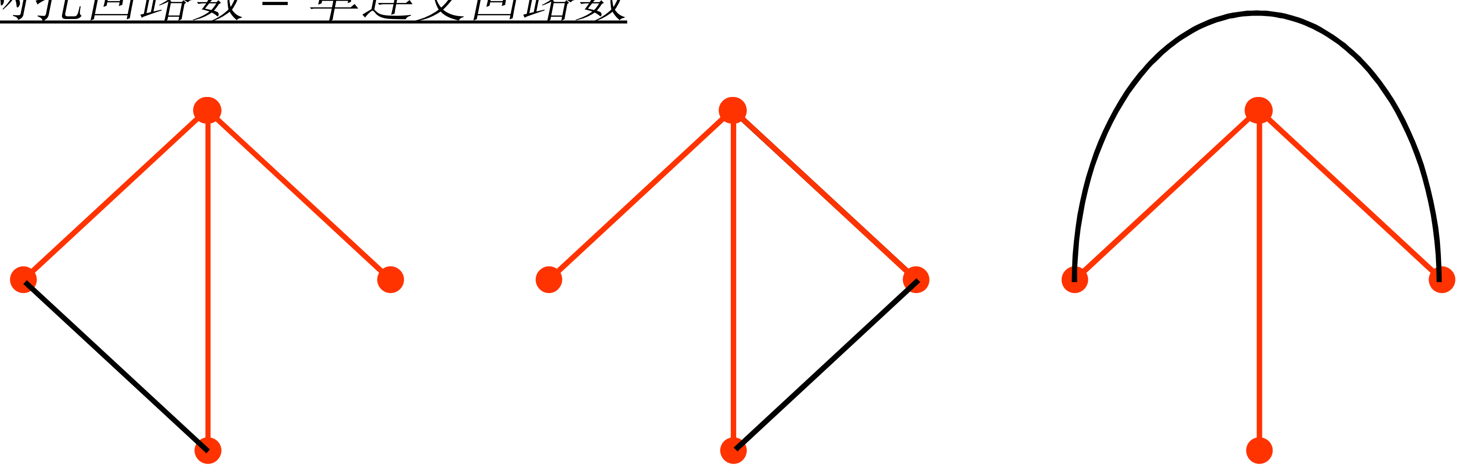
Ø 网络图论

ü 单连支回路 ~ 网孔回路

ü <单连支回路>
由若干树支与一条连支组成，是独立回路。

<网孔回路>
内部不含有任何其它支路，是一种特殊的独立回路。

网孔回路数 = 单连支回路数



Ø 网络图论

- ü 单连支回路 ~ 网孔回路

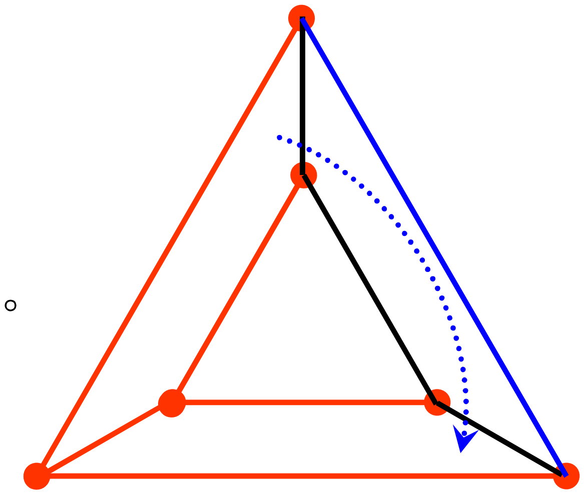
- ü <单连支回路>
  由若干树支与一条连支组成，是独立回路。

  <网孔回路>
  内部不含有任何其它支路，是一种特殊的独立回路。

  网孔回路数 = 单连支回路数

找不到一个树，对应的单连支回路是网孔回路。

单连支回路不一定是网孔回路



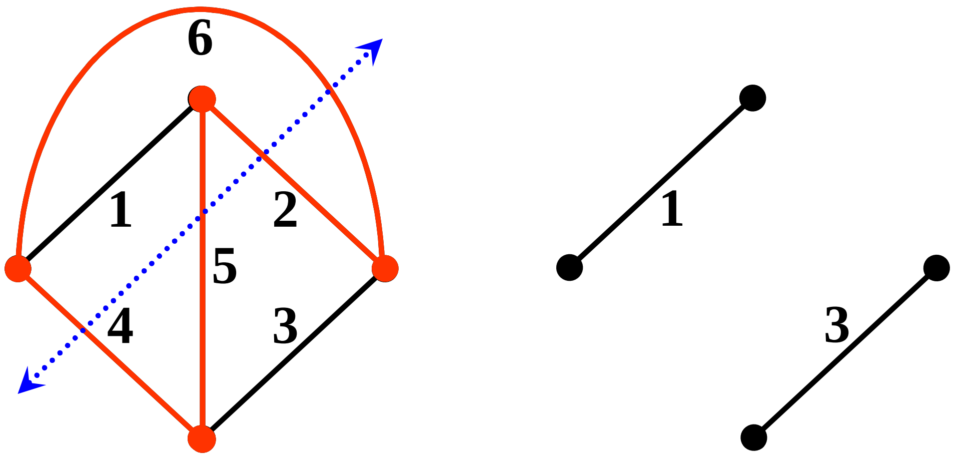
Ø 网络图论

ü 割集（Q）：连通图 G 中，由若干支路组成的一个子图，需满足：

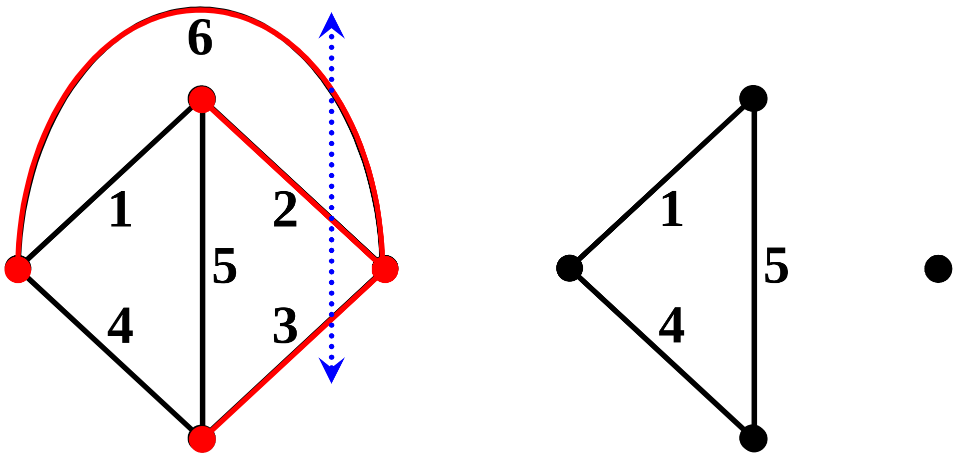
（1）若移去 Q 中全部支路，原连通图 G 将被分成两个独立部分；

（2）若少移去 Q 中任意一条支路，原连通图 G 将保持连通。

ü {2,4,5,6}



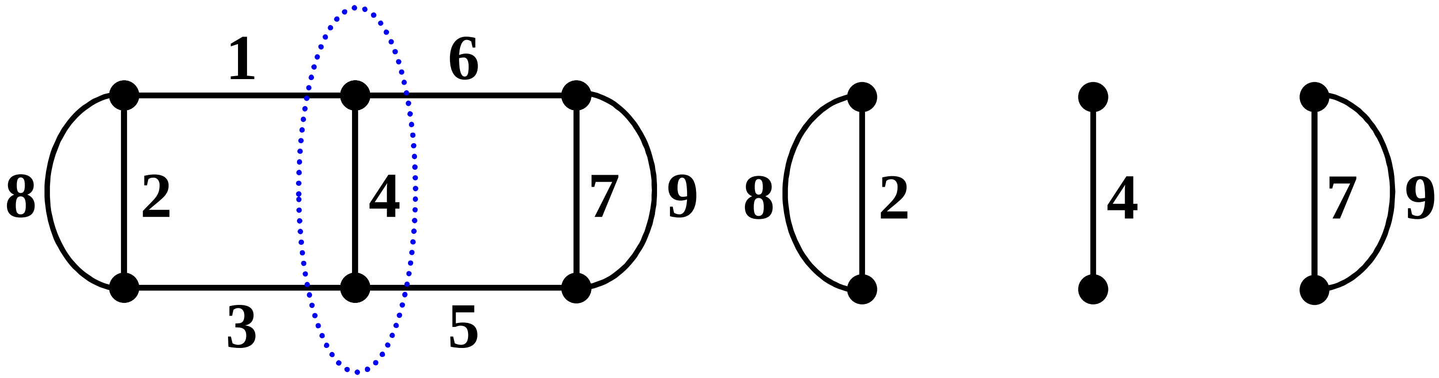
ü {2,3,6}



Ø 网络图论

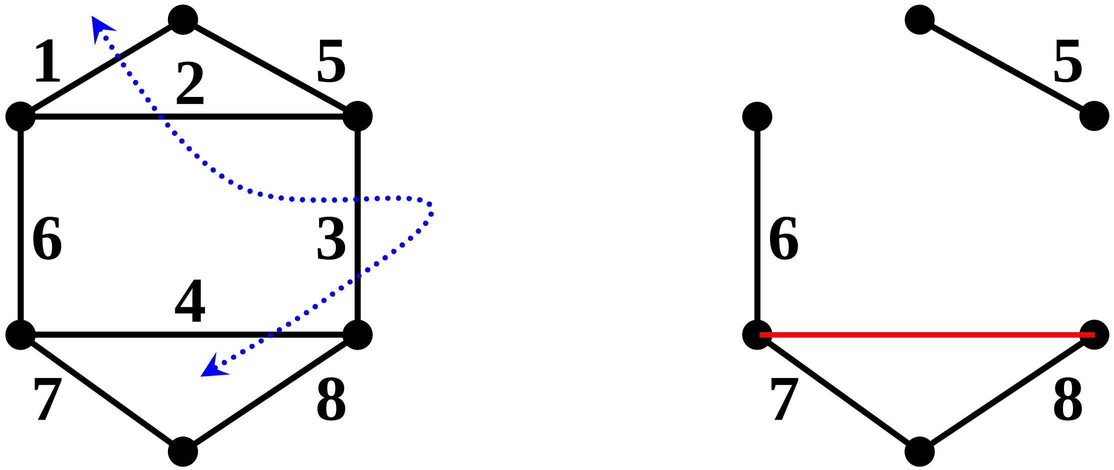
ü {1,3,5,6}

×



ü {1,2,3,4}

×



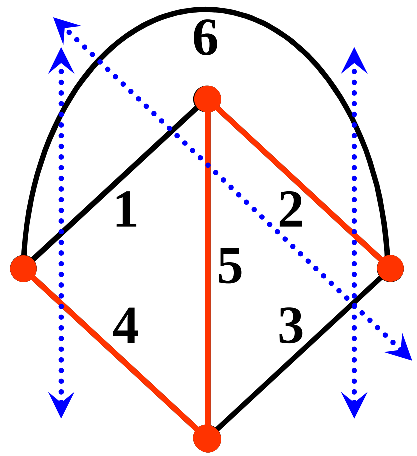
Ø 网络图论

ü 单树支割集（基本割集）：
在选定的某个树中，只包含一条树支的割集。

ü {1, 4, 6} 为单树支割集

ü {1, 3, 5, 6} 为单树支割集

ü {2, 3, 6} 为单树支割集



ü 针对每一条树支，有且仅有一个单树支割集；
单树支割集是一组相互独立的割集；
（独立的回路方程 ...）
单树支割集数 = 树支数 = n- 1 。

Ø 网络图论（小结）

- ü 支路、节点
- ü 拓扑图、有向图
- ü 平面图、连通图、不可分图
- ü 子图
- ü 回路、网孔（网孔回路）
- ü 树、树支、连支（链支）
  树支数 = 节点数 - 1
  连支数 = 支路数 - 树支数
- ü 单连支回路（基本回路）
  单连支回路数 = 网孔回路数 = 支路数 - 树支数
- ü 割集、单树支割集（基本割集）
  单树支割集数 = 树支数

- 基尔霍夫定律
  - 电路分析的基础定律。
  - 可用于计算电路中几乎所有的电流和电压值。

Ø 基尔霍夫电流定律（KCL）

ü 电路中任一节点上电流的代数和为零：$\sum I = 0$

ü 规定：流出节点的电流取正号，流入节点的电流取负号。

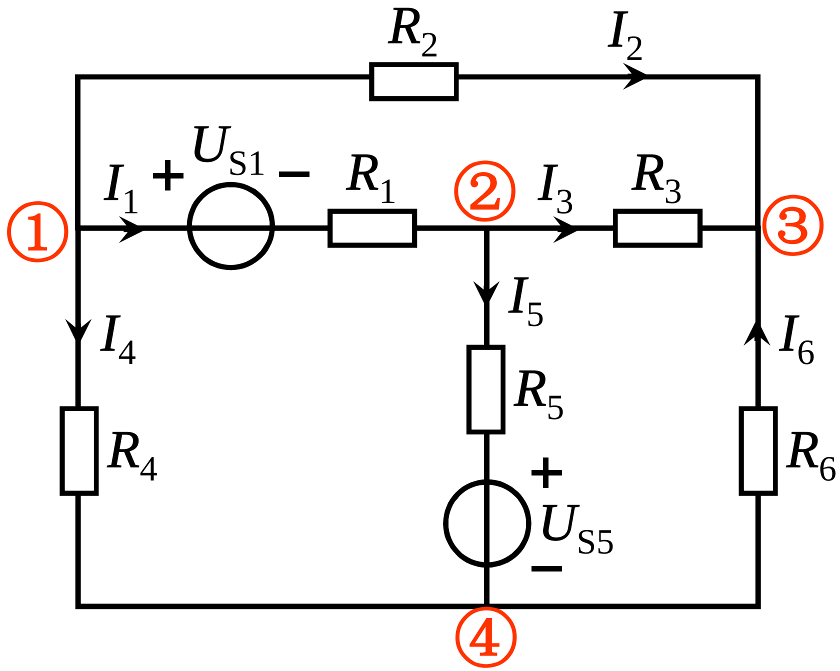
$$\sum I_{流出} = \sum I_{流入}$$

ü 节点1：$I_1 + I_2 + I_4 = 0$

节点2：$-I_1 + I_3 + I_5 = 0$

节点3：$-I_2 - I_3 - I_6 = 0$

节点4：$-I_4 - I_5 + I_6 = 0$



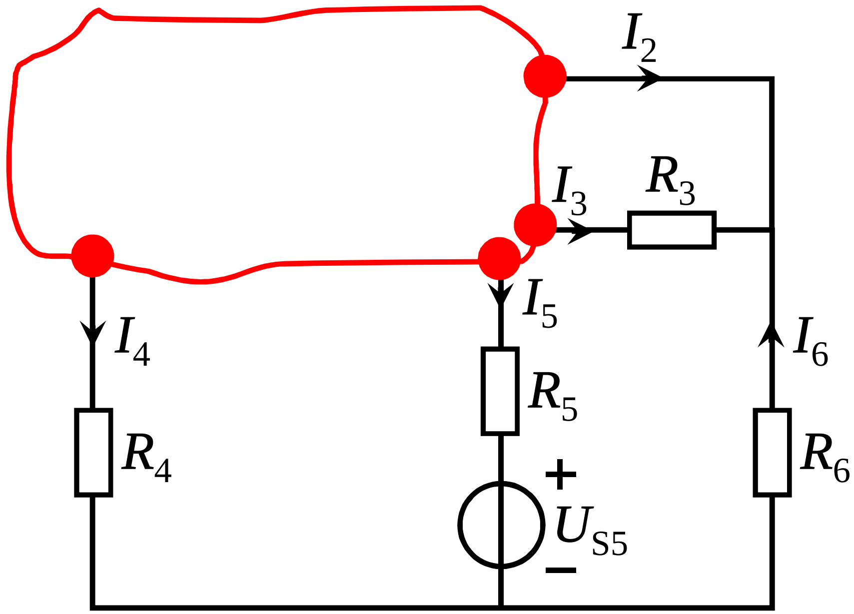
ü 本质：电流连续性（电荷守恒）。
在任意时刻流入节点的电荷数等于
流出的电荷数，而不会积累在该节点。

Ø 基尔霍夫电流定律（KCL）

ü 电路中任一节点上电流的代数和为零：$\sum I = 0$

ü 电路中任一闭合（封闭）面上电流的代数和为零。

ü $I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$



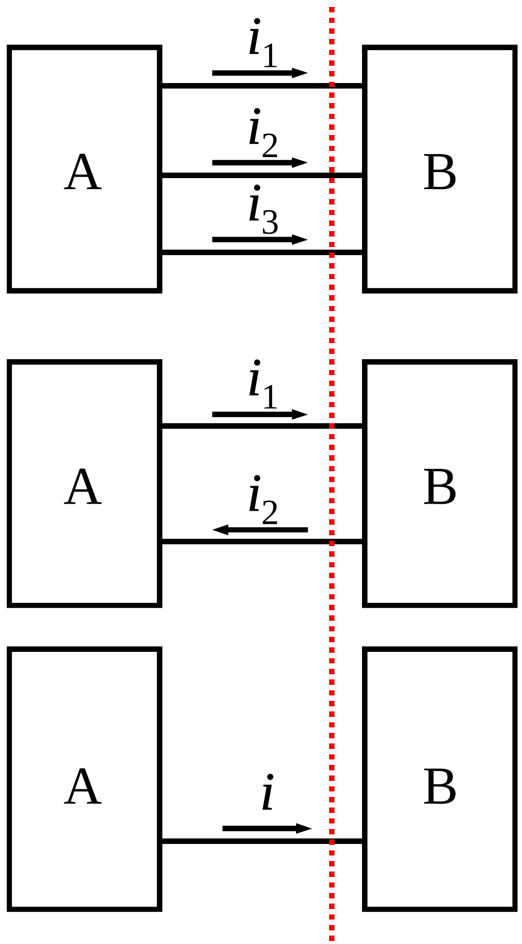
Ø 基尔霍夫电流定律（KCL）

ü 电路中任一闭合（封闭）面上电流的代数和为零。

ü $-i_1 - i_2 - i_3 = 0$

ü $-i_1 + i_2 = 0$

ü $-i = 0$



Ø 基尔霍夫电压定律（KVL）

ü 电路中任一闭合回路中各支路（元件）电压的代数和为零：$\sum U = 0$。

ü 规定：沿回路绕行方向，当支路（元件）电压参考方向与回路绕行方向一致时取正号，相反时取负号。

ü 回路1：

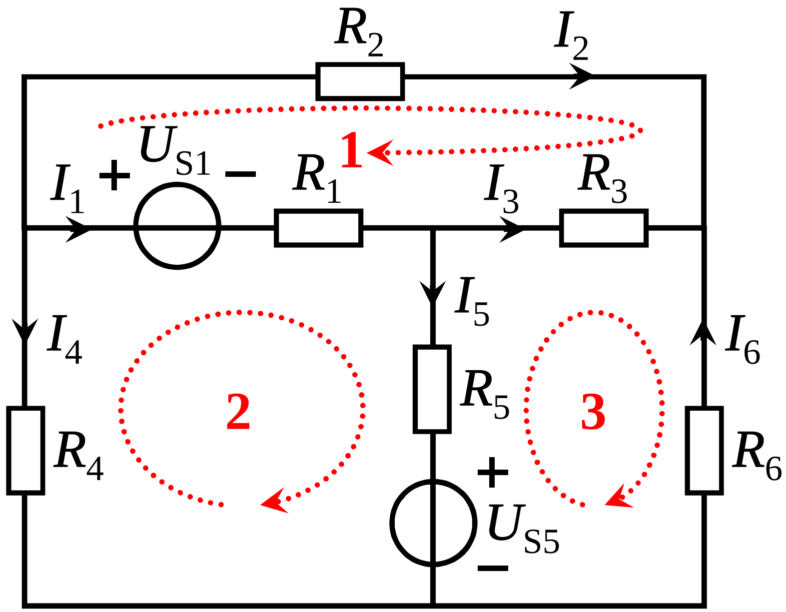
$$I_2 \times R_2 - I_3 \times R_3 - I_1 \times R_1 - U_{S1} = 0$$

回路2：

$$-I_4 \times R_4 + U_{S1} + I_1 \times R_1 + I_5 \times R_5 + U_{S5} = 0$$

回路3：

$$-U_{S5} - I_5 \times R_5 + I_3 \times R_3 - I_6 \times R_6 = 0$$

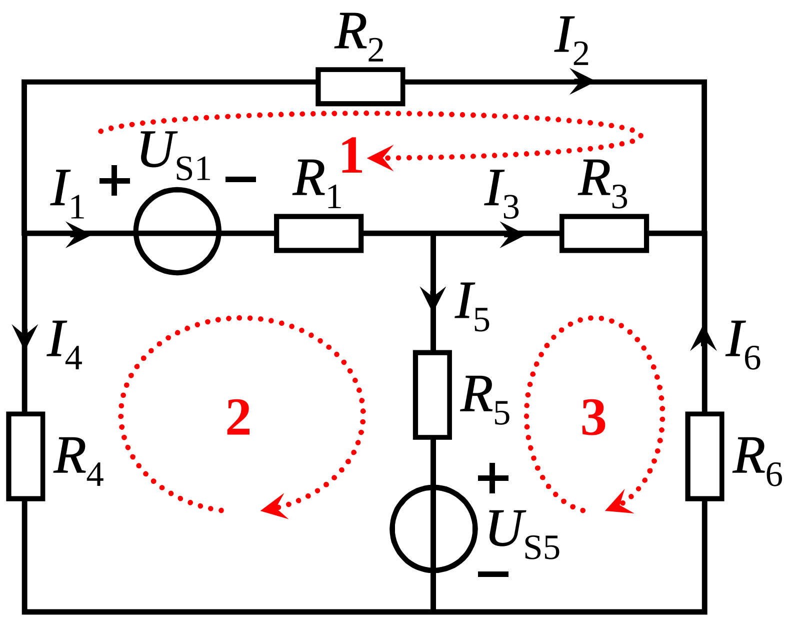


ü 本质：能量守恒。
单位正电荷沿回路绕行一周，
有些路径电场力做正功，消耗电能；有些路径电场力做负功，产生电能。

Ø 基尔霍夫电压定律（KVL）

ü 电路中任一闭合回路中各支路（元件）电压的代数和为零：$\sum U = 0$。
回路1：$I_2 \times R_2 - I_3 \times R_3 - I_1 \times R_1 - U_{S1} = 0$

ü 电路中任一闭合回路中，各电阻元件的电压代数和等于各电压源的电势代数和：$\sum IR = \sum U_S$（电压降/电势升）。



ü 规定（左）：当电压参考方向与回路绕行方向一致时取正，反之负；
规定（右）：当电源电势方向与回路绕行方向一致时取正，反之负。

ü $I_2 \times R_2 - I_3 \times R_3 - I_1 \times R_1 = U_{S1}$

$-I_4 \times R_4 + I_1 \times R_1 + I_5 \times R_5 = -U_{S1} - U_{S5}$

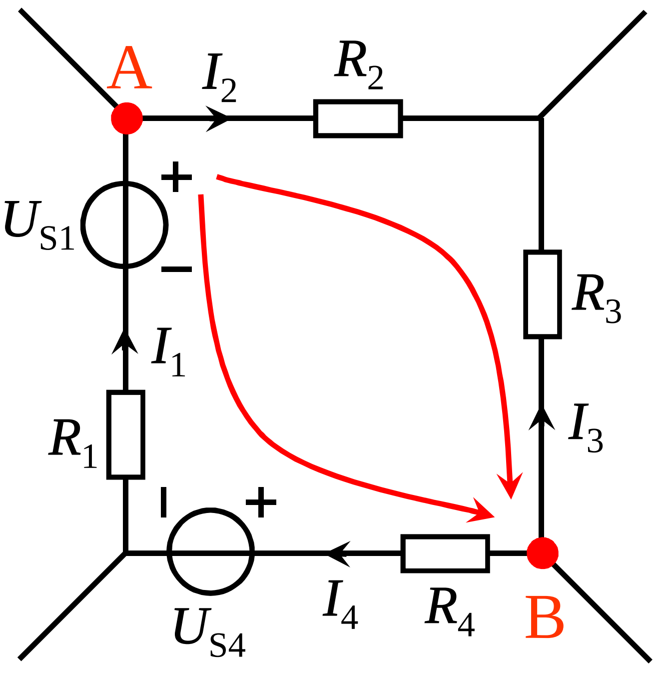
$-I_5 \times R_5 + I_3 \times R_3 - I_6 \times R_6 = U_{S5}$

Ø 基尔霍夫电压定律（KVL）

ü 电路中任一闭合回路中各支路（元件）电压的代数和为零：$\sum U = 0$；
电路中任一闭合回路中，各电阻元件的电压代数和等于各电压源的电势代数和：$\sum IR = \sum U_S$（电压降/电势升）。

ü 电路中任意两点间的电压等于两点间任一条路径经过的各元件电压的代数和。

ü $U_{AB} = U_{R2} - U_{R3} = U_{S1} - U_{R1} - U_{S4} - U_{R4}$



Ø 基尔霍夫定律（小结）

ü 适用于各种集中参数电路，是贯穿电路理论中的基本定律。

ü 是电路中电压电流变化时，需要遵循的约束条件之一，反映了元件连接关系（拓扑约束）。

$$\sum U = 0,\quad \sum I = 0$$

ü 另一类约束条件：反映元件特性关系（电压电流关系）。

$$u_{\mathrm{R}} = i_{\mathrm{R}} \cdot R \qquad i_{\mathrm{C}} = C \cdot \frac{du_{\mathrm{C}}}{dt} \qquad u_{\mathrm{L}} = L \cdot \frac{di_{\mathrm{L}}}{dt}$$

ü 如何确定方程的数量、独立性？

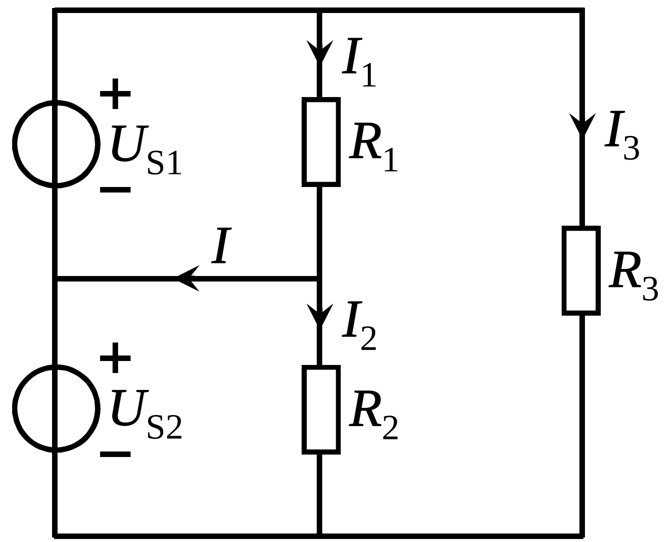
可根据单连支回路，写出独立的（b-n+1）个 KVL 方程；
若电路为平面图，还可以按照网孔回路写 KVL 方程；
可根据单树支割集，写出独立的（n-1）个 KCL 方程。

【例2.1】

下图所示电路。

已知：$U_{S1} = 12$ V，$U_{S2} = 6$ V，$R_1 = R_2 = 3\Omega$，$R_3 = 6\Omega$。

求：电流 I_3 和 I。



解：根据 KVL 可得：$R_3 \times I_3 = U_{S1} + U_{S2}$

所以：$I_3 = 3$A

根据 KCL 可得：$I = I_1 - I_2$

由于：$I_1 = U_{S1} / R_1$，$I_2 = U_{S2} / R_2$

所以：$I = 2$A

【例2.2】（原例1.1）

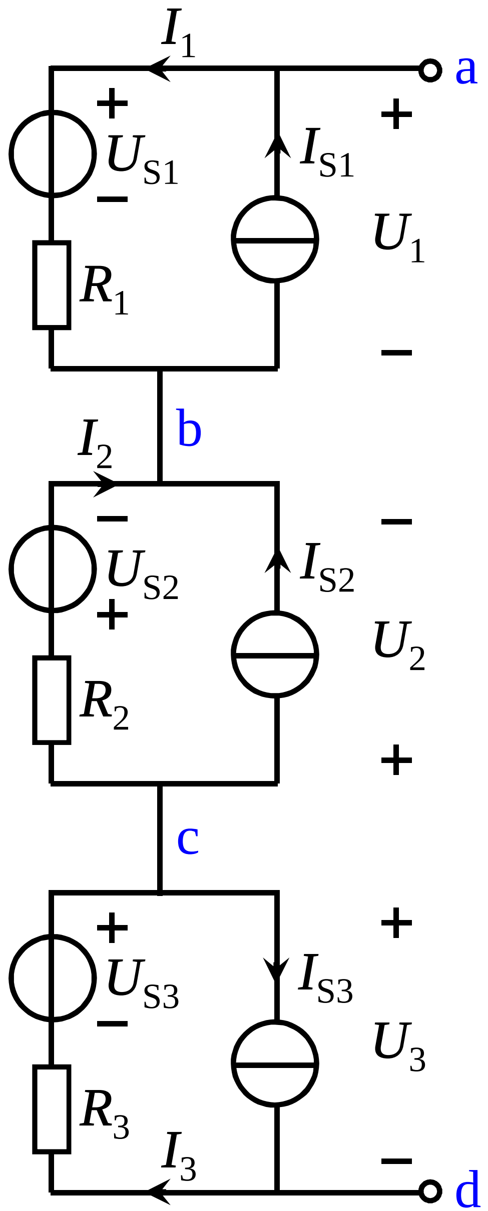
电路及参考方向如图。

已知：$R_1 = R_2 = R_3 = 10\ \Omega$，

$U_{S1} = U_{S2} = U_{S3} = 12\ \text{V}$，

$I_{S1} = 1\text{A}$， $I_{S2} = 2\text{A}$， $I_{S3} = 3\text{A}$。

求： U_{ad}。



解：$U_1 = U_{S1} + I_1 \times R_1 = U_{S1} + I_{S1} \times R_1 = 22\text{V}$

$U_2 = U_{S2} + I_2 \times R_2 = U_{S2} - I_{S2} \times R_2 = -8\text{V}$

$U_3 = U_{S3} - I_3 \times R_3 = U_{S3} - I_{S3} \times R_3 = -18\text{V}$

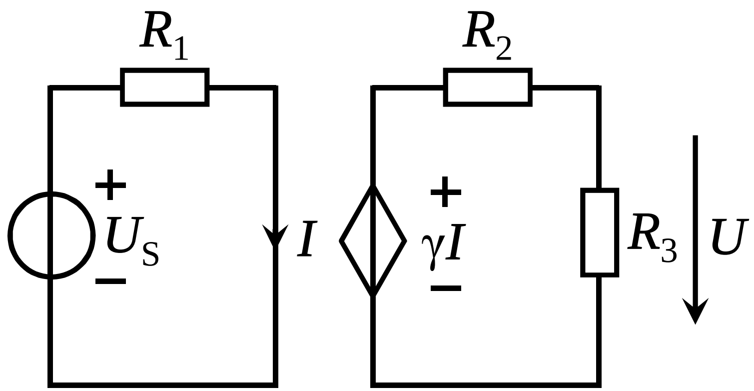
$U_{ad} = U_1 - U_2 + U_3 = 12\text{V}$

【例2.3】（原例1.6）

下图所示电路。

已知：$U_S = 10V$， $R_1 = R_2 = R_3 = 10\Omega$， $\gamma = 10\Omega$。

求：R_3 上电压。



解：控制源： $I = \dfrac{U_S}{R_1} = 1A$

受控源： $\gamma I = 10V$

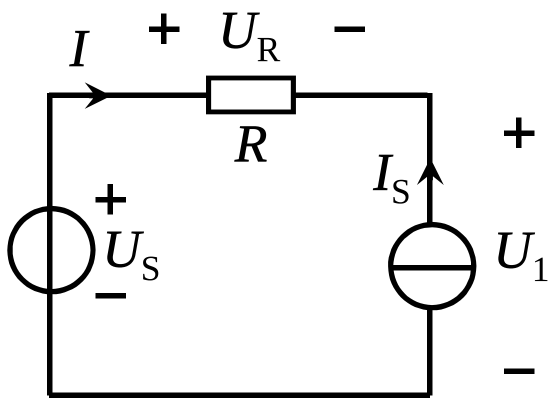
R_3 上电压： $U = \gamma I \times \dfrac{R_3}{R_2 + R_3} = 5V$

【例2.4】（原例1.4）

右图所示电路。

已知：$U_S = 10\text{V}$，$I_S = 2\text{A}$， $R = 10\ \Omega$。

求：电阻、电压源和电流源的功率。



解：根据 $I = -I_S = -2\text{A}$， $U_R = I \times R = -20\text{V}$

所以，电阻功率为： $P_R = U_R \times I = 40\text{W}$ （吸收功率）

电压源功率为： $P_U = U_S \times I = -20\text{W}$ （吸收功率）

根据 $U_1 = -U_R + U_S = 30\text{V}$

所以，电流源功率为：$P_1 = U_1 \times I_S = 60\text{W}$ （发出功率）

v 等效电路

- ü 等效：电路的端口特性方程（一般指伏安特性方程）相同。
  （内部结构等却可完全不同）

- ü 等效变换法：根据端口电压电流关系相同原则，将一个复杂的电路等效为一个简单电路，从而简化分析。

- ü 等效：对外（端钮以外）有效，对内不成立；
  等效电路与外部电路无关。

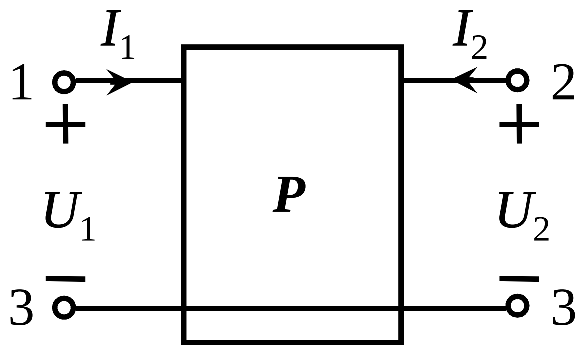
- ü 等效变换注意点：
  （1）变换条件：等效后的端口（电压、电流）特性不变。
  （2）变换对象：外电路（未被等效部分）的端口特性。
  （3）变换目的：简化电路，简化分析。

Ø 无源电路等效

ü 无源一端口电路等效：

在端口外施加激励源，在满足关联参考方向的情况下，测出端电压与端电流之比（即入端电阻）；

只要入端电阻相同，则说明电路等效。



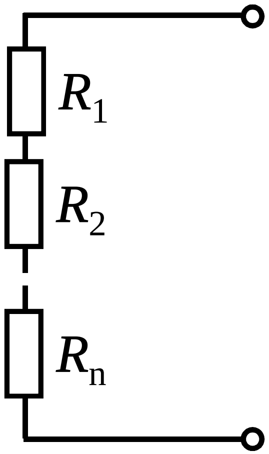
ü 无源三端电路等效：以第 3 端为参考点，结合双口网络的输入、输出端口概念，分别采用无源一端口电路等效法。

ü 以双口网络的开路参数方程 $\begin{cases} U_1 = R_{11}I_1 + R_{12}I_2 \\ U_2 = R_{21}I_1 + R_{22}I_2 \end{cases}$ 为例：

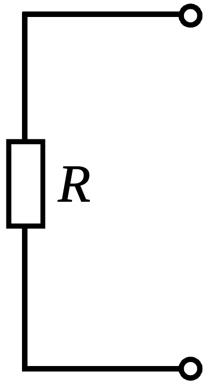
只要变换后仍满足这一方程，则变换后的电路即为原电路的等效。

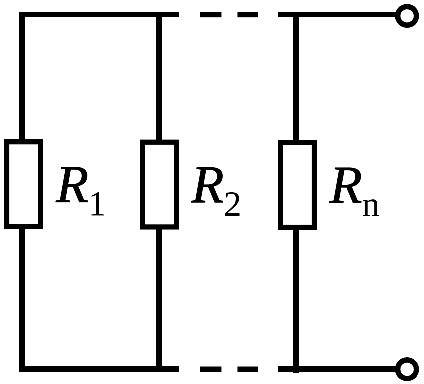
无源电路等效（电阻）

- 简单无源一端口电阻电路（网络）等效：
  电阻的串并联。



$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

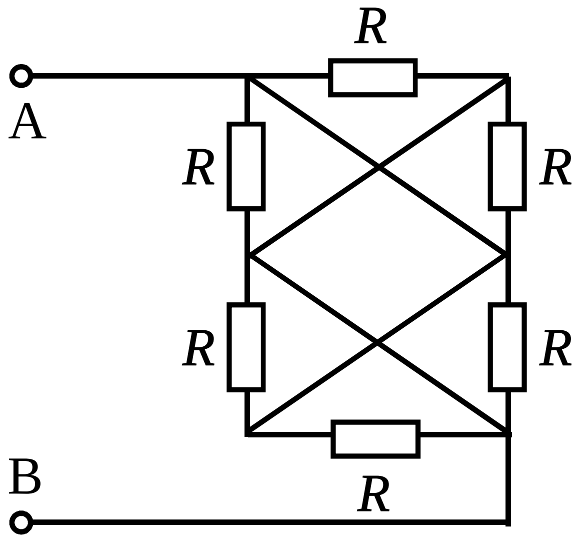




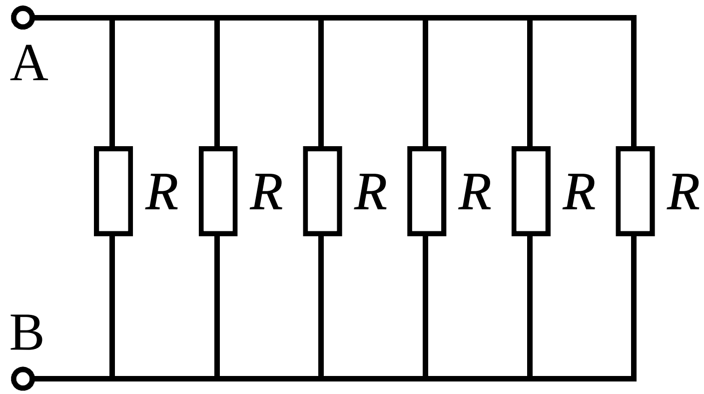
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

【例2.5】

求下图所示电路中：A、B 两点间的等效电阻。

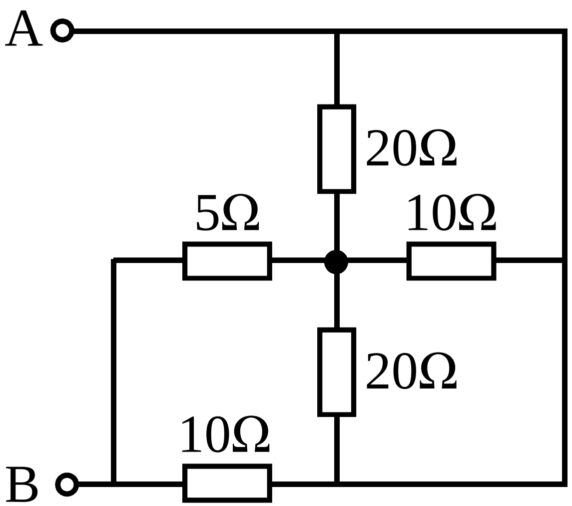


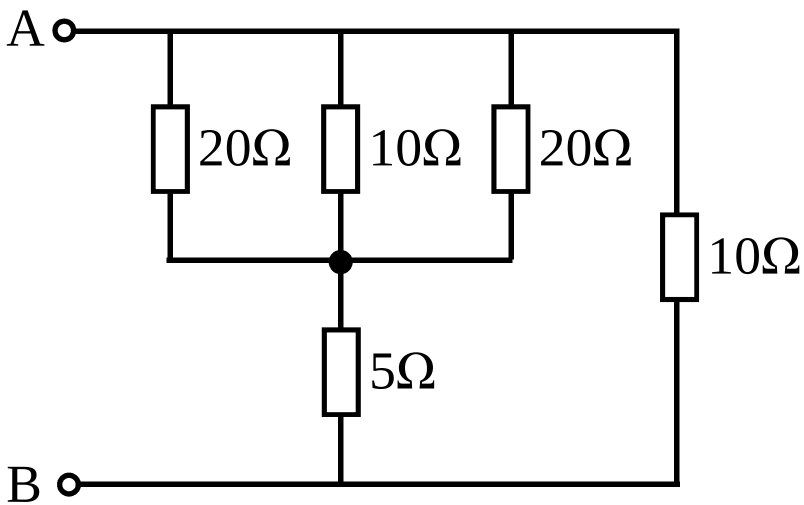
$$R_{\mathrm{AB}} = \frac{R}{6}$$



【例2.6】

求下图所示电路中：A、B 两点间的等效电阻。

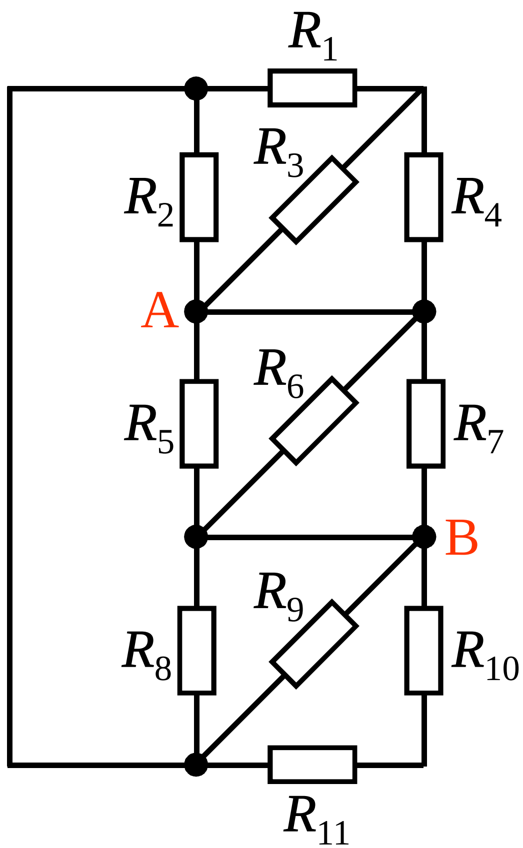


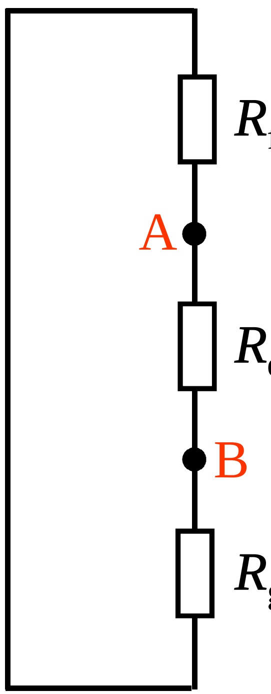


$$R_{AB} = (20 // 10 // 20 + 5) // 10$$

【例2.7】

求下图所示电路中：A、B 两点间的等效电阻。





$$R_f = R_2 // (R_1 + R_3 // R_4)$$

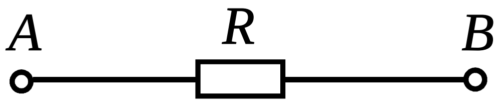
$$R_d = R_5 // R_6 // R_7$$

$$R_g = R_8 // R_9 // (R_{10} + R_{11})$$

$$R_{AB} = (R_f + R_g) // R_d$$

Ø 无源电路等效（等位点）

ü 复杂（特殊）无源一端口电阻电路（网络）等效。



ü 仅当 $R = 0$ 时，A、B 两点的电位才相等，则称 A、B 为强迫等位点。

ü 当 R 从 0 至∞变化时，若 A、B 两点的电位始终相等，则称 A、B 为自然等位点 。

ü 如果 A、B 为自然等位点，则 R 可以为 0 或∞。
（即，无论 A、B 之间短接或开/断路，对外界电路而言是等效的）

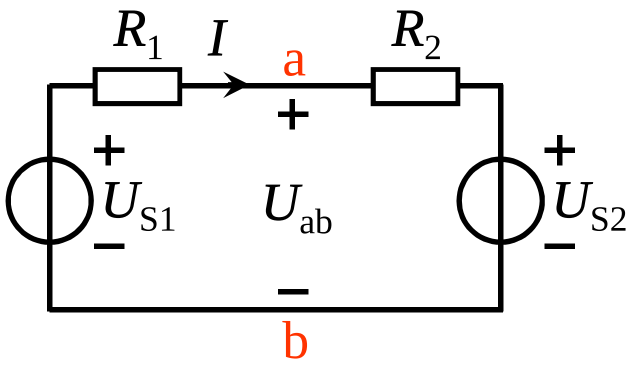
ü 简化规则：
电路中某一条支路电流为零，则该支路可开路；
电路中某一条支路电压为零，则该支路可短路。

【例2.8】

右下图所示电路。

已知：$U_{S1}=1\text{V}$，$R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$。

求：当 U_{S2} 分别为2V、-2V 时，a、b 两点的电位关系。



解：$$I=\frac{U_{S1}-U_{S2}}{R_1+R_2}$$

$$U_{ab}=U_{S1}-R_1\cdot I$$

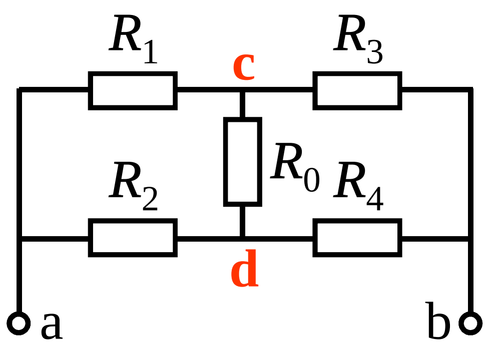
当 $U_{S2}=2\text{V}$ 时：$I=-\dfrac{1}{3}\text{A}$，$U_{ab}=\dfrac{4}{3}\text{V}$

（强迫等位点）

当 $U_{S2}=-2\text{V}$ 时：$I=1\text{A}$，$U_{ab}=0\text{V}$

（自然等位点）

Ø 无源电路等效（平衡电桥）



ü 自然等位点的应用：桥型电阻。

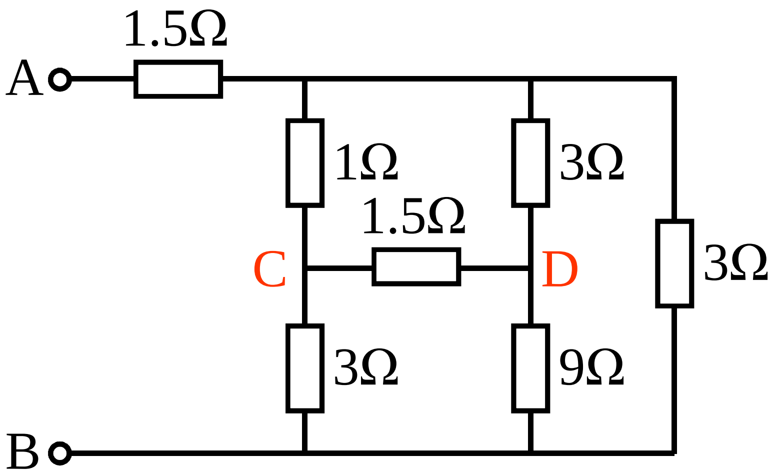
ü 当满足平衡条件：
$R_1 \times R_4 = R_2 \times R_3$ 时，c、d 为自然等位点。

ü 此时，a、b 间等效电阻为：

$$R_{ab} = (R_1 + R_3) // (R_2 + R_4) \quad \text{或} \quad R_{ab} = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$$

【例2.9】

求下图所示电路中：A、B 两点间的等效电阻。



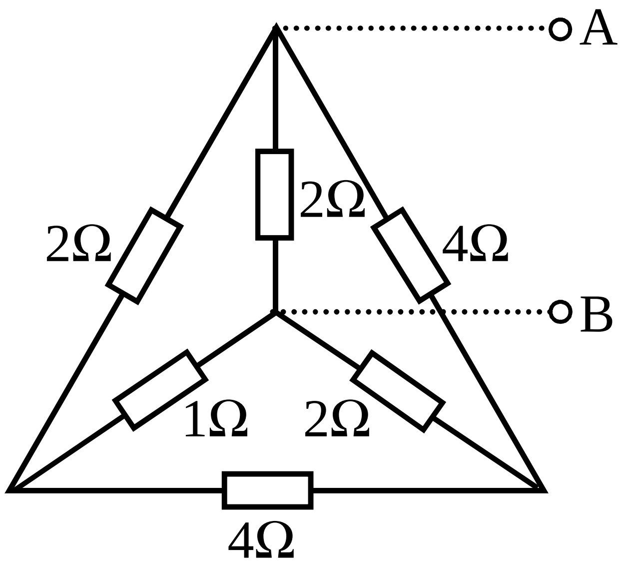
解：C、D 两点为自然等位点。

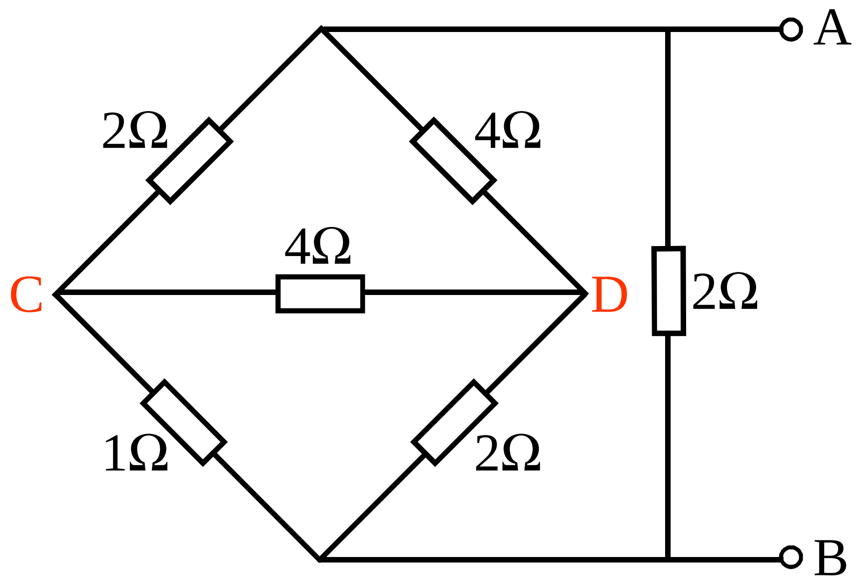
所以：$R_{\mathrm{AB}} = 1.5 + \left[(1+3)//(3+9)\right]//\,3 = 3\Omega$

或：$R_{\mathrm{AB}} = 1.5 + \left[(1//3 + 3//9\right]//\,3 = 3\Omega$

【例2.10】

求下图所示电路中：A、B 两点间的等效电阻。





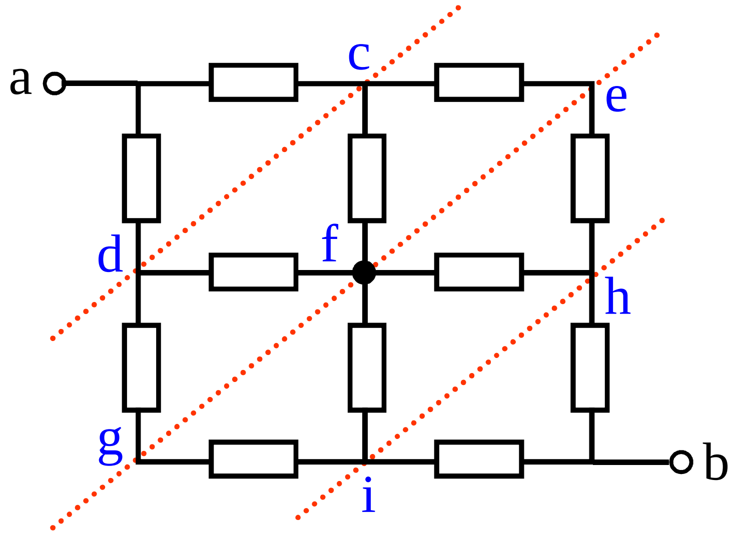
解：C、D 两点为自然等位点。

所以：$R_{\mathrm{AB}} = \left[(4+2)//(2+1)\right]//\ 2 = 1\Omega$

或：$R_{\mathrm{AB}} = \left[(4//2+2//1\right]//\ 2 = 1\Omega$

【例2.11】

求下图所示电路中：a、b 两点间的等效电阻（所有的电阻均为 R）。



解：利用对称性，

c、d 是自然等位点，e、f、g 是自然等位点，h、i 是自然等位点。

所以：$R_{AB}=\dfrac{R}{2}+\dfrac{R}{4}+\dfrac{R}{4}+\dfrac{R}{2}=\dfrac{3R}{2}$

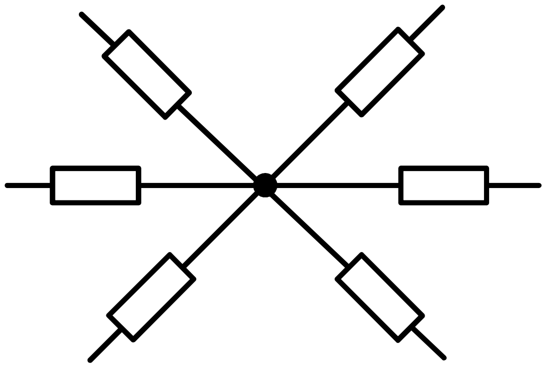
Ø 无源电路等效（星形～网形）

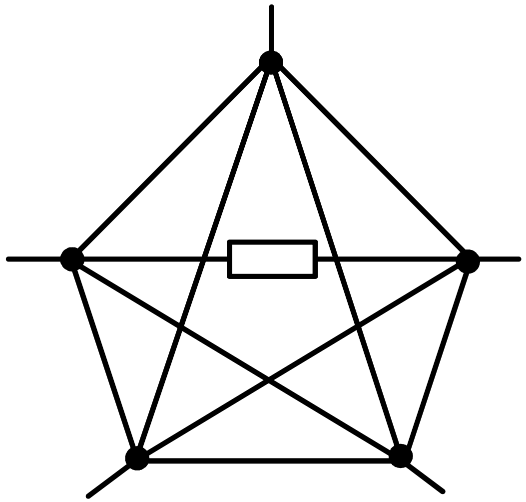
ü 星形联接：

电路中所有支路的一端联接于一个公共点，另一端与外电路联接。

ü 网形联接：

电路中所有节点间均联接有一条支路，所有节点均与外电路联接。





当支路（节点）数等于3时，即为Y～△形

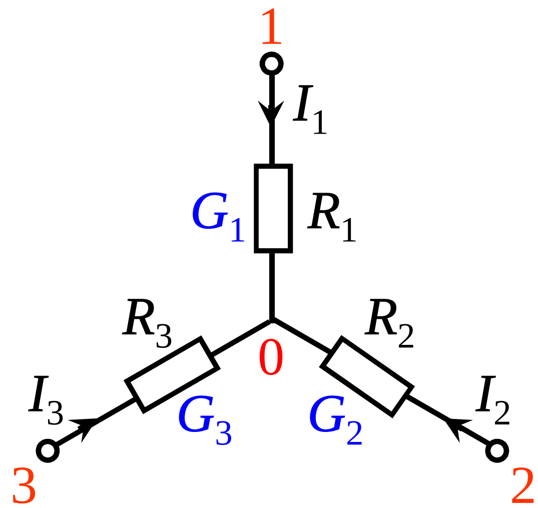
Ø 无源电路等效（Y ~△）

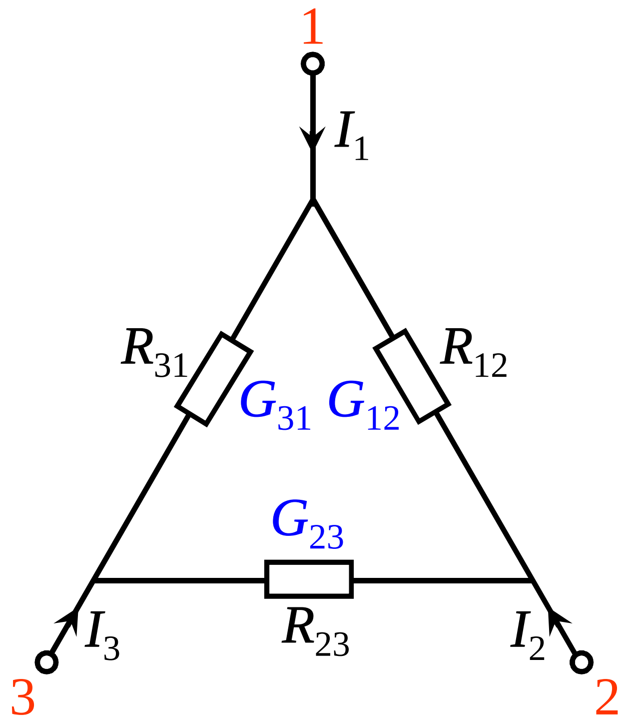
ü 星形联接：$\begin{cases} I_1 = G_1 \cdot (U_1 - U_0) \\ I_2 = G_2 \cdot (U_2 - U_0) \\ I_3 = G_3 \cdot (U_3 - U_0) \end{cases}$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$U_0 = \frac{G_1 U_1 + G_2 U_2 + G_3 U_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} U_{12} + \dfrac{G_1 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} U_{13} \\ I_2 = \dfrac{G_2 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} U_{21} + \dfrac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} U_{23} \\ I_3 = \dfrac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} U_{31} + \dfrac{G_3 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} U_{32} \end{cases}$$



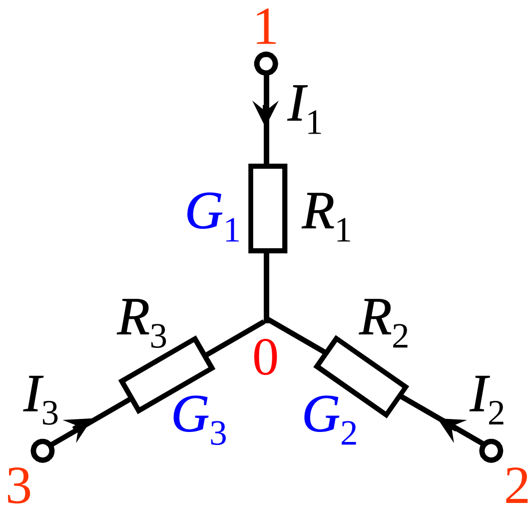


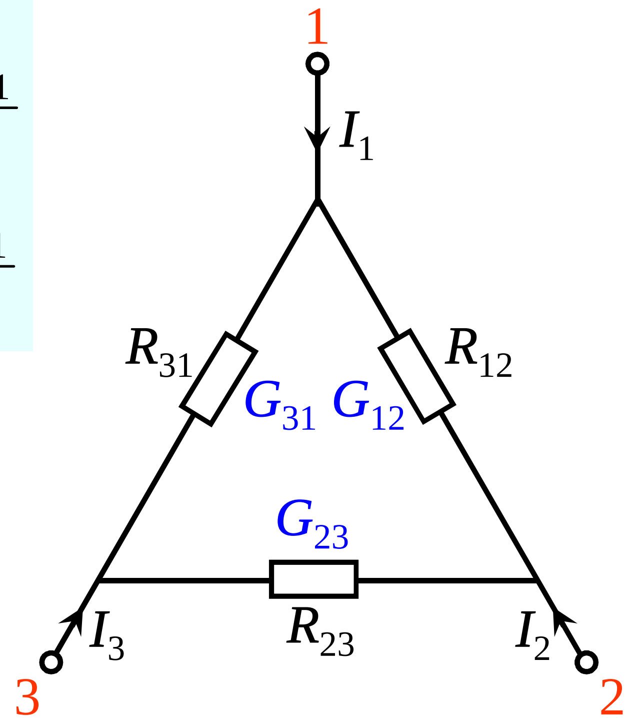
Ø 无源电路等效（Y ~△）

ü 三角形联接：$\begin{cases} I_1 = G_{12}U_{12} + G_{31}U_{13} \\ I_2 = G_{12}U_{21} + G_{23}U_{23} \\ I_3 = G_{23}U_{32} + G_{31}U_{31} \end{cases}$

$$\begin{cases} G_{12} = \dfrac{G_1G_2}{G_1+G_2+G_3} \\ G_{23} = \dfrac{G_2G_3}{G_1+G_2+G_3} \\ G_{31} = \dfrac{G_3G_1}{G_1+G_2+G_3} \end{cases} \qquad \begin{cases} R_{12} = \dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} = \dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} = \dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{G_1G_2}{G_1+G_2+G_3}U_{12} + \dfrac{G_1G_3}{G_1+G_2+G_3}U_{13} \\ I_2 = \dfrac{G_2G_1}{G_1+G_2+G_3}U_{21} + \dfrac{G_2G_3}{G_1+G_2+G_3}U_{23} \\ I_3 = \dfrac{G_3G_1}{G_1+G_2+G_3}U_{31} + \dfrac{G_3G_2}{G_1+G_2+G_3}U_{32} \end{cases}$$





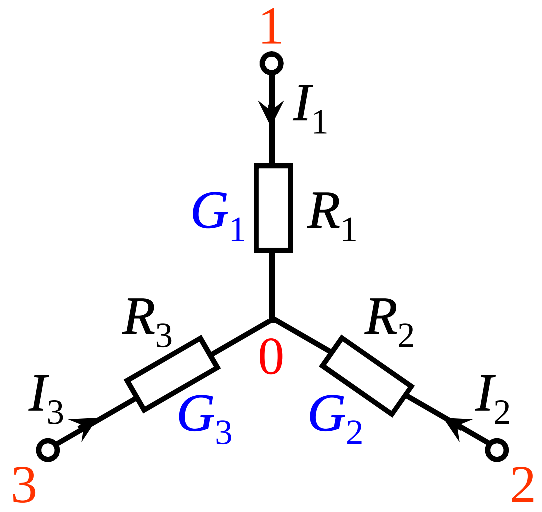
Ø 无源电路等效（Y ~△）

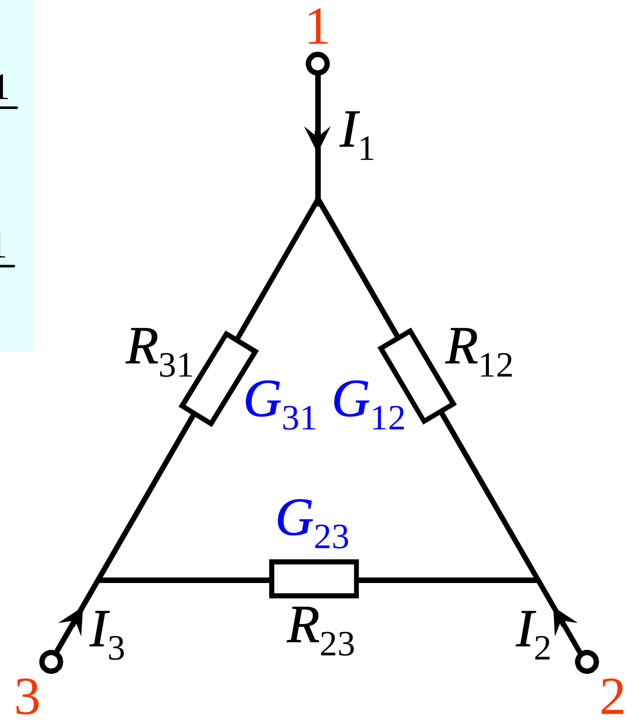
ü Y→△： $R_{\Delta} = \dfrac{R_{Y}\text{两两相乘之和}}{R_{Y}\text{相对电阻}}$

$$\begin{cases} R_{12} = \dfrac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} = \dfrac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} = \dfrac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} \end{cases}$$

若：$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$ （对称星形），

则：$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta} = 3R_Y$ 。





Ø 无源电路等效（△～Y）

ü 若断开 3 端，则 1—2 端电阻应相等。即：

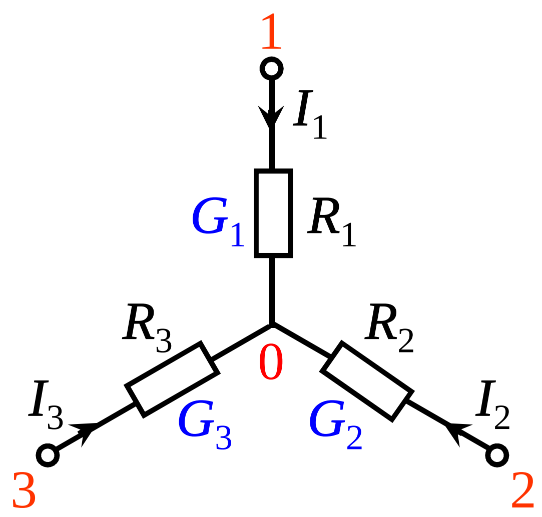
$$R_1 + R_2 = R_{12} // (R_{23} + R_{31}) = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

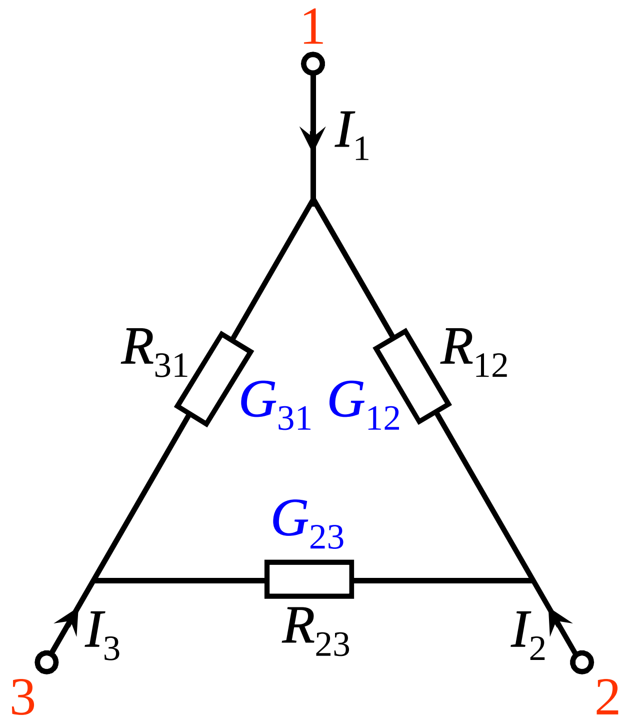
ü 同理，分别断开 1 端和 2 端，有：

$$R_2 + R_3 = R_{23} // (R_{12} + R_{31}) = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 + R_1 = R_{31} // (R_{23} + R_{12}) = \frac{R_{31}(R_{23} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

ü 求解可得。





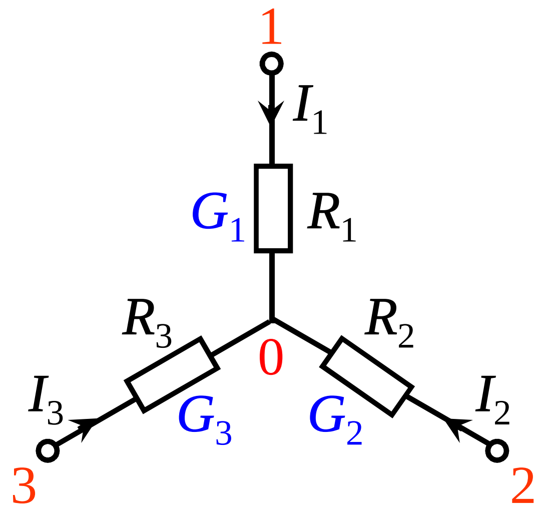
Ø 无源电路等效（△～Y）

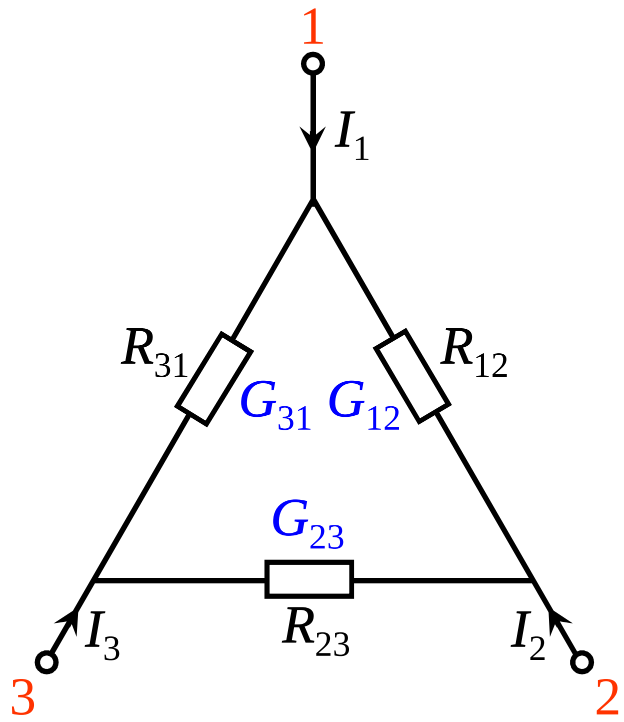
ü △→Y： $R_Y = \dfrac{R_\Delta \text{相邻电阻相乘}}{R_\Delta \text{电阻和}}$

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

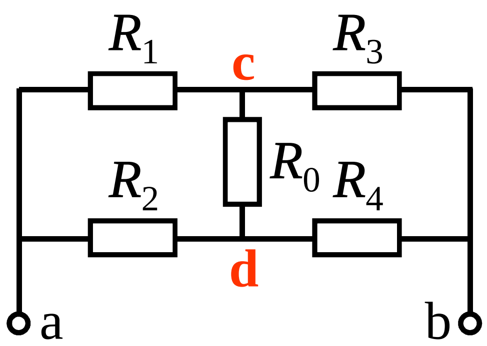
若：$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta$（对称三角形），

则：$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y = R_\Delta/3$ 。





Ø 无源电路等效（非平衡电桥）



ü 当满足平衡条件：

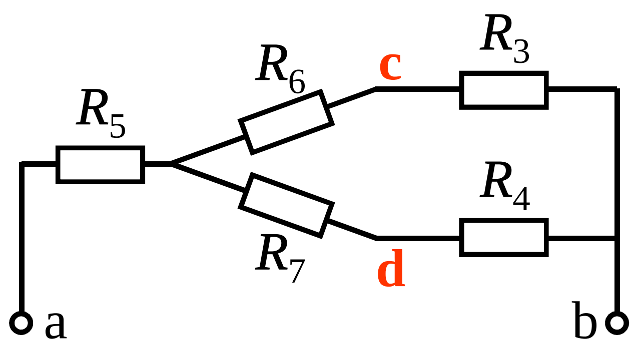
$R_1 \times R_4 = R_2 \times R_3$ 时，c、d 为自然等位点。

ü 此时，a、b 间等效电阻为：

$R_{ab} = (R_1 + R_3) // (R_2 + R_4)$ 或 $R_{ab} = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$

ü 当不满足平衡条件：

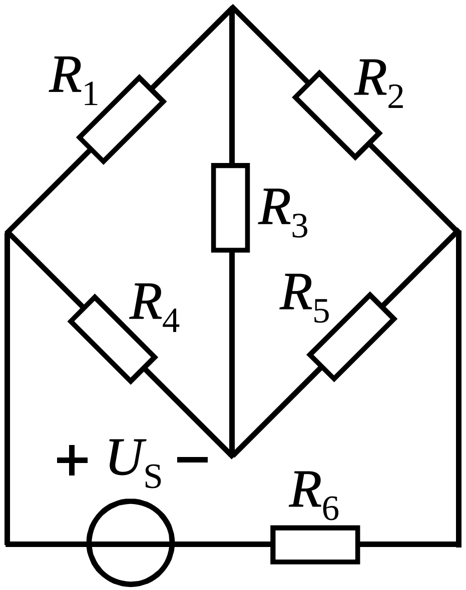
$$\begin{cases} R_5 = \dfrac{R_1 R_2}{R_0 + R_1 + R_2} \\ R_6 = \dfrac{R_0 R_1}{R_0 + R_1 + R_2} \\ R_7 = \dfrac{R_2 R_0}{R_0 + R_1 + R_2} \end{cases}$$

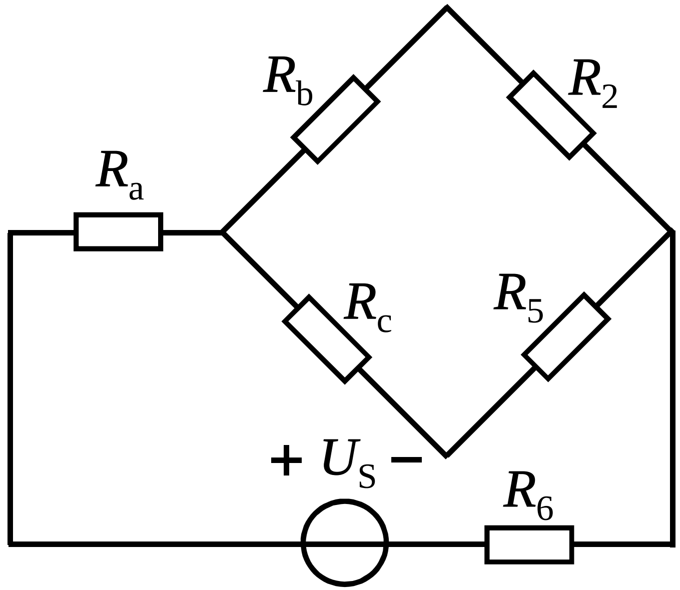


$$R_{ab} = R_5 + (R_3 + R_6) // (R_4 + R_7)$$

【例2.12】

分析下图所示电路。

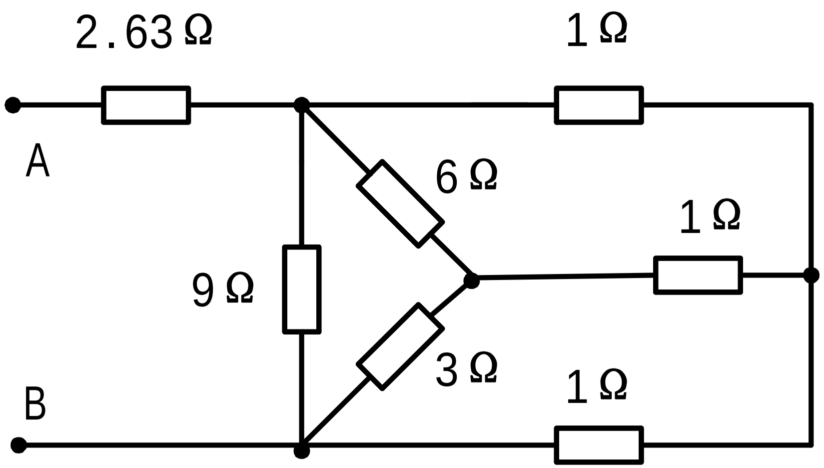


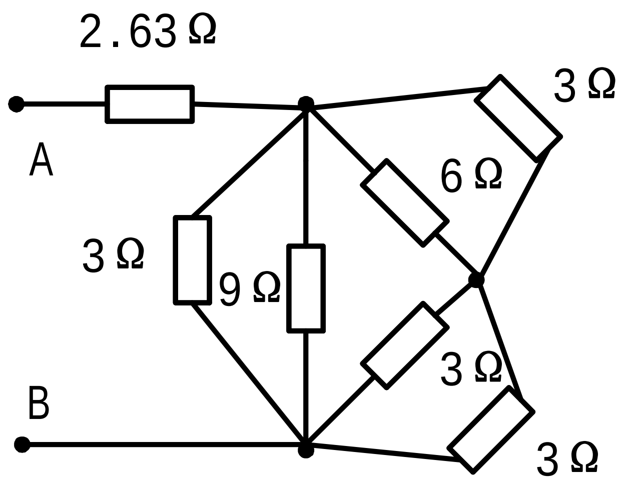


把三角形连接的 R_1、R_3 、R_4 转换为星形连接 R_a、R_b 、R_c 。

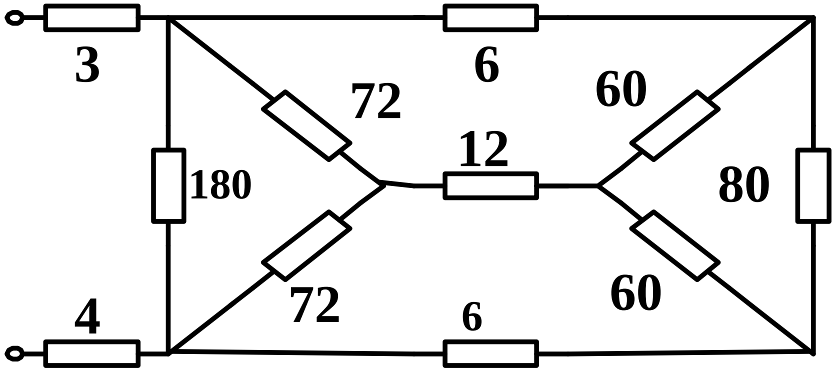
（也可以 R_2、R_3 、R_5 转换成星形连接）

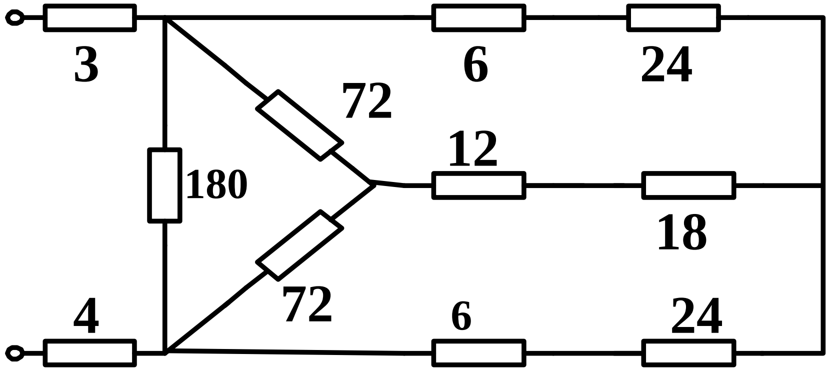
【例2.13】

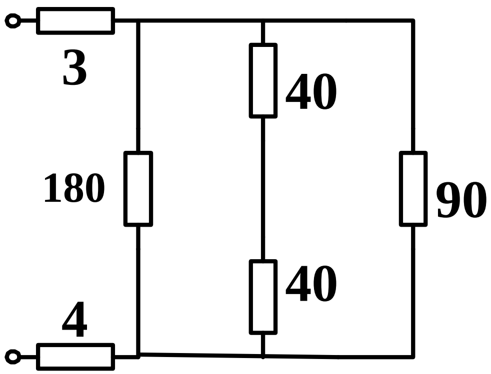


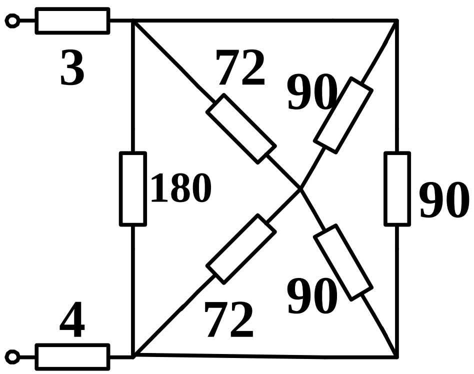


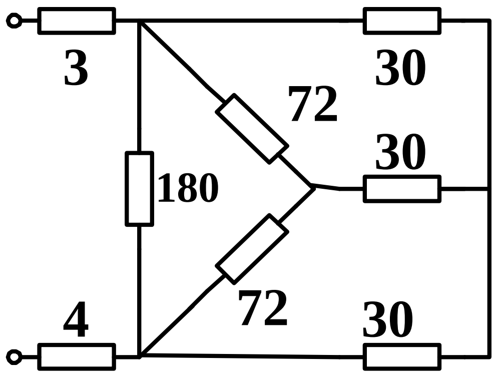
【例2.14】











也可以继续将左三角形连接转换为星形连接，或利用平衡电桥

Ø 有源电路等效

ü 有源一端口电路等效：仿照前述无源等效，但要求电路内部不含独立电源（即短路独立电压源，开路独立电流源）。

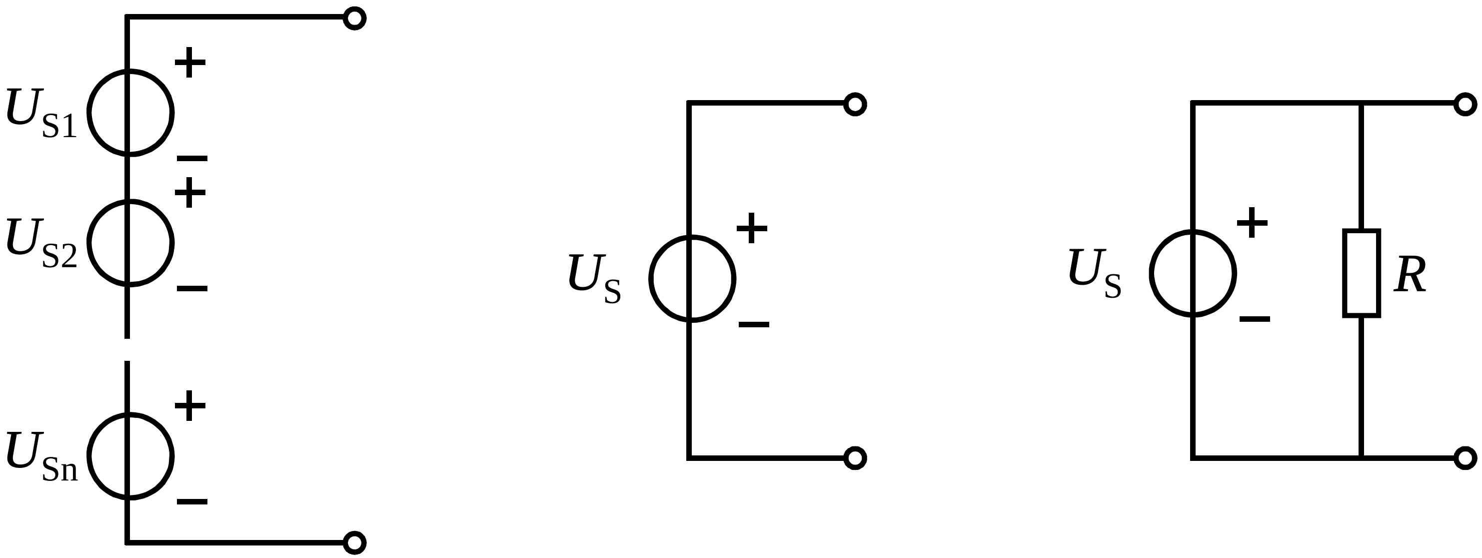
ü 在端口外施加激励源，在满足关联参考方向的情况下，测出端电压与端电流之比（即入端电阻）。

Ø 电源等效（理想电压源）

ü n 个理想电压源串联，可用一个理想电压源等效，且满足：$U_S = \sum_{k=1}^{n} U_{Sk}$

ü 1 个理想电压源与其它类型支路并联时，可用原理想电压源等效。（输出电流叠加，KCL）

ü 仅当 n 个理想电压源大小、极性均相同时，才能并联。

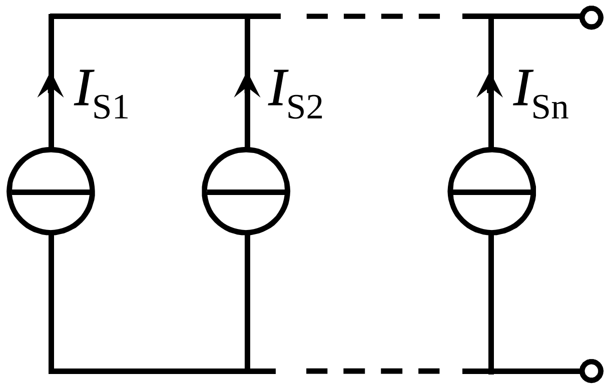


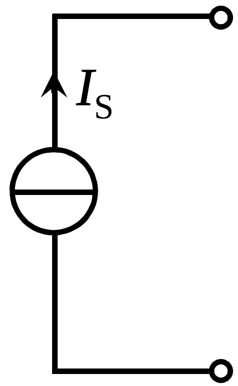
Ø 电源等效（理想电流源）

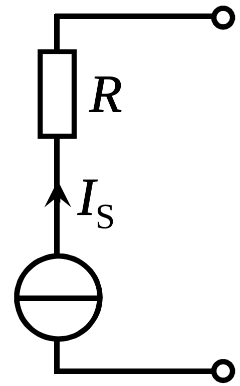
ü n 个理想电流源并联，可用一个理想电流源等效，且满足：$I_S = \sum_{k=1}^{n} I_{Sk}$

ü 1 个理想电流源与其它类型支路串联时，可用原理想电流源等效。（输出电压叠加，KVL）

ü 仅当 n 个理想电流大小、极性均相同时，才能串联。

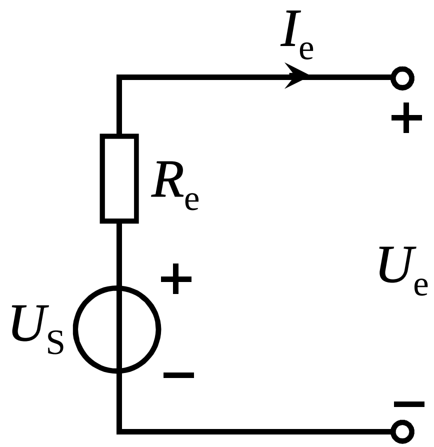


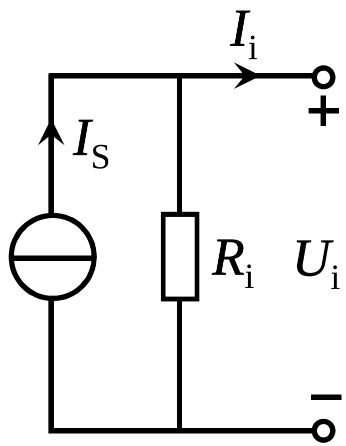




电源等效（非理想电源）

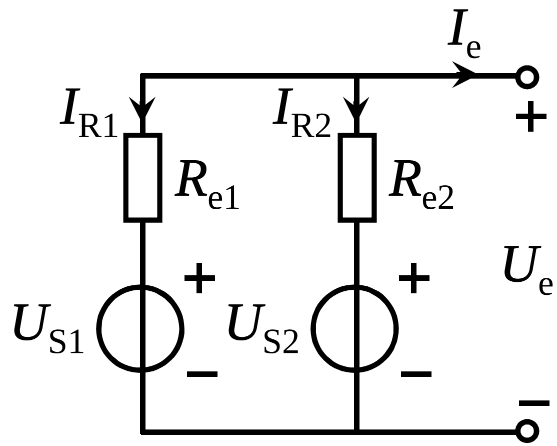
- 非理想电压源、非理想电流源模型：





- 当端口特性（$U_e \sim I_e$，$U_i \sim I_i$）相同时，两个模型可以等效。
- 根据：$\begin{cases} U_e = U_S - R_e I_e \\ U_i = R_i I_S - R_i I_i \end{cases}$，得等效条件：$\begin{cases} R_e = R_i \\ U_S = R_i I_S \end{cases}$ （注意参考方向）
- 适用于受控源的等效（注意不能消除控制变量）；
  理想电压源、理想电流源不能等效；

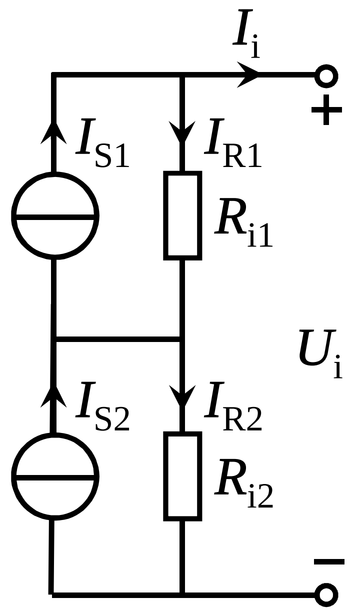
Ø 电源等效（非理想电源）



ü 非理想电压源并联

KVL： $U_e = U_{S1} + R_{e1} I_{R1} = U_{S2} + R_{e2} I_{R2}$

KCL： $I_e = -I_{R1} - I_{R2}$



ü 非理想电流源串联

KVL： $U_i = R_{i1} I_{R1} + R_{i2} I_{R2}$

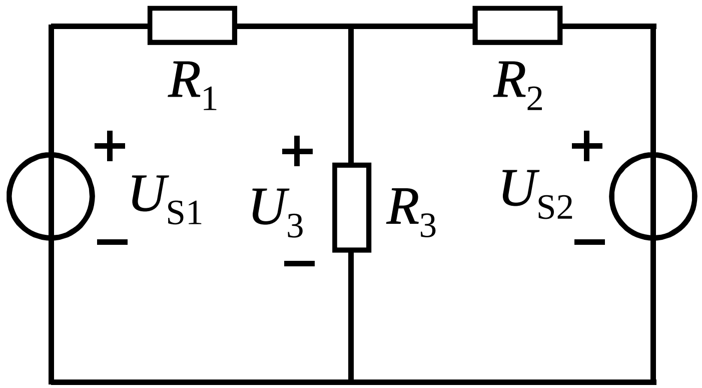
KCL： $I_i = I_{S1} - I_{R1} = I_{S2} - I_{R2}$

【例2.15】

分析右图所示电路

（U_{S1}、U_{S2}、R_1、R_2、R_3 已知）。

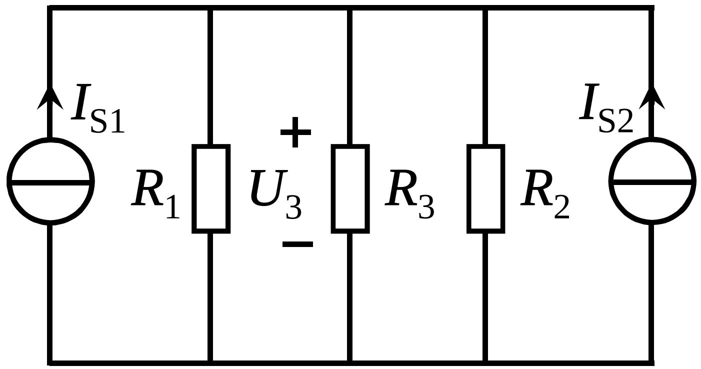
求：U_3。



解：将电压源等效为电流源。

根据 KCL，得：

$$U_3 = (I_{S1} + I_{S2}) \cdot (R_1 \,//\, R_2 \,//\, R_3)$$

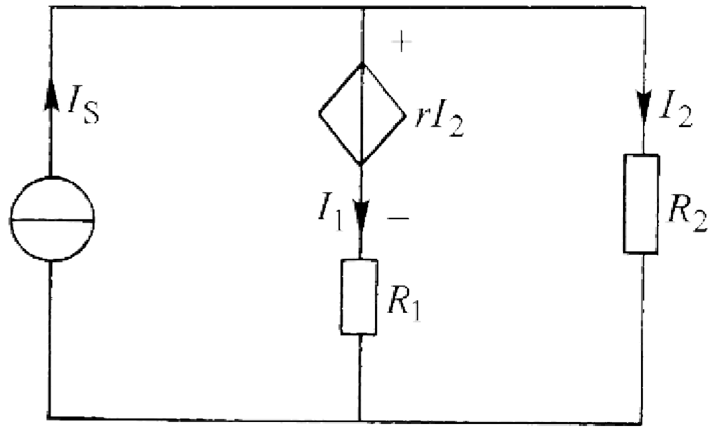


【例2.16】

分析右图所示电路。

（I_S、R_1、R_2、r 已知）

求：I_1、I_2。



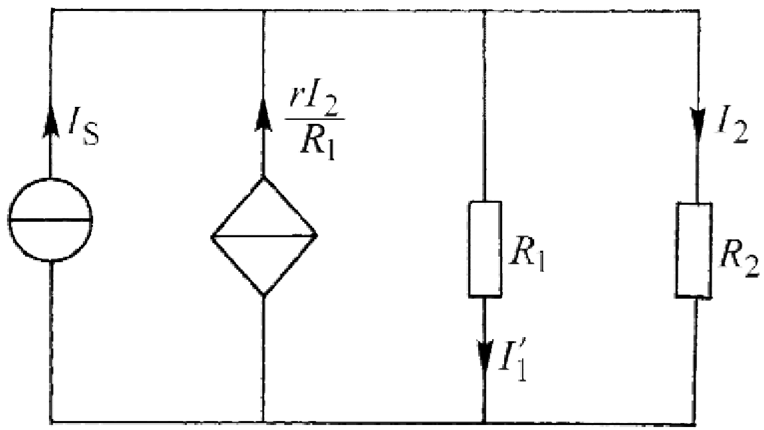
解：将 CCVS 等效为 CCCS 。

根据 KCL，得：

$$I_S + \frac{rI_2}{R_1} = \frac{R_2 I_2}{R_1} + I_2$$

再根据原电路：$I_1 = I_S - I_2$

或根据等效电路：$I_1 = \dfrac{R_2 I_2}{R_1} - \dfrac{rI_2}{R_1}$



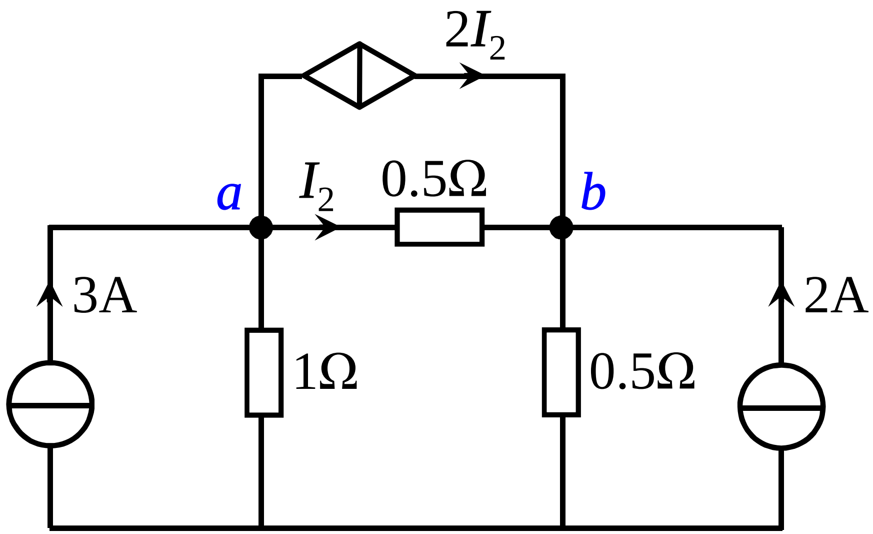
注意点：

（1）等效前后，内部电流参数变化；

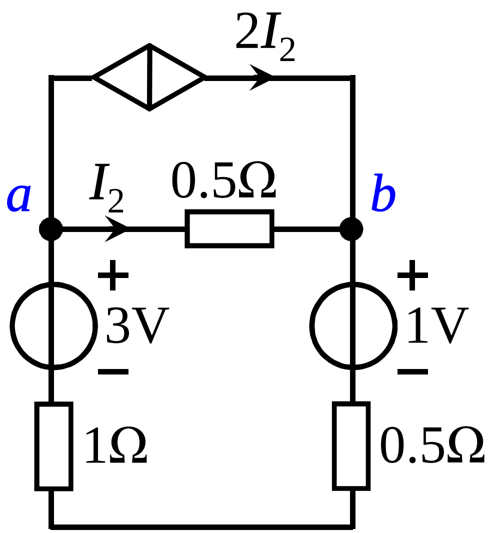
（2）不能将R_2支路等效（若等效，则消除了受控源的控制变量I_2）。

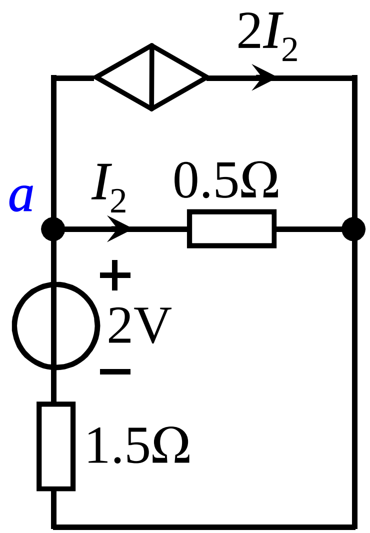
【例2.17】

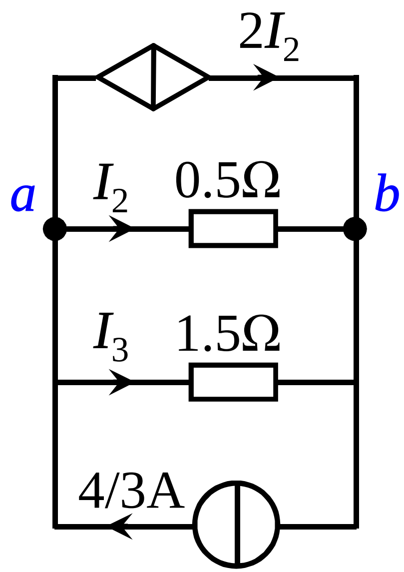
分析右图所示电路，求：I_2。



$$\begin{cases} 2I_2 + I_2 + I_3 = \dfrac{4}{3} \\ 0.5I_2 = 1.5I_3 \end{cases}$$



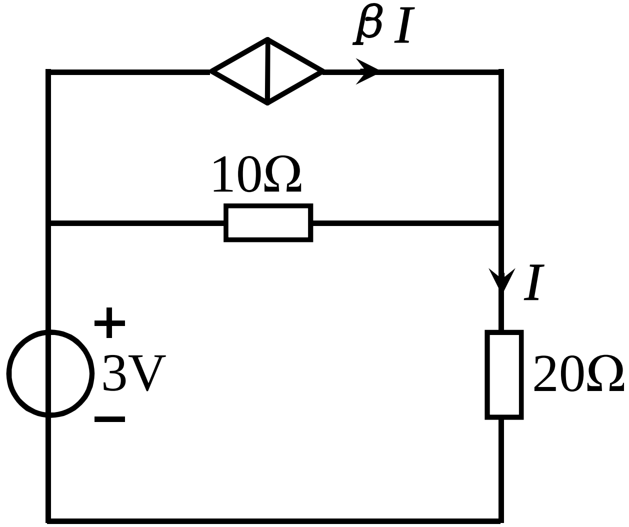




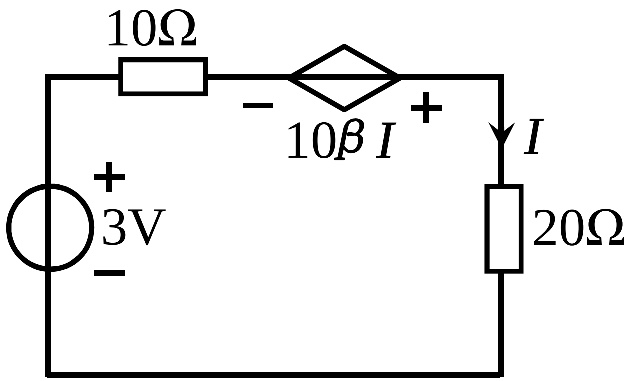
【例2.18】

分析右图所示电路。

当 β 从 2 逐步增加至 3 时，求：I。



解：将受控电流源等效为受控电压源。



根据 KVL，得：$(10+20)I=3+10b\,I$

即：$I=\dfrac{3}{30-10b}$

若 $\beta=2$，$I=0.3\text{A}$

当 β 增加，I 随之增加。

若 $\beta=3$，$I\rightarrow\infty$

<u>此时，电路或有损坏，或有器件参数变化。</u>

v 本节作业

- ü 习题 2（P64）

  4、5、8

  （基尔霍夫定律）

<u>所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。</u>

- 本节作业

  - 习题 4（P168）

    2、5、8

    （等效变换）

所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。