期末复习题六

2019年12月21日 星期六　　下午5:08

一、计算下列n阶行列式的值

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ x & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ x & x & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ x & x & x & \cdots & 1 & 2 \\ x & x & x & \cdots & x & 1 \end{vmatrix}$$

二、设3阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，如果3阶矩阵 X 满足 $AX-X=A^2-E$，

求矩阵X。

三、设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是4个未知量的非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的3个解，且

$\alpha_1+\alpha_2=(2,2,4,6)^T$，$\alpha_1+3\alpha_3=(0,3,0,6)^T$，$r(A)=3$，求线性方程组 $Ax=b$ 的通解

四、设V是由向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,4)^T$，$\alpha_2=(0,3,1,2)^T$，$\alpha_3=(3,0,7,14)^T$，

$\alpha_4=(1,-1,2,0)^T$，$\alpha_5=(2,1,5,6)^T$ 所生成的线性空间 P^4 的一个线性子空间

(1) 证明 α_1,α_2 线性无关

(2) 求V的维数，并求出包含 α_1,α_2 的一组基(I)

(3) 再在V中求出不包含向量 α_1,α_2 的另一组基(II)

(4) 求出由基(I)到基(II)的过渡矩阵

五、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$，试问是否存在可逆矩阵P使得 $P^{-1}AP$ 是对角

矩阵？若存在，请求出P，又是否存在正交矩阵U，使得 U^TAU 是对角矩阵？

若存在请求出U。

若存在请求出U。

六、求实二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum_{j=1}^{n}x_j^2+2a\sum_{1\le j<k\le n}x_jx_k$ 的秩和符号差

七、设A,B为n阶矩阵,A的n个特征值互不相同,且AB=BA,证明:存在可逆矩阵P,使得 $P^{-1}AP$ 和 $P^{-1}BP$ 同时成对角矩阵

八、试给出方阵可相似对角化的一个充分必要条件并证明之。