



# 第六篇

## 量子物理学



## 第二十章

# 电磁辐射的量子性



## 第20章 电磁辐射的量子性

“晴朗”天空中的两朵“乌云”

以太是否存在 → 相对论的建立

黑体辐射 → 量子论的建立

### § 20-1 热辐射

#### 一. 热辐射的基本概念

**热辐射** → 物体内部带电粒子由于热运动, 在任何温度下都会辐射电磁波, 辐射的强度、波长与温度有关, 这种与温度有关的辐射称热辐射.

**平衡热辐射** → 物体辐射能等于从外界吸收的能量, 达到某恒定温度 ( $T$ )

几个基本概念

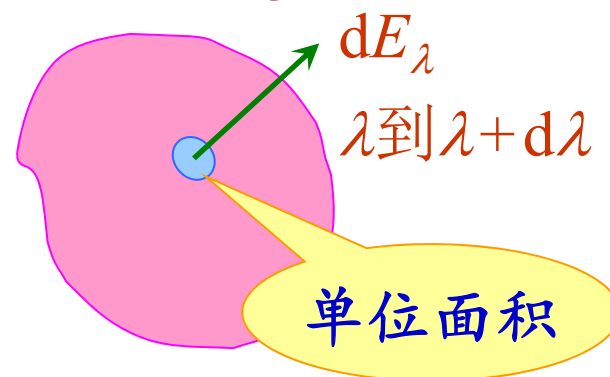
## 1. 单色辐射出射度(简称单色辐出度)

设物体单位时间内, 单位表面上发射的波长在 $\lambda$ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围的辐射能 $dE_\lambda$  .

则物体单位时间内, 从单位表面上发射的单位波长范围的辐射能称为单色辐出度:

$$M_\lambda(T) = \frac{dE_\lambda}{d\lambda}$$

$M_\lambda(T)$  与温度 $T$ ; 与波长 $\lambda$ 有关.



## 2. 辐射出射度

在一定温度下, 物体在单位时间、单位面积上辐射的各种波长的辐射能之和称辐射出射度:

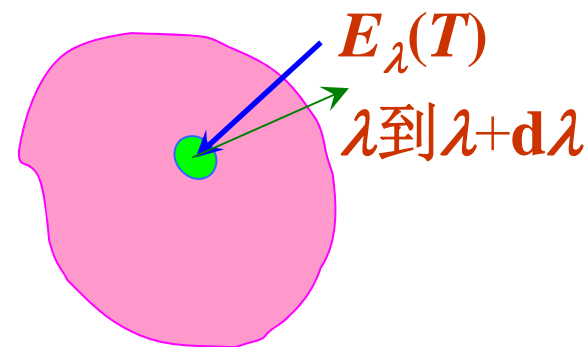
$$dE_\lambda = M_\lambda(T) d\lambda$$

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$

### 3. 吸收系数 反射系数

#### a. 单色吸收系数和反射系数

波长在 $\lambda$ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围



吸收系数： $a(\lambda, T) = \frac{\text{被物体吸收的辐射能}}{\text{投射于物体的总辐射能}}$

反射系数： $r(\lambda, T) = \frac{\text{被物体反射的辐射能}}{\text{投射于物体的总辐射能}}$

物体的吸收系数、反射系数都与温度 $T$ 和波长 $\lambda$ 有关，因而温度一定时有相应的单色吸收与反射系数。

对不透明物体： $a(\lambda, T) + r(\lambda, T) = 1$

## b. 绝对黑体

一般物体  $a < 1$ , 如  $a_\lambda \equiv 1$  称为绝对黑体, 绝对黑体是理想化的, 它能够将任何温度下, 任何波长的辐射能全部吸收.

(i) 对任何波长都成立

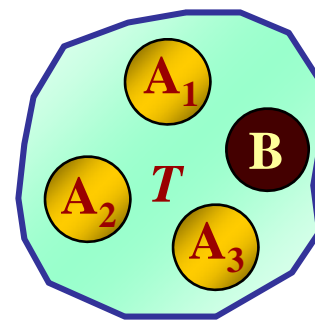
(ii) 自然界并不存在, 是理想模型

平衡热辐射有什么特点?

## 二. 基尔霍夫定律

### 1. Kirchhoff 定律

设将温度不同的物体  $A_1, A_2, A_3$  及绝对黑体  $B$  放置于一绝热, 真空的容器中, 达到平衡后, 不管系统内的物体是什么物质组成, 也不管其形状如何, 每一物体的辐射能量必定恒等于它所吸收的能量.



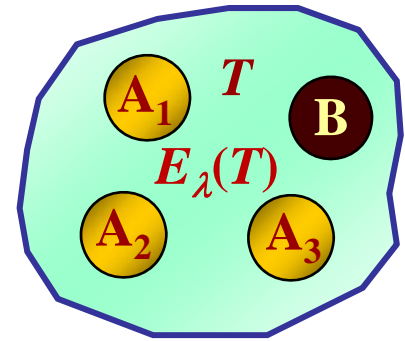
$$dE_{1\lambda} = M_{1\lambda}(T)d\lambda = dE'_{1\lambda} = E_{\lambda}(T)a_1(\lambda, T)d\lambda$$

$$dE_{2\lambda} = M_{2\lambda}(T)d\lambda = dE'_{2\lambda} = E_{\lambda}(T)a_2(\lambda, T)d\lambda$$

.....

$$dE_{B\lambda} = M_{B\lambda}(T)d\lambda = dE'_{B\lambda} = E_{\lambda}(T)a_B(\lambda, T)d\lambda$$

$$\frac{M_{1\lambda}(T)}{a_1(\lambda, T)} = \frac{M_{2\lambda}(T)}{a_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{M_{B\lambda}(T)}{a_B(\lambda, T)}$$



**Kirchhoff 定律:** 在同一温度下,各种不同物体,对任意波长的单色辐射出射度和单色吸收系数的比值都相等.

由于:  $a_B(\lambda, T) = 1$  所以:

$$\frac{M_{\lambda}(T)}{a(\lambda, T)} = M_{B\lambda}(T)$$

## 2. Kirchhoff 定律的物理意义:

- (1) 在平衡热辐射的条件下, 物体的单色辐射出射度与单色吸收系数之比与物体本身的性质无关, 对所有的物体, 这个比值是波长和温度的普适函数→就是绝对黑体的单色辐射出射度
- (2) 在平衡热辐射时, 单色辐射出射度大的, 单色吸收系数也一定较大. 故物体辐射越多, 吸收也越多.

### 融雪

- (3) 在平衡热辐射时, 绝对黑体的辐射最大  
→ 就是普适函数, 故  $M_{B\lambda}(T)$  的研究十分重要

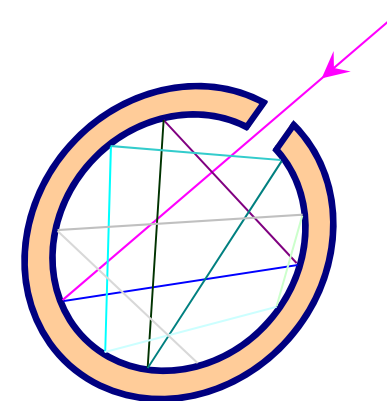


### 三. 绝对黑体的热辐射定律

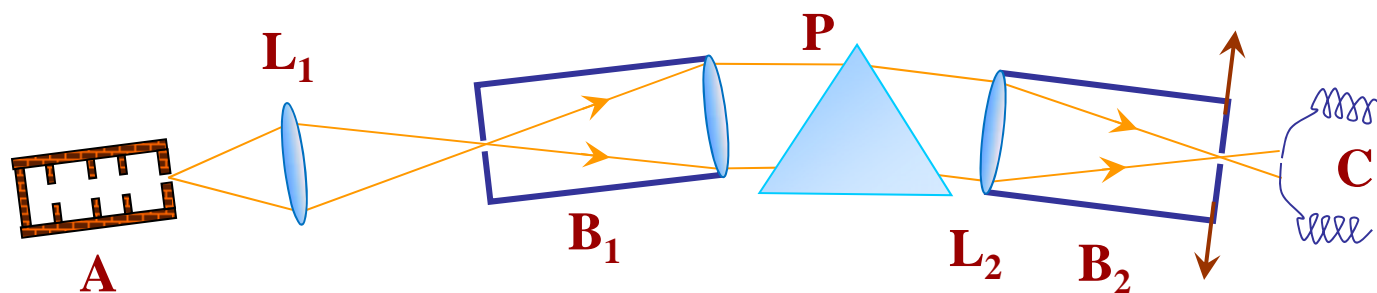
#### 1. 绝对黑体的模型 — 小孔辐射

对绝对黑体的单色辐射本领的研究,涉及热辐射的普适规律,因而特别引起人们的重视.为此特别引进了绝对黑体的模型—小孔辐射.

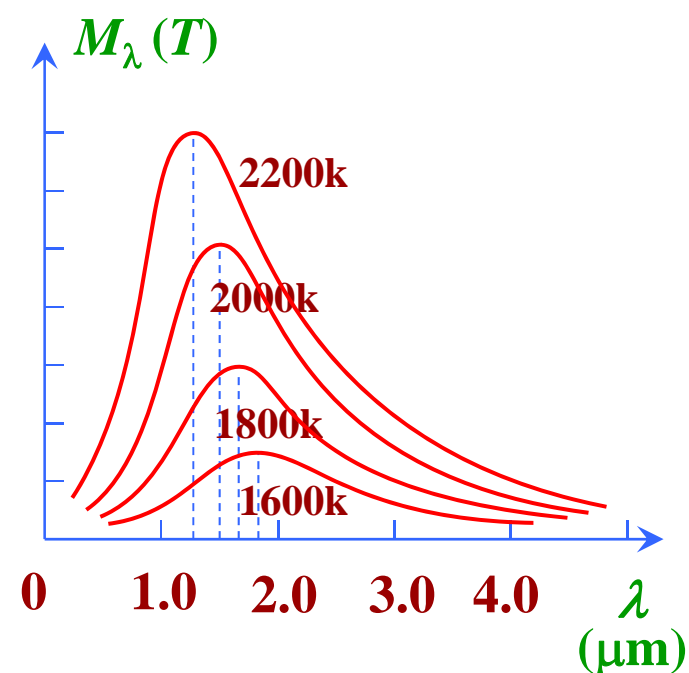
自然界最黑的物质,对太阳光的吸收系数不超过99%,而小孔黑体可达几乎100%.



测定绝对黑体辐出度的实验装置



上图中, A为绝对黑体模型, 对此模型加热, 小孔辐射电磁波, 经 $L_1$ 和平行光管 $B_1$ 成平行光到达三棱镜P, 经分光后, 经平行光管会聚于热电偶C上从而可以测出某一波长的辐射功率. 由此测定的黑体辐射出度与波长的关系曲线



## 2. 绝对黑体的实验规律

19世纪末, 对上述曲线的研究可得到两个实验定律:

## (1) 斯忒藩-玻尔兹曼定律

辐射出射度  $M_B(T)$   
→ 曲线下的面积

$$M_B(T) = \int_0^{\infty} M_{B\lambda}(T) d\lambda$$

$$= \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

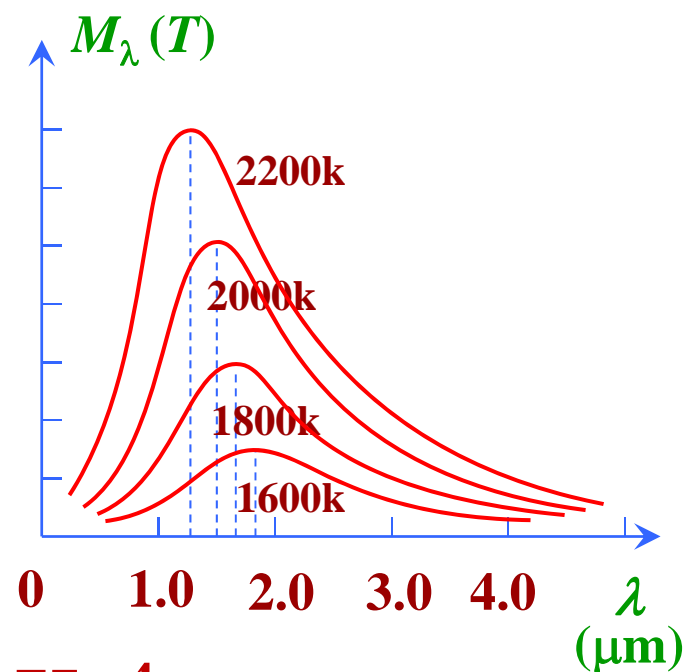
## (2) 维恩位移定律

$$T\lambda_m = b \quad \text{或}$$

$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

$$b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

该定律是红外遥感、红外热像、光测高温等技术的物理基础。



**例：**测得太阳光的峰值波长为510 nm, 求太阳表面的温度及单位表面积所发射的功率.

**解：**

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{510 \times 10^{-9}} = 5682 \text{K}$$

$$E = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times (5682)^4 = 6 \times 10^7 \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$$

**例：**人体温度310 K, 求人体表面辐射电磁波的峰值波长.

**解：**

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{310} = 9.3 \times 10^{-6} \text{ (m)} = 9.3 \mu\text{m}$$

反之, 可测定人体辐射的红外线峰值波长而知道人体表面温度, 加上成像技术, 就可制成人体红外热像仪.

**例：**在天文学中，常用斯忒藩-玻耳兹曼定律估计恒星的半径. 已知某恒星到达地球的**每单位面积上的辐射功率**为 $1.2 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$ ，恒星离地球的距离为 $4.3 \times 10^{17} \text{ m}$ ，**表面温度**为 $5200 \text{ K}$ . 若恒星辐射与黑体相似，求恒星的半径.

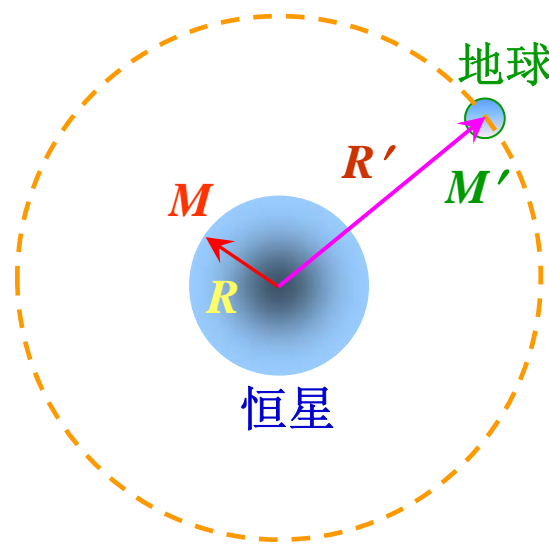
**解：**

设恒星的半径为 $R$ ，表面温度为 $T$ ，恒星到地球的距离为 $R'$ ；由斯忒藩-玻耳兹曼定律可知恒星的总辐射出射度 $M$ 为： $M = \sigma T^4$

则恒星表面辐射的总功率为：

$$P = M \cdot 4\pi R^2 = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$$

恒星辐射的能量在地球与恒星距离所成球面上，设**恒星到达地球的每单位面积上的辐射功率为 $M'$** ，则在以半径为 $R'$ 的球面上任意一点恒星的单位时间单位面积的辐射能**均为 $M'$** 。



在以半径为 $R'$ 的球面上辐射到(包括地球的)  
的总功率为

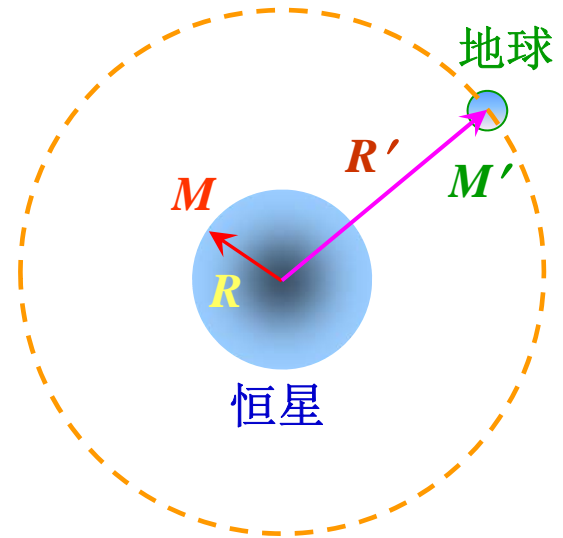
$$P' = M' \cdot 4\pi R'^2$$

$$P = P'$$

$$P = M' \cdot 4\pi R'^2 = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{M'R'^2}{\sigma T^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{1.2 \times 10^{-8} \times (4.3 \times 10^{17})}{5.67 \times 10^{-8} \times (5200)^4}} = 7.3 \times 10^9 \text{ (m)}$$



★思考题: 地球接收到的总功率怎么计算?



## § 20.2 普朗克能量量子假设

### 一. 经典物理的困难

19世纪末, 为了从理论上推导黑体辐射公式, 许多科学家从经典物理学理论出发, 提出他们的研究成果, 著名的有:

1890年, 瑞利-琼斯用能量按自由度均分原理推得公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$$

存在的问题:  $\lambda \rightarrow 0, M_{B\lambda}(T) \rightarrow \infty$

式中 $k$ 为玻耳兹曼常数,  $c$ 为真空中的光速. 瑞利-琼斯公式在波长趋于零时很快发散, 被称为“紫外灾难”.

1896年, 维恩用类似麦克斯韦分子速率分布的思想推得另一公式:

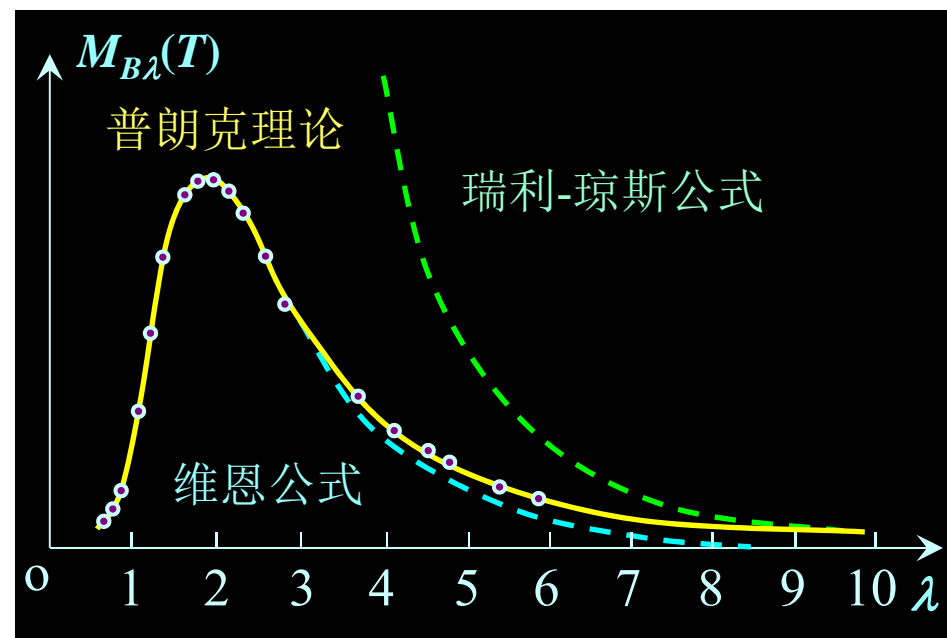
$$M_{B\lambda}(T) = \frac{c_2 e^{-c_3/\lambda T}}{\lambda^5}$$

式中 $c_2$ 、 $c_3$   
为常数.

存在的问题:

此公式在短波处与实验曲线比较符合,  
但在长波区偏差较大.

结论: 经典物理无法解决黑体辐射问题





## 二. 普朗克能量子假设

1900年,普朗克得出一个和实验完全相符的理论公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$c$ 是光速, $k$ 是玻尔兹曼常数, $e$ 是自然对数底, $h$ 是普适恒量,称**普朗克常量**, $h=6.63\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ,导出上述公式时,普朗克提出了与经典物理格格不入的假设,称**普朗克能量子假设**:

### 1. 普朗克能量子假设



- (1) 辐射体由**带电谐振子**组成, 它们振动时向外辐射电磁波并与周围电磁场交换能量.
- (2) 谐振子的能量只能处于某些**特殊状态**, 即它们的能量是某一**最小能量**的整数倍, 即  $\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots, n\varepsilon$
- (3)  $\varepsilon$  称能量子, 与振子频率  $\nu$  成正比  **$\varepsilon = h\nu$**



普朗克 (**Planck, Max**)  
**1858-1947**

## 2. 普朗克公式的推导

由普朗克假设, 再利用玻耳兹曼统计分布率求平均能量, 可导出普朗克公式:

(1) 设参与辐射的谐振子总数 $N$ , 其中能量为 $nh\nu$ 的谐振子总数为 $N_i$ , 则谐振子的平均能量为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum (nh\nu \cdot N_i)}{\sum N_i}$$

(2) 由玻耳兹曼统计分布, 能量为 $nh\nu$ 状态的谐振子数为:

$$N_i = N_0 e^{-\frac{nh\nu}{kT}}$$

(3) 经运算后可得:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

将上述能量量子代入瑞利-琼斯公式中的谐振子平均能量 $kT$ , 可得普朗克公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

$\Rightarrow$

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

### 3. 讨论

在普朗克公式中

(1) 当波长很大时:

$$\frac{hc}{kT\lambda} \ll 1$$

则

$$e^{\frac{hc}{kT\lambda}} = 1 + \frac{hc}{kT\lambda}$$

代入普朗克公式,  
得瑞利-琼斯公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4} = c_1 \lambda^{-4} T$$

(2) 当波长很小时

$$\frac{hc}{kT\lambda} \gg 1 \quad \text{则}$$

$$e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 = e^{\frac{hc}{kT\lambda}}$$

代入普朗克公式,  
得维恩公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT}$$

其中维恩公式中:

$$c_2 = 2\pi hc^2 ; \quad c_3 = hc/k$$



### (3) 普朗克公式对波长积分→斯忒藩-玻尔兹曼定律

$$\begin{aligned} M_B(T) &= \int_0^\infty M_{B\lambda}(T) d\lambda = \int_0^\infty 2\pi hc^2 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} d\lambda \\ &= \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad \text{其中: } \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \end{aligned}$$

### (4) 对普朗克公式求导→维恩位移定律

$$\frac{dM_{B\lambda}(T)}{d\lambda} = 0 \quad \text{得:} \quad \lambda_m = \frac{hc}{4.9651k} \frac{1}{T}$$

$$\text{即: } T\lambda_m = b$$

$$\text{其中: } b = \frac{hc}{4.9651k}$$

#### 4. 普朗克量子假设的重要意义

- (1) 圆满地解决了黑体辐射的问题
- (2) 首次提出能量量子化的假设,奠定了近代物理学的基础,揭开了物理学史上第三次革命的序幕.
- (3) 改变了人们观察世界的视角.

电荷的量子化

数字世界 → 时间的量子化和信息的量子化

统一时钟

比特 (bit)

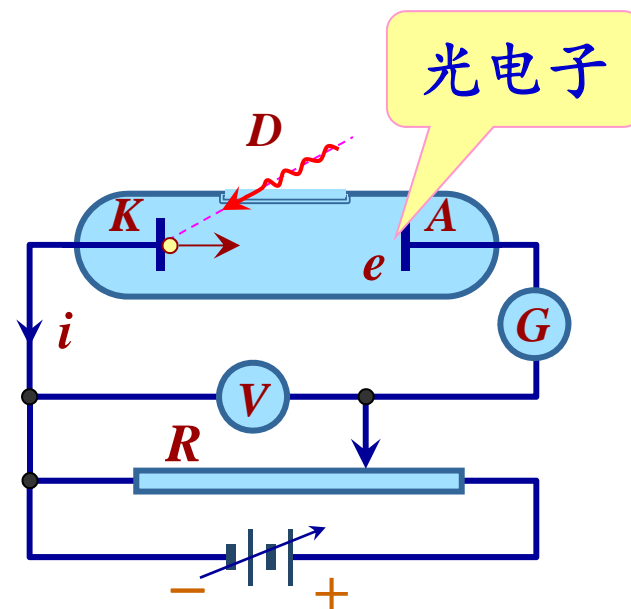
## § 20-3 光电效应

### 一. 光电效应实验规律

光电效应由赫兹首先发现，同时得到勒纳德的确认。

光电效应的实验装置如图所示：

在高真空管内封装入阴极K和阳极A，K为靶金属，单色光照射到K上，K释放出电子来，称**光电子**。



光电效应实验装置图

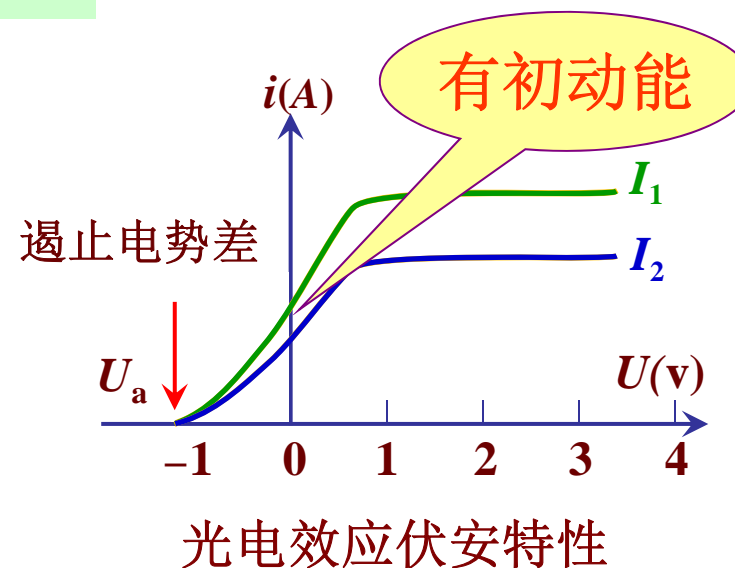
## 1. 光电流与入射光强之间的关系

(1) 电压 $U \uparrow$ , 光电流 $i \uparrow$   
→达到饱和电流 $i_s$

(2) 入射光的强度 $I \uparrow$ ,  $i \uparrow$   
 $i_s \uparrow$

(3) 饱和电流 $i_s$  (单位时间内从K发出的光电子数)与入射光强成正比

即: 单位时间内, 受光照的金属板中释放出来的光电子数和入射光的强度成正比.

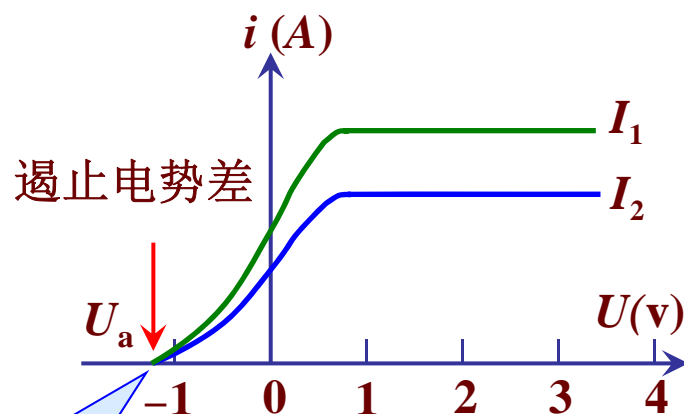


## 2. 光电子的初动能与入射光的频率关系

当 $U=0$ 时,  $i \neq 0$ , 说明光电子有初动能. 当反向电势差达 $U_a$ 时, 光电流刚归为零,  $U_a$ 称遏止电势差.



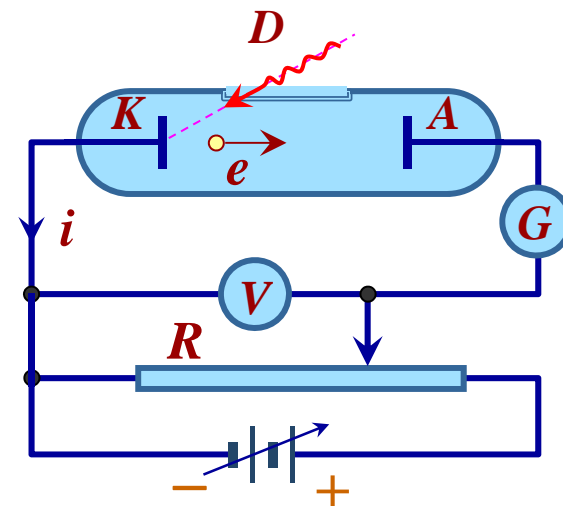
(1) 光电子从阴极逸出时的**最大初动能**应等于光电子**反抗**遏止**电场力**所做的功。



光电效应伏安特性

遏止电势差  
与光强无关

与什么  
有关?



光电效应实验装置图

$$E_{km} = \frac{1}{2} m v_m^2 = e |U_a|$$

(2) 遏止电势差与光强无关, 光电子的初动能与入射光的强度无关.

(3) 光强不变, 入射光频率改变,  $U_a \propto \nu$

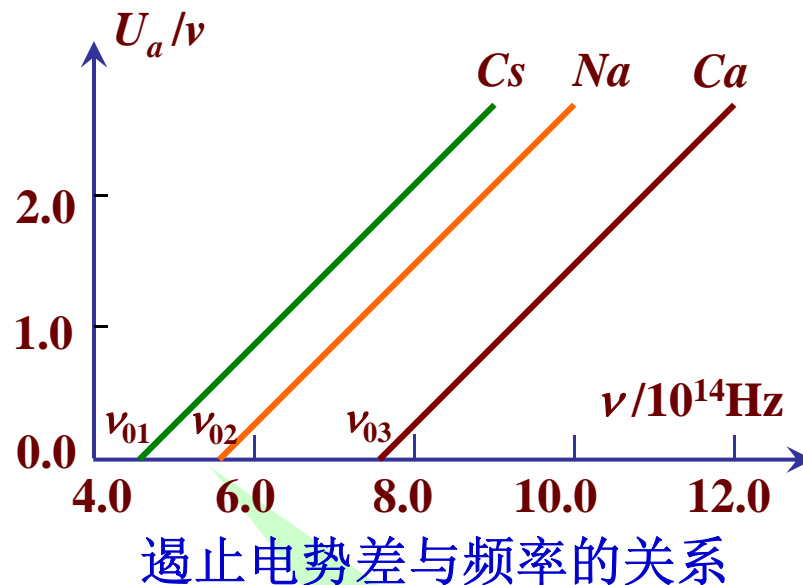
$$U_a = k\nu - U_0$$

(a). 所有金属的斜率 $k$ 都相同, 故 $k$ 为普适常数, 与材料无关;

(b).  $U_0$ 与 $k$ 都是正数, 不同金属有不同的 $U_0$ .

$$E_{km} = \frac{1}{2}mv_m^2 = e|U_a| = ek\nu - eU_0$$

光电子从金属表面逸出时的初动能随入射光频率 $\nu$ 线性增加, 与入射光强无关



为什么没有延长线?

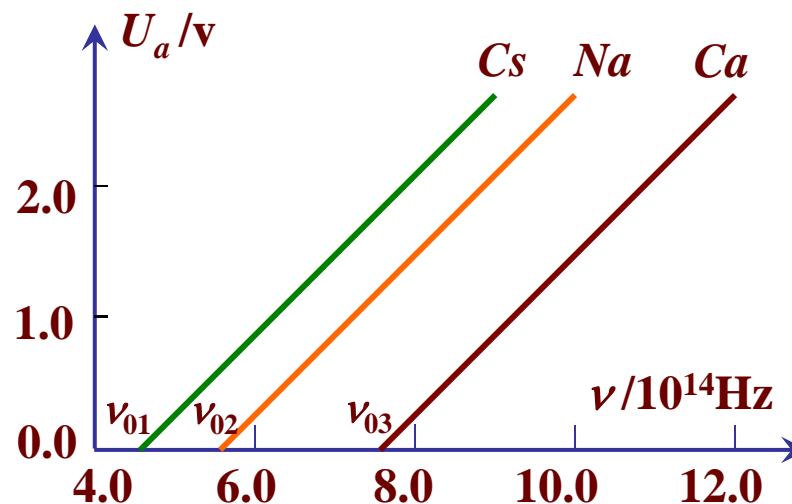
### 3. 存在截止频率(红限频率)

由于:  $ek\nu - eU_0 \geq 0$

上式为零时, 可得:

$$\nu_0 = U_0/k \quad \text{红限频率}$$

入射光频率小于红限, 不管光强多大, 都不会产生光电效应.



遏止电势差与频率的关系

### 4. 光电效应与时间的关系

无论光强如何, 光照射与光电子的产生几乎同时, 无明显时间间隔. (所需时间不超过  $10^{-9}\text{s}$ )



## 二、经典电磁理论的困难

(1) 光以波的形式在空间传播,光的强度正比于振幅平方,光强越大,电子吸收的能量就越多,电子获得的初动能就越大,因此初动能应决定于光的振幅,与频率无关. 并且不应具有红限. 这与实验不符.

(2) 从时间上看,波动说需要一个“积累时间”,光强愈弱,积累时间就愈长,这与实验不符.

结论: 经典物理无法解释光电效应现象

### 三. 爱因斯坦光子学说

#### 1. 光子理论

1905年, 爱因斯坦接受了普朗克量子假设

① 指出光是一种在真空中以速度 $c$ 传播的粒子流, 称“光量子”

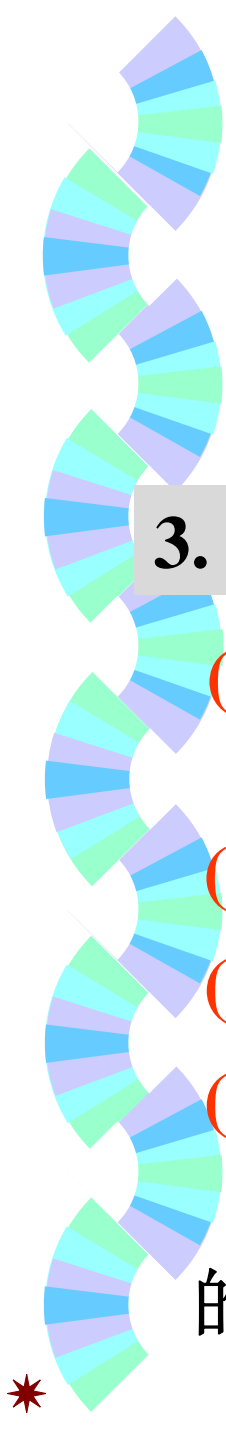
② 一个光子的能量为:  $E=h\nu$

③ 光的强度:  $I=Nh\nu$

$N$ 为单位时间通过单位垂直面积的光子数

#### 2. 爱因斯坦光电效应方程

爱因斯坦认为: 光电效应过程是光子与金属中的自由电子碰撞而交换能量 (俘获光子), 根据能量守恒可得出爱因斯坦光电效应方程:


$$h\nu = E_{km} + A = \frac{1}{2}mv_m^2 + A$$

逸出功

$$E_{km} = \frac{1}{2}mv_m^2 = e|U_a| = ek\nu - eU_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h = ek \\ A = eU_0 \end{cases}$$

### 3. 用光子理论解释光电效应的实验规律

- (1) 光电子数与入射光子数成正比. 饱和电流值也与光子数成正比.
- (2) 对一定的逸出功 $A$ ,  $\nu$ 越大, 初动能也越大.
- (3) 当 $h\nu < A$ 时, 不会产生光电效应,  $\nu_0 = A/h$ 为红限.
- (4) 电子一次全部吸收光子能量, 无需时间积累.

爱因斯坦的光子理论较圆满的解释了光电效应的实验规律. 由此获得1921年诺贝尔物理学奖.

#### 4. 光子的质量和动量

爱因斯坦相对论中质能关系为:  $E=mc^2$

$$h\nu=mc^2$$

频率为 $\nu$ 的光子质量为:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

光子动量:

$$p = mc = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

光子动量的实验依据:

- ① 前苏联的列别捷夫用实验测得光压
- ② 彗星尾部背太阳是太阳光压所致
- ③ 强激光有较明显的光压



**例：**在光电效应实验中，对于某种金属，当入射光的频率为 $2.2 \times 10^{15} \text{ Hz}$ 时，截止电压为 $6.6 \text{ V}$ ，入射光的频率为 $4.6 \times 10^{15} \text{ Hz}$ 时，截止电压为 $16.5 \text{ V}$ ，试计算普朗克常数 $h$ 。

**解：**

由光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A \quad U_a \text{ 为截止电压}$$

而

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a \quad \text{故：} h\nu = A + eU_a$$

对不同的入射光频率

$$\begin{cases} h\nu_1 = A + eU_{a1} \\ h\nu_2 = A + eU_{a2} \end{cases}$$

两式相减

$$h(\nu_2 - \nu_1) = e(U_{a2} - U_{a1})$$

$$\text{得到 } h = \frac{U_{a2} - U_{a1}}{\nu_2 - \nu_1} e = \frac{16.5 - 6.6}{4.6 \times 10^{15} - 2.2 \times 10^{15}} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$



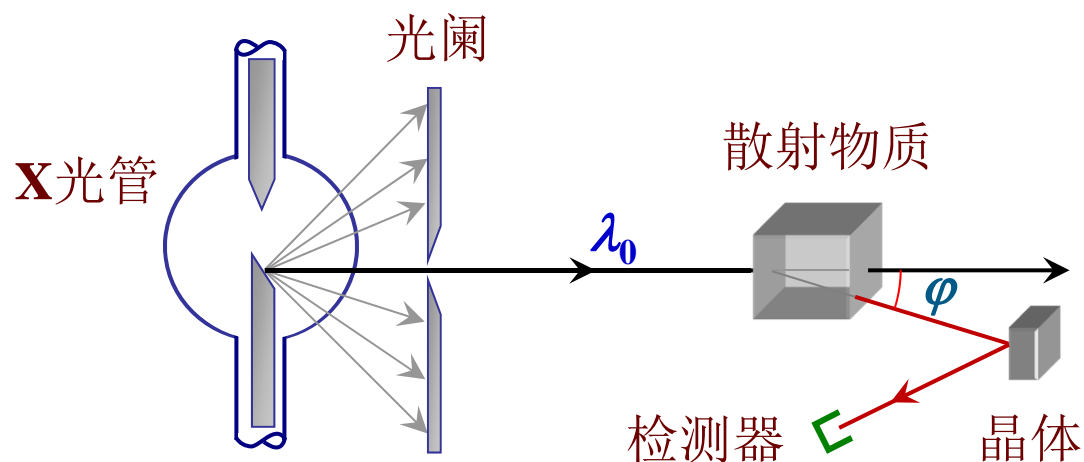


## § 20-3 康普顿效应

### 一. 康普顿效应的实验规律

#### 1. 康普顿效应的实验现象

X射线散射实验装置如下图所示:



X射线管发射一束波长为 $\lambda_0$ 的X射线, 经石墨散射后其波长及相对强度可以由晶体与探测器组成的摄谱仪来测定.

(1) 康普顿发现:

在散射光谱中除了存在与入射波长 $\lambda_0$ 相同的射线外, 还有 $\lambda > \lambda_0$ 的射线, 这种波长增大的散射称康普顿散射.

(2) 吴有训发现:

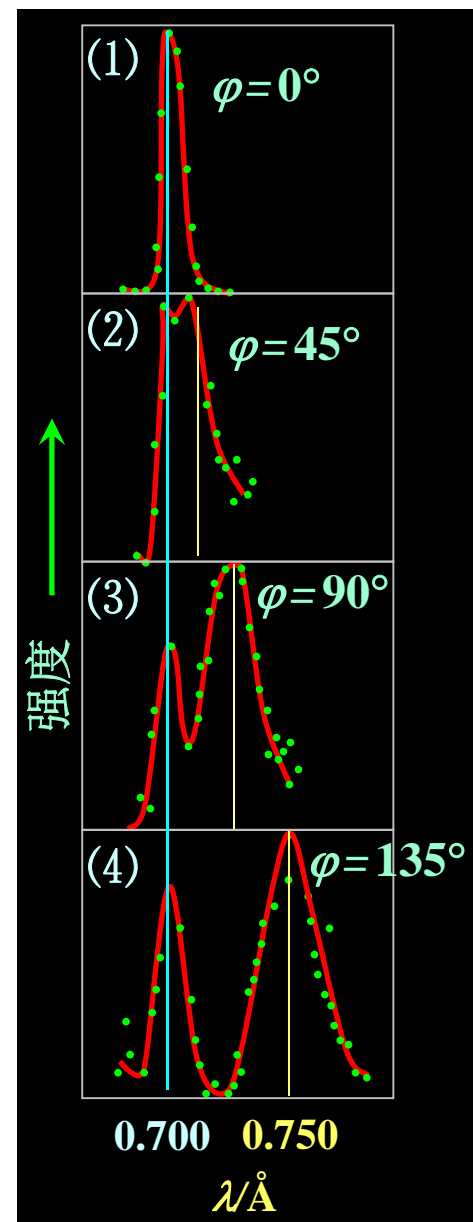
〈a〉. 波长的偏移  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  随散射角 $\varphi$ 的增大而增加.

〈b〉. 在同一散射角下, 对所有物质,  $\Delta\lambda$ 都相同

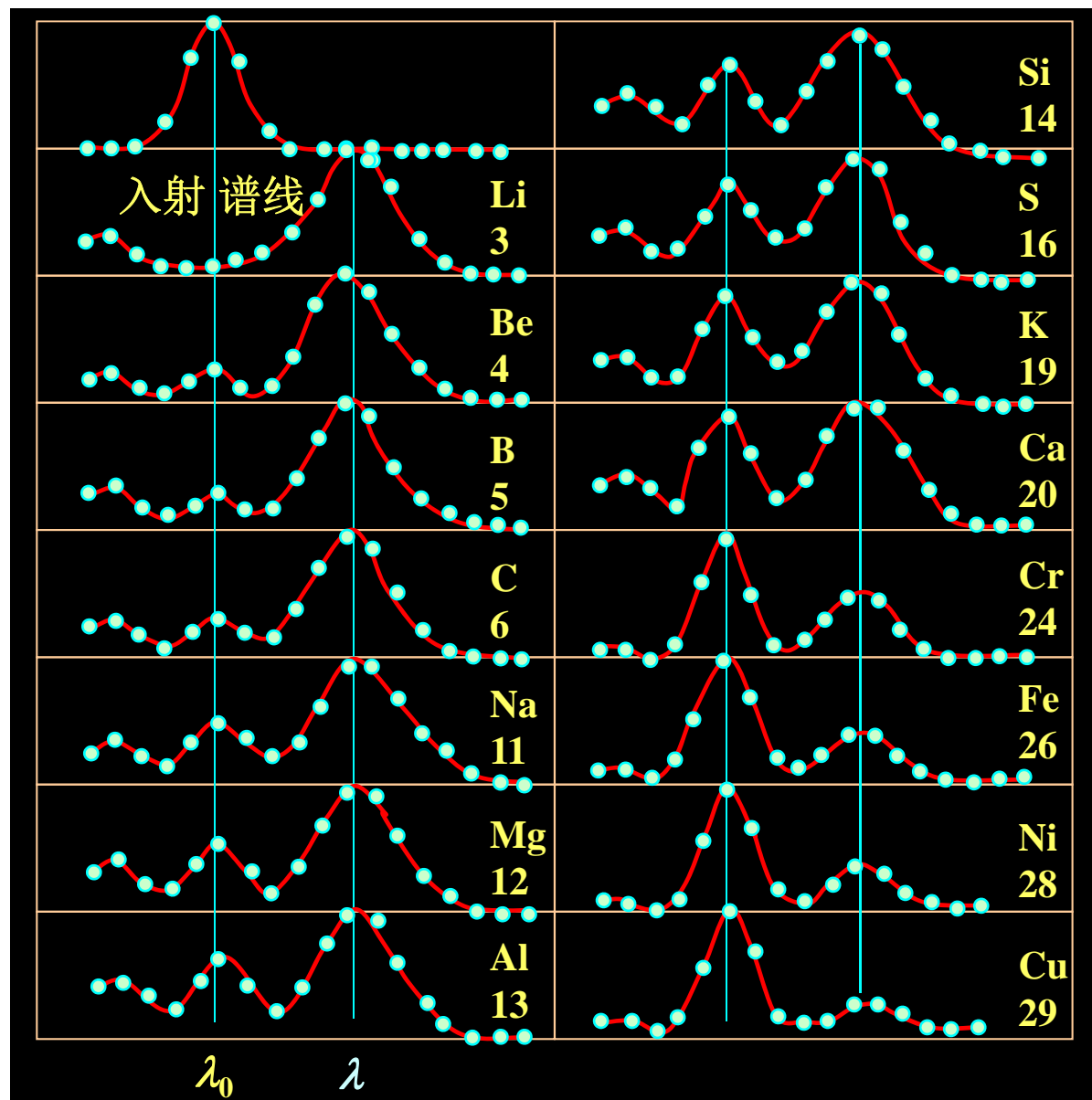
→ 波长改变与物质无关

〈c〉. 原波长的谱线强度随原子序数的增大而增大, 新波长的谱线强度随之减小.

即原子序数越大, 康普顿效应越不明显



康普顿散射与角度的关系



康普顿散射与原子序数的关系

$\lambda = 5.56267 \text{ nm}$  (银谱线)



## 2. 经典电磁理论的困难

光散射的波动学理论:

电磁波通过物体, 引起物体内部带电粒子做受迫振动 → 可看作振动偶极子向四周辐射电磁波. 带电粒子做受迫振动的频率等于入射电磁波(入射光)的频率. 而发射电磁波的频率应与入射电磁波的频率相同. 上述理论在X射线在石墨上产生的散射现象中却不能解释.

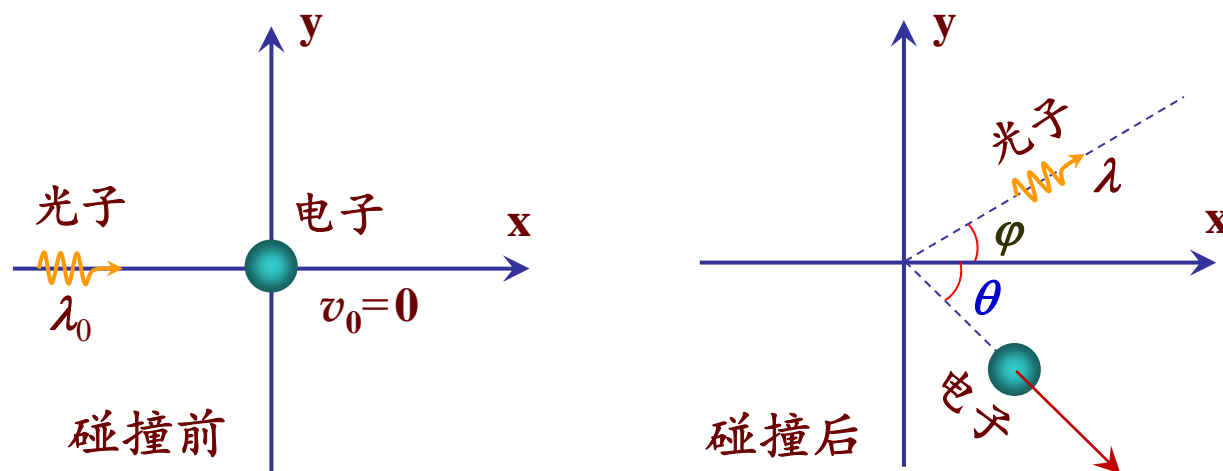
结论: 经典物理无法解释康普顿效应

## 二. 光子理论对康普顿效应的解释

### 1. X射线与静止的自由电子发生碰撞

入射的X射线光子与散射物质中的电子通过碰撞交换能量, (1) 电子获得部分能量

(2) 光子的能量减小.  $\nu$  减小,  $\lambda$  增大



X射线与静止的自由电子发生碰撞时  
考虑相对论效应

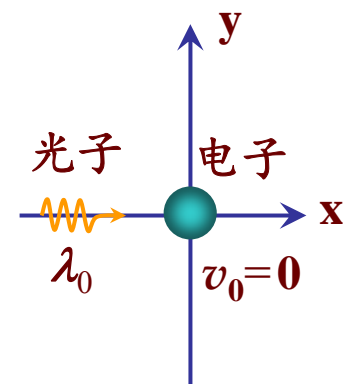
## (1) 光子

入射光与散射光光子的动量分别为:

$$p_{c0} = \frac{h}{\lambda_0} = \frac{h\nu_0}{c} \quad \text{和} \quad p_c = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

入射光与散射光光子的能量分别为:

$$E_0 = h\nu_0 \quad \text{和} \quad E = h\nu$$



碰撞前

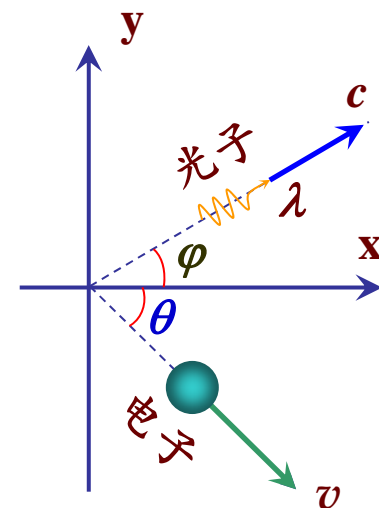
## (2) 电子

碰撞前后电子的动量分别为:

$$p_{e0} = 0 \quad \text{和} \quad p_e = m\nu \quad \text{方向如图}$$

碰撞前后电子的能量分别为:

$$E_0 = m_0c^2 \quad \text{和} \quad E = mc^2$$



碰撞后

设碰撞为完全弹性碰撞, 由能量守恒定律.

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \quad (1)$$

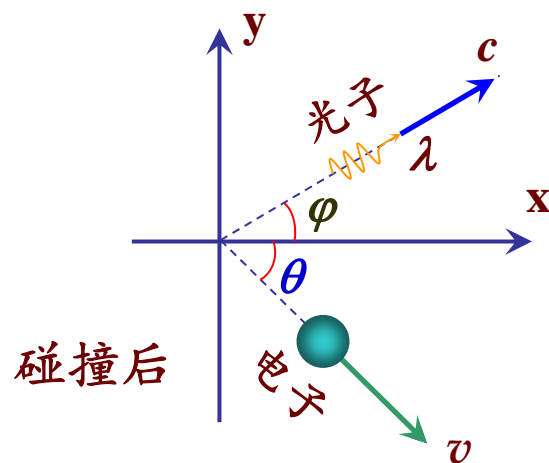
由动量守恒定律得:

$$x\text{方向分量式: } \frac{h\nu_0}{c} = mv\cos\theta + \frac{h\nu}{c}\cos\varphi \quad (2)$$

$$y\text{方向分量式: } 0 = \frac{h\nu}{c}\sin\varphi + (-mv\sin\theta) \quad (3)$$

相对论的质速关系:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (4)$$





$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

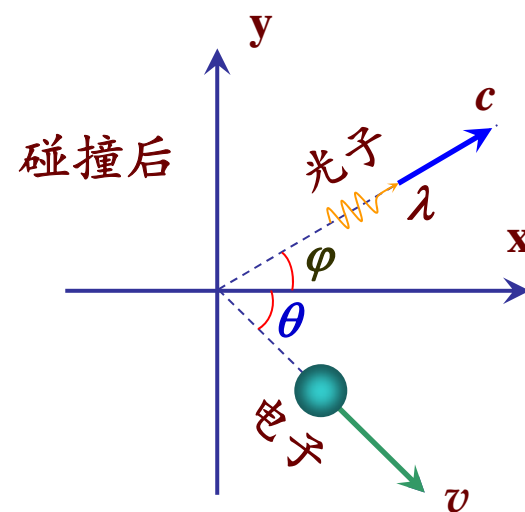
$$\frac{h\nu_0}{c} = \underbrace{m\underbrace{v}_{\sim} \cos \underbrace{\theta}_{\sim}} + \frac{h\nu}{c} \cos \underbrace{\varphi}_{\sim}$$

$$0 = \frac{h\nu}{c} \sin \varphi - m v \sin \theta$$


$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

以上各式联立, 可解得:

当  $\varphi$  为常量时






$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

### ★讨论

#### (1) 电子的康普顿波长

$$\frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} = 2.4 \times 10^{-12} \text{ (m)}$$

这个数很小, 所以只有波长较短的X射线才能发生康普顿效应.

(2) 波长偏移 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角 $\varphi$ 的增大而增加.

(3) 在同一散射角 $\varphi$ 下, 波长偏移 $\Delta\lambda$ 与物质无关

(4) 波长变化最大的方向

$\varphi = \pi$ , 即光子反弹的方向

## 2. X射线与内层的束缚电子发生碰撞

当光子与束缚电子碰撞时, 由于束缚电子不能自由运动, 故实际可看成与整个原子碰撞, 由于两者质量相差悬殊, 故光子能量几乎没有损失.

原子序数大的物质束缚电子的数目较多.  
与束缚电子碰撞的机会大

理论计算结果与实验相符, 说明光子理论的正确

## 3. 康普顿效应的物理意义

- (1). 证明光子具有质量、动量和能量.
- (2). 证明能量、动量守恒定律在微观领域里同样适用.

康普顿效应也是一个光子和一个电子之间的作用

### 三. 光电效应和康普顿效应

光子和电子之间的作用

光子能量小  $\xrightarrow{\text{光子容易被电子捕获}}$  光电效应  
电子能量小,  
不考虑相对论效应

光子能量大  $\xrightarrow{\text{光子难被捕获}}$  康普顿效应  
光子与电子碰撞

电子能量大, 需考虑相对论效应



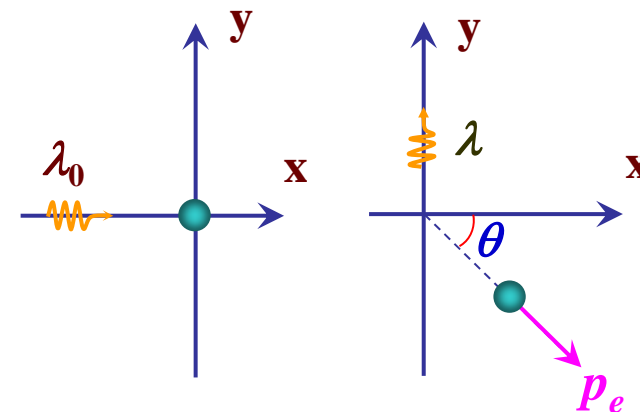
**例：**波长 $\lambda_0 = 0.02 \text{ nm}$ 的X射线与静止的自由电子碰撞，现在从与入射方向成  $90^\circ$  的方向去观察散射辐射，求：


- (1) 散射X射线的波长.
- (2) 反冲电子**获得**的能量 (即反冲电子的动能).
- (3) 反冲电子的动量.

**解：** (1) 求散射后  
X射线的波长

先求散射后X射线的波长**改变**

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} (1 - \cos 90^\circ) \\ &= \mathbf{0.024 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.0024 \text{ nm}}\end{aligned}$$





所以散射X射线的波长为:

$$\lambda = \Delta\lambda + \lambda_0 = 0.0024 + 0.02 = 0.0224 \text{ nm}$$

(2) 求反冲电子获得的能量

根据能量守恒, 反冲电子获得的能量就是入射光子与散射光子能量的差值, 即光子的能量损失, 所以:

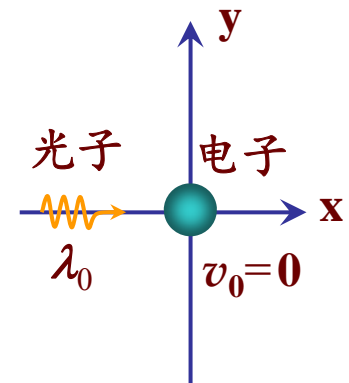
$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda} \\ &= 10.7 \times 10^{-16} \text{ J} = 6.66 \times 10^3 \text{ eV}\end{aligned}$$

反冲电子的能量  $E = \Delta E + m_0 c^2$

### (3) 求反冲电子的动量

动量是矢量必须考虑方向

设反冲电子的动量大小为 $p_e$ ,  
根据动量守恒, 有

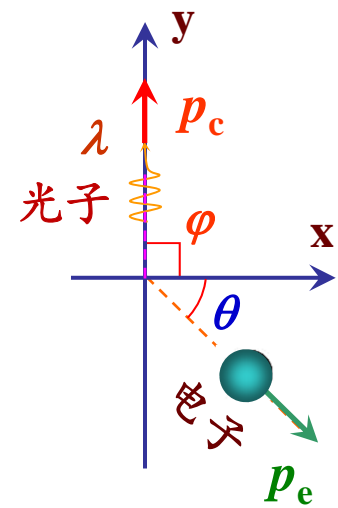


碰撞前

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h}{\lambda_0} &= p_e \cos \theta + p_c \cos 90^\circ = p_e \cos \theta = p_{ex} \\ p_c \sin \varphi &= \frac{h}{\lambda} \sin 90^\circ = \frac{h}{\lambda} = p_e \sin \theta = p_{ey} \end{aligned} \right.$$

所以: 
$$\left\{ \begin{aligned} p_{ex} &= \frac{h}{\lambda_0} = 3.315 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ p_{ey} &= \frac{h}{\lambda} = 2.960 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned} \right.$$

$$\vec{p}_e = (3.315 \vec{i} - 2.960 \vec{j}) \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$



碰撞后

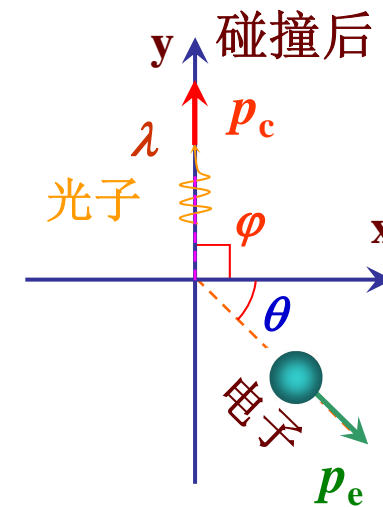


或:

$$p_e = h\left(\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2}\right)^{1/2} = 4.44 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\cos \theta = \frac{h}{\lambda_0 p_e} = 0.753$$

$$\theta \approx 41^\circ 9'$$



## § 20-4 光的波粒二象性

光的干涉, 衍射, 偏振等现象 → 波动性

热辐射, 光电效应, 康普顿效应等现象 → 粒子性

现代描述的光子并非经典的粒子, 而是通过普朗克常量与波动性联系了起来,

$$\varepsilon (\text{能量}) = h\nu$$

$$p (\text{动量}) = h/\lambda$$

粒子性  
的量

波动性  
的量





本章结束!