

电路分析与电子技术基础

非线性电路

(9.1 ~ 9.5)

n 非线性电路

ü 线性元件：元件的伏安特性可用一次线性（代数、微分）方程描述；

非线性元件：元件的伏安特性随电路参数（电压、电流、磁链、电荷的大小或方向）变化而变化。

ü 非线性电路：含有非线性元件的电路。

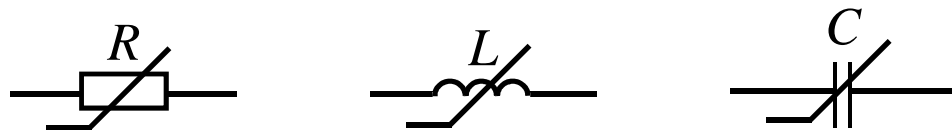
ü 非线性电路 ~ 线性电路

✓ 非线性元件（9.1）

✓ 非线性电路分析（9.2 ~ 9.5）

✓ 非线性元件

ü 符号:

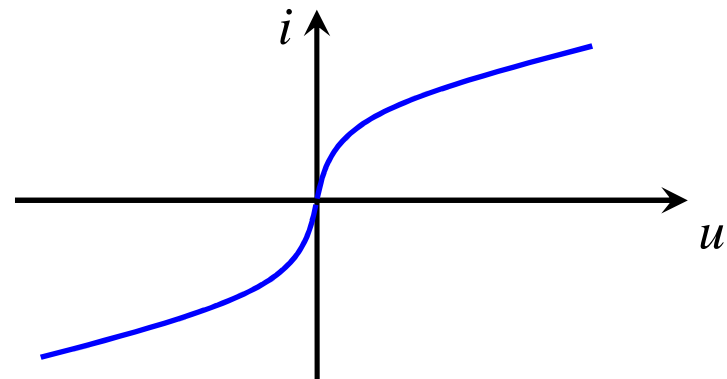


ü 表示: 一般采用特性曲线, 有时也用解析式。

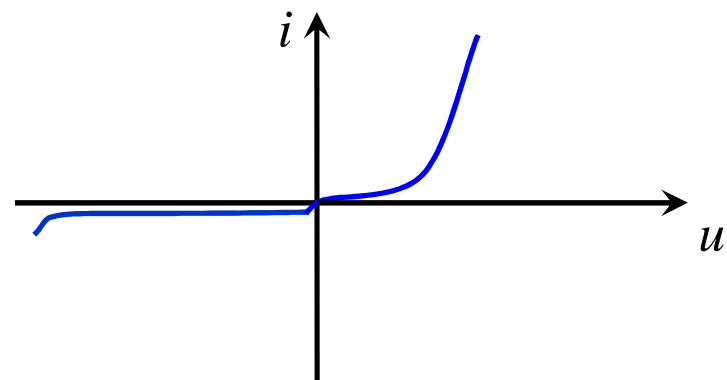
ü 介绍: 非线性电阻。

Ø 非线性元件（分类）

Ü 对称元件：特性曲线关于原点对称的。
（钨丝）



（不对称元件）
（二极管）

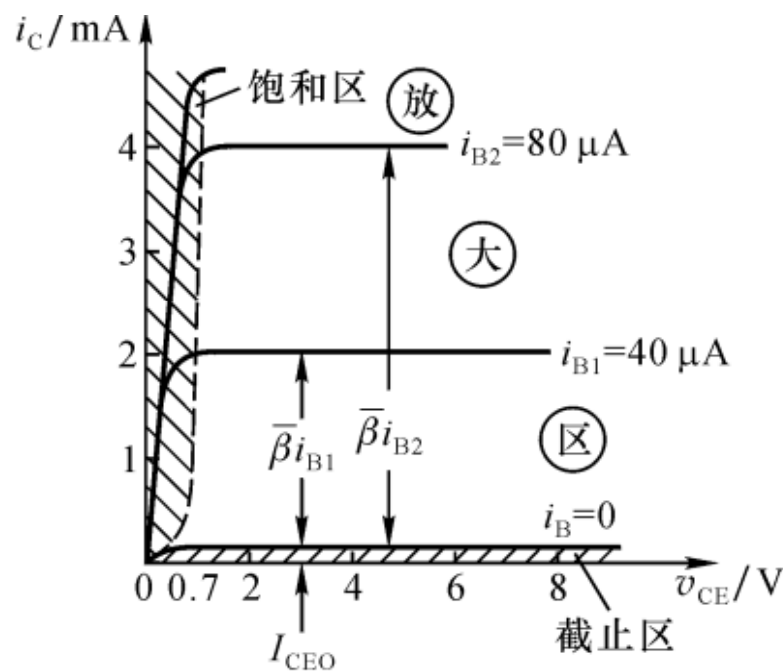


Ø 非线性元件（分类）

ü 可控元件：有三个或三个以上的端钮，需用一簇特性曲线表示。

（三极管）

（场效应管、可控硅 ...）



ü 不可控元件：只有两个端钮，可用一条特征曲线表示。

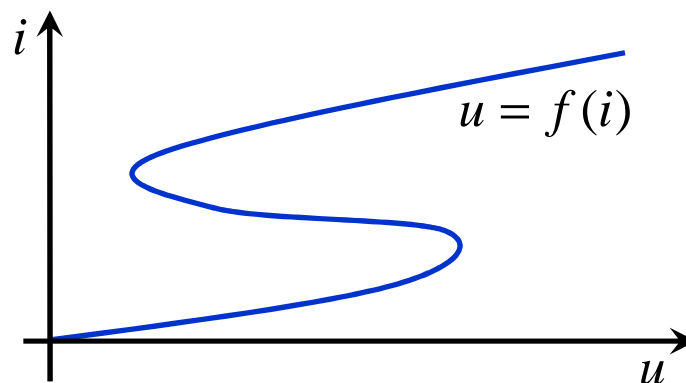
（钨丝、二极管等）

Ø 非线性元件（分类）

ü 流控型元件：元件端电压是其电流的单值函数。

（给定某电流值，可确定唯一的电压值）

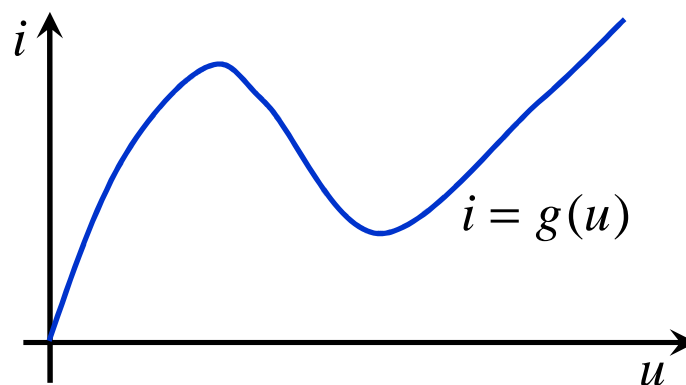
（辉光二极管）



ü 压控型元件：通过元件的电流是其端电压的单值函数。

（给定某电压值，可确定唯一的电流值）

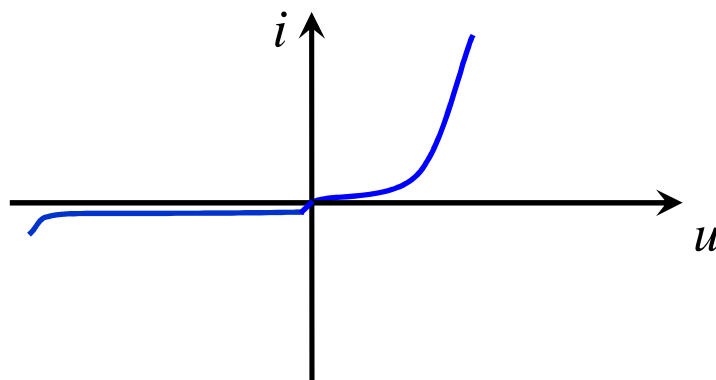
（隧道二极管）



负阻元件

Ø 非线性元件（分类）

ü 单调型元件：元件端电压与其电流的关系是单调变化的。
（端电压是电流的单值函数，电流也是端电压的单值函数）



既是压控型，也是流控型，特性曲线为单调增长或单调降低。
（ $u = f(i)$ 和 $i = g(u)$ 同时成立，且互为反函数）

Ø 非线性元件（静态、动态参数）

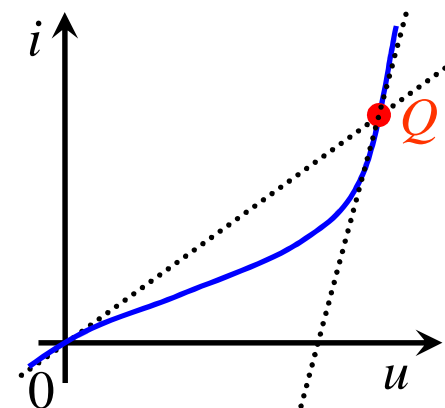
ü 非线性元件的端电压与端电流之比，与特性曲线及其工作点有关。

ü 静态电阻：工作点的电压电流之比。

$$R = \frac{u}{i}$$

ü 动态电阻：工作点的电压增量与电流增量之比。

$$r = \frac{du}{di}$$



工作点

Ø 非线性元件（静态、动态参数）

ü 静态电容: $C = \frac{q}{u}$

动态电容: $c = \frac{dq}{du}$

（库伏特性：非线性电容的电荷与电压的关系）

ü 静态电感: $L = \frac{\psi}{i}$

动态电感: $l = \frac{d\psi}{di}$

（韦安特性：非线性电感的磁链与电流的关系）

✓ 非线性电路分析

ü 线性电路的分析方法

基于 KCL、KVL 及元件特性，列写电路方程组。

（适宜于非线性电路，方程类型及电路变量需视情况选择）

ü 电路定理

（其实质是线性，所以不适宜于非线性电路）

ü 电路等效

（只有在特定情况下，才可以适宜于非线性电路）

ü 非线性电路的常用分析方法：解析法、图解法。

Ø 非线性电路分析（解析法）

ü 方程的组成：

基于 KCL、KVL 列写的外电路（一般为线性，包括微分）方程（组）；
基于非线性元件特性列写的（非线性）伏安特性方程。

ü 外电路方程（组）的书写方法：

支路/回路电流法：适宜于流控型元件；

节点电压法：适宜于压控型元件；

（多样型元件，方程组的建立较为困难）

ü 求方程组的解。

ü 原理简单、（理论）计算准确；

若非线性伏安特性方程复杂，则难以手工计算；

（需要验证计算结果）

【例7.1】

右图所示电路。

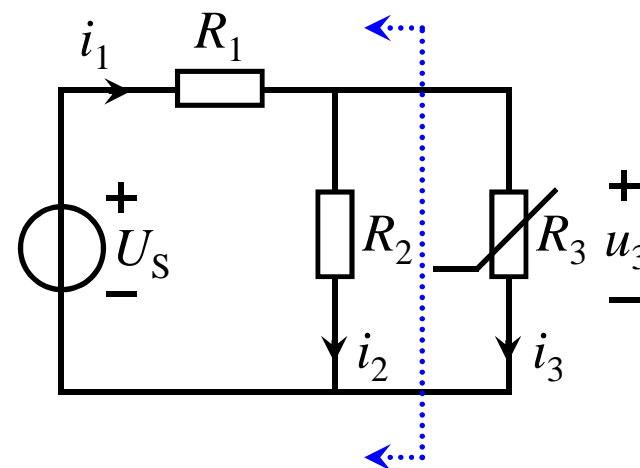
已知： $R_1 = R_2 = 2\Omega$, $U_S = 6V$, $u_3 = 2i_3^{1/2}$ 。

求： I_3 。

解： <方案一：支路电流法>
$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 = U_S \\ u_3 = R_2 i_2 \end{cases}$$

非线性元件的伏安特性方程： $u_3 = 2i_3^{1/2}$

解得： $I_3 = 1A$ （另有一解 $9A$ 被舍去）



<方案二：节点电压法>
$$u_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_S}{R_1} - i_3$$

非线性元件的伏安特性方程： $u_3 = 2i_3^{1/2}$

<方案三：戴维宁等效> $U_d = 3V$, $R_d = 1\Omega$

$$u_3 = 2i_3^{1/2} = U_d - R_d i_3$$

Ø 非线性电路分析（图解法）

ü 针对：难以写出（非线性）伏安特性方程的非线性元件。

ü 组成：

外电路的（一般为线性）伏安特性曲线；
非线性元件的（非线性）伏安特性曲线。

ü 求曲线的交点。

ü 直观，但不精确。

（某些情况下无法采用）

【复例7.1】

右图所示电路。

已知： $R_1 = R_2 = 2\Omega$, $U_S = 6V$, $u_3 = 2i_3^{1/2}$ 。

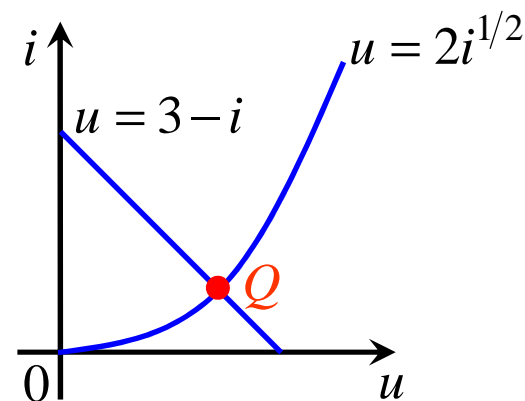
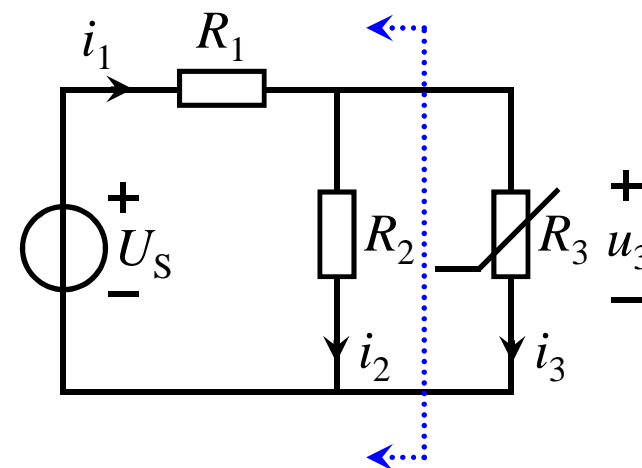
求： I_3 。

解：戴维宁等效 $U_d = 3V$, $R_d = 1\Omega$

外电路伏安特性曲线： $u_3 = U_d - R_d i_3 = 3 - i$

非线性元件伏安特性曲线： $u = 2i^{1/2}$

由图可得： $I_3 = \dots$



⌀ 非线性电路分析（串联等效图解）

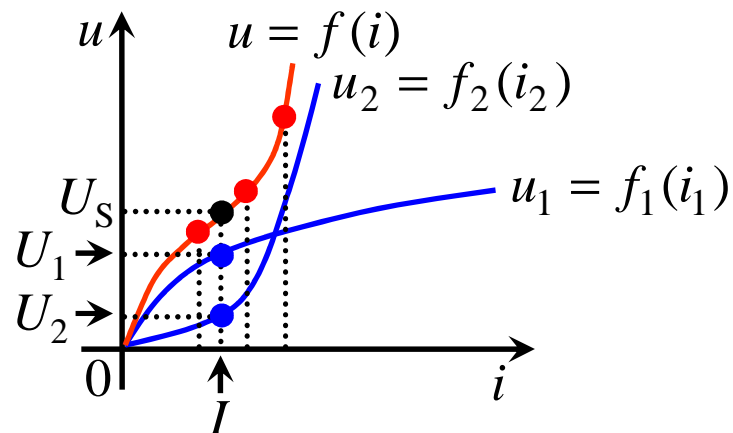
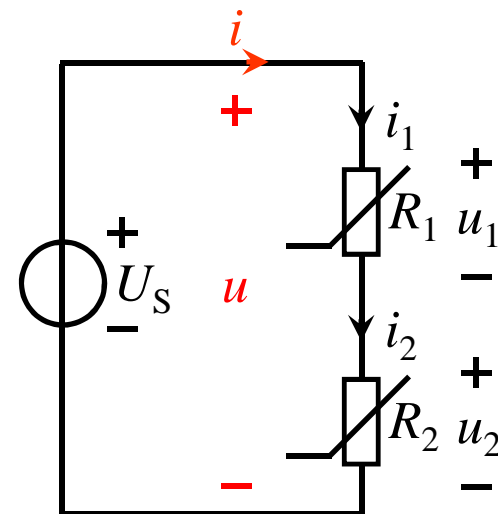
ü 右图所示两个非线性元件串联电路。
（非线性伏安特性已知）

ü 根据电路，有： $u = u_1 + u_2$ ， $i = i_1 = i_2$

ü 以电流为基准，逐点叠加对应的电压值。

ü 在 $u = f(i)$ 曲线上找到 $u = U_S$ 点。
可求得 ...

ü 流控型 ~ 压控型



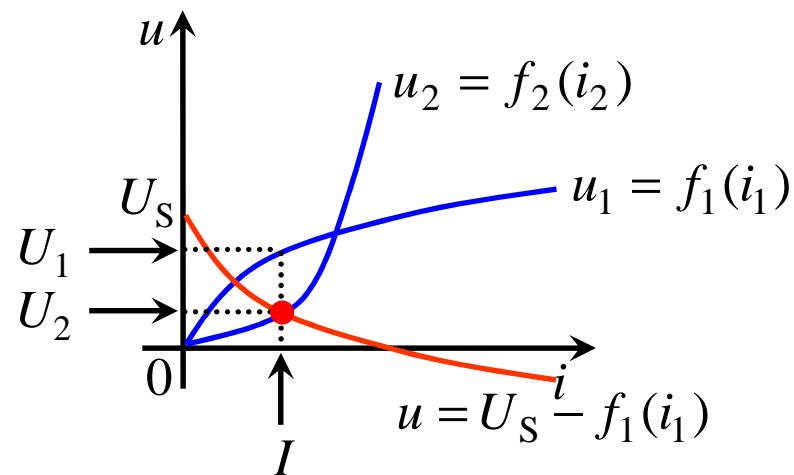
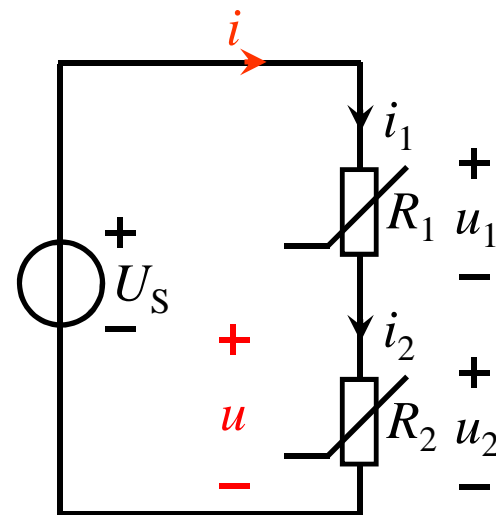
非线性电路分析（串联相交图解）

右图所示两个非线性元件串联电路。
（非线性伏安特性已知）

根据电路，有： $u_2 = U_S - u_1$ ， $i = i_1 = i_2$

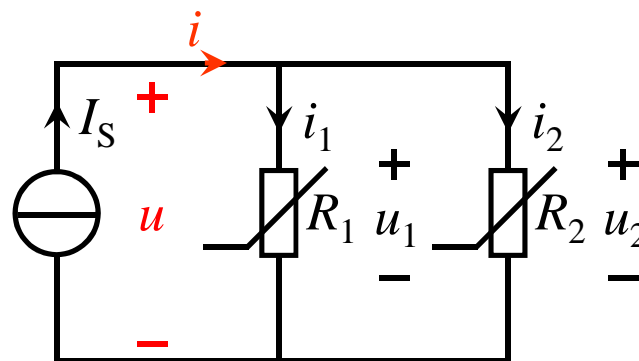
作出 $u = U_S - f_1(i_1)$ 曲线。

找出 $u = U_S - f_1(i_1)$ 与 $u_2 = f_2(i_2)$ 交点。
可求得 ...



非线性电路分析（并联等效图解）

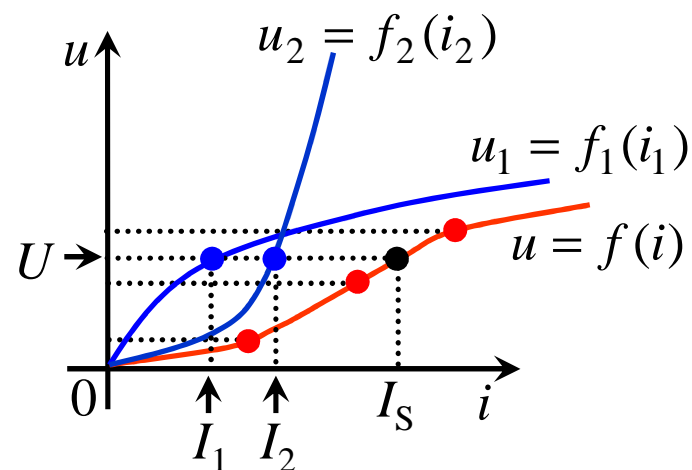
右图所示两个非线性元件并联电路。
（非线性伏安特性已知）



根据电路，有： $u = u_1 = u_2$ ， $i = i_1 + i_2$

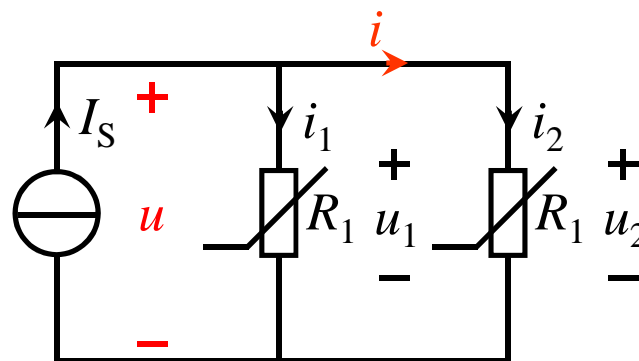
以电压为基准，逐点叠加对应的电流值。

在 $u = f(i)$ 曲线上找到 $i = I_S$ 点。
可求得 ...



非线性电路分析（并联相交图解）

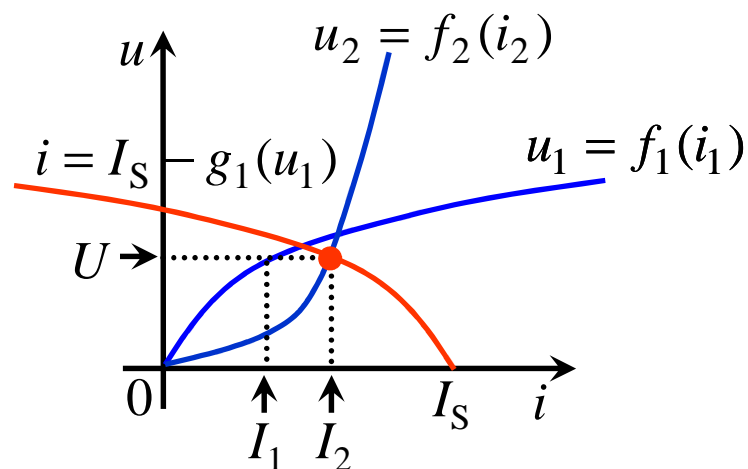
右图所示两个非线性元件并联电路。
（非线性伏安特性已知）



根据电路，有： $u = u_1 = u_2$ ， $i = I_S - i_1$

作出 $i = I_S - g_1(u_1)$ 曲线。

找出 $i = I_S - g_1(u_1)$ 与 $u_2 = f_2(i_2)$ 交点。
可求得 ...



Ø 非线性电路分析（混联图解）

Û 分析原则：

按前述串并联分析原则，依次求出等效的伏安特性曲线。

Ø 非线性电路分析（分段线性）

ü 分析原则：

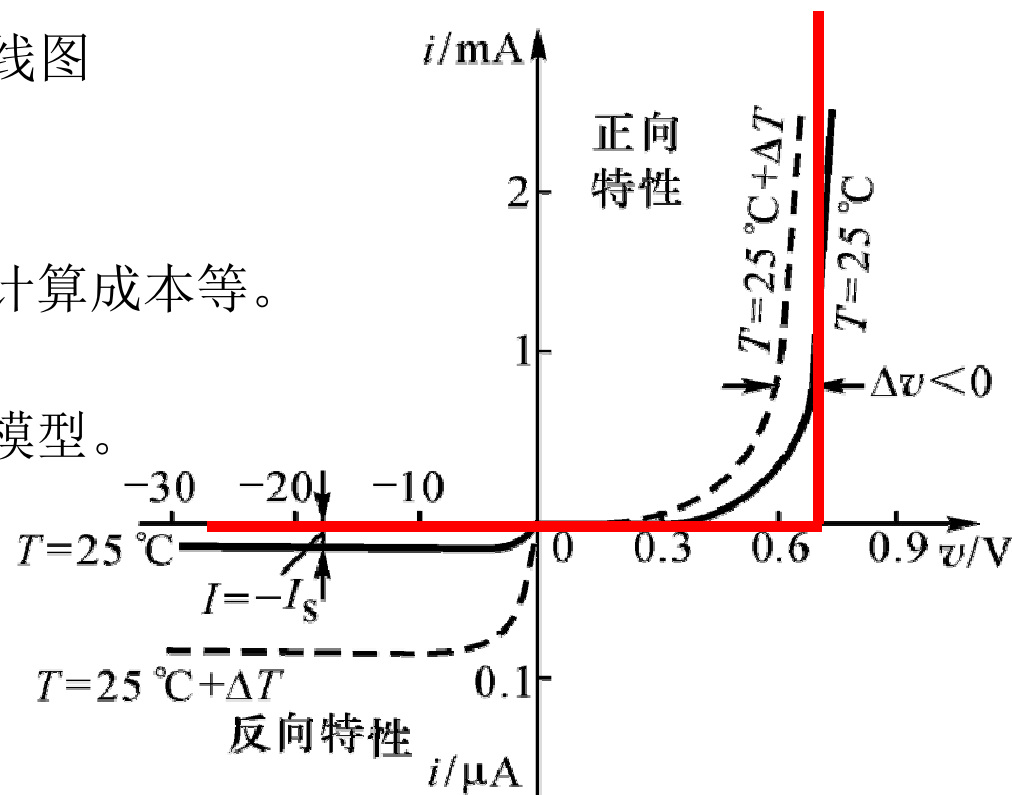
将非线性曲线用一些分段的直线来近似地逼近。

ü 半导体二极管的伏安特性曲线图

ü 分段数、分段直线斜率等，
取决于应用场合、分析精度及计算成本等。

以半导体二极管为例，
可以有理想、恒压及折线化等模型。

（关键：分段点的确定）

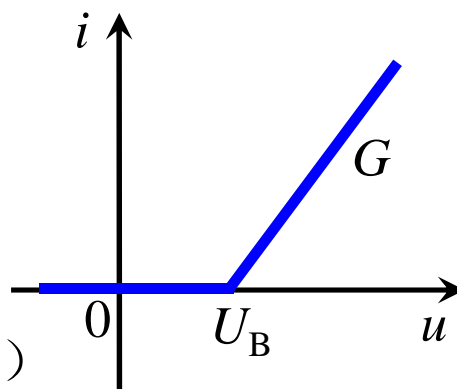


Ø 非线性电路分析（分段线性 ~ 凹电阻）

ü 凹电阻元件：分段电压控制电阻元件。

ü 特性曲线图：

（ U_B 表示转折电压， G 表示斜线斜率）

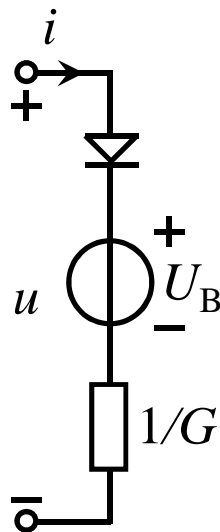
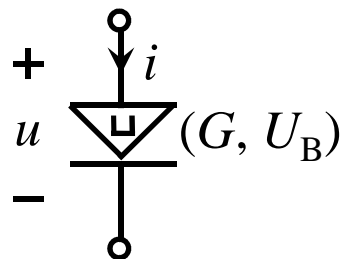


ü 特征方程： $i = \frac{1}{2}G[|u - U_B| + (u - U_B)]$

$$\text{即：} \begin{cases} u < U_B & i = 0 \\ u > U_B & i = G(u - U_B) \end{cases}$$

ü 等效电路：

ü 元件符号：

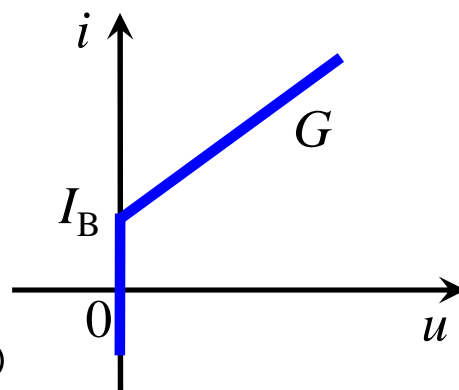


Ø 非线性电路分析（分段线性 ~ 凸电阻）

ü 凸电阻元件：分段电流控制电阻元件。

ü 特性曲线图：

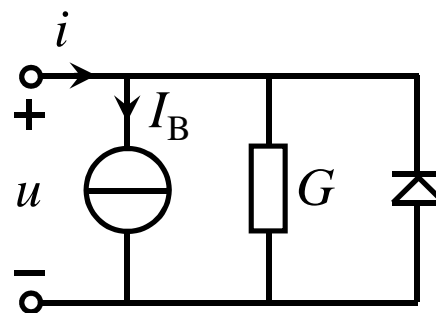
（ I_B 表示转折电流， G 表示斜线斜率）



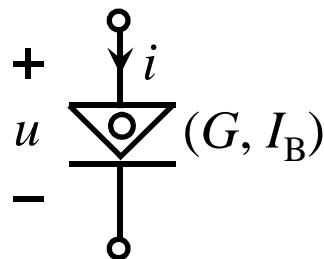
ü 特征方程： $u = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{G} [|i - I_B| + (i - I_B)]$

$$\text{即：} \begin{cases} i < I_B & u = 0 \\ i > I_B & u = \frac{1}{G} (i - I_B) \end{cases}$$

ü 等效电路：

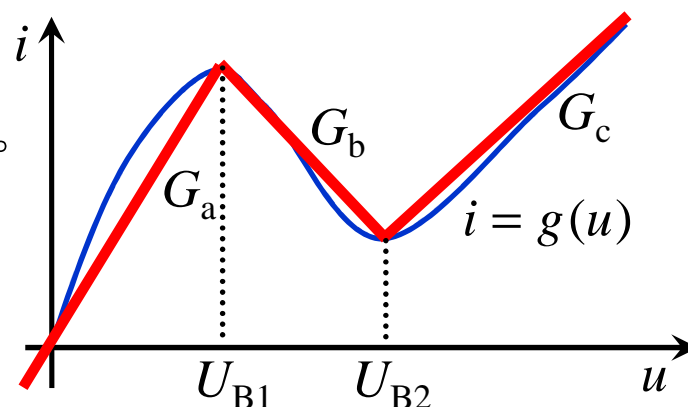


ü 元件符号：



【例7.2】

分析右图所示隧道二极管的分段线性化曲线。



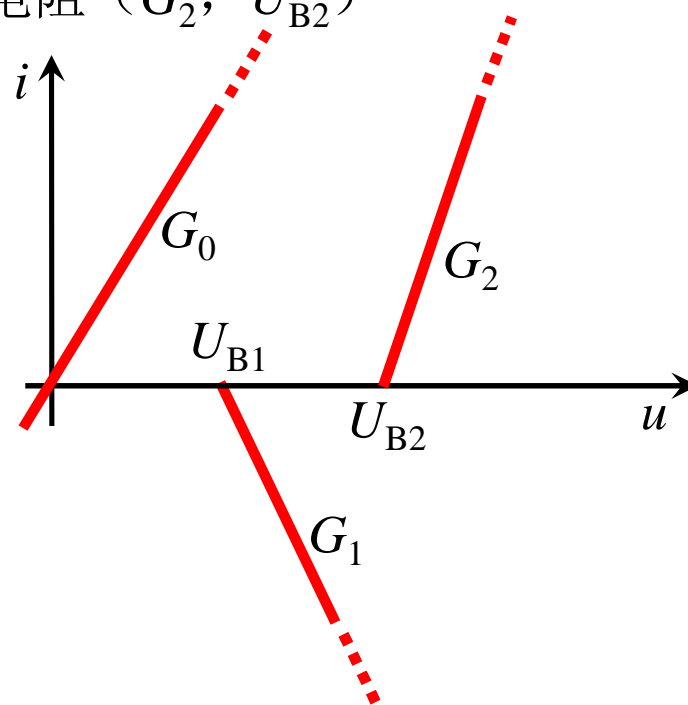
解：用三段直线近似表示。

线性电阻 G_0 ，凹形电阻 (G_1, U_{B1}) ，凹形电阻 (G_2, U_{B2})

根据图形（分段叠加），有：

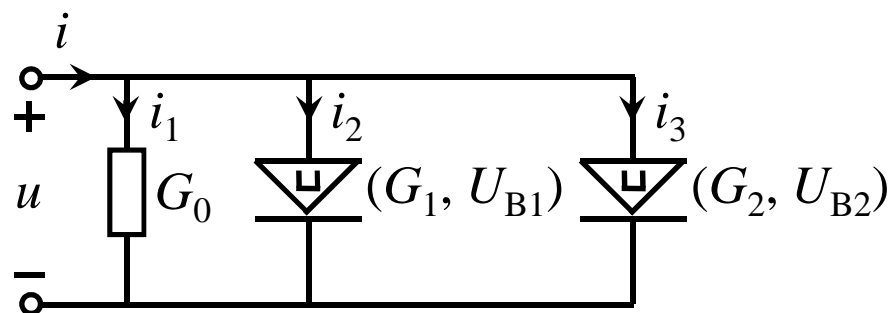
$$G_a = G_0, \quad G_b = G_0 + G_1, \quad G_c = G_0 + G_1 + G_2$$

$$\text{得: } G_0 = G_a, \quad G_1 = -G_a + G_b, \quad G_2 = -G_b + G_c$$



$$\begin{aligned} \text{所以: } i &= G_0 u + \frac{1}{2} G_1 [|u - U_{B1}| + (u - U_{B1})] + \frac{1}{2} G_2 [|u - U_{B2}| + (u - U_{B2})] \\ &= a_0 + a_1 u + b_1 |u - U_{B1}| + b_2 |u - U_{B2}| \end{aligned}$$

分析右图所示隧道二极管的分段线性化曲线。



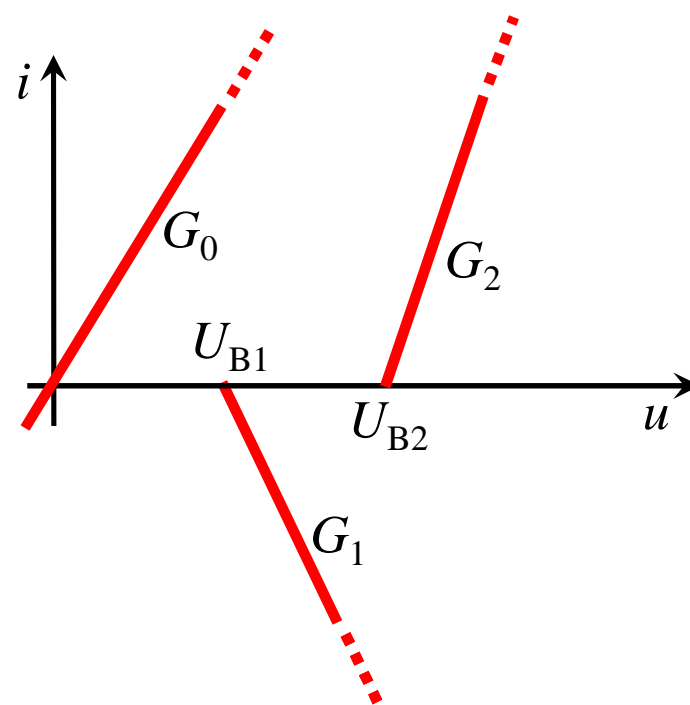
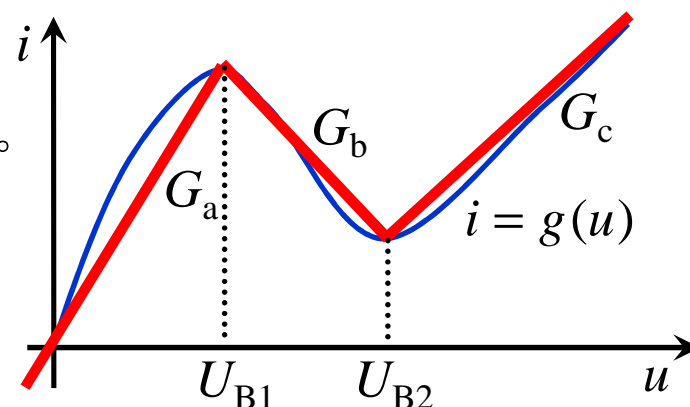
$$i_1 = G_0 u$$

$$i_2 = \frac{1}{2} G_1 [|u - U_{B1}| + (u - U_{B1})]$$

$$i_3 = \frac{1}{2} G_2 [|u - U_{B2}| + (u - U_{B2})]$$

解析法应用...

$$i = G_0 u + \frac{1}{2} G_1 [|u - U_{B1}| + (u - U_{B1})] + \frac{1}{2} G_2 [|u - U_{B2}| + (u - U_{B2})]$$



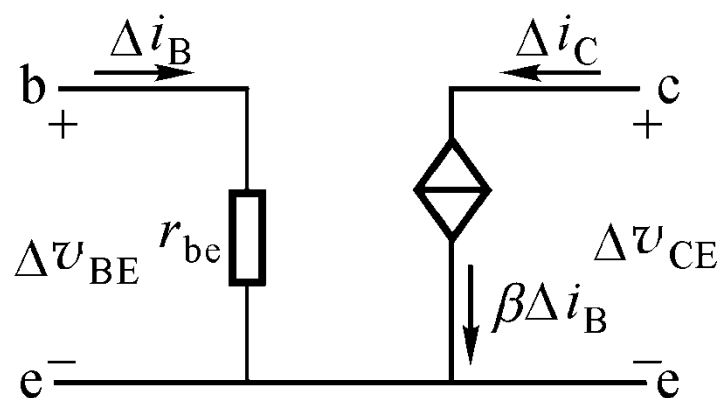
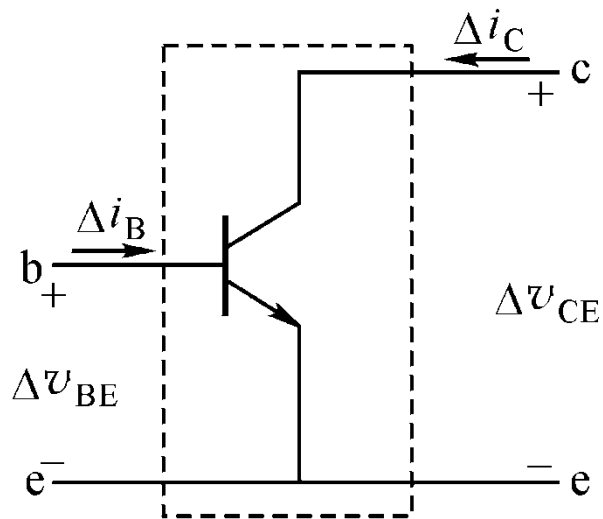
Ø 非线性电路分析（小信号分析）

ü 小信号：在原有信号上叠加一个振幅很小的信号，其值不足以影响非线性元件的原有工作状态。

ü 主要应用于电子电路的分析。

（针对电子器件的线性工作区，小信号工作范围）

（近似的线性化处理）



Ø 非线性电路分析（小信号分析）

ü 分析步骤：

- （1）原有工作状态（令小信号输入为零）；
- （2）定义小信号模型；
- （3）小信号工作状态（单独分析）
- （4）原有工作状态 + 小信号工作状态。

【例7.3】

右图所示电路。

已知： $U_S = 12\text{V}$ ， $R = 5\text{k}\Omega$ 。

求：当 U_S 的变化范围为 10% 时的 u_D 。

解：（1）原工作状态： $U_D = 0.7\text{V}$

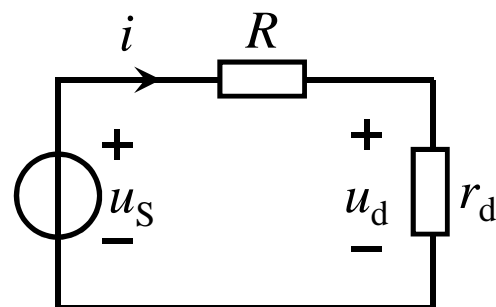
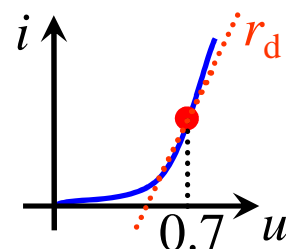
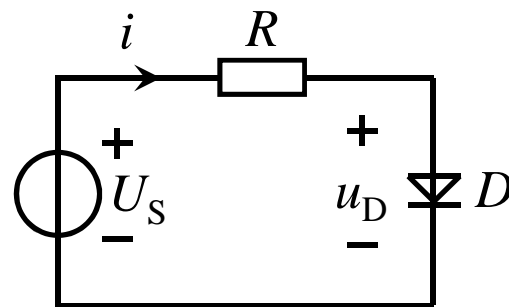
（2）二极管的小信号模型： $r_d = 10\Omega$

（3）小信号工作状态：

$$\begin{aligned} u_d &= u_S \frac{r_d}{R + r_d} = \pm 10\% U_S \frac{r_d}{R + r_d} \\ &= \pm 10\% \times 12 \times \frac{10}{5\text{k} + 10} = \pm 2.4\text{mV} \end{aligned}$$

（4）整体状态：

$$u_D = U_D + u_d = 0.7\text{V} \pm 2.4\text{mV}$$



✓ 本节作业

ü 习题 9 (P454)

3 (特性叠加)

7、10、13 (非线性电路分析)

ü 题 9.7: 建议用两种方法 (解析法、图解法) 求解。

所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。