

# 电路分析与电子技术基础

电路分析

(4.2)

## n 电路分析

ü 电路分析以基尔霍夫电压（KVL）、电流（KCL）定律，以及元件的电压电流关系为理论基础，借助网络图论的知识来建立合适（独立）的电路方程组，从而分析和计算电路中的电压电流功率等电参数。

ü 网络图论：

根据单连支回路，可写出独立的  $(b-n+1)$  个 KVL 方程；

若电路为平面图，还可以按照网孔回路写 KVL 方程；

根据单树支割集，可写出独立的  $(n-1)$  个 KCL 方程。

ü 本章节是电路分析的基础，主要针对线性电阻电路的一般分析方法，要求能掌握各种计算方法。

## n 电路分析

✓ 支路分析法 (4.2.1)

✓ 回路分析法 (4.2.2)

✓ 节点分析法 (4.2.3)

## ✓ 支路分析法

ü 支路分析法：以支路电流为变量，利用 KCL 和 KVL 建立电路的节点电流和回路电压方程组，求解各支路电流，进而求解其它电量。

又称支路电流法。

ü 分析步骤（设电路的节点数为  $n$ ，支路数为  $b$ ）：

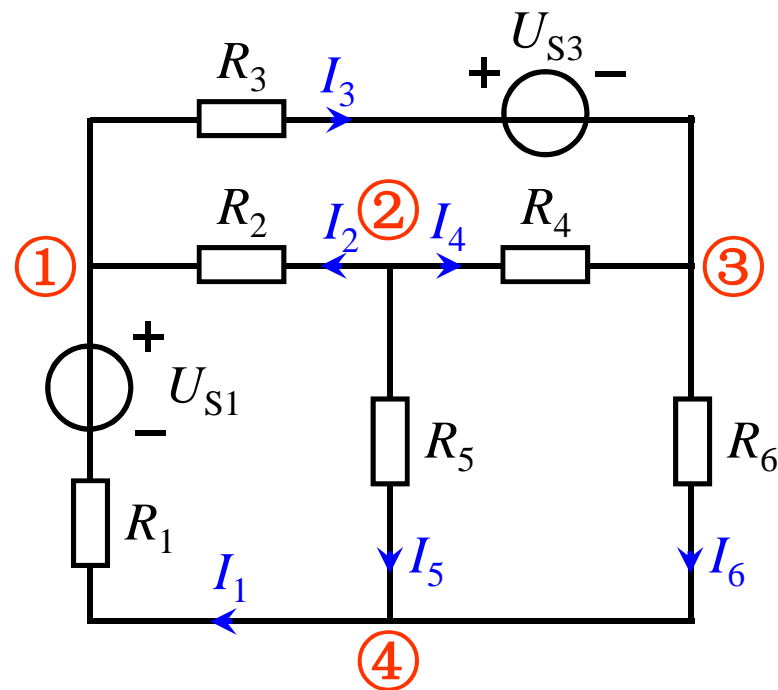
- （1）对各节点、支路编号，并定义各支路电压电流的参考方向；
- （2）根据 KCL，列出  $n-1$  个独立的节点电流方程；
- （3）根据 KVL，列出  $b-n+1$  个独立的回路电压方程；
- （4）求解由  $b$  个方程组成的方程组，求解各支路电流，并进而求解其它电量。

为求  $b$  条支路电流，必须有  $b$  个独立方程。

## Ø 支路分析法

(1) 对各节点、支路编号，并定义各支路电压电流的参考方向。

ü 共有 4 个节点，6 条支路。



## 支路分析法

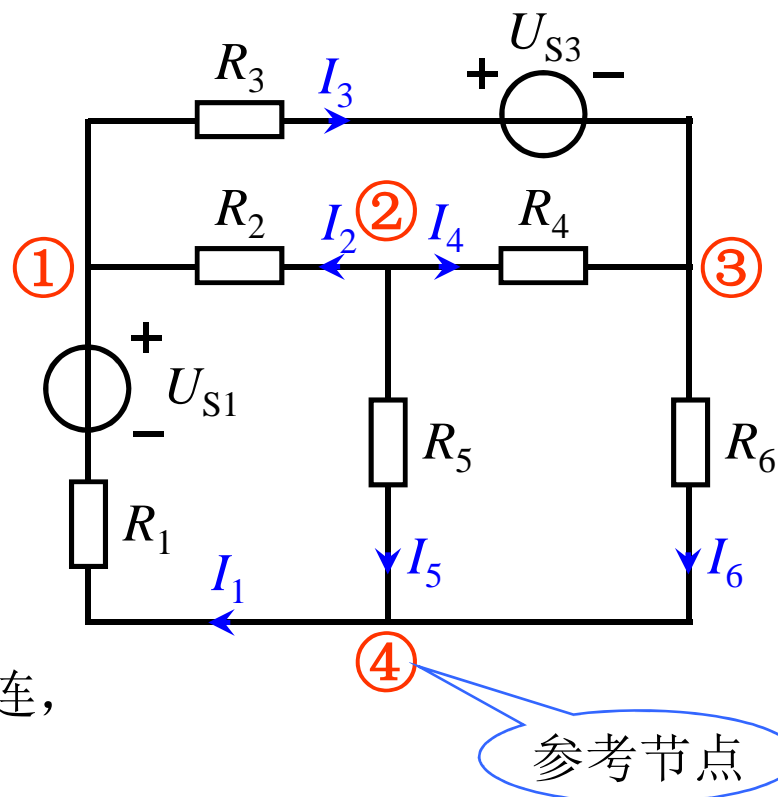
(2) 根据 KCL，列出  $n-1$  个独立的节点电流方程。

节点 1:  $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

节点 2:  $I_2 + I_4 + I_5 = 0$

节点 3:  $-I_3 - I_4 + I_6 = 0$

节点 4:  $I_1 - I_5 - I_6 = 0$



由于任意一条支路总是与两个节点相连，所以上述所有节点电流方程和为  $0 = 0$ 。

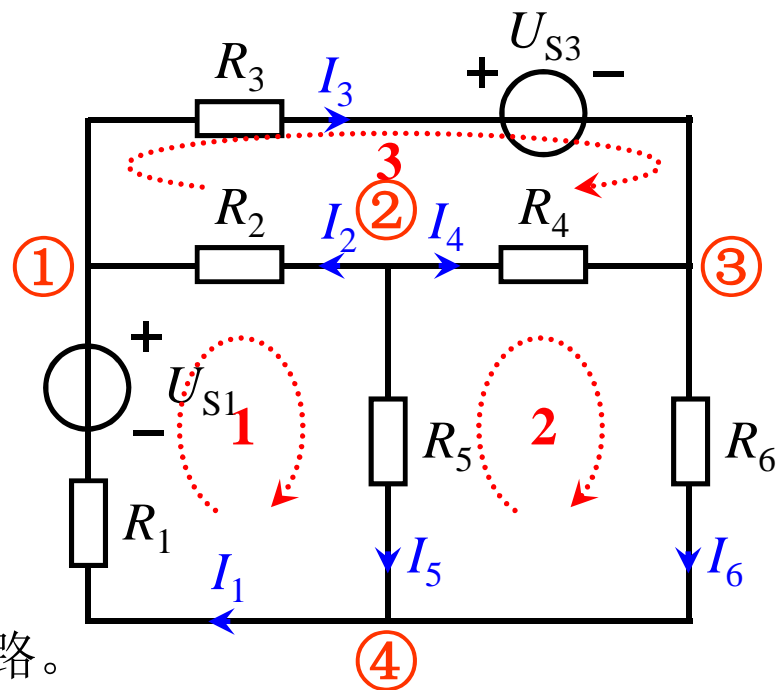
根据线性代数理论，它们是不独立的。

但是，只要删除任意一个节点方程，剩余的节点方程是相互独立的。

## Ø 支路分析法

(3) 根据 KVL，列出  $b-n+1$  个独立的回路电压方程。

回路 1:  $I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_5 R_5 = U_{S1}$   
回路 2:  $-I_5 R_5 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = 0$   
回路 3:  $I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = -U_{S3}$



建立回路电压方程时，要选择独立回路。

独立回路：单连支回路（基本回路）、网孔回路。

电路中没有电流源支路时，可选择网孔回路。

## 支路分析法

(4) 求解由  $b$  个方程组成的方程组，求解支路电流。

节点 1:  $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

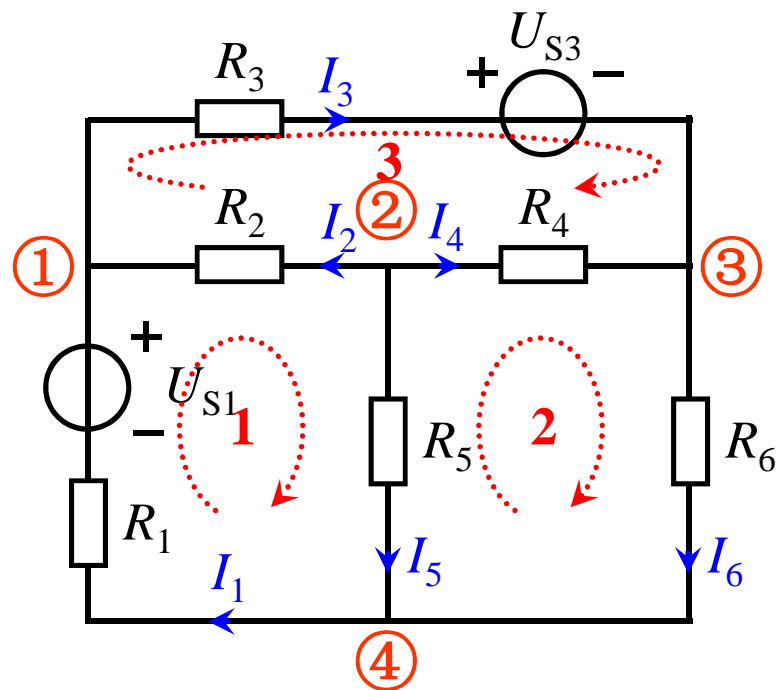
节点 2:  $I_2 + I_4 + I_5 = 0$

节点 3:  $-I_3 - I_4 + I_6 = 0$

回路 1:  $I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_5 R_5 = U_{S1}$

回路 2:  $-I_5 R_5 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = 0$

回路 3:  $I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = -U_{S3}$



由上述六个方程可解出六条支路电流变量，从而可进一步求其它电量。



### 【例3.1】

右下图所示电路。

已知：  $U_{S1} = 10\text{V}$ ，  $U_{S3} = 13\text{V}$ ，  $R_1 = 1\Omega$ ，  $R_2 = 3\Omega$ ，  $R_3 = 2\Omega$ 。

求： 各支路电流， 及电压源的功率。

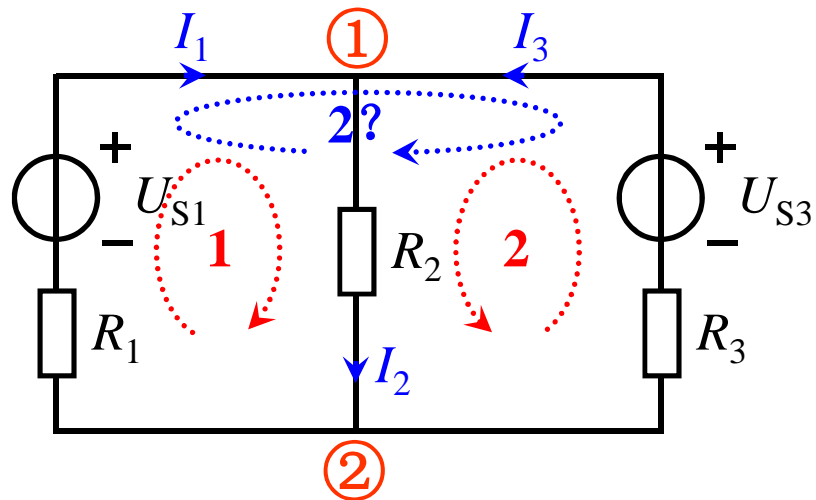
解： 采用支路分析法， 定义节点、 各支路电流和网孔回路的参考方向：

节点 1：  $-I_1 + I_2 - I_3 = 0$

网孔 1：  $I_1 R_1 + I_2 R_2 = U_{S1}$

网孔 2：  $I_3 R_3 + I_2 R_2 = U_{S3}$

求得：  $I_1 = 1\text{A}$   $I_2 = 3\text{A}$   $I_3 = 2\text{A}$



所以， 电压源  $U_{S1}$  的功率：  $P_{S1} = U_{S1} I_1 = 10\text{W}$  （发出功率）

电压源  $U_{S3}$  的功率：  $P_{S3} = U_{S3} I_3 = 26\text{W}$  （发出功率）

## Ø 支路分析法（含电流源支路）

### Ü 分析原则：

由于含电流源支路的电流已知，电流变量数减少一个。

建立回路电压方程时，建议选择单连支回路；将含电流源的支路选为连支（这条回路的 KVL 方程无需列写）。

### 【例3.2】

右下图所示电路。

已知：  $U_S = 7V$ ，  $R_1 = 1\Omega$ ，  $R_2 = 3\Omega$ ，  $I_S = 1A$ 。

求： 各支路电流， 及电压、 电流源的功率。

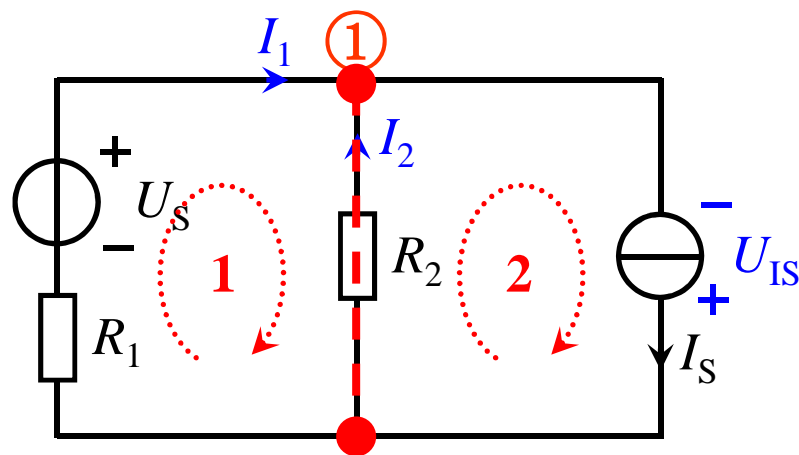
解： 采用支路分析法， 定义节点、 各支路电流和单连支回路的参考方向：

节点 1：  $-I_1 - I_2 + I_S = 0$

连支 1：  $I_1 R_1 - I_2 R_2 = U_S$

连支 2：  $I_2 R_2 = U_{IS}$  (多余)

求得：  $I_1 = 2.5A$   $I_2 = -1.5A$



所以， 电压源  $U_S$  的功率：  $P_{US} = U_S I_1 = 17.5W$  (发出功率)

电流源  $I_S$  的功率：  $P_{IS} = U_{IS} I_S = -4.5W$  (吸收功率)

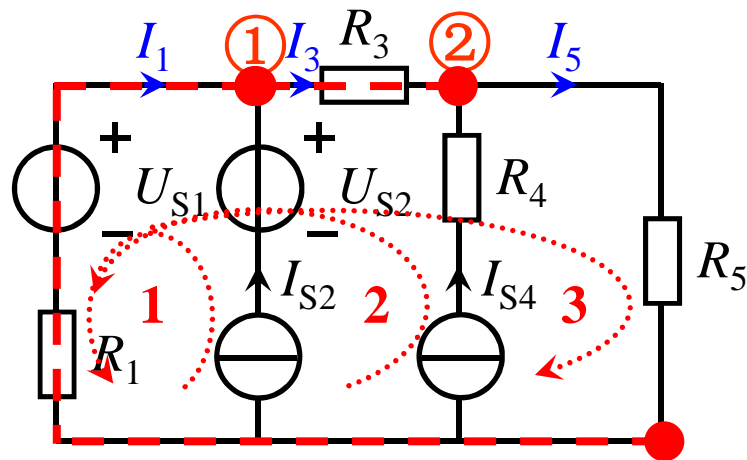
### 【例3.3】

采用支路分析法，定义节点、各支路电流和单连支回路的参考方向：

$$\text{节点 1: } -I_1 - I_{S2} + I_3 = 0$$

$$\text{节点 2: } -I_3 - I_{S4} + I_5 = 0$$

$$\text{连支 3: } I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_5 R_5 = U_{S1}$$



$$\text{所以，电压源功率: } P_{US1} = U_{S1} I_1 \quad P_{US2} = U_{S2} I_{S2}$$

$$\text{电流源功率: } P_{IS2} = U_{IS2} I_{S2} \quad P_{IS4} = U_{IS4} I_{S4}$$

$$\begin{aligned} \text{其中，电流源端电压: } U_{IS2} &= U_{S1} - I_1 R_1 - U_{S2} \\ U_{IS4} &= I_5 R_5 + I_{S4} R_4 \end{aligned}$$

## Ø 支路分析法（含受控源支路）

### ü 分析原则：

首先将受控源当作独立电源，然后按标准方式书写方程式。

再列写附加方程，用支路电流表示受控源中的控制变量。

### 【例3.4】

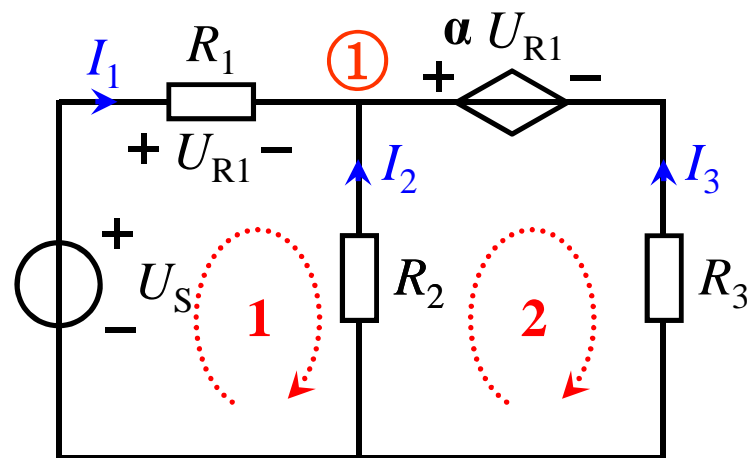
采用支路分析法，定义节点、各支路电流和网孔回路的参考方向：

节点 1:  $-I_1 - I_2 - I_3 = 0$

网孔 1:  $I_1 R_1 - I_2 R_2 = U_S$

网孔 2:  $I_2 R_2 - I_3 R_3 = -a U_{R1}$

附加式:  $U_{R1} = I_1 R_1$



## Ø 支路分析法（小结）

ü 支路分析法：以支路电流为变量，分别对  $n-1$  个独立节点列 KCL 方程，对  $b-n+1$  个独立回路列 KVL 方程，从而获得由  $b$  个方程组成的方程组，进而求解  $b$  条支路的电流参数。

ü 若电路中含有电流源，则尽量将含电流源的支路作为单连支回路（或网孔回路）；  
如此，只需对不含电流源的回路列 KVL 方程。

ü 若电路中存在受控源，先将受控源当作独立电源，然后按标准方式书写方程式，再列写附加方程（建立受控源的控制变量与支路电流之间的关系）。

ü 当电路结构复杂（支路较多）时，支路分析法列出的方程数将较多，使求解困难。

## ✓ 回路分析法

ü 回路分析法：以一组独立的回路电流为变量，利用 KVL 建立电路的回路电压方程组，求解各回路电流，进而求解其他电量。

又称回路电流法。

ü 只需列出  $b-n+1$  个独立的回路电压方程，计算相对简单。

ü 独立的回路：网孔回路、单连支回路（基本回路）。



## Ø 网孔回路分析法

ü 网孔：平面图中，内部不含有任何其它支路的回路。

ü 网孔回路分析法：

以各网孔电流为变量，对  $b-n+1$  个独立的网孔回路列写 KVL 方程；  
电路中的各支路电流，以网孔电流的叠加形式体现。

ü 分析步骤（设电路的节点数为  $n$ ，支路数为  $b$ ）：

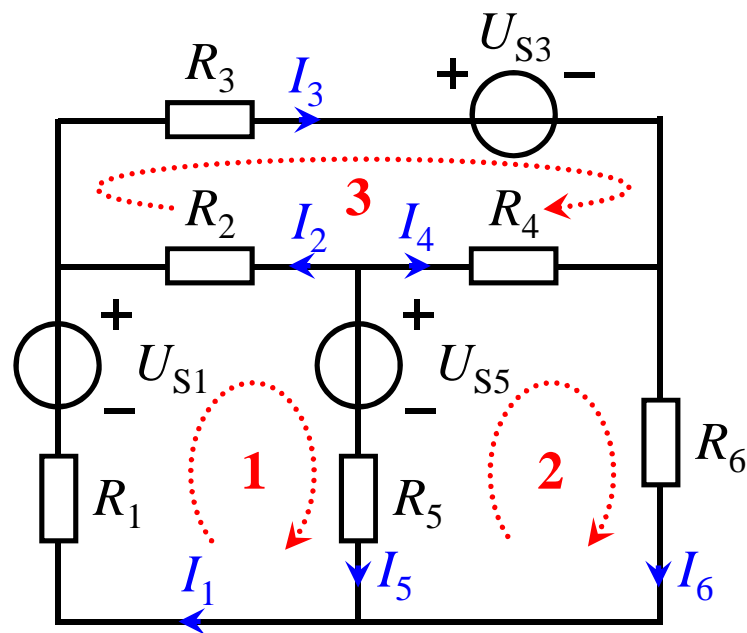
- （1）对各支路、网孔编号，并定义它们的参考方向、关联；
- （2）以各支路电流为变量，根据 KVL，列出  $b-n+1$  个独立的网孔回路电压方程；
- （3）以网孔电流代替支路电流，重写回路电压方程；
- （4）求解方程组，获得网孔电流，并进而求解其他电量。

## 网孔回路分析法

(1) 对各支路、网孔编号，并定义它们的参考方向、关联。

关联:

$$\begin{aligned}I_1 &= I_{m1} \\I_2 &= I_{m3} - I_{m1} \\I_3 &= I_{m3} \\I_4 &= I_{m2} - I_{m3} \\I_5 &= I_{m1} - I_{m2} \\I_6 &= I_{m2}\end{aligned}$$



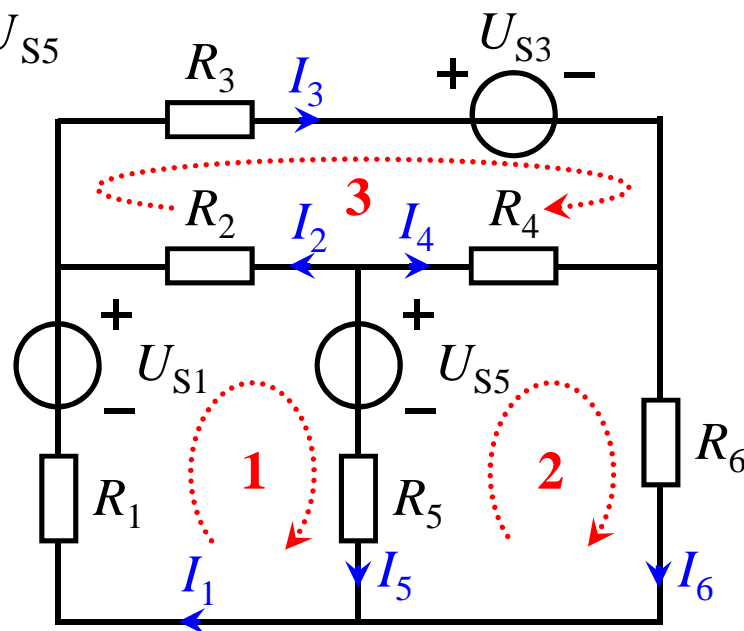
## Ø 网孔回路分析法

(2) 以各支路电流为变量，根据 KVL，列出  $b-n+1$  个独立的网孔回路电压方程。

网孔 1:  $I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_5 R_5 = U_{S1} - U_{S5}$

网孔 2:  $-I_5 R_5 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = U_{S5}$

网孔 3:  $I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = -U_{S3}$



此步骤，和之前的支路分析法一模一样。

## Ø 网孔回路分析法

(3) 以网孔电流代替支路电流，重写回路电压方程。

网孔 1:  $I_{m1}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{m2}R_5 - I_{m3}R_2 = U_{S1} - U_{S5}$

网孔 2:  $I_{m2}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{m1}R_5 - I_{m3}R_4 = U_{S5}$

网孔 3:  $I_{m3}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{m1}R_2 - I_{m2}R_4 = -U_{S3}$

网孔电流  $\times$  网孔电阻 + 相邻网孔电流  $\times$  相邻网孔电阻 = 网孔电压源电势和

$$I_1 = I_{m1}$$

$$I_2 = I_{m3} - I_{m1}$$

$$I_3 = I_{m3}$$

$$I_4 = I_{m2} - I_{m3}$$

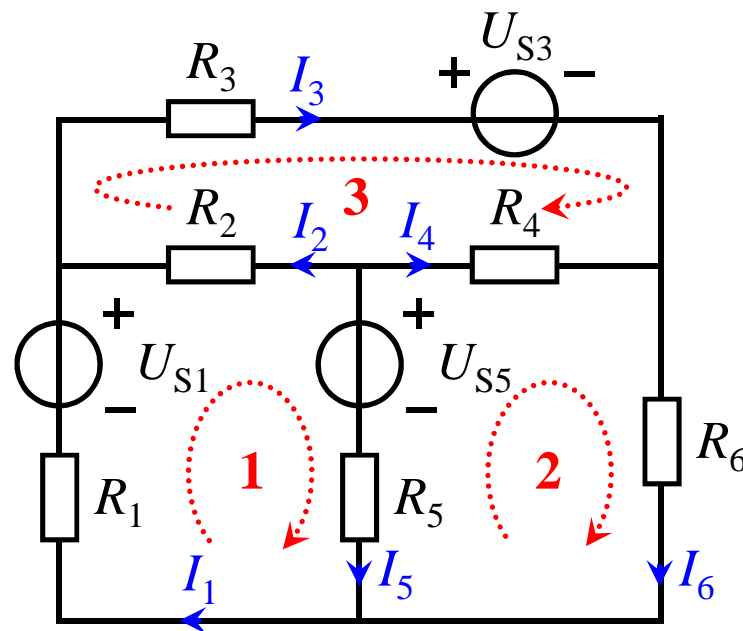
$$I_5 = I_{m1} - I_{m2}$$

$$I_6 = I_{m2}$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_5 R_5 = U_{S1} - U_{S5}$$

$$-I_5 R_5 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = U_{S5}$$

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = -U_{S3}$$



## Ø 网孔回路分析法

(4) 求解方程组，获得网孔电流，并进而求解 ...

ü 网孔 1:  $I_{m1}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{m2}R_5 - I_{m3}R_2 = U_{S1} - U_{S5}$

网孔 2:  $I_{m2}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{m1}R_5 - I_{m3}R_4 = U_{S5}$

网孔 3:  $I_{m3}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{m1}R_2 - I_{m2}R_4 = -U_{S3}$

网孔电流 × 网孔电阻 + 相邻网孔电流 × 相邻网孔电阻 = 网孔电压源电势和

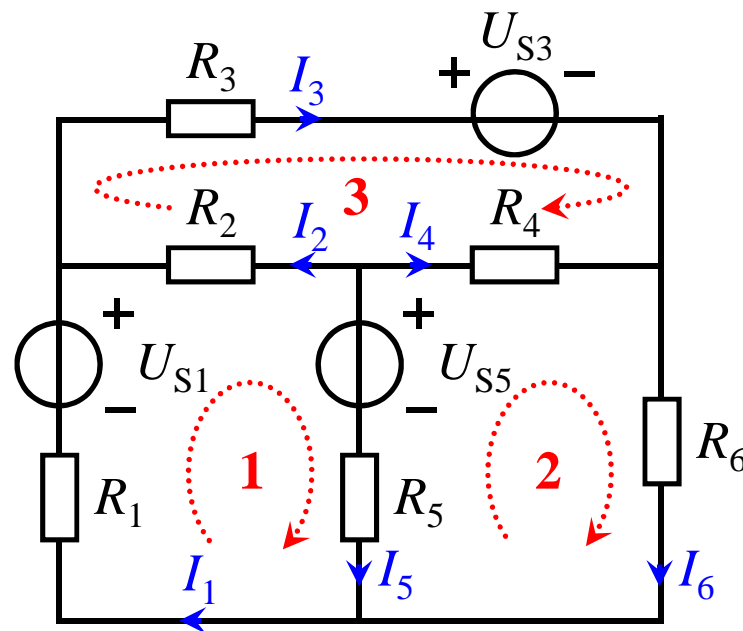
ü 相邻网孔电流 × 相邻网孔电阻 :

当相邻网孔电流参考方向  
与网孔绕行方向一致时取正;

ü 电压源电势:

当电压源电势方向  
与网孔绕行方向一致时取正。

(KVL)



## Ø 网孔回路分析法

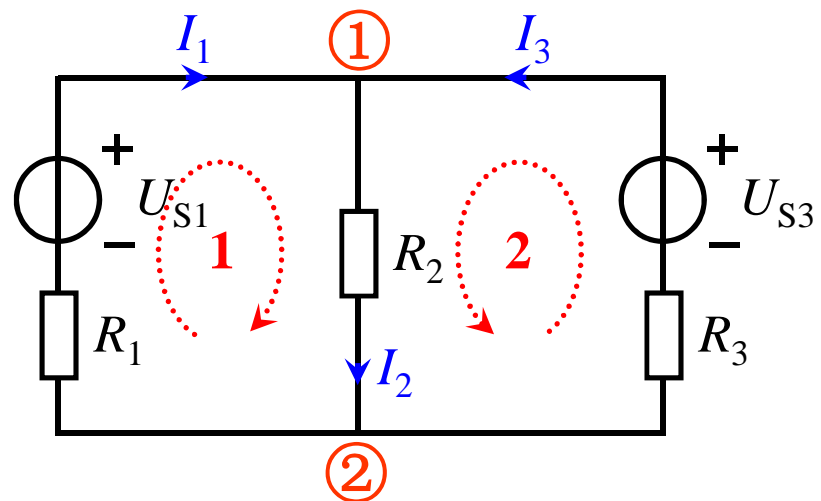
Ü  $n$  个节点,  $b$  条支路电路的通用  $b-n+1$  个独立网孔回路方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{m1}R_{11} + I_{m2}R_{12} + \mathbf{L} + I_{mm}R_{1m} = \sum_{m1} U_{Sm1} \\ I_{m1}R_{21} + I_{m2}R_{22} + \mathbf{L} + I_{mm}R_{2m} = \sum_{m2} U_{Sm2} \\ \mathbf{M} \\ I_{m1}R_{m1} + I_{m2}R_{m2} + \mathbf{L} + I_{mm}R_{mm} = \sum_{mm} U_{Smm} \end{array} \right.$$

【例3.1复】

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 &= U_{S1} \\ I_3 R_3 + I_2 R_2 &= U_{S3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{m1}(R_1 + R_2) + I_{m2}R_2 &= U_{S1} \\ I_{m2}(R_2 + R_3) + I_{m1}R_2 &= U_{S3} \end{aligned}$$



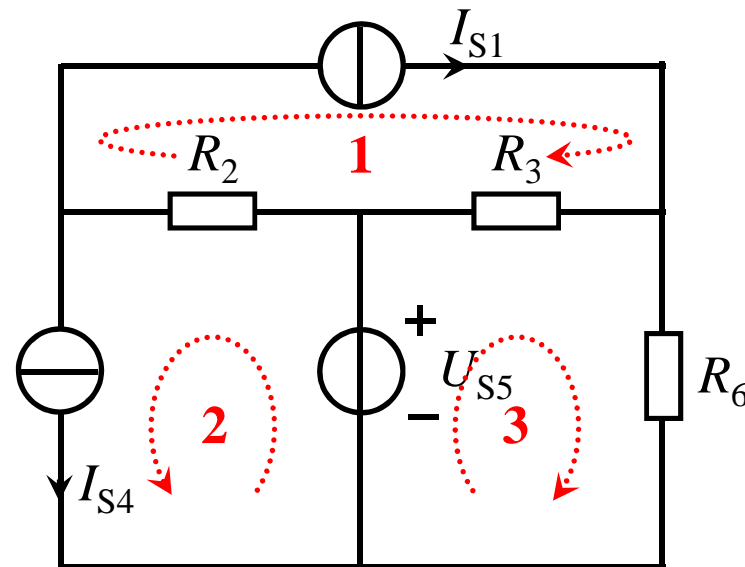
### 【例3.5】

采用网孔回路分析法，定义网孔回路的参考方向：

网孔 1:  $I_{m1} = I_{S1}$

网孔 2:  $I_{m2} = I_{S4}$

网孔 3:  $I_{m3}(R_3 + R_6) - I_{m1}R_3 = U_{S5}$



此电路含有电流源：

由于含电流源支路的电流已知，电流变量数减少一个。

（实际需要计算的网孔电流变量数减少了）

建立回路电压方程时，建议选择单连支回路；将含电流源的支路选为连支（这条回路的 KVL 方程无需列写）。

（含电流源支路的，一般不采用网孔回路分析法）



### 【例3.6】

采用网孔回路分析法，定义网孔回路的参考方向：

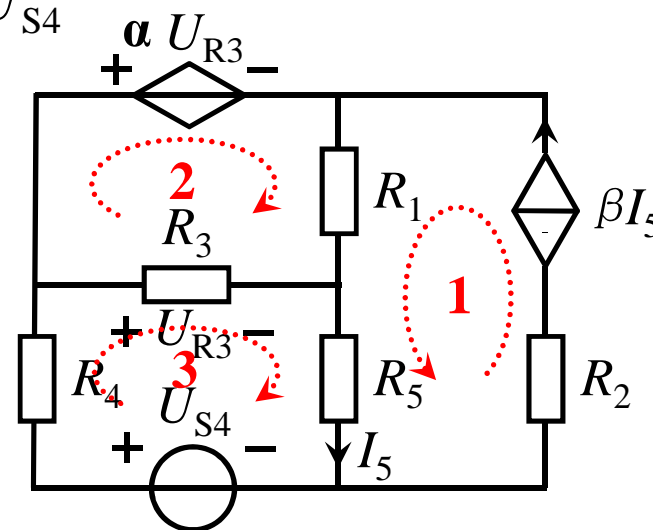
网孔 1:  $I_{m1} = bI_5$

网孔 2:  $I_{m2}(R_1 + R_3) + I_{m1}R_1 - I_{m3}R_3 = -aU_{R3}$

网孔 3:  $I_{m3}(R_3 + R_4 + R_5) + I_{m1}R_5 - I_{m2}R_3 = U_{S4}$

附加 1:  $U_{R3} = (I_{m3} - I_{m2})R_3$

附加 2:  $I_5 = I_{m1} + I_{m3}$



此电路含有受控源：

首先将受控源当作独立电源，然后按标准方式书写方程式。

再列写附加方程，用回路电流表示受控源中的控制变量。

### 【例3.7】

采用网孔回路分析法，定义网孔回路的参考方向：

网孔 1:  $I_{m1} = I_{S6}$

网孔 2:  $I_{m2}(R_1 + R_2) - I_{m3}R_2 = -U_{S1} + aU_{R2}$

网孔 3:  $I_{m3}(R_2 + R_4) + I_{m1}R_4 - I_{m2}R_2 = U_{S3}$

附加 1:  $U_{R2} = (I_{m3} - I_{m2})R_2$

( $U_{S3}$  并联  $R_3$ )

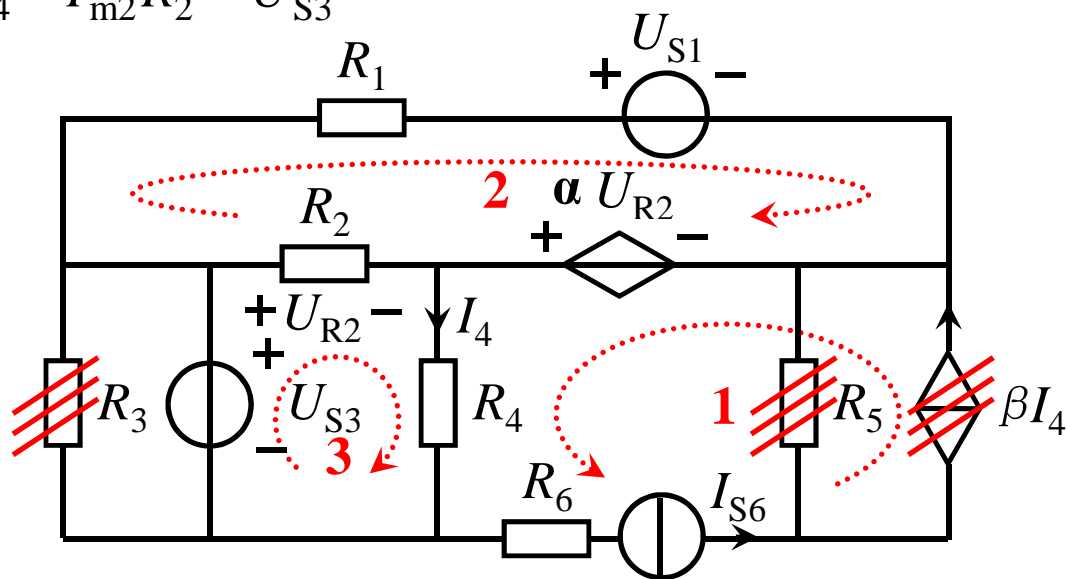
( $I_{S6}$  串联  $R_5$ 、 $\beta I_4$ )

👉  $I_4$ 、 $R_3$ 、 $R_5$  上电流的计算 ...

$$I_4 = I_{m1} + I_{m3}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{S3}}{R_3}$$

$$I_{R5} = I_{S6} - bI_4$$



### 【例3.8】

右下图所示某一电路的部分。  $aI_{m1} + dI_{m2} + eI_{m3} = U_X$

已知整个电路的网孔回路方程为:  $bI_{m2} + dI_{m1} + fI_{m3} = U_Y$

$$cI_{m3} + eI_{m1} + fI_{m2} = U_Z$$

问: 若将电路中原有电源置零, 同时将 A、B 钳断形成一对端钮。

求: A、B 端口的等效电阻  $R_{AB}$ 。

解: 定义激励源  $U_{AB}$  (端电压)、端电流  $I_{AB}$ 。

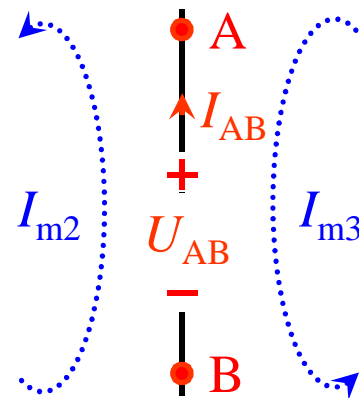
$$aI_{m1} + dI_{m2} + eI_{m3} = 0$$

则新的网孔回路方程为:  $bI_{m2} + dI_{m1} + fI_{m3} = U_{AB}$

$$cI_{m3} + eI_{m1} + fI_{m2} = -U_{AB}$$

由此, 可求出  $I_{m2}$ 、 $I_{m3}$  分别关于  $U_{AB}$  的函数式:  $I_{m2} = rU_{AB}$ ,  $I_{m3} = sU_{AB}$

$$\text{所以: } R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{U_{AB}}{I_{m2} - I_{m3}} = \frac{1}{r - s}$$



有源电路等效

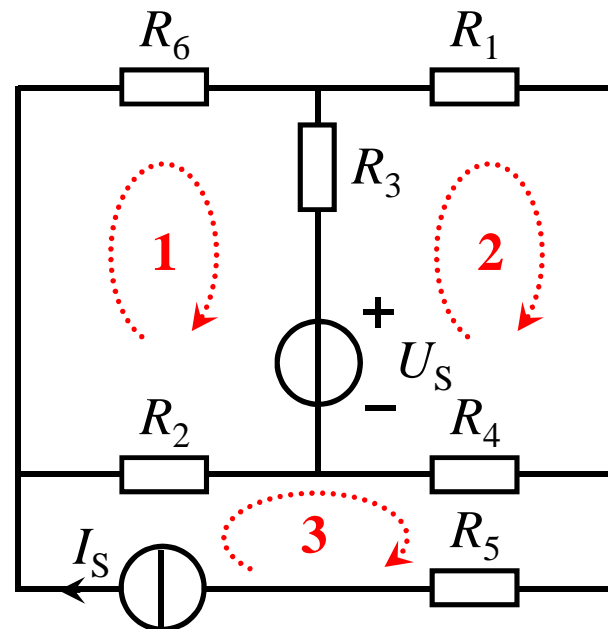
内部不含独立电源;  
在端口外施加激励源;  
端电压与端电流之比。

# 【其它】

$$I_{m1}(R_2 + R_3 + R_6) - I_{m2}R_3 - I_{m3}R_2 = -U_S$$

$$I_{m2}(R_1 + R_3 + R_4) - I_{m1}R_3 - I_{m3}R_4 = U_S$$

$$I_{m3} = I_S$$

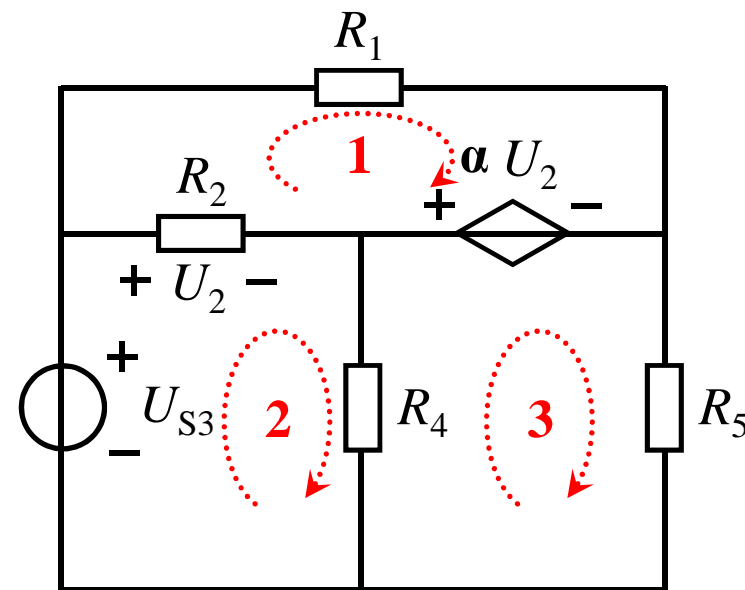


$$I_{m1}(R_1 + R_2) - I_{m2}R_2 = aU_2$$

$$I_{m2}(R_2 + R_4) - I_{m1}R_2 - I_{m3}R_4 = U_{S3}$$

$$I_{m3}(R_4 + R_5) - I_{m2}R_4 = -aU_2$$

$$U_2 = (I_{m2} - I_{m1})R_2$$



## Ø 单连支回路分析法

ü 单连支回路（基本回路）：由若干树支与一条连支组成的回路。

单连支回路有可能就是网孔回路，所以 ...

ü 单连支回路分析法：

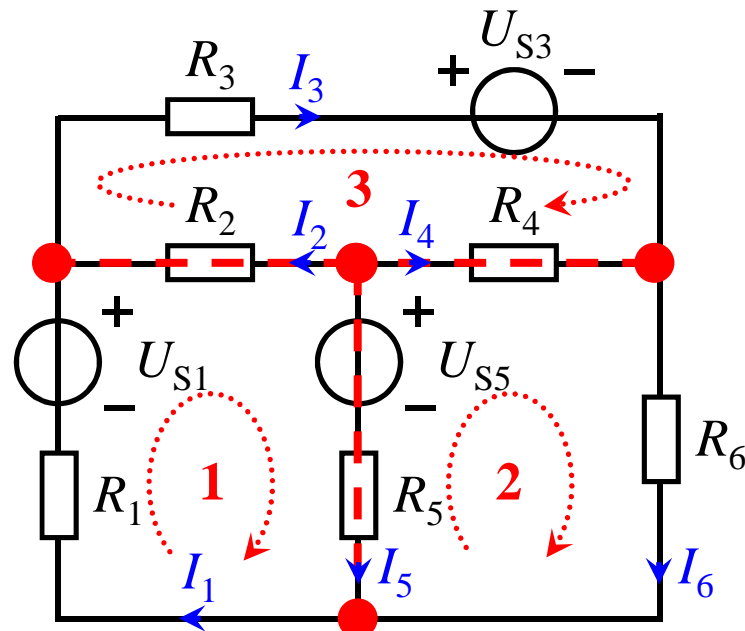
以各单连支回路电流为变量，其余与网孔回路分析法一致。

ü 电路中含电流源支路时，建议选择单连支回路法，并尽可能将电流源所在支路选为连支。

## Ø 单连支回路分析法

关联:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} \\ I_2 &= I_{13} - I_{11} \\ I_3 &= I_{13} \\ I_4 &= I_{12} - I_{13} \\ I_5 &= I_{11} - I_{12} \\ I_6 &= I_{12} \end{aligned}$$



$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_5 R_5 = U_{S1} - U_{S5}$$

单连支回路方程:  $-I_5 R_5 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = U_{S5}$

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = -U_{S3}$$

$$I_{11}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{12} R_5 - I_{13} R_2 = U_{S1} - U_{S5}$$

$$I_{12}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{11} R_5 - I_{13} R_4 = U_{S5}$$

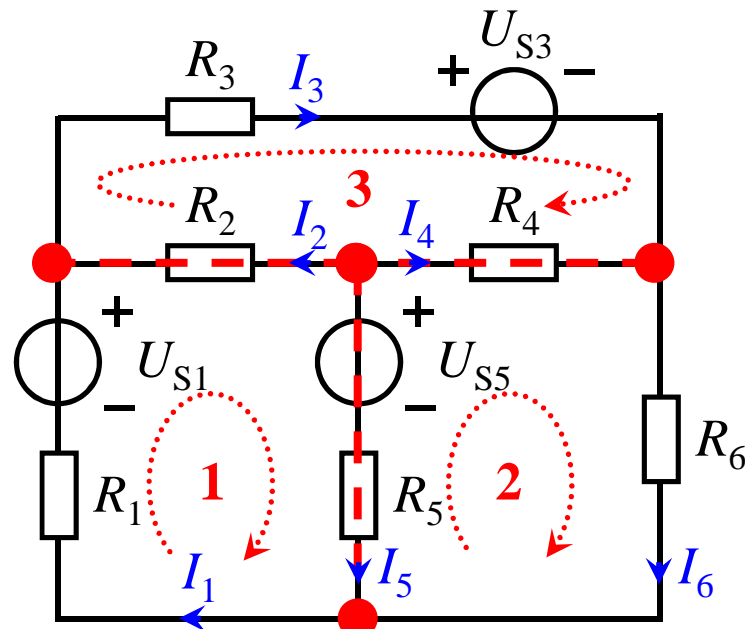
$$I_{13}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{11} R_2 - I_{12} R_4 = -U_{S3}$$

求解 ...

## Ø 单连支回路分析法

关联:

$$\begin{array}{ll}
 I_1 = I_{11} & I_1 = I_{m1} \\
 I_2 = I_{13} - I_{11} & I_2 = I_{m3} - I_{m1} \\
 I_3 = I_{13} & I_3 = I_{m3} \\
 I_4 = I_{12} - I_{13} & I_4 = I_{m2} - I_{m3} \\
 I_5 = I_{11} - I_{12} & I_5 = I_{m1} - I_{m2} \\
 I_6 = I_{12} & I_6 = I_{m2}
 \end{array}$$



单连支回路方程:

$$\begin{aligned}
 I_{m1}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{m2}R_5 - I_{m3}R_2 &= U_{S1} - U_{S5} \\
 I_{m2}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{m1}R_5 - I_{m3}R_4 &= U_{S5} \\
 I_{m3}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{m1}R_2 - I_{m2}R_4 &= -U_{S3} \\
 I_{11}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{12}R_5 - I_{13}R_2 &= U_{S1} - U_{S5} \\
 I_{12}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{11}R_5 - I_{13}R_4 &= U_{S5} \\
 I_{13}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{11}R_2 - I_{12}R_4 &= -U_{S3}
 \end{aligned}$$

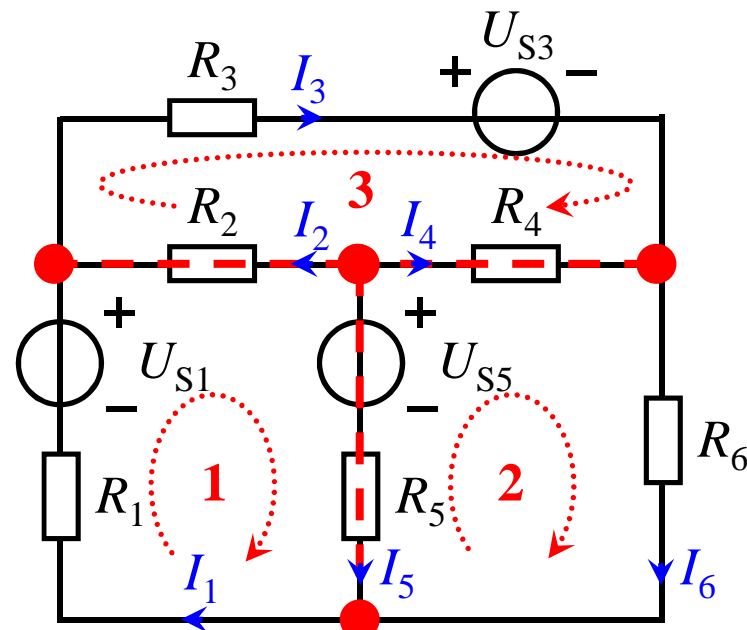
## Ø 单连支回路分析法

ü 相邻回路电阻：

当相邻网孔电流参考方向  
与网孔绕行方向一致时取正；

ü 电压源电压：

当电压源电动势方向  
与网孔绕行方向一致时取正。



回路电流  $\times$  回路电阻 + 相邻回路电流  $\times$  相邻回路电阻 = 回路电压源电势和

$$I_{11}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{12}R_5 - I_{13}R_2 = U_{S1} - U_{S5}$$

$$I_{12}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{11}R_5 - I_{13}R_4 = U_{S5}$$

$$I_{13}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{11}R_2 - I_{12}R_4 = -U_{S3}$$



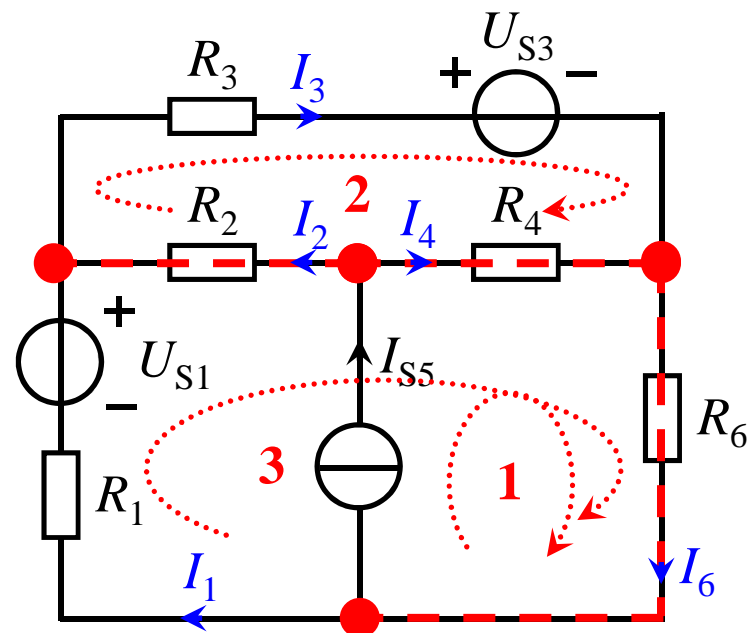
### 【例3.9】

采用单连支回路分析法，定义各支路电流和单连支回路的参考方向：

回路 1:  $I_{11} = I_{S5}$

回路 2:  $I_{12}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{11}R_4 - I_{13}(R_2 + R_4) = -U_{S3}$

回路 3:  $I_{13}(R_1 + R_2 + R_4 + R_6) + I_{11}(R_4 + R_6) - I_{12}(R_2 + R_4) = U_{S1}$



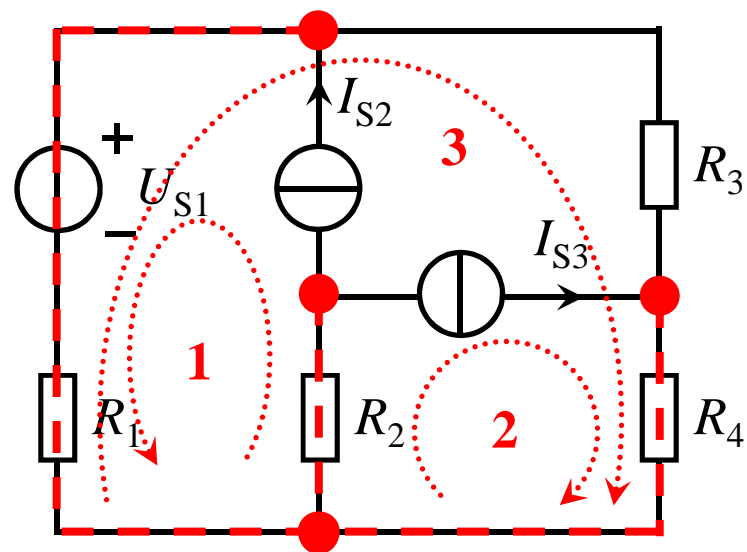
### 【例3.10】

采用单连支回路分析法，定义单连支回路的参考方向：

回路 1:  $I_{11} = I_{S2}$

回路 2:  $I_{12} = I_{S3}$

回路 3:  $I_{13}(R_1 + R_3 + R_4) - I_{11}R_1 + I_{12}R_4 = U_{S1}$



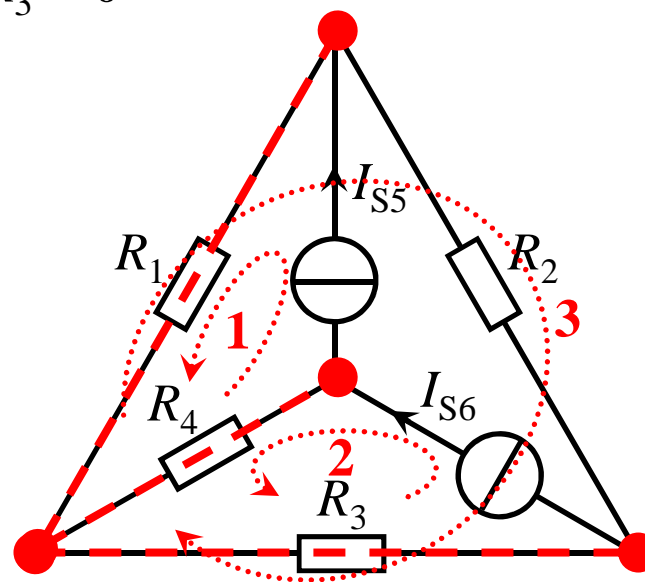
### 【例3.11】

采用单连支回路分析法，定义单连支回路的参考方向：

回路 1:  $I_{11} = I_{S5}$

回路 2:  $I_{12} = I_{S6}$

回路 3:  $I_{13}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{11}R_1 - I_{12}R_3 = 0$



### 【例3.12】

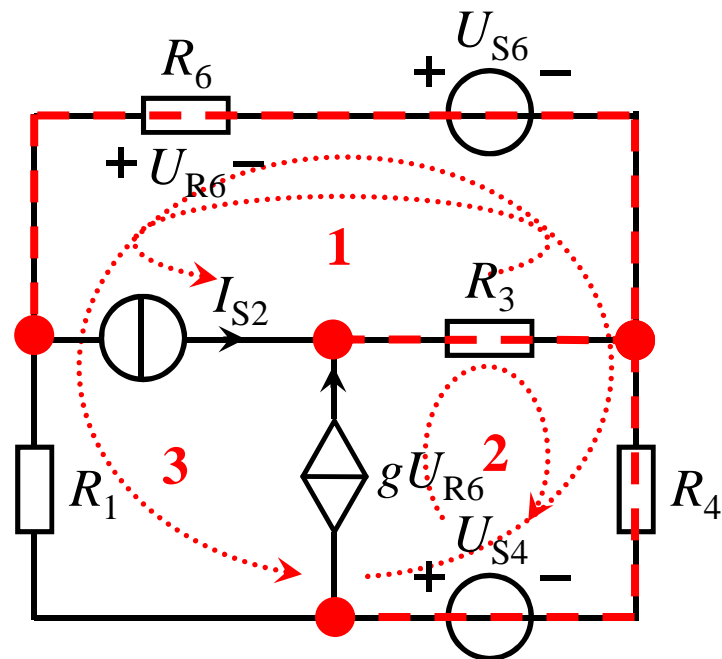
采用单连支回路分析法，定义单连支回路的参考方向：

回路 1:  $I_{11} = I_{S2}$

回路 2:  $I_{12} = gU_{R6}$

回路 3:  $I_{13}(R_1 + R_4 + R_6) + I_{11}R_6 - I_{12}R_4 = U_{S6} - U_{S4}$

附加 1:  $U_{R6} = -(I_{11} + I_{13})R_6$



## Ø 回路分析法（小结）

ü 回路分析法：以一组独立的回路电流为变量，利用 KVL 建立电路的回路电压方程组，并求解出各支路电参数。

ü 网孔回路、单连支回路分析法：

以各网孔、单连支回路电流为变量，对  $b-n+1$  个网孔列写 KVL 方程；  
电路中的各支路电流，以网孔、单连支电流的叠加形式体现。

回路电流  $\times$  回路电阻 + 相邻回路电流  $\times$  相邻回路电阻 = 回路电压源电势和

ü 电路中含电流源支路时，建议选择单连支回路法，并尽可能将电流源所在支路选为连支。

ü 针对电源、受控源的处理方法，与支路分析法一致。

ü 计算相对简单。

【例3.5复】

$$I_{m1} = I_{S1}$$

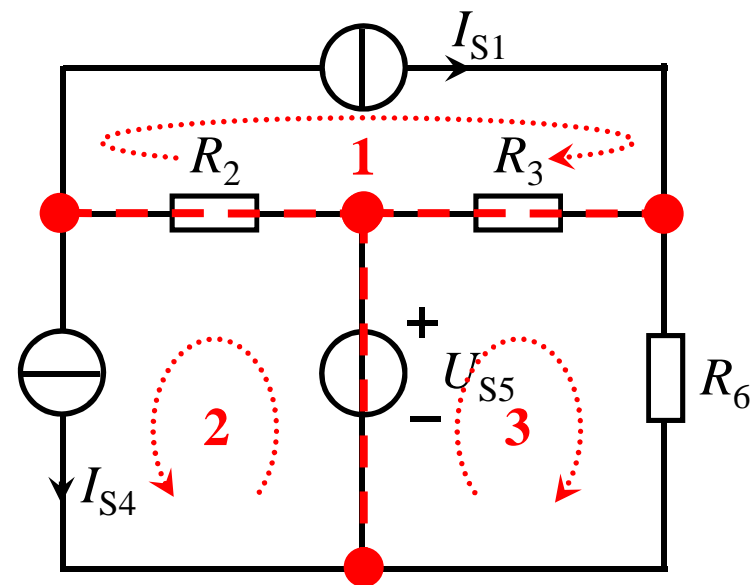
$$I_{m2} = I_{S4}$$

$$I_{m3}(R_3 + R_6) - I_{m1}R_3 = U_{S5}$$

$$I_{11} = I_{S1}$$

$$I_{12} = I_{S4}$$

$$I_{13}(R_3 + R_6) - I_{11}R_3 = U_{S5}$$



【例3.6复】

$$I_{m1} = bI_5$$

$$I_{m2}(R_1 + R_3) + I_{m1}R_1 - I_{m3}R_3 = -aU_{R3}$$

$$I_{m3}(R_3 + R_4 + R_5) + I_{m1}R_5 - I_{m2}R_3 = U_{S4}$$

$$U_{R3} = (I_{m3} - I_{m2})R_3$$

$$I_5 = I_{m1} + I_{m3}$$

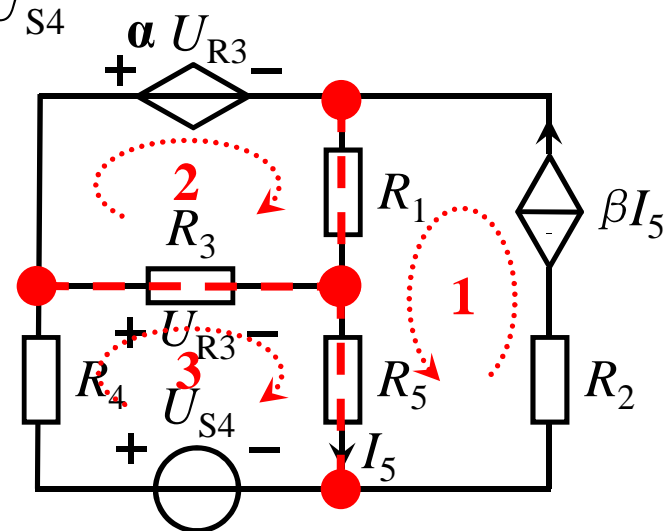
$$I_{11} = bI_5$$

$$I_{12}(R_1 + R_3) + I_{11}R_1 - I_{13}R_3 = -aU_{R3}$$

$$I_{13}(R_3 + R_4 + R_5) + I_{11}R_5 - I_{12}R_3 = U_{S4}$$

$$U_{R3} = (I_{13} - I_{12})R_3$$

$$I_5 = I_{11} + I_{13}$$



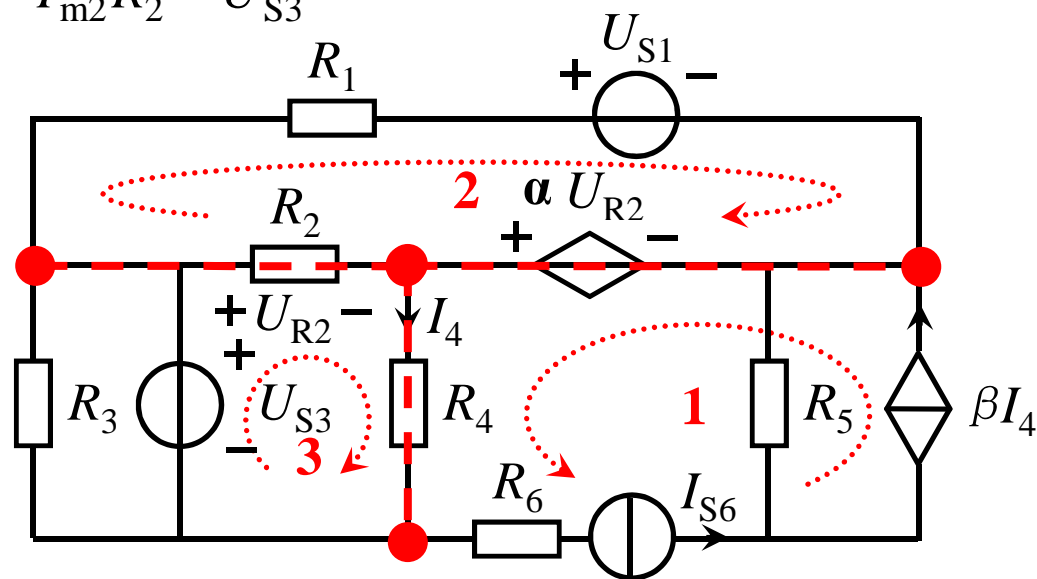
【例3.7复】

$$I_{m1} = I_{S6}$$

$$I_{m2}(R_1 + R_2) - I_{m3}R_2 = -U_{S1} + aU_{R2}$$

$$I_{m3}(R_2 + R_4) + I_{m1}R_4 - I_{m2}R_2 = U_{S3}$$

$$U_{R2} = (I_{m3} - I_{m2})R_2$$



$$I_{11} = I_{S6}$$

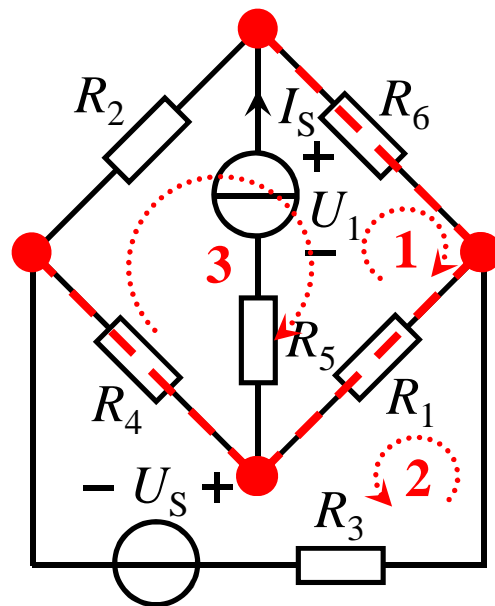
$$I_{12}(R_1 + R_2) - I_{13}R_2 = -U_{S1} + aU_{R2}$$

$$I_{13}(R_2 + R_4) + I_{11}R_4 - I_{12}R_2 = U_{S3}$$

$$U_{R2} = (I_{13} - I_{12})R_2$$



【其它】



$$I_{11} = I_S$$

$$I_{12}(R_1 + R_3 + R_4) + I_{11}R_1 + I_{13}(R_1 + R_4) = U_S$$

$$I_{13}(R_1 + R_2 + R_4 + R_6) + I_{11}(R_1 + R_6) + I_{12}(R_1 + R_4) = 0$$

## ✓ 节点分析法

ü 节点电压：电路节点相对于电路参考点之间的电压差。

电路参考点可任意选取（一旦选定，在后续的分析中不得更改）。

ü 节点分析法：以节点电压为变量，利用 **KCL** 建立电路的节点电流方程组，求解各节点电压，进而求解其他电量。

又称节点电压法。

ü 分析步骤（设电路的节点数为  $n$ ，支路数为  $b$ ）：

- （1）对各节点、支路编号，并定义参考节点、参考方向、关联；
- （2）以各支路电流为变量，根据 **KCL**，列出  $n-1$  个独立的节点电流方程（已经有一个节点作为参考点了）；
- （3）以节点电压代替支路电流，重写节点电流方程；
- （4）求解方程组，获得节点电压，并进而求解其它电量。

## 节点分析法

(1) 对各节点、支路编号，并定义参考节点3、参考方向、关联。

$$I_1 = U_1 / R_1 = G_1 U_1$$

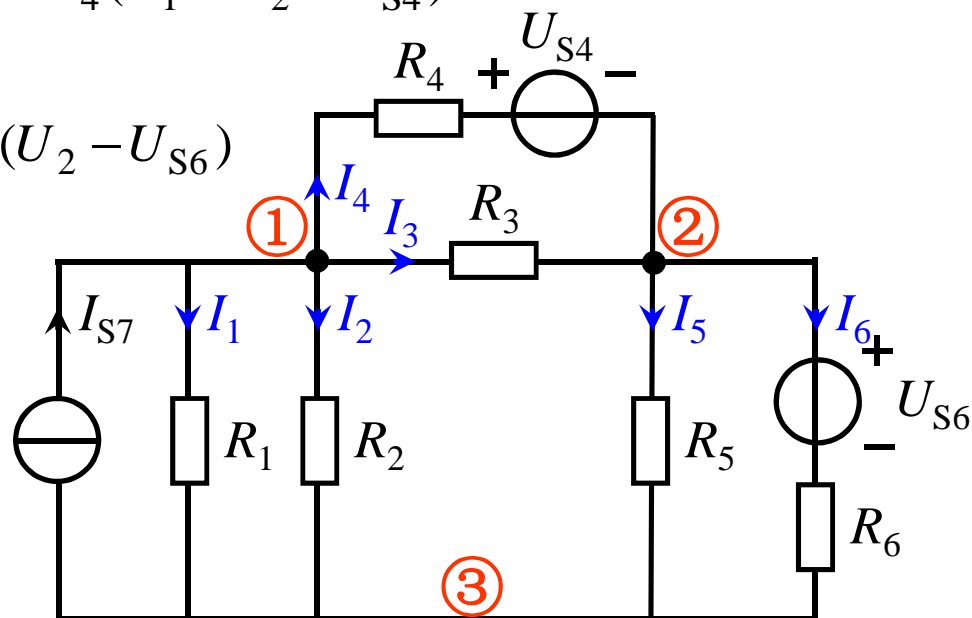
$$I_2 = U_1 / R_2 = G_2 U_1$$

关联  $I_3 = (U_1 - U_2) / R_3 = G_3 (U_1 - U_2)$

$$I_4 = (U_1 - U_2 - U_{S4}) / R_4 = G_4 (U_1 - U_2 - U_{S4})$$

$$I_5 = U_2 / R_5 = G_5 U_2$$

$$I_6 = (U_2 - U_{S6}) / R_6 = G_6 (U_2 - U_{S6})$$



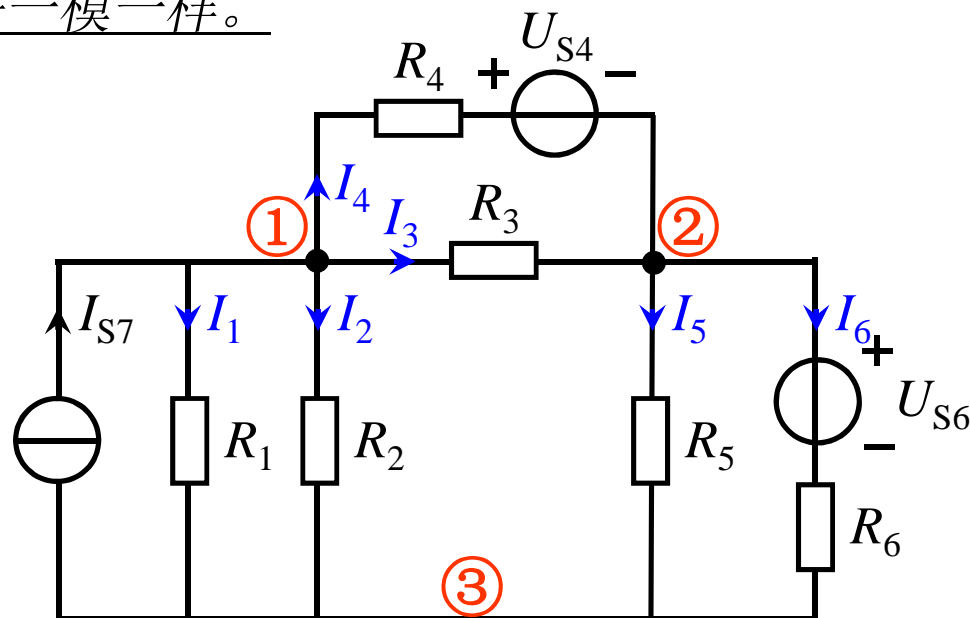
## 节点分析法

(2) 以各支路电流为变量，根据 KCL，列出  $n-1$  个独立的节点电流方程。

节点 1:  $-I_{S7} + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$

节点 2:  $-I_3 - I_4 + I_5 + I_6 = 0$

此步骤，和之前的支路分析法一模一样。



## 节点分析法

(3) 以节点电压代替支路电流，重写节点电流方程；

节点 1:  $(G_1 + G_2 + G_3 + G_4)U_1 - (G_3 + G_4)U_2 = G_4U_{S4} + I_{S7}$

节点 2:  $(G_3 + G_4 + G_5 + G_6)U_2 - (G_3 + G_4)U_1 = -G_4U_{S4} + G_6U_{S6}$

$$I_1 = U_1/R_1 = G_1U_1$$

$$I_2 = U_1/R_2 = G_2U_1$$

$$I_3 = (U_1 - U_2)/R_3 = G_3(U_1 - U_2)$$

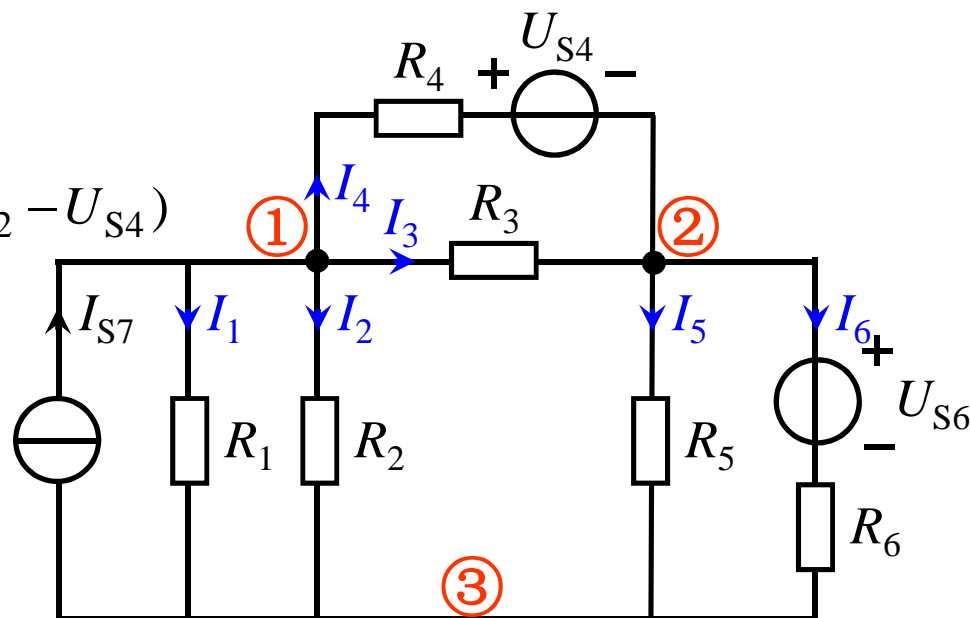
$$I_4 = (U_1 - U_2 - U_{S4})/R_4 = G_4(U_1 - U_2 - U_{S4})$$

$$I_5 = U_2/R_5 = G_5U_2$$

$$I_6 = (U_2 - U_{S6})/R_6 = G_6(U_2 - U_{S6})$$

$$-I_{S7} + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$-I_3 - I_4 + I_5 + I_6 = 0$$



## Ø 节点分析法

(4) 求解方程组，获得节点电压，并进而求解其它电量。

ü 节点 1:  $(G_1 + G_2 + G_3 + G_4)U_1 - (G_3 + G_4)U_2 = G_4U_{S4} + I_{S7}$

节点 2:  $(G_3 + G_4 + G_5 + G_6)U_2 - (G_3 + G_4)U_1 = -G_4U_{S4} + G_6U_{S6}$

节点电导 × 节点电压 + 相邻节点电导 × 相邻节点电压  
= 节点支路电导 × 节点电压源电势和 + 节点电流源和

相邻节点电导:

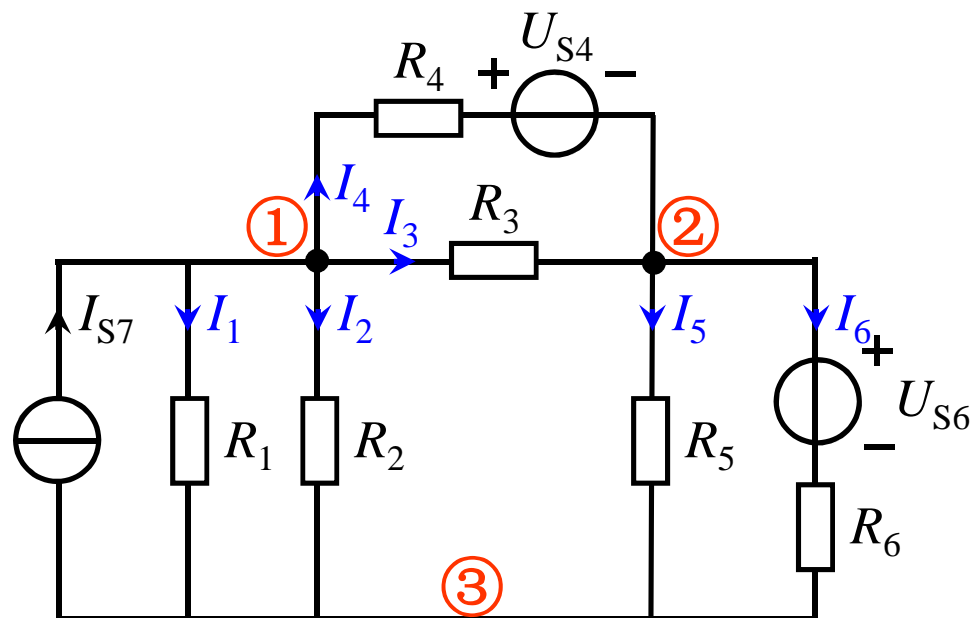
永远取负;

节点电压源电势:

当电势方向指向节点时取正。

节点电流源:

当电流流入节点时取正。



## Ø 节点分析法

Ü  $n$  个节点， $b$  条支路电路的通用  $n-1$  个独立节点电压方程：

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{11}U_1 + G_{12}U_2 + \mathbf{L} + G_{1(n-1)}U_{n-1} = \sum_1 GU_S + \sum_1 I_S \\ G_{21}U_1 + G_{22}U_2 + \mathbf{L} + G_{2(n-1)}U_{n-1} = \sum_2 GU_S + \sum_2 I_S \\ \mathbf{M} \\ G_{(n-1)1}U_1 + G_{(n-1)2}U_2 + \mathbf{L} + G_{(n-1)(n-1)}U_{n-1} = \sum_{n-1} GU_S + \sum_{n-1} I_S \end{array} \right.$$

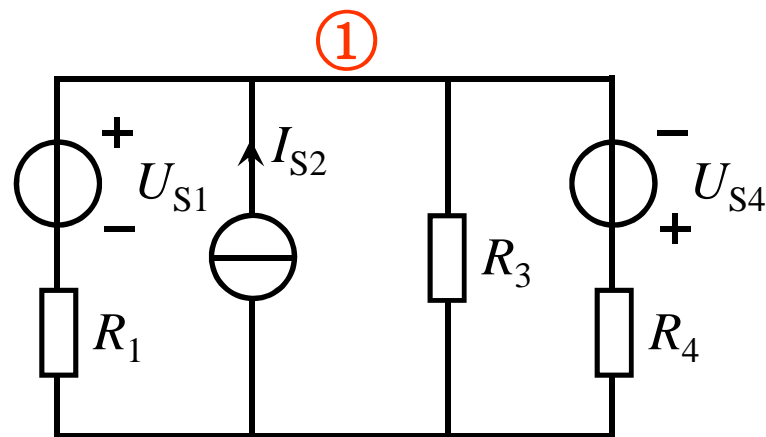
## Ø 节点分析法（特例：两节点）

ü 当电路只包含两个节点时，  
可以直接写出节点 1 的节点电压表达式： $U_1 = \frac{\sum_1 GU_S + \sum_1 I_S}{G_{11}}$   
（以节点 2 为参考节点）

ü 米尔曼公式（米尔曼定理）。

ü 例（右图）：

$$U_1 = \frac{G_1 U_{S1} + I_{S2} - G_4 U_{S4}}{G_1 + G_3 + G_4}$$





### 【例3.13】

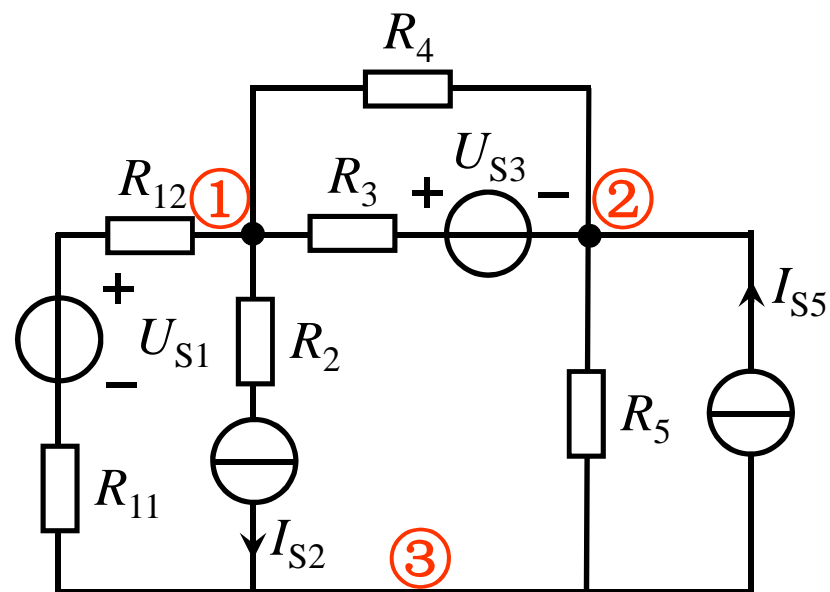
采用节点分析法，定义参考节点 3：

$$\text{节点 1: } (G_1 + G_3 + G_4)U_1 - (G_3 + G_4)U_2 = G_1U_{S1} + G_3U_{S3} - I_{S2}$$

$$\text{节点 2: } (G_3 + G_4 + G_5)U_2 - (G_3 + G_4)U_1 = -G_3U_{S3} + I_{S5}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_{11} + R_{12}}$$

含有电流源的支路...



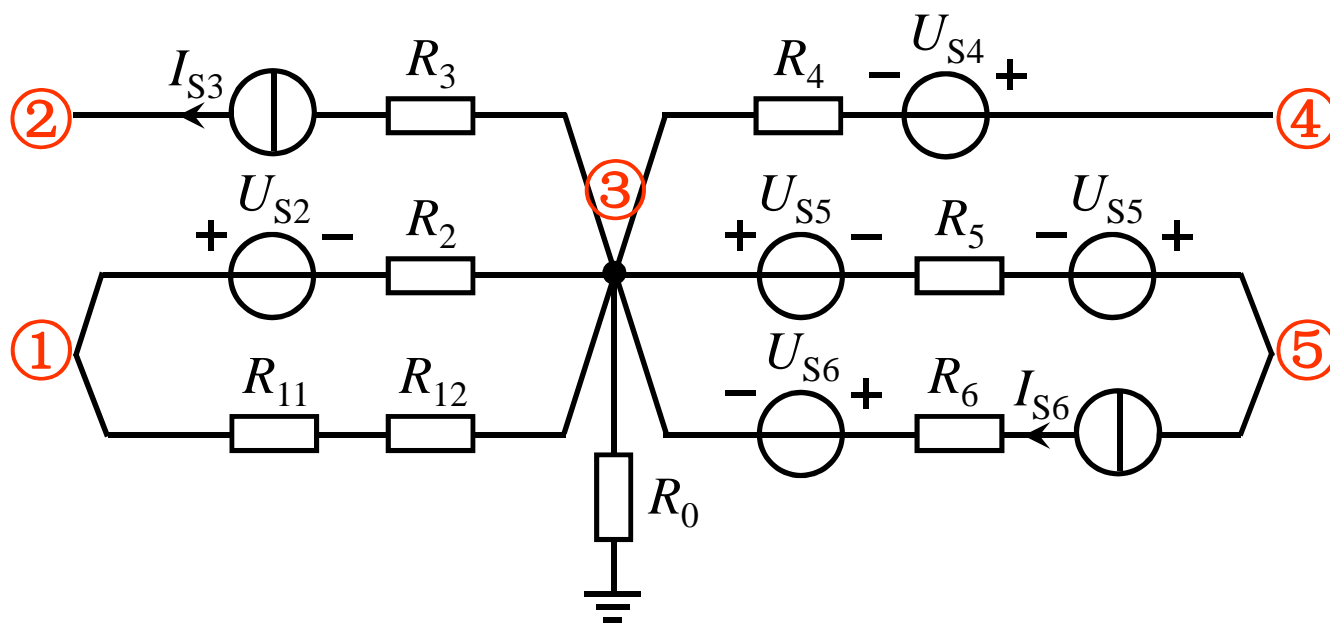
### 【例3.14】

采用节点分析法，针对节点 3：

$$(G_1 + G_2 + G_4 + G_5 + G_0)U_3 - (G_1 + G_2)U_1 - G_4U_4 - G_5U_5 = -G_2U_{S2} - I_{S3} - G_4U_{S4} + I_{S6}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_{11} + R_{12}}$$

含有电流源的支路...



### 【例3.15】

下图所示电路中， $2^0$ 、 $2^1$ 、 $2^2$  为三个开关，分别受  $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  控制。

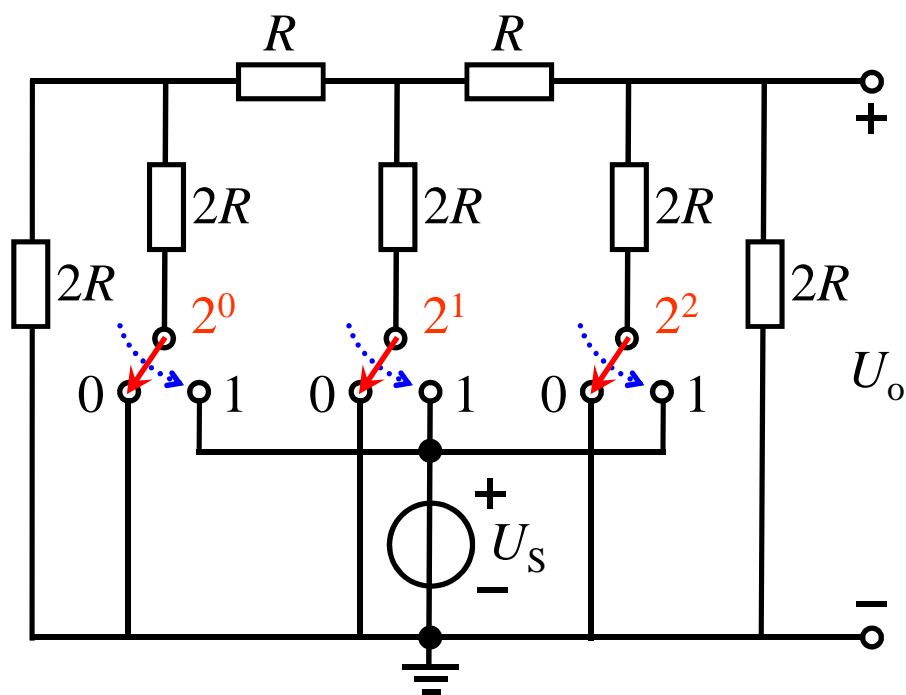
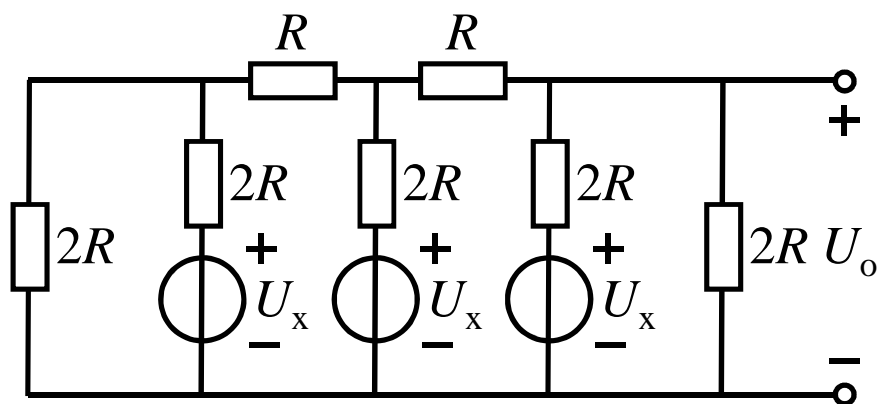
当  $b_i$  为 0 时，对应开关接地；

当  $b_i$  为 1 时，对应开关接电源  $U_S$ 。

求：输出量  $U_o$  与控制量  $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  的关系式。

解：无论开关接地或接电源  $U_S$ ，均有一如左下图所示的等效电路。

其中：  $U_x = b_i \times U_S$



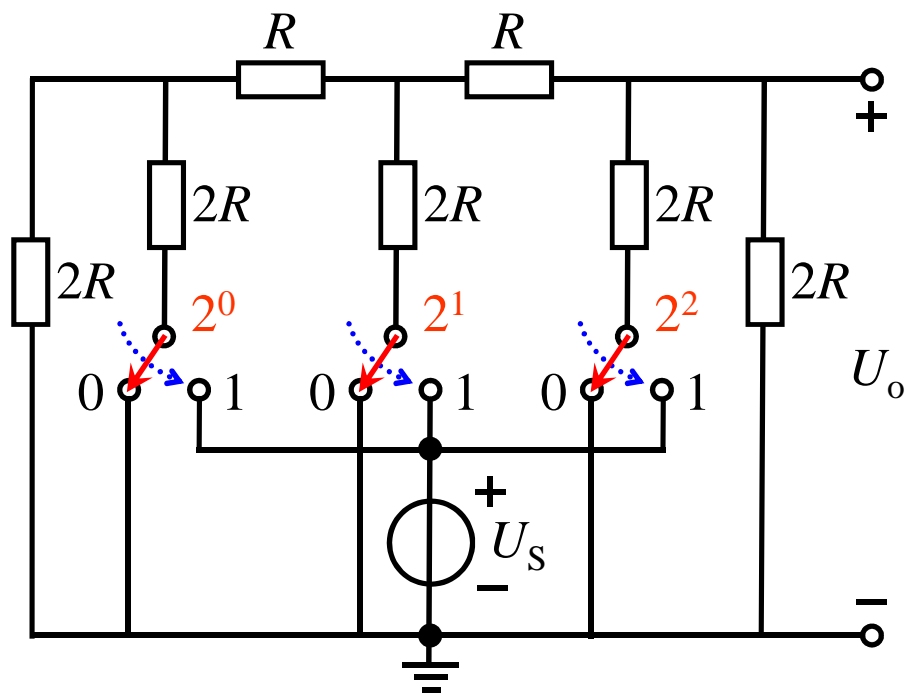
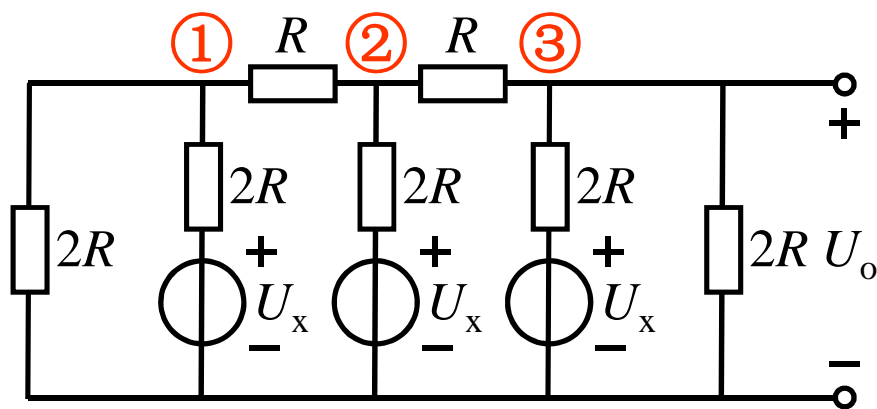
$$\text{节点 1: } \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right)U_1 - \frac{1}{R}U_2 = \frac{1}{2R}U_x$$

$$\text{节点 2: } \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right)U_2 - \frac{1}{R}U_1 - \frac{1}{R}U_3 = \frac{1}{2R}U_x$$

$$\text{节点 3: } \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}\right)U_3 - \frac{1}{R}U_2 = \frac{1}{2R}U_x$$

$$\text{整理, 得: } U_o = \frac{1}{12}U_s \cdot (b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0)$$

$$U_x = b_i \times U_s$$



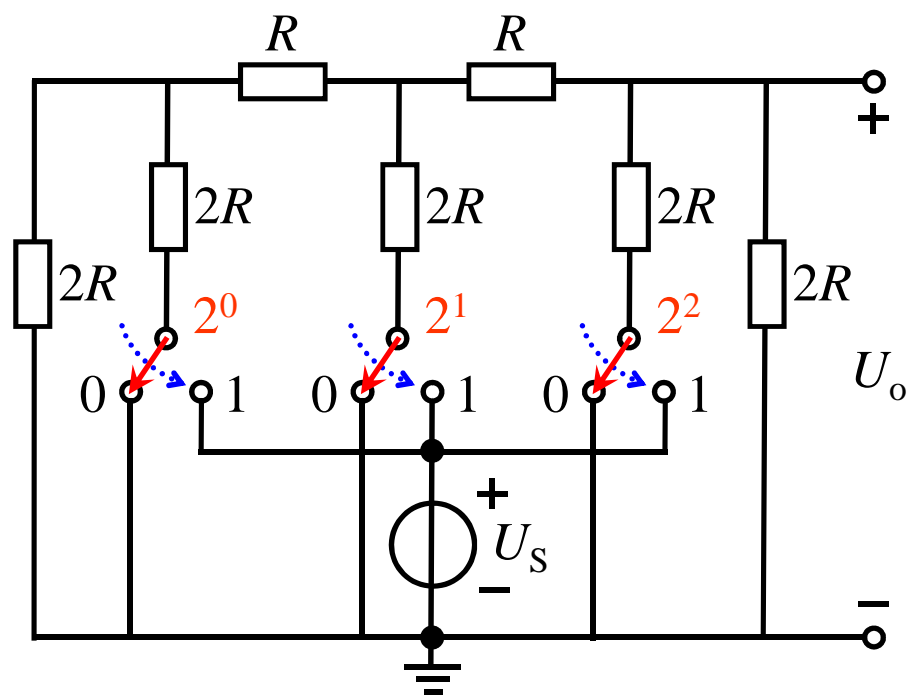
若定义  $U_S = 12V$ ，则： $U_o = b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0$

数模转换电路（DA）：

将三位二进制数（数字量）转换为十进制数（模拟量）。

$$U_o = \frac{1}{12} U_S \cdot (b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0)$$

$b_2$	$b_1$	$b_0$	$U_o$ (V)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7



## Ø 节点分析法（含特殊元件支路）

### ü 含纯电压源支路：

以纯电压源支路的任一节点为参考节点，则另一节点的节点电压可直接得到（即等于电压源电压值）。

### ü 含受控源支路：

- （1）将受控源视为独立电源，按标准方式列写节点电流方程；
- （2）增加附加方程，用节点电压表示受控源中的控制变量。

### 【例3.6复】

以节点 1 为参考节点。

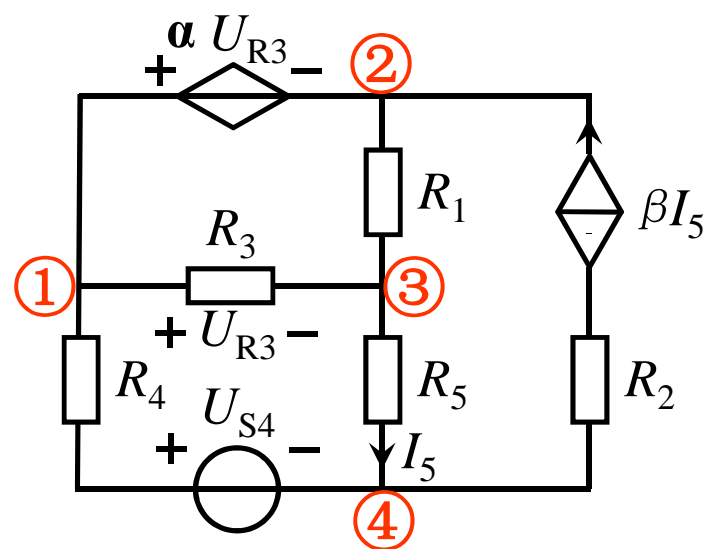
$$U_2 = -aU_{R3}$$

$$(G_1 + G_3 + G_5)U_3 - G_1U_2 - G_5U_4 = 0$$

$$(G_4 + G_5)U_4 - G_5U_3 = -G_4U_{S4} - bI_5$$

$$U_{R3} = -U_3$$

$$I_5 = G_5(U_3 - U_4)$$



### 【例3.16】

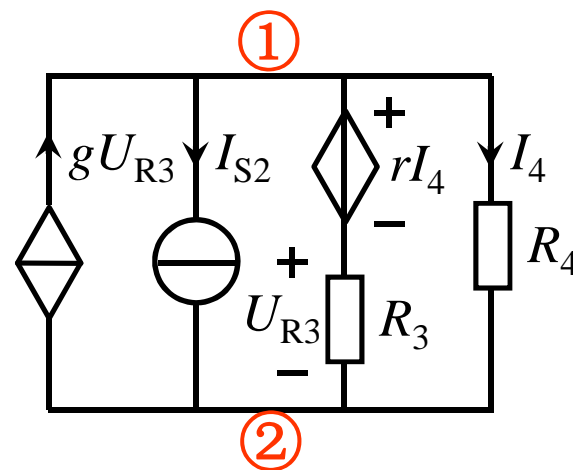
两节点、含受控源电路。

可直接写出节点 1 的节点电压方程：

$$U_1 = \frac{gU_{R3} - I_{S2} + G_3 r I_4}{G_3 + G_4}$$

$$U_{R3} = U_1 - r I_4$$

$$I_4 = U_1 G_4$$





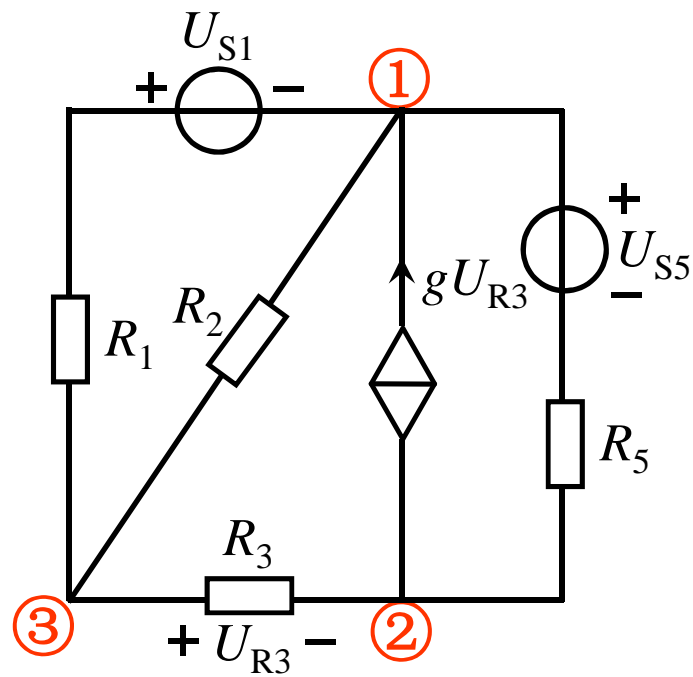
【例3.17】

以节点 2 为参考节点。

$$(G_1 + G_2 + G_5)U_1 - (G_1 + G_2)U_3 = -G_1U_{S1} + G_5U_{S5} + gU_{R3}$$

$$(G_1 + G_2 + G_3)U_3 - (G_1 + G_2)U_1 = G_1U_{S1}$$

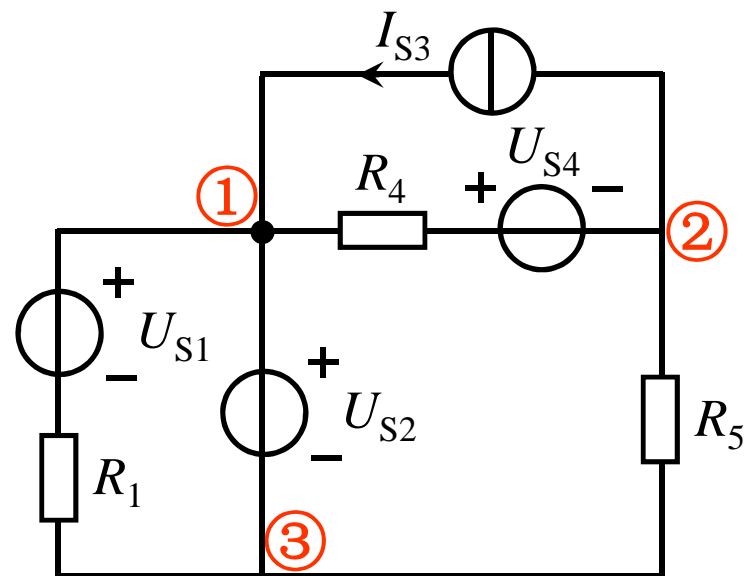
$$U_{R3} = U_3$$



【例3.18】

以节点 3 为参考节点，则节点 1 的电压为： $U_1 = U_{S2}$

节点 2 的方程为： $(G_4 + G_5)U_2 - G_4U_1 = -G_4U_{S4} - I_{S3}$



### 【例3.19】

下图所示电路中，电阻  $R$  可调，其它器件参数已知。

问：当  $R$  变化时，为使  $U_0$  保持不变， $U_{SX}$  应取如何取值？

解：要使  $U_0$  不变，即  $U_1$  不变。

列写节点电压方程（以节点 4 为参考节点）：

$$\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0}\right)U_1 - \frac{1}{R_0}U_2 = \frac{1}{R_0}U_S - I_S$$

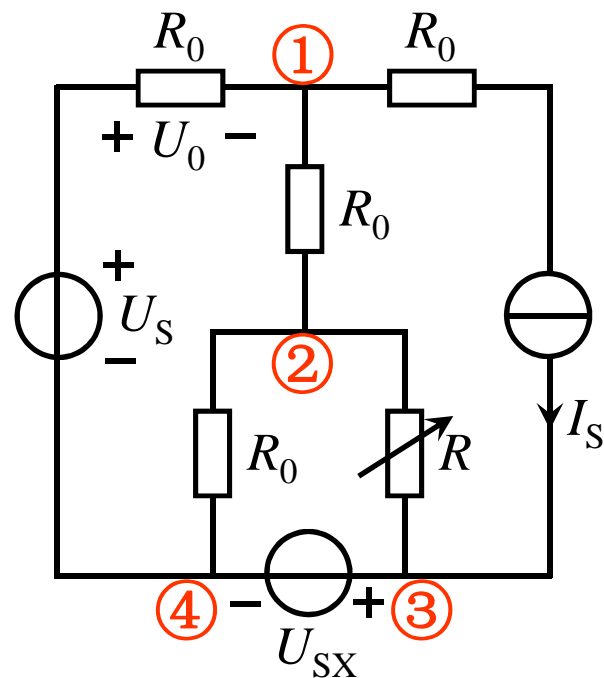
$$\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R}\right)U_2 - \frac{1}{R_0}U_1 - \frac{1}{R}U_3 = 0$$

$$U_3 = U_{SX}$$

$$\text{解得： } U_1 = \frac{2(U_S - R_0 I_S)R + (U_S - R_0 I_S + U_{SX})R_0}{3R + 2R_0}$$

按比例原则，有：

$$U_{SX} = \frac{U_S - R_0 I_S}{3}$$



### 【例3.19复】

下图所示电路中，电阻  $R$  可调，其它器件参数已知。

问：当  $R$  变化时，为使  $U_0$  保持不变， $U_{SX}$  应取如何取值？

解：  $R$  变化时， $U_0$  ( $U_1$ ) 不变。

可以取极限情况分析：

$$(1) R=0: \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0}\right)U_1 - \frac{1}{R_0}U_2 = \frac{1}{R_0}U_S - I_S, \quad U_2 = U_3 = U_{SX}$$

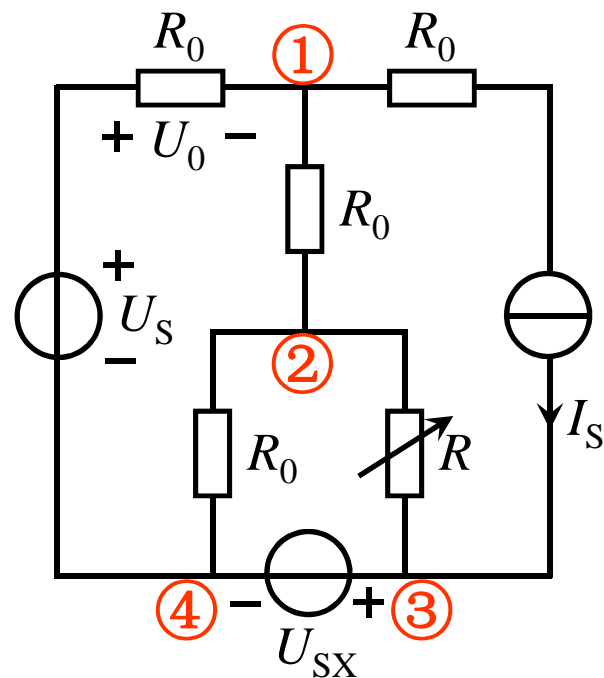
$$\text{得: } U_1 = \frac{U_S - R_0 I_S + U_{SX}}{2}$$

$$(2) R=\infty: \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{2R_0}\right)U_1 = \frac{1}{R_0}U_S - I_S$$

$$\text{得: } U_1 = 2 \times \frac{U_S - R_0 I_S}{3}$$

所以，最终有：

$$U_{SX} = \frac{U_S - R_0 I_S}{3}$$



## 节点分析法（改进）

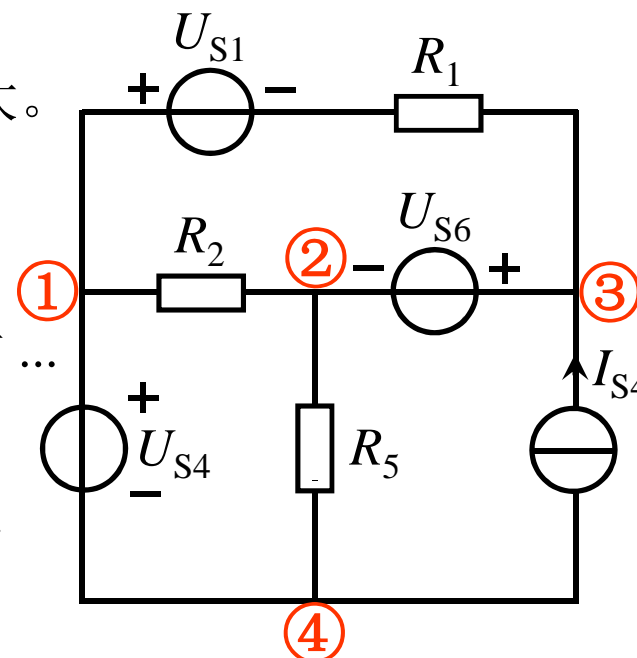
问题/现象：纯电压源支路，支路电导为无穷大。

例（右图）：

以节点 4 为参考节点，在书写节点 2 的方程时 ...

（无论选那个参考节点，都会遇到这一问题）

只要有多条且不相连的纯电压源支路，就会...



改进节点法：

- (1) 将电压源用电流源代替，其数值为该电压源支路的电流值。
- (2) 按标准节点分析法列写方程组 ...
- (3) 书写一附加方程，表述：  
纯电压源支路的两个节点间电压 = 原电压源电压

### 【例3.20】

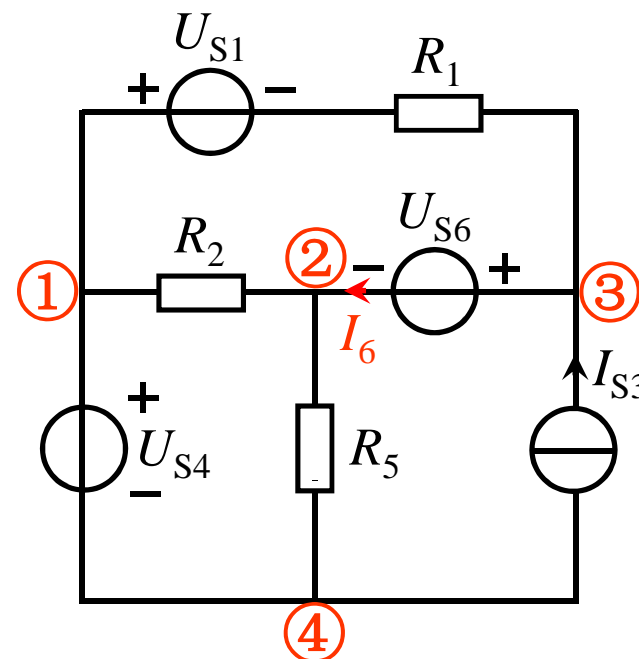
以节点 4 为参考节点，替换  $U_{S6}$ ，书写方程组。

节点 1:  $U_1 = U_{S4}$

节点 2:  $(G_2 + G_5)U_2 - G_2U_1 = I_6$

节点 3:  $G_1U_3 - G_1U_1 = I_{S3} - I_6 - G_1U_{S1}$

附加 1:  $U_3 - U_2 = U_{S6}$



(1) 将电压源用电流源代替，其数值为该电压源支路电流值。

(2) 按标准节点分析法列写方程组 ...

(3) 书写一附加方程，表述：

纯电压源支路的两个节点间电压 = 原电压源电压

### 【例3.21】

非平面电路，替换  $U_S$ ，书写方程组。

节点 1:  $(G_1 + G_2 + G_3)U_1 - G_2U_3 - G_1U_4 = I_S$

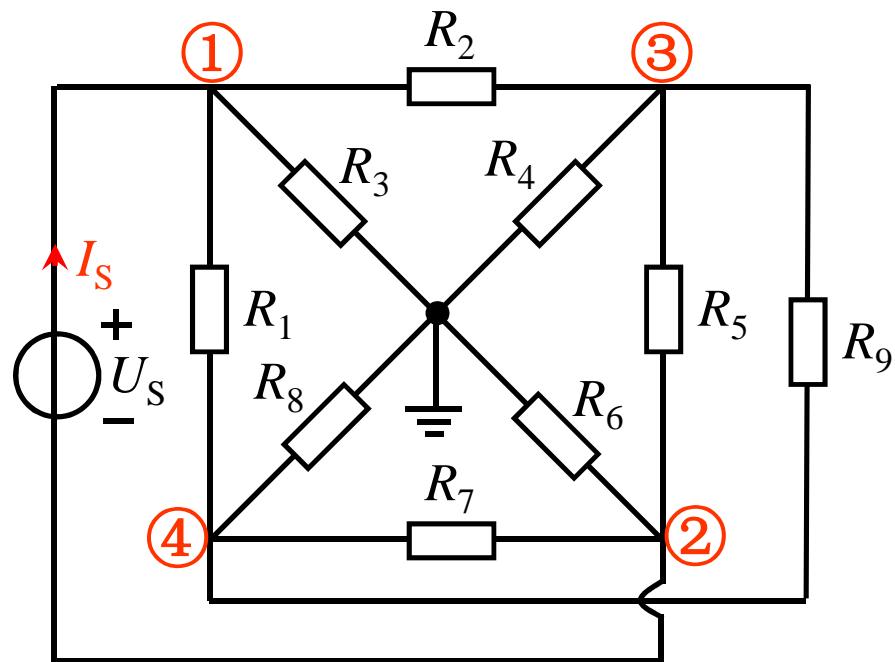
节点 2:  $(G_5 + G_6 + G_7)U_2 - G_5U_3 - G_7U_4 = -I_S$

节点 3:  $(G_2 + G_4 + G_5 + G_9)U_3 - G_2U_1 - G_5U_2 - G_9U_4 = 0$

节点 4:  $(G_1 + G_7 + G_8 + G_9)U_4 - G_1U_1 - G_7U_2 - G_9U_3 = 0$

附加 1:  $U_1 - U_2 = U_S$

虽然只有一条纯电压源支路...



### 【例3.22】

以节点 4 为参考节点，书写方程组。

（此处无须用改进节点法）

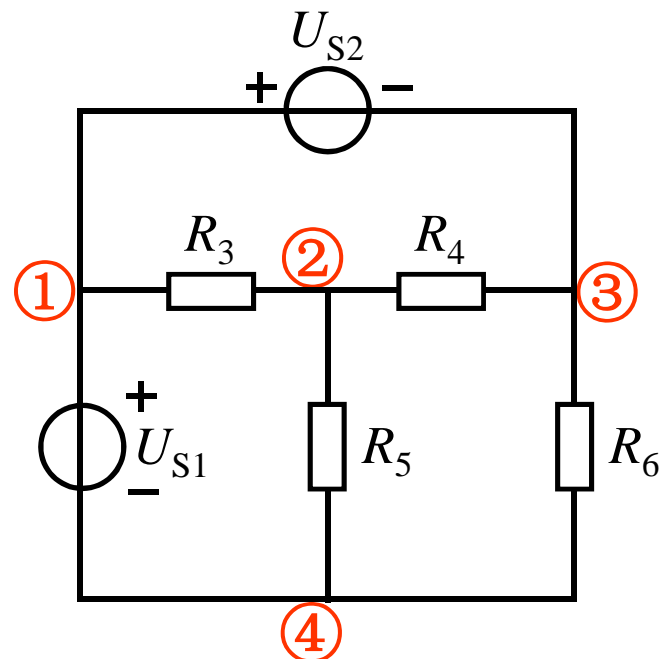
$$U_1 = U_{S1}$$

$$U_3 = U_{S1} - U_{S2}$$

$$(G_3 + G_4 + G_5)U_2 - G_3U_1 - G_4U_3 = 0$$

也可以以节点 1 为参考节点 ...

虽然有两条纯电压源支路 ...





### 【例3.23】

右图所示电路，求 ...

解：（1）按节点电压法求开路电压：

$$(G_1 + G_3)U_1 - G_3U_2 - G_1U_3 = -bI_2$$

$$(G_2 + G_3 + G_4)U_2 - G_3U_1 - G_2U_3 = 0$$

$$U_3 = U_{S1}$$

$$I_2 = \frac{U_3 - U_2}{R_2}$$

若定义：  $U_{S1} = 8V$ ，  $b = 5$ ， 所有电阻均为  $10\Omega$ 。

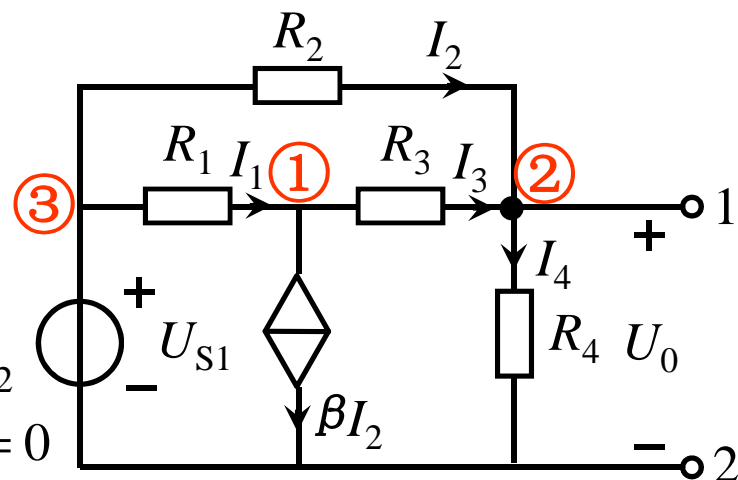
有：

$$2U_1 - 6U_2 = -32$$

$$3U_2 - U_1 = 8$$

发现：独立节点电压方程数不足。

注意电路参数。



## Ø 节点分析法（小结）

ü 节点分析法：以节点电压为变量，利用 KCL 建立电路的节点电流方程组，求解各节点电压，进而求解其他电量。

ü 以各节点电压为变量，列出  $n-1$  个独立的节点电流方程。

$$\begin{aligned} & \text{节点电导} \times \text{节点电压} + \text{相邻节点电导} \times \text{相邻节点电压} \\ & = \text{节点支路电导} \times \text{节点电压源电势和} + \text{节点电流源和} \end{aligned}$$

ü 针对纯电压源支路，参考节点取在该支路任一端。  
改进节点法。

ü 针对受控源的处理方法，与支路分析法一致。

ü 对于节点少、支路多（尤其是只有两个节点）的电路，应用节点法求解方便。

## Ø 电路分析（回顾）

ü 支路分析法。

ü 回路电流法。

ü 节点电压法。

## ✓ 本节作业

ü 习题 4 (P170)

12、13

(支路分析法)

所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。

## ✓ 本节作业

### ü 习题 4 (P170)

14、18 (回路分析法)

16、17 (连支分析法)

19、23、24 (节点分析法)

说明:

题16: 建议采用连支分析法 (题目上说的是回路电流法)。

题19: 可以考虑取消 “电流源 ... 发出的功率”。

题23: 可以考虑取消 “电流源 ... 发出的功率”。

所有的题目, 需要有解题过程 (不是给一个答案即可)。