



第十六章

光的干涉

第16章 光的干涉

§ 16-0 光的本性

1、光的粒子性 → 光是粒子流

代表人物 → 牛顿

光的直线传播, 光的反射

2、光的波动性 → 光是特殊的机械波

代表人物 → 惠更斯 T.Young

光的折射、衍射、干涉

光的波动性 → 光是电磁波

代表人物 → 麦克斯韦

3、光的波粒二象性

近代物理观点

黑体辐射、光电效应、康普顿效应

§ 16-1 光的相干性

一、光源

光源分热光源、电致发光、光致发光.

白炽灯

显象管

手表的表盘

在光致发光发光中外界光源移去后,发光物质立即停止发光的,称为荧光.外界光源移去后,发光物质仍能持续发光的,称磷光.

普通光源发光的机理是处于激发态的原子(或分子)的自发辐射所致,电子在激发态停留时间 $10^{-11} \sim 10^{-8} \text{ s}$, 发光持续时间 10^{-8} s , 形成的光波列长 1 m , 各原子之间所发的光各不相同.

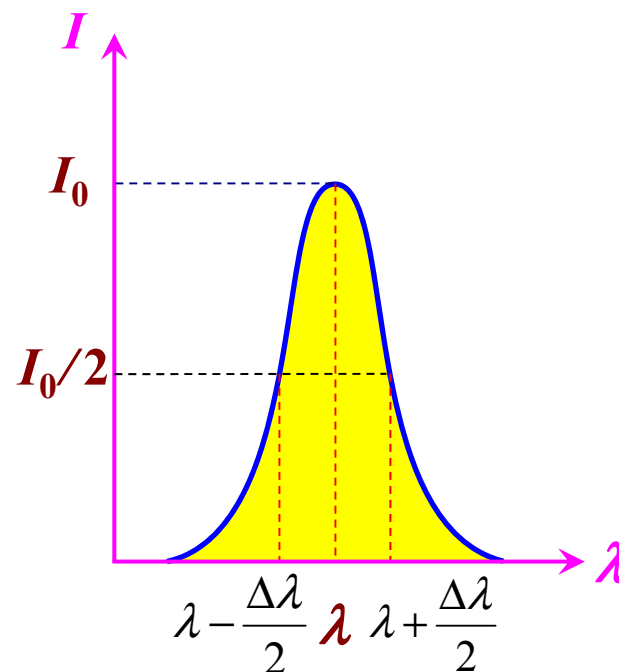


二、光的单色性

光的颜色决定于光的波长

可见光的波长400 nm~760 nm. 单一波长的光称为单色光, 这是一种理想模型. 实际光波按波长都有一定的分布(见图);

$\Delta\lambda$ 为光强 $I_0/2$ 处的波长范围, 称为谱线宽度. 对于普通光源, $\Delta\lambda$ 约为 $0.1\sim 10^{-3}$ nm, 而激光约为 10^{-9} nm





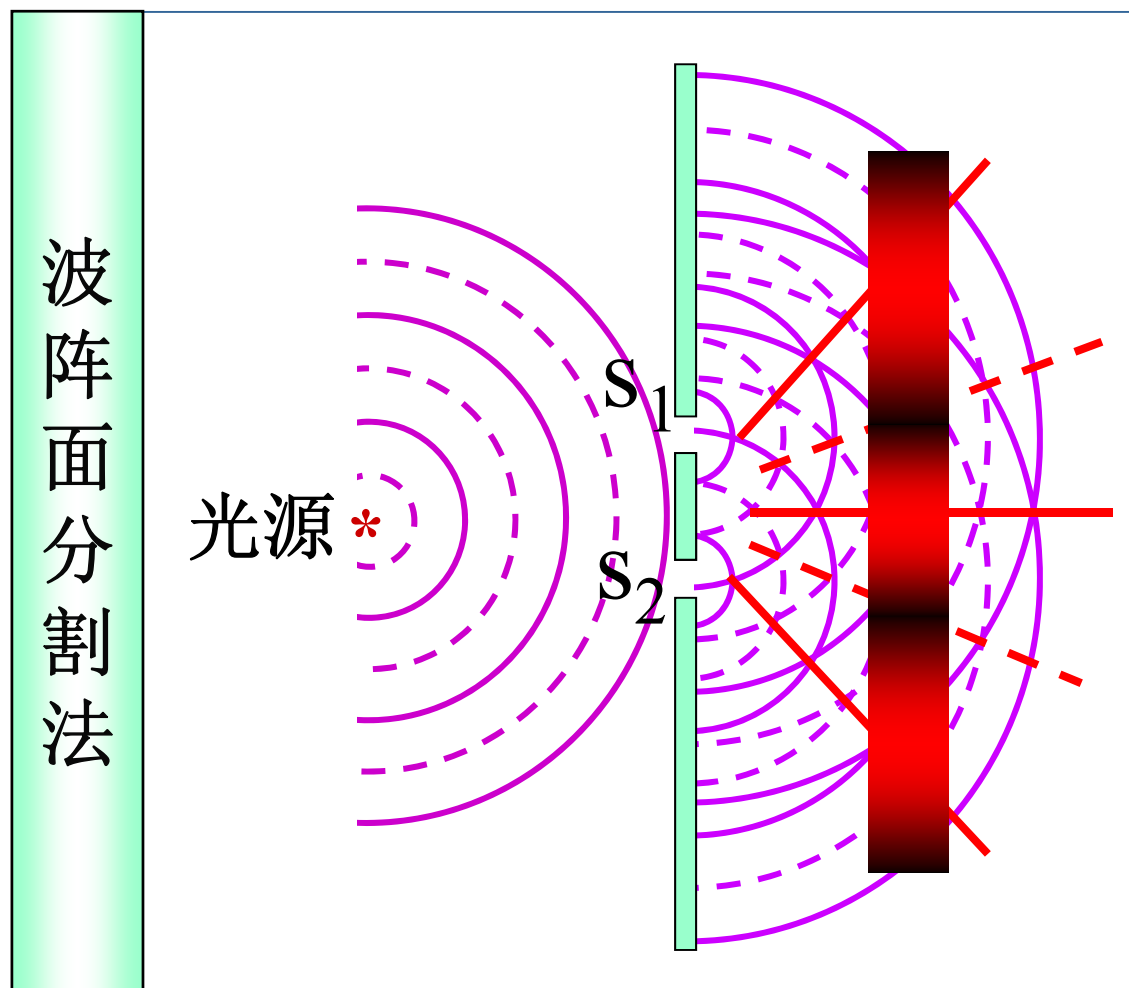
三、相干光波

光的干涉现象是指光波的电矢量 E (H 矢量对人眼或感光仪器不敏感), 在空间相遇区域内, 有些点的振动始终加强, 而另一些点的振动始终减弱, 形成振动有强有弱的稳定分布. 对于可见光波, 干涉现象则表现为叠加区域中有些点较亮, 而另一些点较暗, 出现一系列有规律的明暗条纹, 称为干涉条纹.

相干条件: (1)频率相同;
(2)振动方向相同;
(3)相位相同或有固定相位差;
(4)补充条件—振幅相当.

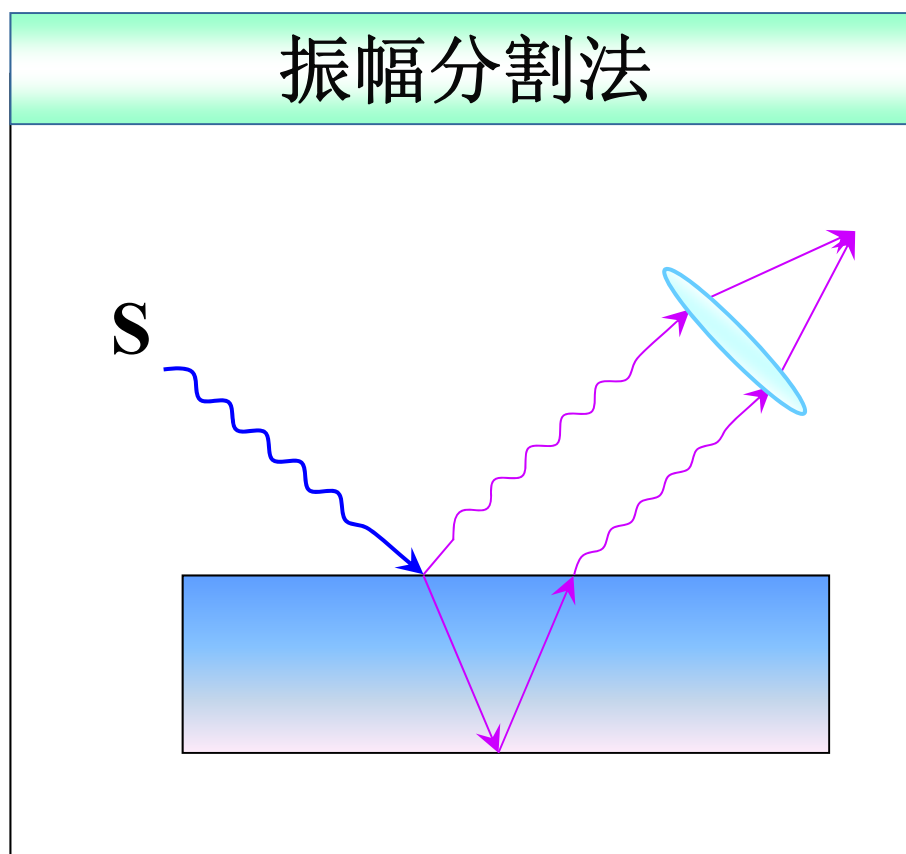
四、相干光波的获得

1、**分波阵面法**: 在一个光源发射的同一波阵面的不同部分上分离出两束光波.





2、**分振幅法**: 在介质表面上通过反射和折射分离出两束光波.



五. ★ 波的干涉复习

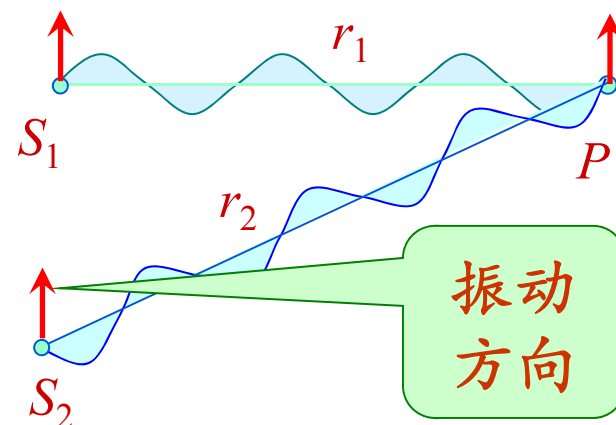
$$\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

1. 当: $\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm 2k\pi$

$k = 0, 1, 2, \dots$ 称为干涉相强(长), 亮条纹

2. 当: $\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm(2k+1)\pi$

$k = 0, 1, 2, \dots$ 称为干涉相消, 暗条纹



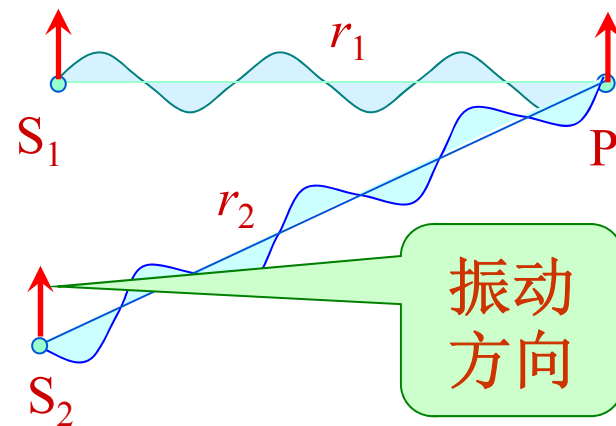
3. 特例：当 $\varphi_2 = \varphi_1$ 时

$$\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$$

波长

波程差



$\Delta\phi$ 完全决定于波程差 $r_1 - r_2$ ：

$$r_1 - r_2 = \pm k\lambda$$

干涉相强(长), 亮条纹

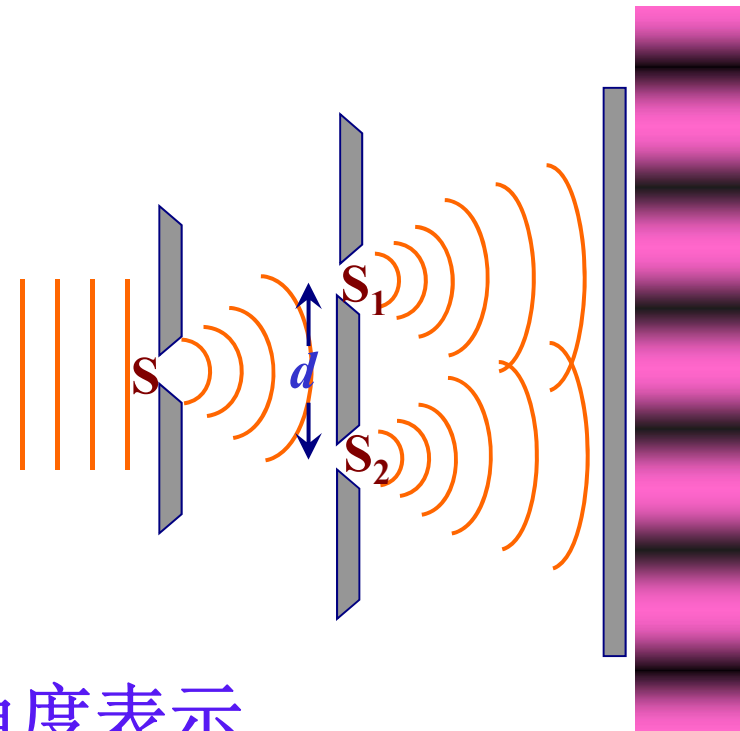
$$r_1 - r_2 = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

干涉相消, 暗条纹

讨论光的干涉尽量使 $\varphi_2 = \varphi_1$, 这样可以不用考虑光源的初相差对干涉条纹的影响.

§ 16-2 杨氏双缝干涉

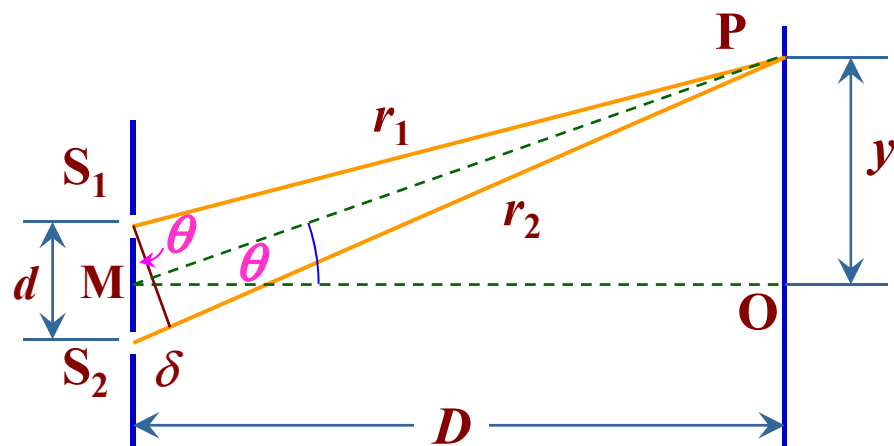
英国科学家杨氏
(**T.Young**)首先用分波
阵面的方法观察到光
的干涉现象.



一. 干涉条纹的位置

1、条纹角位置 → 用角度表示

S_1 、 S_2 是同一波阵面上的二个子波，初相位
相同，它们到达 P 点的相位差 $\Delta\varphi$ 为




$$\varphi_2 - \varphi_1 = 0$$

$$\Delta\phi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$$

当 $D \gg d$ 时: $\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$


$$\Delta\phi = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

(a) $\Delta\phi = \pm 2k\pi$ ($k=0,1,2,\dots$)时

$$d \sin \theta = \pm k\lambda$$

满足干涉相强, 亮条纹

k 称为亮纹级序, 相应地称第 k 级亮纹($k=0,1,2,\dots$)

(b) $\Delta\phi = \pm (2k-1)\pi$ ($k=1,2,3,\dots$)时

$$d \sin \theta = \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2}$$

满足干涉相消, 暗条纹

k 称为暗纹级序, 相应地称第 k 级暗纹($k=1,2,3,\dots$)

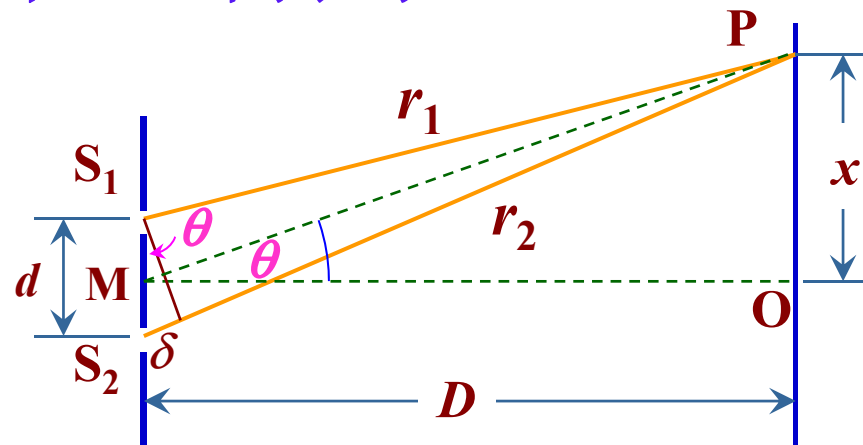
(c) 屏中心o点由于 $r_2 - r_1 = 0$ (波程差=0),
是干涉相强, $k=0$, 称中央亮纹.

2、条纹位置 → 用与屏中心距离表示

用 x 表示考察点P到屏中心O点的距离，则有 $D \gg d$ 时，

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{D}$$

$$d \sin \theta = \frac{dx}{D} = \pm k \lambda$$



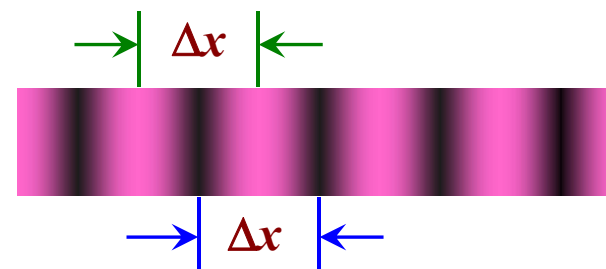
$$x = \pm k \frac{D}{d} \lambda \quad \text{亮纹}$$

$$d \sin \theta = d \frac{x}{D} = \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2}$$

$$x = \pm (2k-1) \frac{D}{2d} \lambda \quad \text{暗纹}$$

3、条纹间距

$$\Delta x = (k+1) \frac{D}{d} \lambda - k \frac{D}{d} \lambda = \frac{D}{d} \lambda$$



讨论:

- (1) 缝间距 d 愈小, 干涉间距 Δx 愈大, 干涉明显, d 大到一定程度, 条纹间距小于0.1 mm时, 肉眼观察不到干涉现象.
- (2) 要使条纹分得开, 还需要 D 大.
- (3) 亮条纹与暗条纹都是等间距, 且间距一样
- (4) λ 愈大, 则条纹间距大;

复色光源做实验时

(a) 红光在外, 紫光在内;

(b) 同一级条纹 k , 条纹宽度: $\Delta x_k = k \frac{D}{d} \Delta \lambda$.

亮条纹与暗条纹之外的其它位置呢?

二. 干涉条纹的强度分布

设光源 S_1 、 S_2 到达P点的时 E 矢量分别为

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

在P点的合振幅

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)}$$

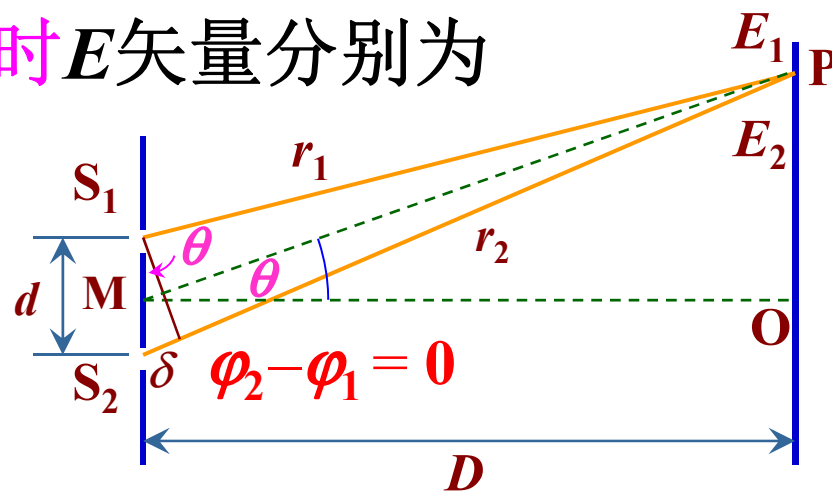
$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$$

光强 $I \propto A^2$, P点的合光强

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_2 - \phi_1)$$

干涉项

特例:



特例: $I_1=I_2=I_0$, 则

$$I = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos(\phi_2 - \phi_1) = 2I_0 [1 + \cos(\phi_2 - \phi_1)]$$
$$= 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)$$

- 1、在 $\phi_2 - \phi_1 = \pm 2k\pi$ 处, 光强有最大值, $I=4I_0$,
为单独一个光源存在时的4倍.

$$\Delta\phi = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = \pm 2k\pi$$

$$r_1 - r_2 = d \sin \theta = \pm k\lambda$$

- 2、在 $\phi_2 - \phi_1 = \pm(2k-1)\pi$ 处, 光强最小, $I=0$.

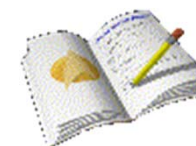
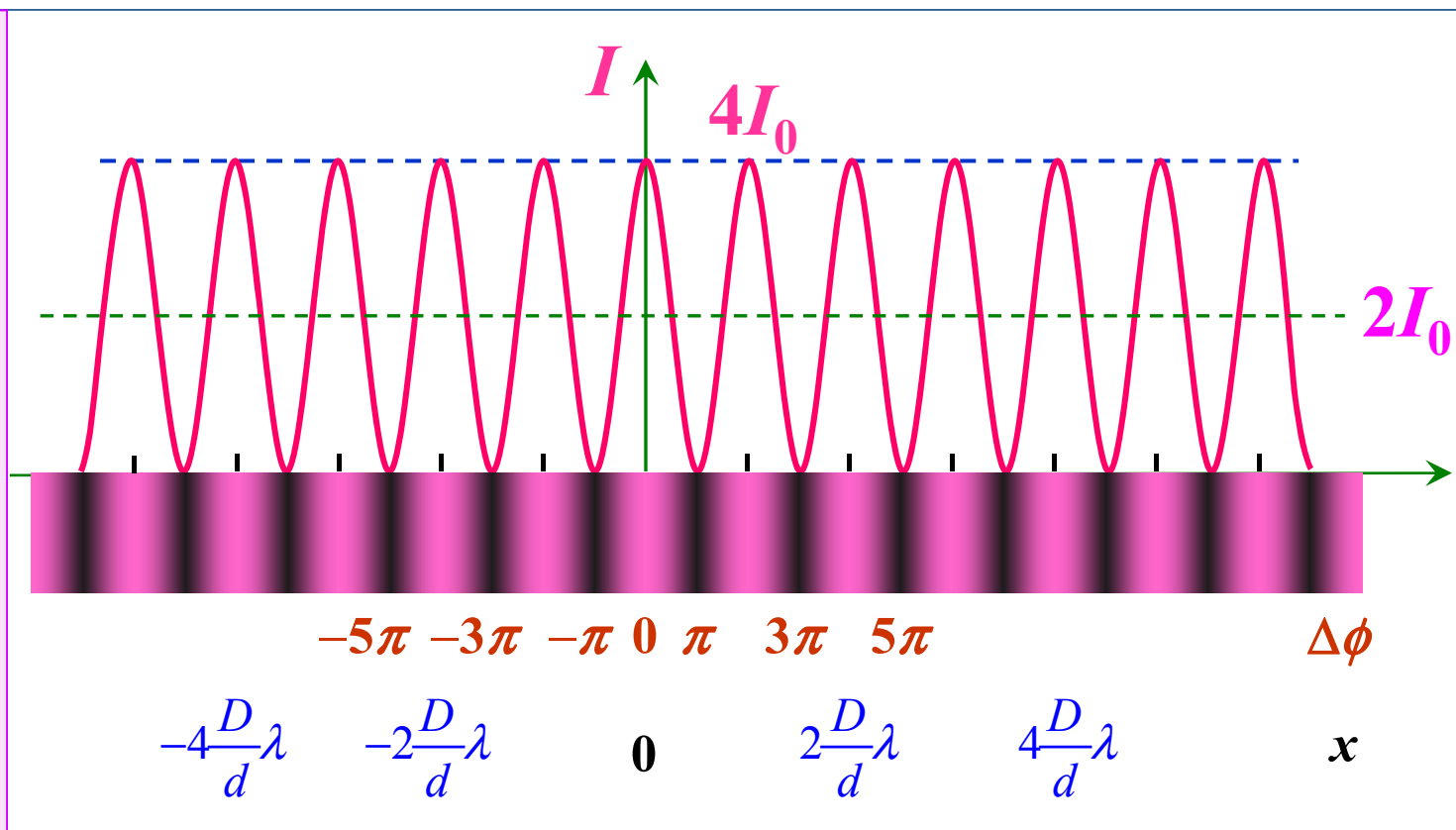
$$\Delta\phi = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = \pm(2k-1)\pi$$

$$d \sin \theta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}$$

- 3、总能量不变, 能量在空间重新分布.

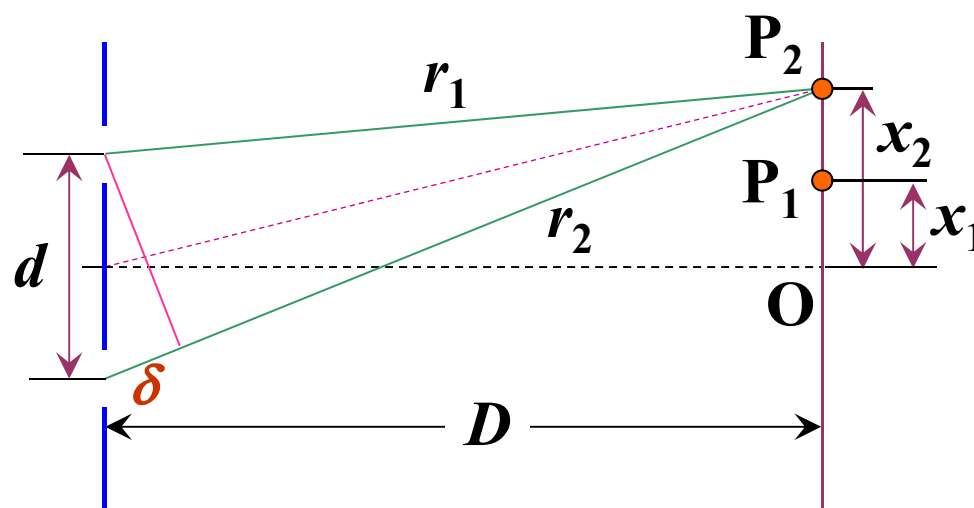
$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) = \begin{cases} 4I_0 & \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2k\pi \\ 0 & \Delta\phi = (2k-1)\pi \end{cases}$$

光强分布图



★例：波长为500 nm的绿光投射到间距为0.5 mm的双缝上,在距缝2 m处的屏上形成干涉条纹.

(1) 设屏上两点 P_1, P_2 刚好是两明纹,它们到中央明纹处的距离分别为2 mm 和 4 mm,求:相遇在 P_1 点的两束光和相遇在 P_2 点的两束光的波程差分别为多少?它们分别是第几级明纹?



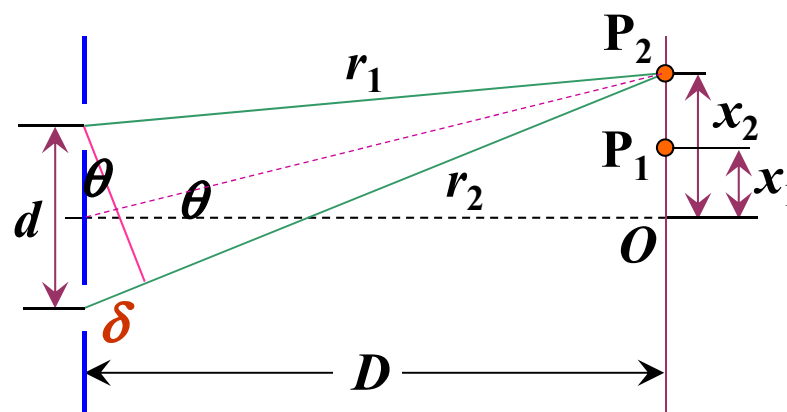
(2) 改用波长范围为400 nm到700 nm之间的复色光照射,问在屏上形成几级完整的光谱?

解：(1) 由于 $D \gg d$, 由几何关系

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{x}{D}$$

$$\delta_1 = \frac{x_1 d}{D} = 5.0 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\delta_2 = \frac{x_2 d}{D} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$



由于 P_1 、 P_2 均为明纹, 故有 $\delta_1 = k_1 \lambda$ 和 $\delta_2 = k_2 \lambda$

$$k_1 = \frac{\delta_1}{\lambda} = 1$$

$$k_2 = \frac{\delta_2}{\lambda} = 2$$

分别为第一级和第二级明条纹



(2) 由于明条纹满足 $x = k \frac{D}{d} \lambda$

取 $k=1$, 为第一级光谱, 将 $\lambda=400\text{nm}$ 和 $\lambda'=700\text{nm}$ 代入, 得到**第一级**光谱两端的位置

$$x_1 = \frac{D}{d} \lambda = 1.6 \text{ (mm)} \quad x'_1 = \frac{D}{d} \lambda' = 2.8 \text{ (mm)}$$

第一级光谱的宽度 $x'_1 - x_1 = 1.2 \text{ mm}$

第二级光谱两端的位置

$$x_2 = 2 \frac{D}{d} \lambda = 3.2 \text{ (mm)} \quad x'_2 = 2 \frac{D}{d} \lambda' = 5.6 \text{ (mm)}$$

第二级光谱的宽度 $x'_2 - x_2 = 2.4 \text{ mm}$

第三级光谱两端的位置

$$x_3 = 3 \frac{D}{d} \lambda = 4.8 \text{ (mm)} \quad x'_3 = 3 \frac{D}{d} \lambda' = 8.4 \text{ (mm)}$$

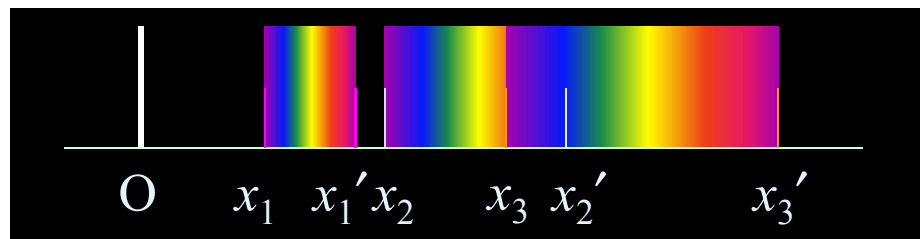
第三级光谱的宽度 $x'_3 - x_3 = 3.6 \text{ mm}$

$$x'_1 = 2.8 \text{ mm} < x_2 = 3.2 \text{ mm}$$

可见第一级与第二级光谱没有重叠

$$x'_2 = 5.6 \text{ mm} > x_3 = 4.8 \text{ mm}$$

可见第二级与第三级光谱已部分重叠，
故在屏上完整的光谱就是第一级光谱。

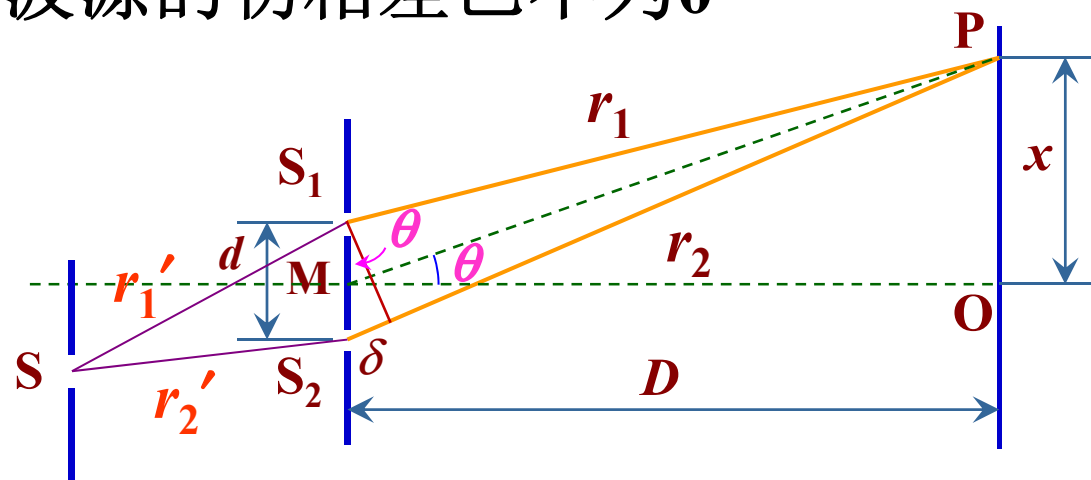


若光源的 $\varphi_2 - \varphi_1 \neq 0$, 如何处理？



三. 讨论

当S没有处于 S_1S_2 的垂直平分线上时, S_1S_2 上的两个子波源的初相差已不为0

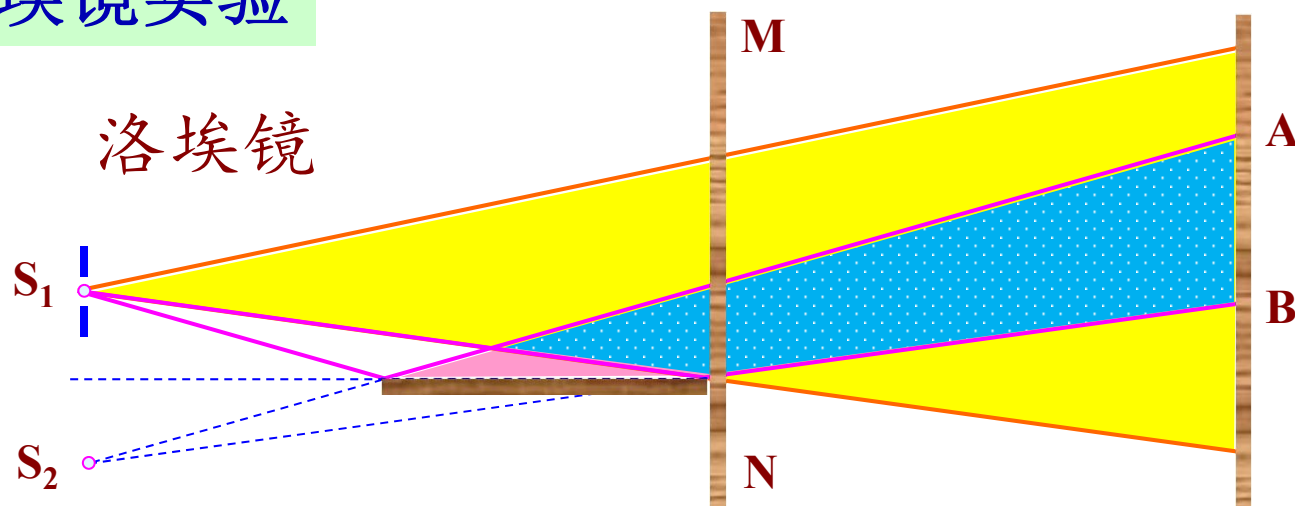


$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} \quad \text{中} \quad \phi_2 - \phi_1 \neq 0$$

$$\Delta\phi' = \phi_2' - \phi_1' - \frac{2\pi(r_2 + r_2' - r_1 - r_1')}{\lambda} = \frac{2\pi(r_1 + r_1' - r_2 - r_2')}{\lambda}$$

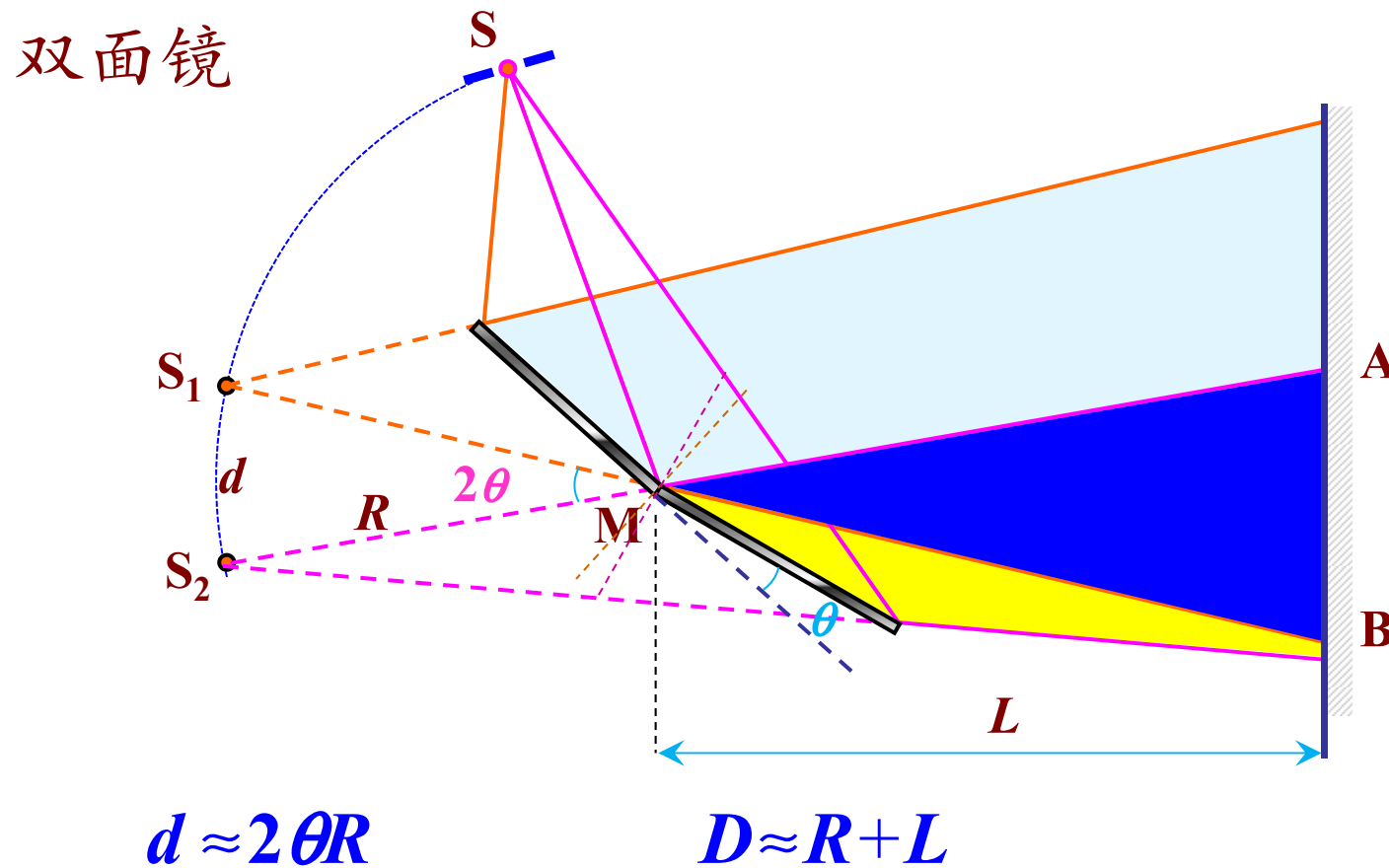
四. 杨氏双缝干涉的等效实验

1. 洛埃镜实验



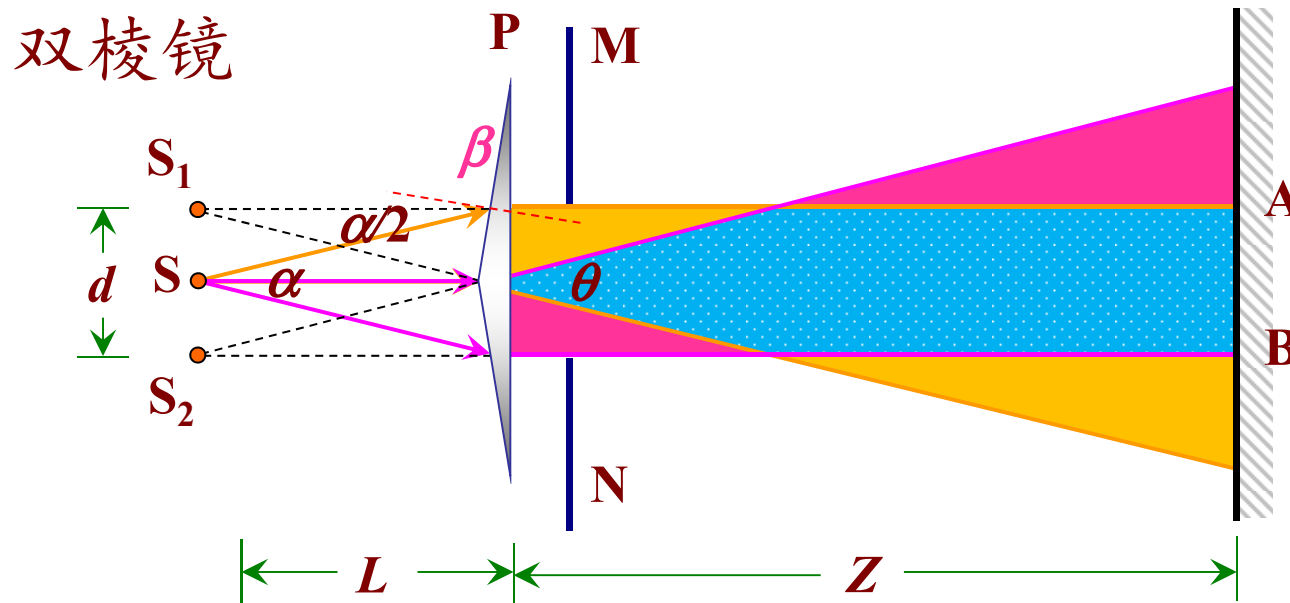
洛埃镜是利用分波阵面法获取相干光的一种方法.当光线掠入射到平面镜上,在屏幕上将见到干涉条纹.将屏幕移至 NM 位置,两光束到 N 点的几何路径相同,相位差为零,但在 N 处出现暗点,此现象称为半波损失.

2. 菲涅耳双镜实验



条纹间距:
$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda = \frac{(R + L)}{2R\theta} \lambda$$

3. 菲涅耳双棱镜



$$\frac{\alpha}{2} = (n-1)\beta$$

$$d = 2(L \tan \frac{\alpha}{2}) \approx 2L(n-1)\beta$$

$$D = L + Z$$

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda = \frac{L + Z}{2L(n-1)\beta} \lambda$$

§ 16.3 薄膜干涉

一. 光程

1. 引入光程的必要性:

$$r_2 - r_1 = d \sin \theta = \pm k \lambda$$

是亮条纹的条件吗?

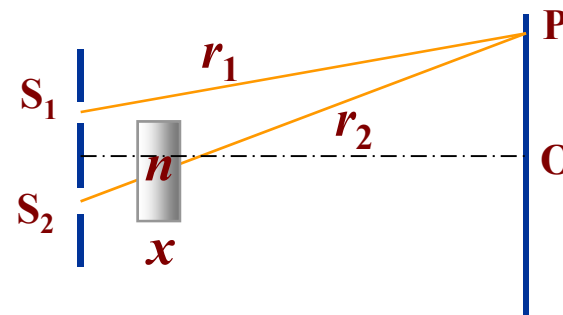
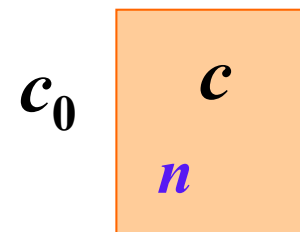
a: 相位差并不完全由 $r_2 - r_1$ 决定

b: $k\lambda$ 中 λ 是真空中的还是媒质中的

2. 光程的定义

a. 媒质的折射率

同频率的光波在不同媒质中, 其波速和波长不一样. 设真空中的波速为 c_0 , 媒质中的波速为 c , 则

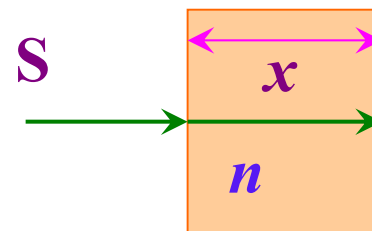



$$\frac{c_0}{c} = n \quad (\text{折射率})$$

设真空中光的波长为 λ , 媒质中光的波长为 λ_n , 则:

$$\lambda_n = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{n\nu} = \frac{\lambda}{n}$$

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{x}{\lambda_n} = 2\pi \frac{nx}{\lambda}$$



b. 光程

对波数而言, 媒质中的 x 相当于真空中的 nx , 称 $\zeta = nx$ 为光程.

3. 光程的意义

媒质中光所走的距离 x 在**同样相位差**的标准下**折算到**光在**真空**中所走的距离的 nx

引入光程后
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \zeta$$

式中 λ 为**真空中波长**, ζ 是媒质中的光程.

光程是**相位**的另一种表示形式

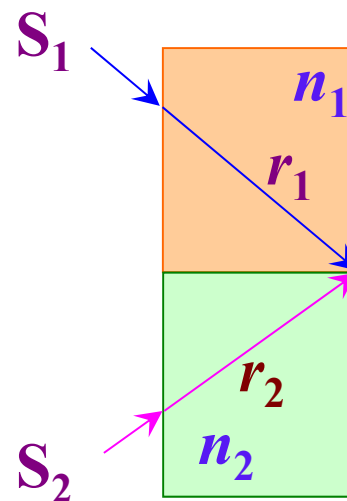
→用**距离表示相位** 准相位

4. 光程差与干涉条纹

$$\zeta_1 = n_1 r_1 \quad \zeta_2 = n_2 r_2$$

两束光的**光程差**: $\delta = (n_2 r_2 - n_1 r_1)$

两束光的**相位差**:
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$



(1) 利用光程差确定干涉条纹

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \pm 2k\pi \quad (k=0,1,2,\dots) \text{ 时}$$

$\Rightarrow \delta = \pm k\lambda$ 满足干涉相强条件, 亮条纹

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \pm(2k+1)\pi \quad (k=0,1,2,3,\dots) \text{ 时,}$$

$\Rightarrow \delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 满足干涉相消条件, 暗条纹
 λ 为真空中波长

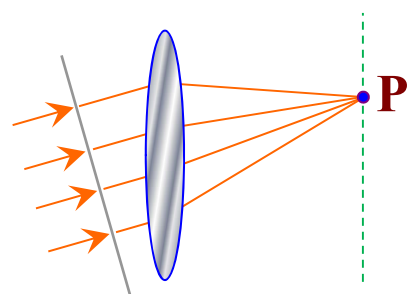
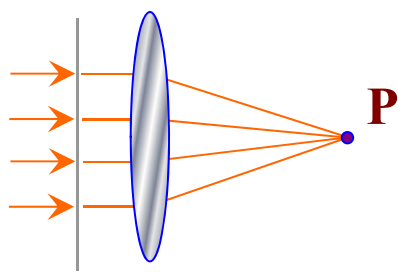
(2) 杨氏双缝干涉实验中

$$\begin{aligned} \delta &= n_0 r_2 - n_0 r_1 \\ &= r_2 - r_1 = d \sin \theta = \begin{cases} \pm k\lambda & k=0,1,2,\dots \quad \text{亮纹} \\ \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2} & k=1,2,3,\dots \quad \text{暗纹} \end{cases} \end{aligned}$$

5. 透镜的光程

★注意:

透镜可改变光的方向,但不产生附加的光程差



例:如图所示一双缝, 两缝分别被折射率 $n_1=1.4$ 及 $n_2=1.7$ 的同样厚度 e 的透明薄膜遮盖, 用单色光 $\lambda=480\text{nm}$ 照射, 由于盖了透明薄膜使原来的干涉条纹中的第五级亮纹移至原中央亮纹所在处. 求:

- (1) 透明薄膜的厚度 $e = ?$
- (2) 干涉条纹向何方向移动?

解:

(1) 透明波膜的厚度 $e = ?$

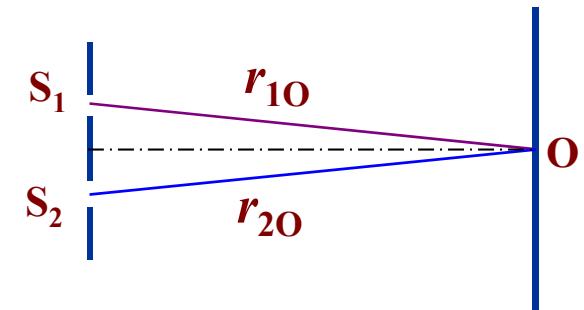
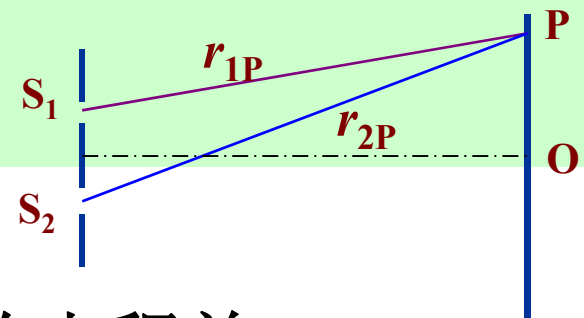
未加透明薄膜时, 第五级亮纹的光程差

$$\delta_P = r_{2P} - r_{1P} = k\lambda = 5\lambda$$

未加透明薄膜时, 原中央亮纹的光程差为

$$\delta_O = r_{2O} - r_{1O} = 0$$

原中央亮纹的位置在屏的中央



盖了透明薄膜后 ($D \gg d$)

$$\delta' = [(r_2 - e) + n_2 e] - [(r_1 - e) + n_1 e]$$

$$= r_2 - r_1 + (n_2 - n_1)e$$

第五级亮纹移至原中央
亮纹所在处 (屏中央)

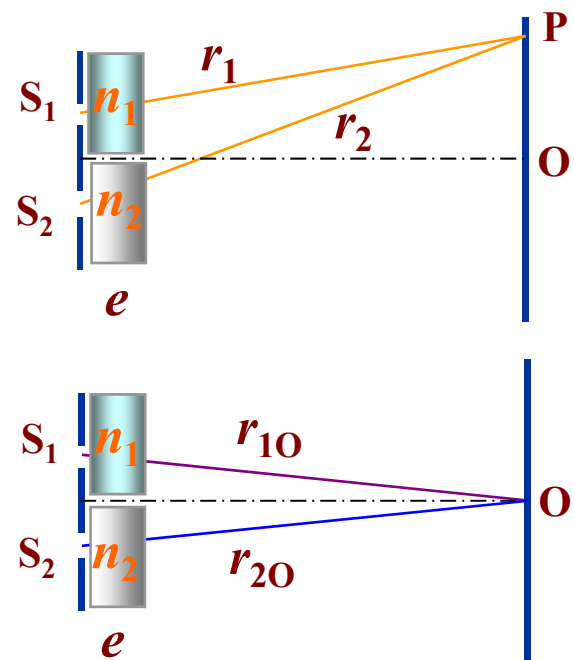
即: $r_{20} - r_{10} = 0$

$$\delta'_5 = r_{20} - r_{10} + (n_2 - n_1)e$$

$$= (n_2 - n_1)e$$

$$= k\lambda = 5\lambda$$

$$e = \frac{5\lambda}{n_2 - n_1} = \frac{5 \times 480}{1.7 - 1.4} = 8 \times 10^3 \text{ (nm)} = 8 \mu\text{m}$$



(2) 干涉条纹向何方向移动?

原中央明纹移动到何处?

$$\delta' = r_2 - r_1 + (n_2 - n_1)e$$

对于中央明纹, 应满足条件

$$\delta' = k\lambda = 0$$

$$\because k = 0$$

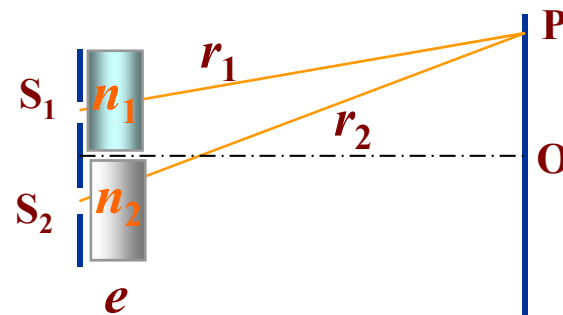
$$\delta' = r_2 - r_1 + (n_2 - n_1)e = 0$$

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &= -(n_2 - n_1)e = -(1.7 - 1.4) \times 8 \times 10^3 \text{ nm} \\ &= -2.4 \times 10^3 \text{ nm} \end{aligned}$$

未盖薄膜前, 该处的条纹级次为

$$k = \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{-2.4 \times 10^3 \text{ nm}}{480 \text{ nm}} = -5$$

由于 $r_2 - r_1 < 0$, $r_2 < r_1$ 故原中央亮纹向下移动, 并移原来的第5级明纹处



二. 等倾干涉(匀厚薄膜干涉)

分振幅法的薄膜干涉

薄膜干涉获取相干光的方法—分振幅法.

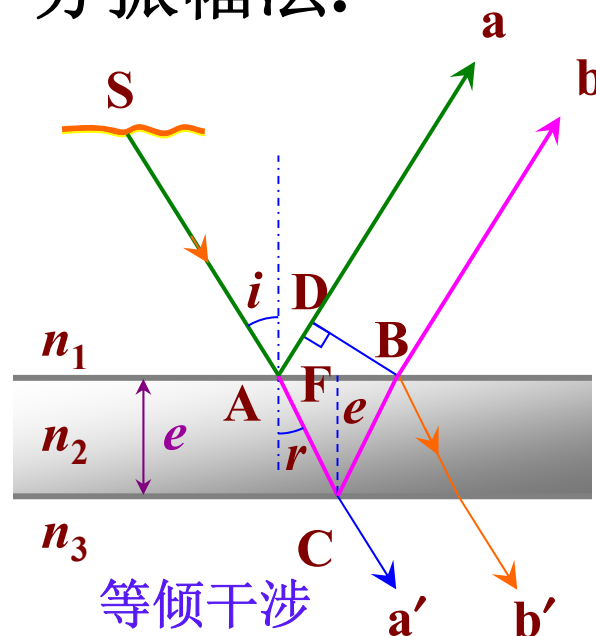
1. 反射光的干涉

设扩展单色光源照射到平行平面薄膜, 在A点产生反射和折射, 形成a,b两光束, 此两光束的光程差:

$$\delta = n_2(AC + CB) - n_1AD + \delta'$$

δ' 是附加的光程差, δ' 由折射率决定

a. δ' 的确定



当 $n_1 > n_2 > n_3$ 或 $n_1 < n_2 < n_3$ 时, $\delta' = 0$

两束光都没有
半波损失

两束光都有
半波损失

两束光总有
且只有一束
光半波损失

当 $n_1 > n_2 < n_3$ 或 $n_1 < n_2 > n_3$ 时, $\delta' = \lambda/2$

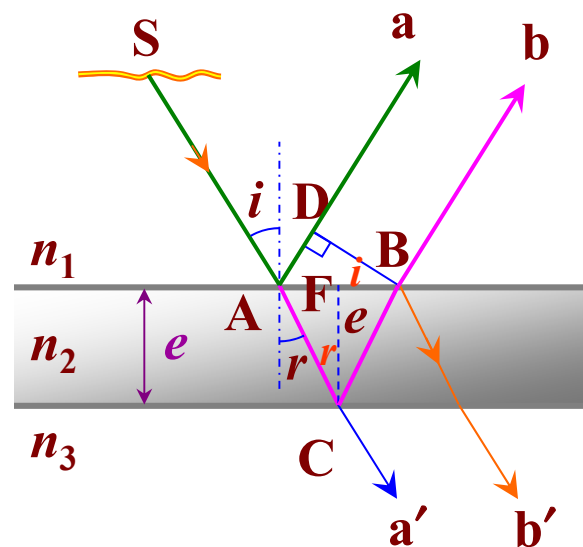
b. 反射光的光程差

$$\delta = n_2(AC + CB) - n_1AD + \delta'$$

从图中可得出:

$$AC = CB = \frac{e}{\cos r} \quad \frac{AB}{2} = e \tan r$$

$$AD = AB \sin i = 2e \tan r \sin i \quad \text{代入光程差的表达式:}$$



$$\delta = 2n_2 \frac{e}{\cos r} - 2n_1 e \operatorname{tgr} \sin i + \delta'$$

折射定律:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$\delta = 2n_2 \frac{e}{\cos r} - 2n_2 e \operatorname{tgr} \sin r + \delta'$$

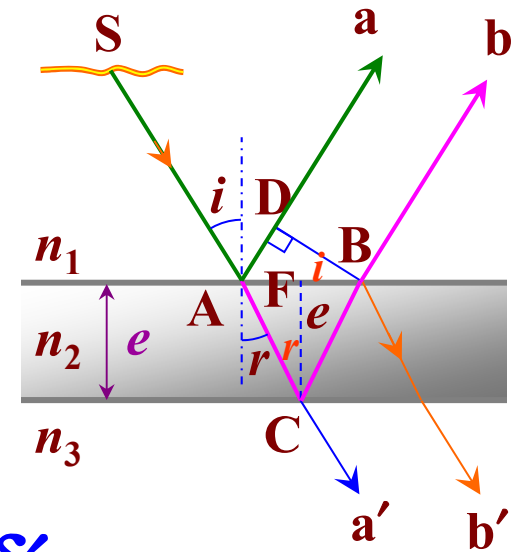
$$\delta = 2n_2 \frac{e}{\cos r} - 2n_2 e \frac{\sin r}{\cos r} \sin r + \delta'$$

$$\delta = \frac{2n_2 e}{\cos r} (1 - \sin^2 r) + \delta' = 2n_2 e \cos r + \delta'$$

$$\delta = \frac{2n_2 e}{\cos r} (1 - \sin^2 r) + \delta' = 2n_2 e \cos r + \delta'$$

$$= 2n_2 e \sqrt{(1 - \sin^2 r)} + \delta' = 2e \sqrt{(n_2^2 - n_2^2 \sin^2 r)} + \delta'$$

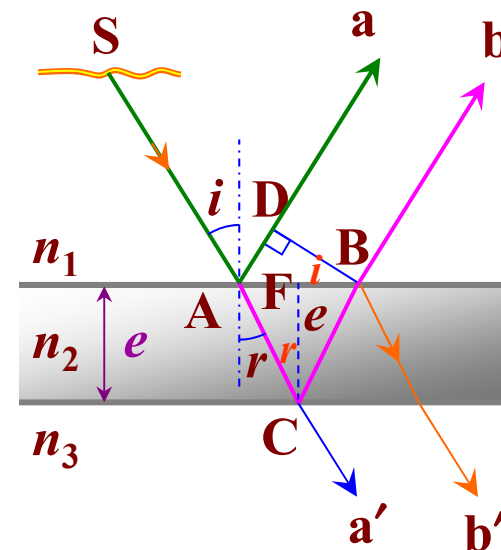
$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$



$$\delta = 2e\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i)} + \delta'$$

c. 等倾干涉

当 e 不变时, δ 决定于 i 角, 相同的 i 有相同的光程差, 故有相同的干涉条纹, 称为等倾干涉



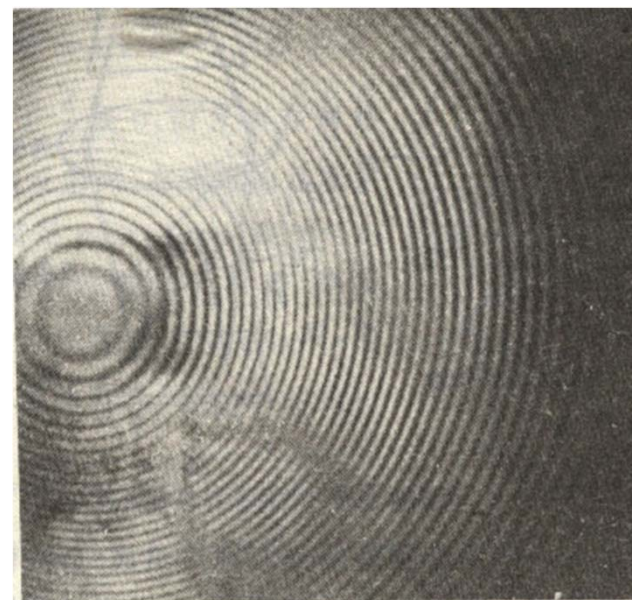
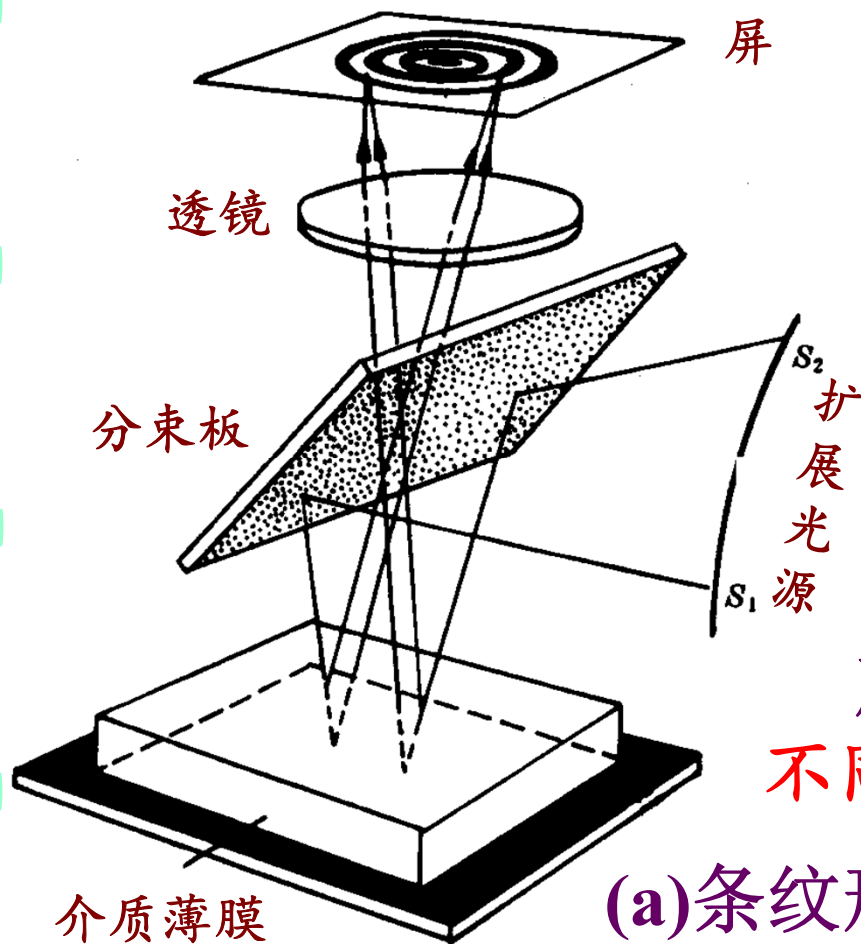
讨论: (1) 等倾干涉中明暗条纹的光程差条件为:

$$\delta = 2e\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i)} + \delta' = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,3,\dots \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\dots \end{cases}$$

(2) 等倾干涉条纹的特点:

$i \uparrow \rightarrow \delta \downarrow \rightarrow k \downarrow$ 入射角 i 越小, 光程差越大,
 $i \downarrow \rightarrow \delta \uparrow \rightarrow k \uparrow$ 干涉条纹对应的 k 越大.

(3) 等倾干涉的条纹结构



干涉图象

产生不同光程差 (即不同倾角 i) 的干涉光

(a) 条纹形状: 同心圆环

(b) 因为中央处的 i 最小, 反射光的光程差最大, 故越靠近中央处的干涉条纹, 其 k 值越大

(c) 中央处 $i=0$, 但不一定是亮纹, 也不一定是暗纹

2. 透射光的干涉

图中, 透射光 a' , b' 也有干涉

$$\delta = 2e\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i)} + \delta''$$

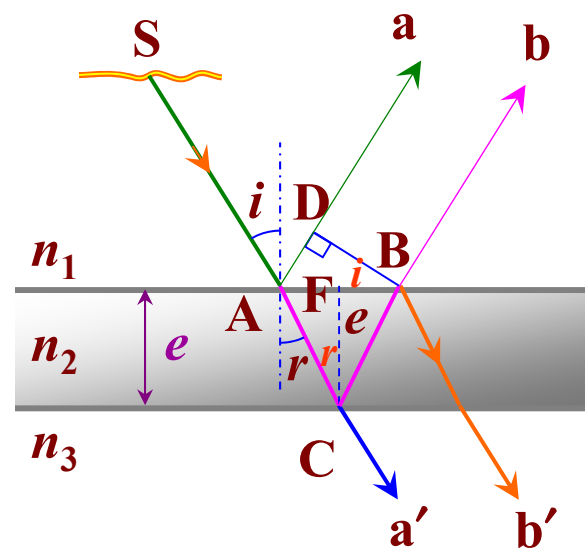
$$\delta' = 0 \text{ 时, } \delta'' = \lambda/2$$

$$\delta' = \lambda/2 \text{ 时, } \delta'' = 0$$

特例: 若 $n_1 < n_2 > n_3$ 时, $\delta'' = 0$, 则:

$$\delta = 2e\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i)}$$

形成的干涉条纹与反射光干涉互补.

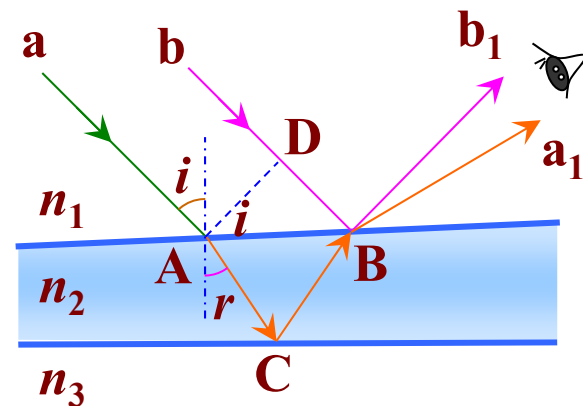


三. 等厚干涉

倾角 i 保持不变, 故需平行光入射

1. 一般情况:

由于干涉薄膜上下表面不平行, 造成反射光线 a_1, b_2 不平行, 相干条纹定域在表面附近.



光程差: $\delta = n_2(AC + CB) - n_1DB + \delta'$

或:

$$\delta = 2e\sqrt{(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i)} + \delta'$$

一般当平行光入射时, 倾角 i 保持不变, 光程差 δ 取决于薄膜厚度 e , 而 e 变化时, 光程差有变化.

相同的薄膜厚度 e , 两束光之间有相同的光程差, 故有相同的干涉结果, 因此称为等厚干涉.

2. 特例一：垂直入射时

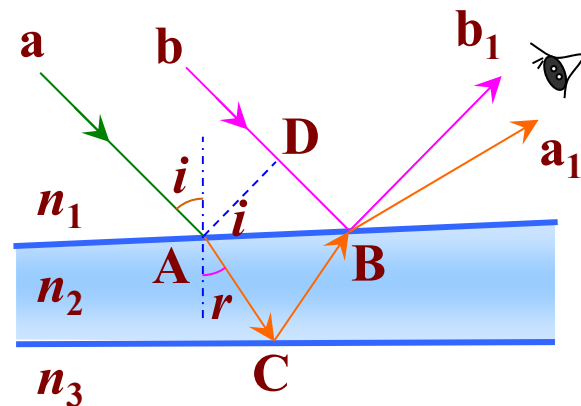
在实际应用中 $i=r=0$ 此时：

$$\delta = 2n_2e + \delta'$$

明暗条纹出现的条件：

$$\delta = 2n_2e + \delta' = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, 3, \dots \text{ 明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots \text{ 暗纹} \end{cases}$$

δ' 由各介质层之间的相对折射率决定：
是否有半波损失



3. 特例二：劈尖干涉

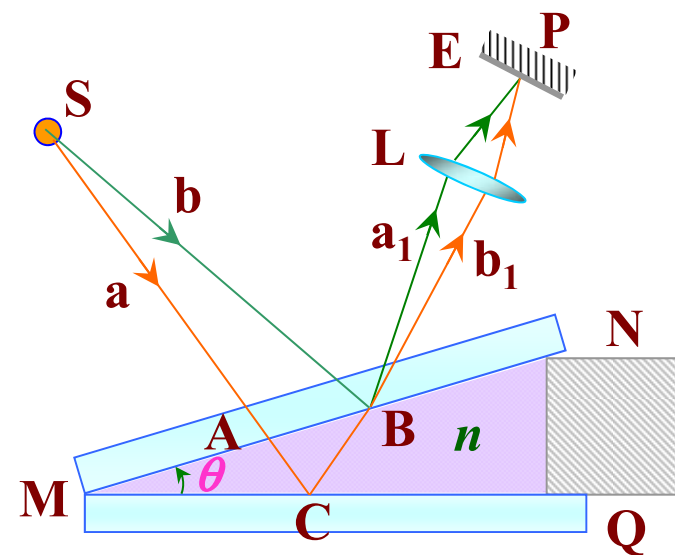
由两片平板玻璃一端接触，另一端被另一媒质(n)隔开，构成一媒质劈尖。 a 光在C点反射有半波损失，而 b 光在B点反射无半波损失，或反之，则光垂直入射时的光程差：

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$$

明纹： $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k=1,2,3,\dots$

暗纹： $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\dots$

注： λ 为真空中的波长

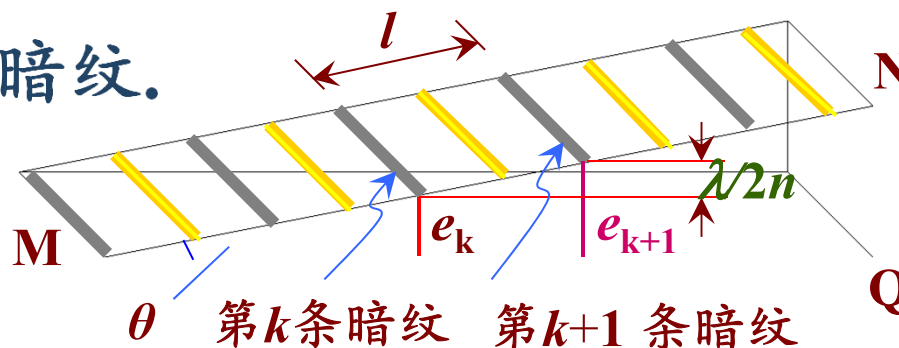


讨论: (1) 条纹形状: 平行直线

(2) $e=0$ 处, $\delta=\lambda/2$, 为暗纹.

(3) 暗纹位置

→ 用薄膜厚度表示



由暗纹条件:

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow e = k \frac{\lambda}{2n}$$

(4) 条纹间距:

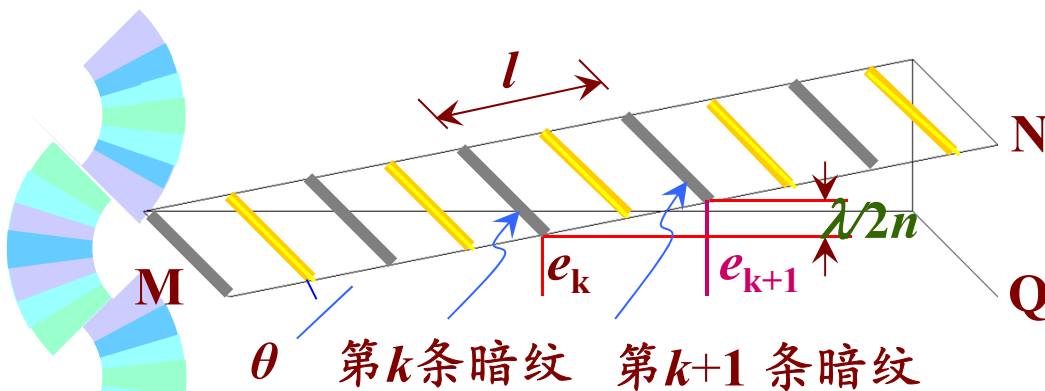
a. 暗纹间距: $\Delta e = e_{k+1} - e_k = l \sin \theta$

$$= (k+1) \frac{\lambda}{2n} - k \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda}{2n}$$

或: 由于相邻两条暗纹之间光程差的变化为 λ

$$\Delta \delta = 2n \Delta e = \lambda \quad \Delta e = \frac{\lambda}{2n}$$

干涉条纹结构



$$l = \frac{e_{k+1} - e_k}{\sin \theta} = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}$$

与 k 无关, 等间距

b. 明纹间距: 可以证明: 明纹间距也一样.

(5) 条纹的移动

(1) θ 变化, 条纹就会变化

若 θ 大, 条纹间距 l 小, 条纹密.

而 θ 小, 条纹疏, 干涉现象越明显.

故劈尖的 θ 变化, 条纹会移动.

(2) 平板玻璃上下移动, 劈尖的厚度变化, 条纹也会移动

4. 特例三：牛顿环

将一曲率半径很大的球冠置于一平板玻璃上，即构成牛顿环。

(1) 条纹位置 → 用条纹处的厚度 e 表示

牛顿环中的明纹和暗纹条件满足：

明纹 $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda; \quad k=1,2,3,\dots$

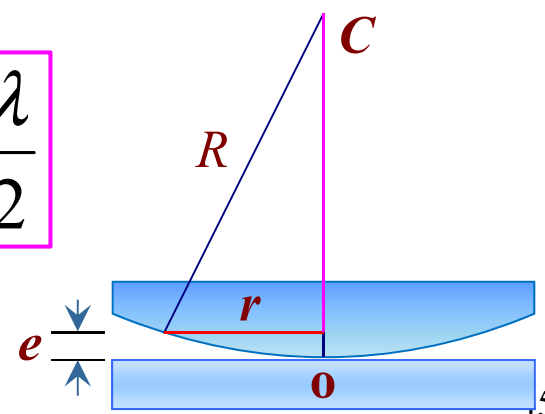
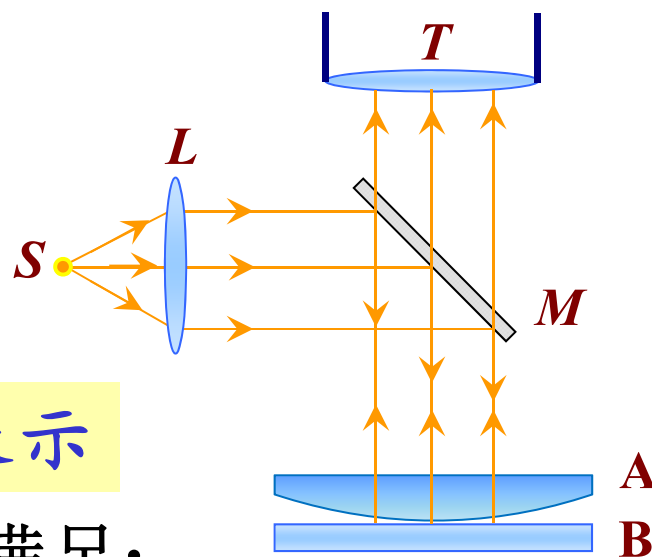
$$e = \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$$

暗纹 $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; \quad k=0,1,2,\dots$

$$e = k \frac{\lambda}{2}$$

(a) 厚度 e 与 k 成线性关系

(b) 条纹形状：同心圆环



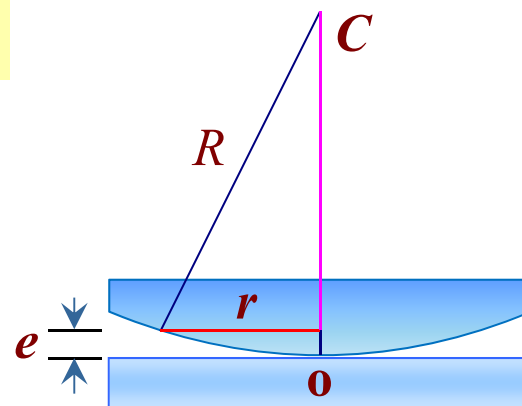
干涉条纹结构

(2) 条纹位置 → 用条纹环的半径 r 表示

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 = 2Re - e^2$$

忽略 e^2 ,
可得:

$$r^2 \approx 2Re \quad e = \frac{r^2}{2R}$$



厚度 e 与 r^2 成正比, r 越大, 条纹越密.

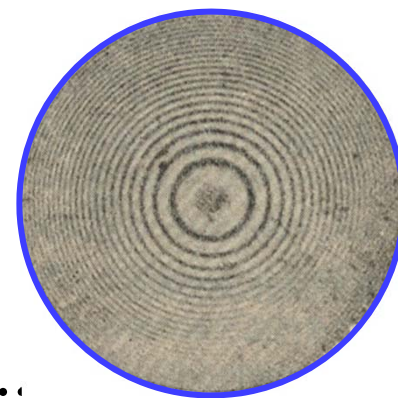
a. 暗条纹的半径

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\begin{cases} e = \frac{k\lambda}{2} \\ e = \frac{r^2}{2R} \end{cases} \Rightarrow r^2 = kR\lambda$$

得暗环的半径:

$$r = \sqrt{kR\lambda}$$



b. 明暗条纹的半径

(a) 暗环: $r = \sqrt{kR\lambda}$ $k=0,1,2,\dots$

(b) 明环: $r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$ $k=1,2,3,\dots$

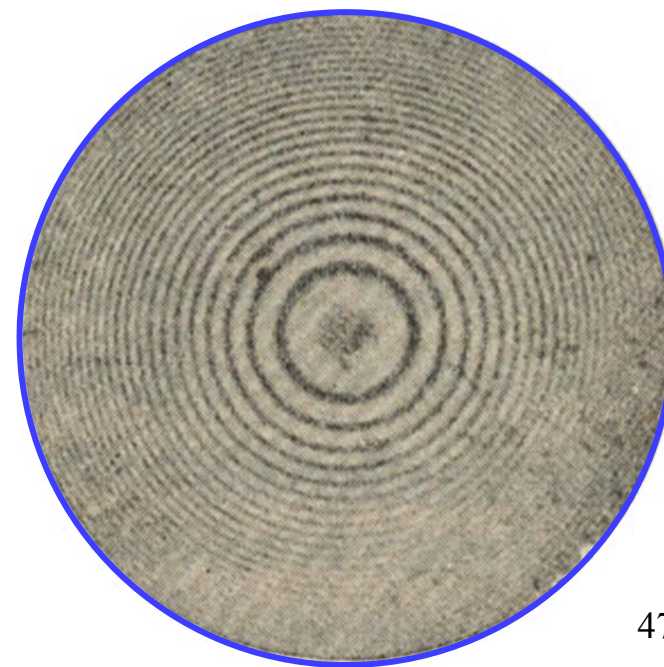
(c) 牛顿环中心处 $e=0$, 故为一暗斑

(3) 利用牛顿环测量光波波长

第 k 级暗环: $r_k^2 = kR\lambda$

第 $k+m$ 级暗环:

$$r_{k+m}^2 = (k+m)R\lambda$$



$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$$

$$R = \frac{1}{m\lambda} (r_{k+m}^2 - r_k^2)$$

$$\lambda = \frac{1}{mR} (r_{k+m} - r_k)(r_{k+m} + r_k)$$

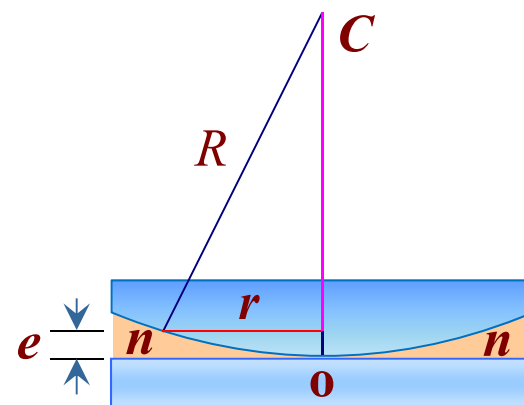
(4) ★讨论:


(a). 若牛顿环中有媒质而不是空气

明纹 $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k=1,2,3,\dots$

暗纹 $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\dots$

明暗条纹环的半径 r





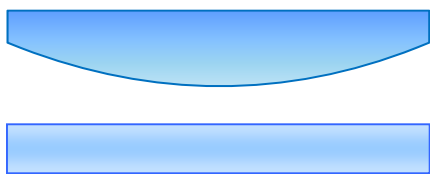
(i) 暗环: $r = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}, \quad k=0,1,2,\dots$

(ii) 明环: $r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}, \quad k=1,2,3,\dots$

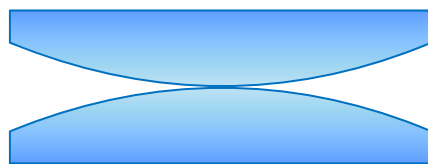
(b). 透射牛顿环的干涉

干涉情况正好与反射光的干涉相反(互补)

(c). 几种特殊的牛顿环



牛顿环中球面
和平面不接触



牛顿环由
两个球面组成



牛顿环由
两个球面组成



例：曲率半径为0.8 m的牛顿环，用单色光垂直照射. 透镜与平板玻璃紧贴，两者之间为空气时，在反射光中测得某级暗环的半径为4 mm. 求下列两状态时**该级**暗环的半径：
 (1) 在透镜和平板玻璃之间充以折射率为4/3的液体；
 (2) 把平板玻璃向下平移5 μm.

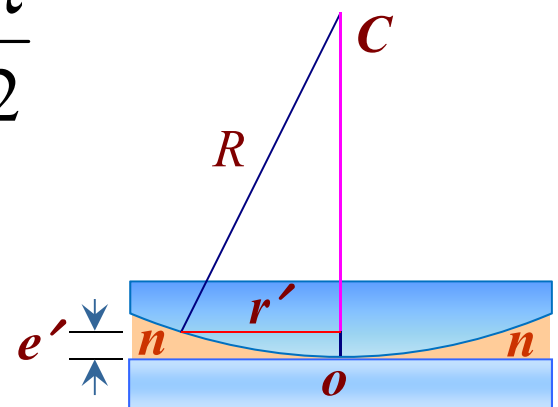
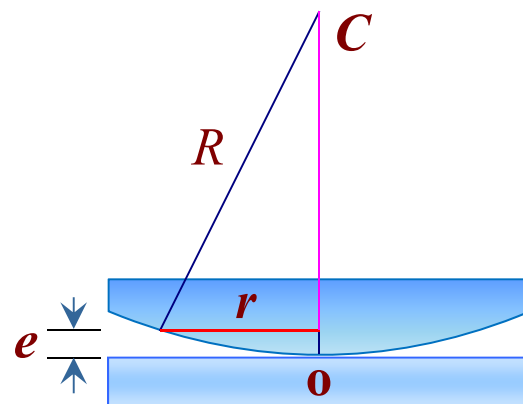
解：

(1) 在透镜和平板玻璃之间充以折射率为4/3的液体

暗环

$$\begin{cases} 2e + \delta' = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k_1 + 1) \frac{\lambda}{2} \\ 2ne' + \delta'' = 2ne' + \frac{\lambda}{2} = (2k_2 + 1) \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

同级条纹, **光程差相等**,
 即 $k_1 = k_2$



$$2ne' + \frac{\lambda}{2} = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

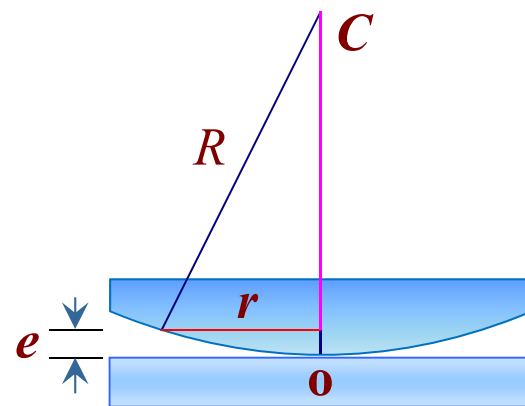
$$ne' = e$$

$$e = \frac{r^2}{2R}$$

$$\Rightarrow nr'^2 = r^2$$

$$e' = \frac{r'^2}{2R}$$

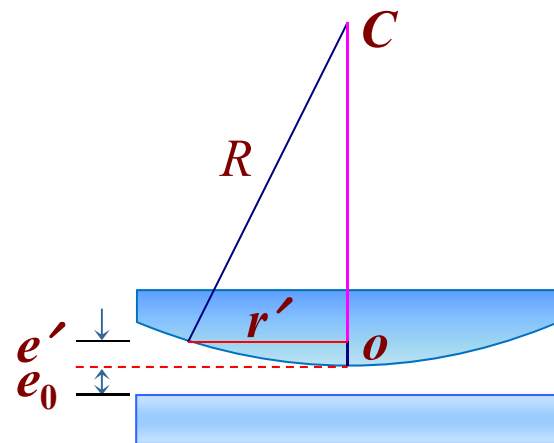
$$r' = \frac{r}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{4/3}} = 2\sqrt{3} \text{ (mm)}$$



(2) 把平板玻璃向下平移 $5\mu\text{m}$.

由空气膜上,下两表面
反射光的光程差

$$\delta = 2e' + 2e_0 + \delta' = 2e' + 2e_0 + \frac{\lambda}{2}$$



同级条纹, 光程差相等

$$2(e' + e_0) + \frac{\lambda}{2} = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$(e' + e_0) = e$$

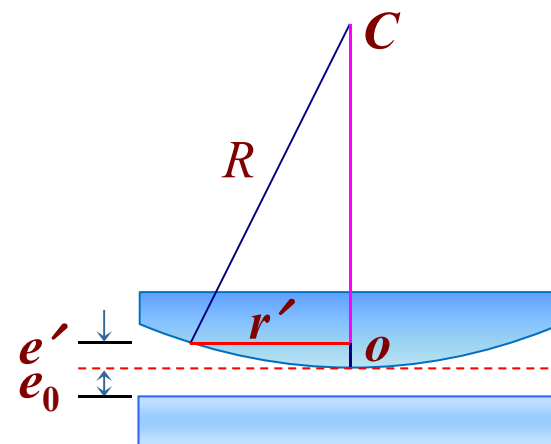
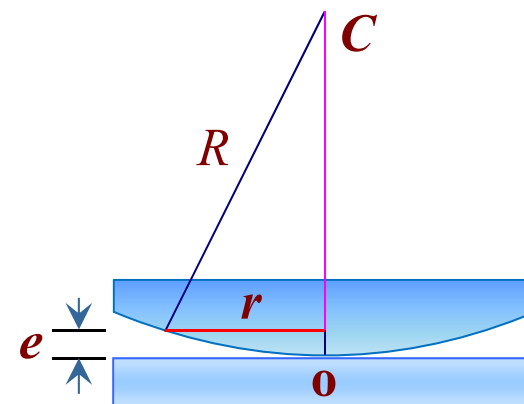
$$e = \frac{r^2}{2R}$$

$$e' = \frac{r'^2}{2R}$$

$$\frac{r'^2}{2R} + e_0 = \frac{r^2}{2R}$$

$$r' = \sqrt{r^2 - 2e_0 R}$$

$$= \sqrt{4^2 - 2 \times 5 \times 10^{-3} \times 0.8 \times 10^3} = 2\sqrt{2} \text{ (mm)}$$



例:将牛顿环装置中的平凸透镜缓慢向上平移时,空气膜的厚度逐渐增大,可以观察到环状干涉条纹

(a) 向中心收缩

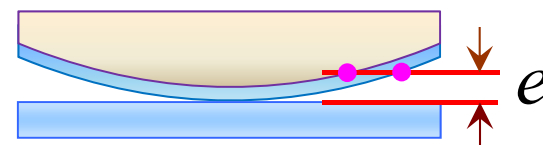
(b) 向外扩张

(c) 条纹模糊不清

(d) 静止不动

解:

将牛顿环装置中的平凸透镜缓慢向上平移时,空气膜的厚度逐渐增大,光程差增大. 牛顿环中干涉条纹级次是从内向外干涉级次逐渐升高,故观察到干涉条纹**向中心收缩**



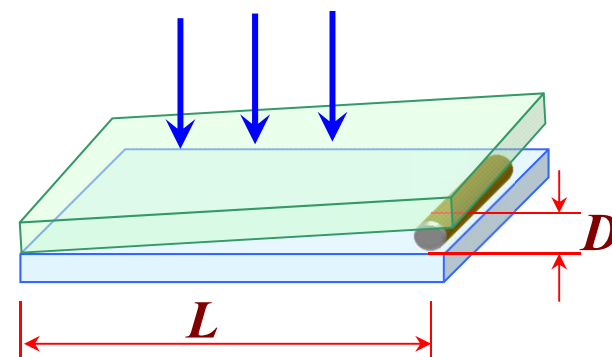
§ 16.4 干涉现象的应用

一、测量细丝直径 测量小角度

例：为了测量金属细丝的直径，把金属丝夹在两块平玻璃之间，使空气层形成劈尖，如用单色光垂直照射，就得到等厚干涉条纹. 测出干涉条纹间的距离，就可以算出金属丝的直径. 某次的测量结果为：单色光的波长 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ ，金属丝与劈尖顶点间的距离 $L = 28.880 \text{ mm}$ ，30条明纹间的距离为 4.295 mm ，求金属丝的直径 D .

解： 30条明纹间的距离为 4.295 mm

相邻两条明纹之间的距离 $l = 4.295/29 \text{ (mm)}$



明纹条件

$$\delta = 2ne + \delta' = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k=1,2,3\dots$$

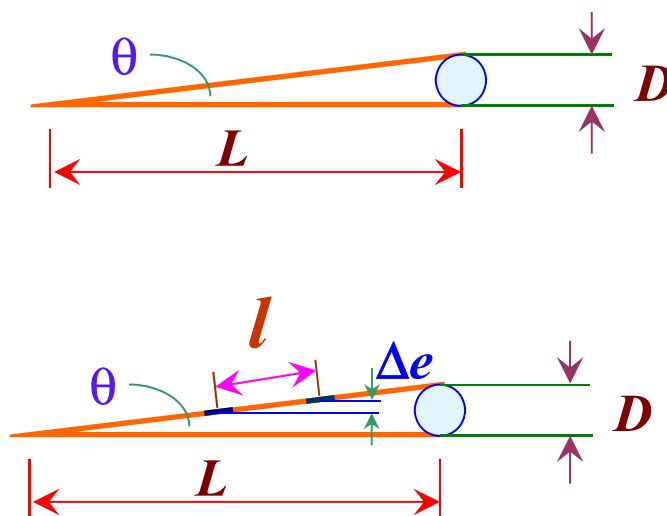
相邻两条明纹之间薄膜厚度差满足 $2n\Delta e = \lambda$


$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta e = \frac{\lambda}{2n} \\ \Delta e = l \sin \theta \end{array} \right.$$

$$l \sin \theta = \frac{\lambda}{2n}$$

式中 θ 为劈尖的夹角, 因为 θ 很小, 可得微小角度 θ 为

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{2n} \cdot \frac{1}{l}$$

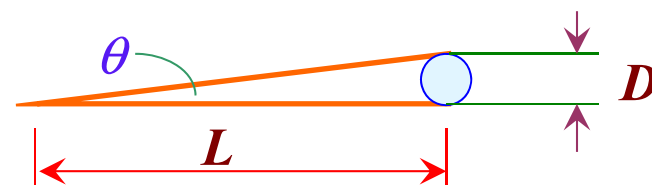



$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{D}{L}$$

于是得到:

$$\frac{D}{L} = \frac{\lambda}{2n} \cdot \frac{1}{l}$$

$$D = \frac{\lambda L}{2nl}$$



代入数据, 可得**金属丝的直径**:

$$D = \frac{L\lambda}{2nl} = 5.746 \times 10^{-5} = 0.05746 \text{ mm}$$

★讨论推广：劈尖也可测量长度的微小改变

(1) 干涉条纹移动一个条纹的改变

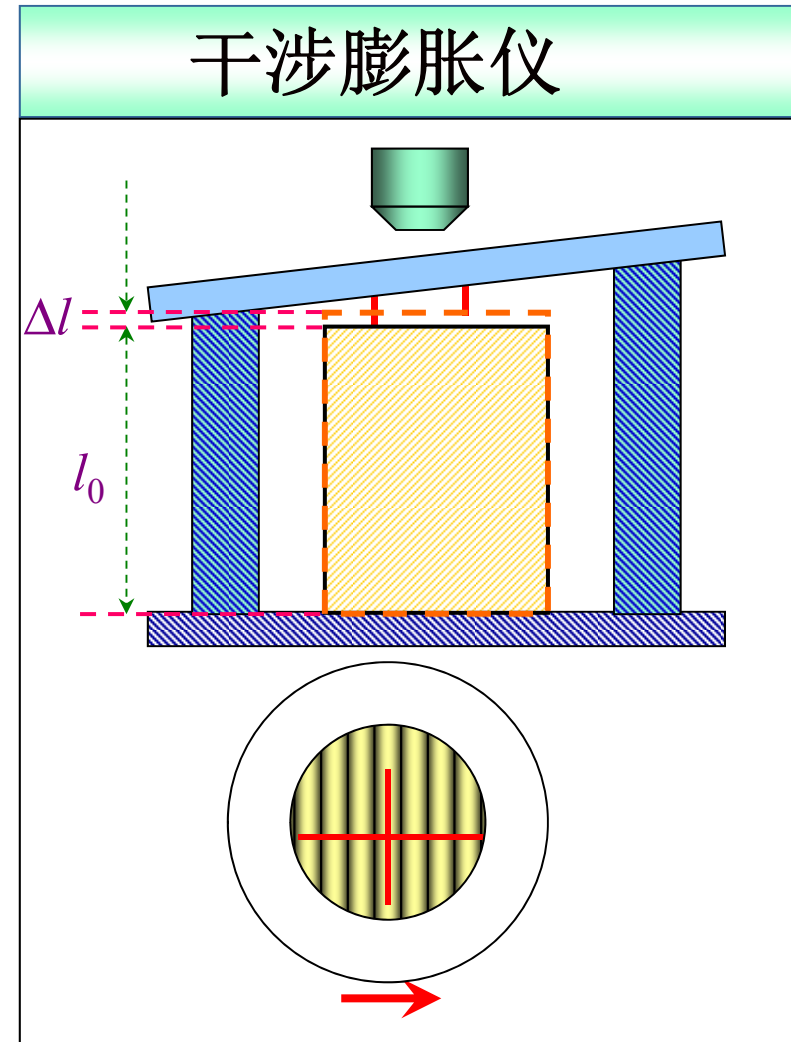
长度的改变

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n}$$

(2) 干涉条纹移动
 N 个条纹的改变

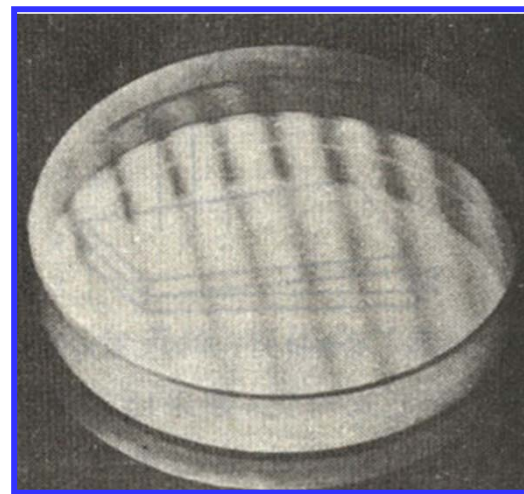
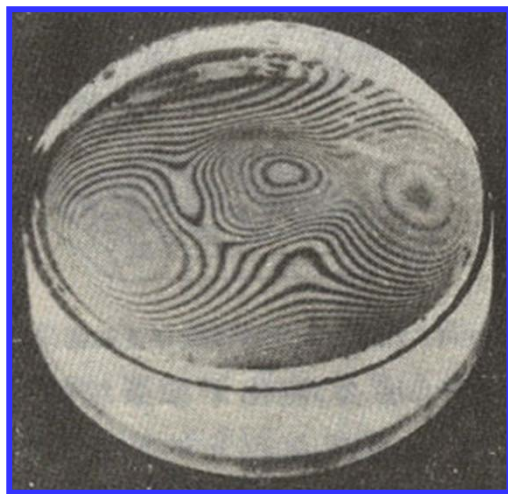
长度的改变

$$\Delta e' = N \cdot \frac{\lambda}{2n}$$



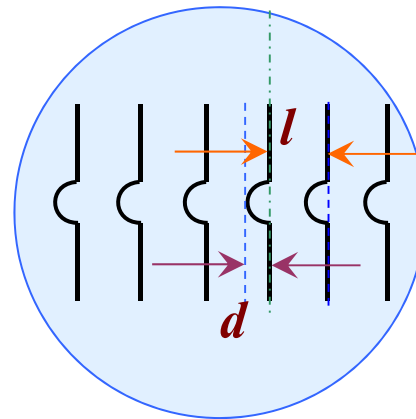
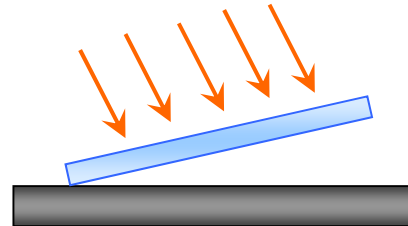
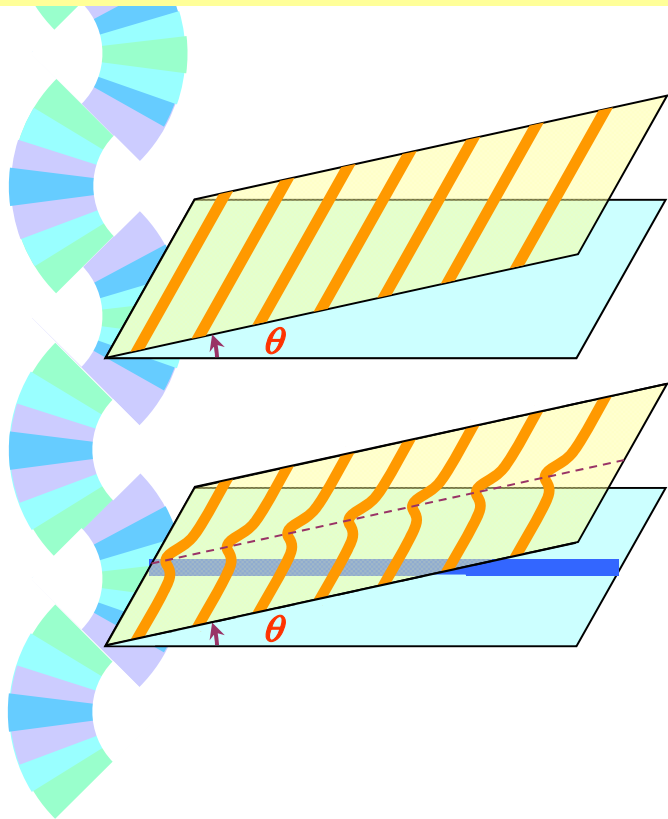
二、检查工件表面质量

测量精密加工工件表面极小纹路的深度。若工件表面有划痕，观察到的干涉条纹将弯曲，如图。根据纹路弯曲的方向，可知道工件表面上纹路是凹的还是凸的。



检查平面质量的干涉条纹

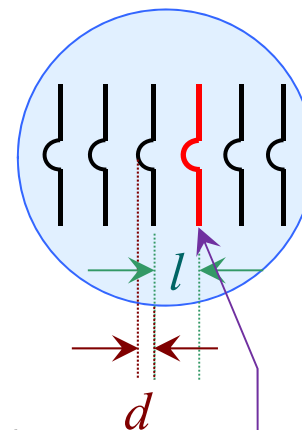
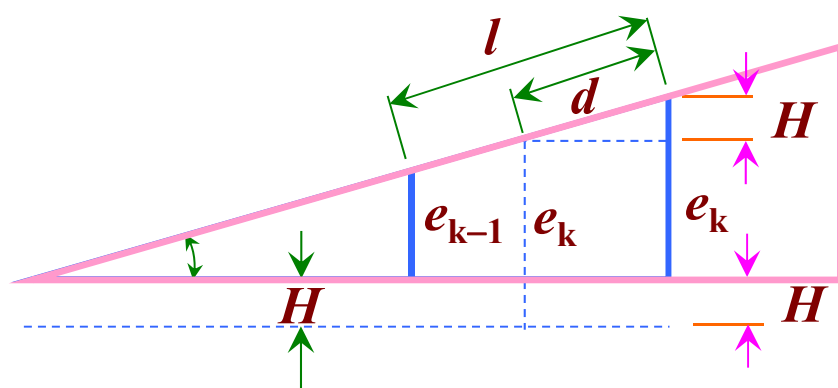
例：利用空气劈尖的等厚干涉条纹可测量精密加工工件表面极小纹路的深度. 在工作表面上放一平板玻璃使其间形成空气劈尖(如图), 以单色光垂直照射玻璃表面, 在显微镜中观察干涉条纹. 由于工件表面不平, 观察到干涉条纹如图. 试根据纹路弯曲的方向, 说明工件表面上纹路是凹的还是凸的? 并证明纹路深度可用下式表示:



$$H = \frac{d}{l} \frac{\lambda}{2}$$

式中 l, d
如图所示

证明： 纹路是凹的。因工件表面有凹的纹路，故第 k 级等厚线的该部分向劈尖顶端移动。



$$l \sin \theta = \frac{\lambda}{2n} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{2nl}$$

$$H = d \sin \theta = d \frac{\lambda}{2nl} = \frac{d}{l} \frac{\lambda}{2n}$$

空气劈尖 $n=1$

$$H = \frac{d}{l} \frac{\lambda}{2}$$

这条干涉条纹上每一点的光程差是一样的。故在这条干涉条纹处的薄膜厚度也是一样的

三、增透膜和高反射膜

1. 增透膜

在透镜表面镀一层介质薄膜，增加透射。通常在折射率 $n=1.5$ 的透镜表面镀一层氟化镁 MgF_2 ($n_2=1.38$)。两表面均有半波损失

$$\delta = 2n_2e + \delta' = 2n_2e$$

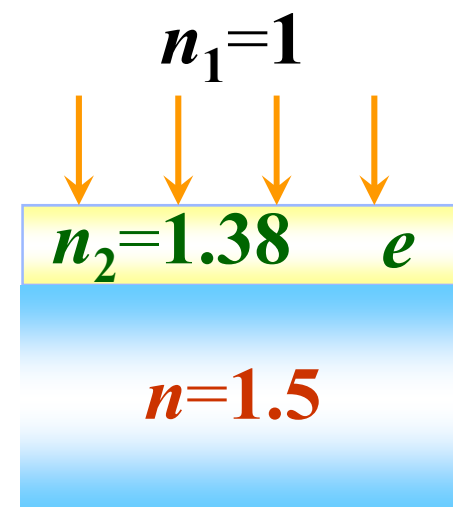
反射光相消，透射光增强

$$\delta = 2n_2e = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\dots$$

$$e = (2k+1)\frac{\lambda}{4n_2} \quad k=0,1,2,\dots$$

$k=0$ 时，最小厚度

$$e_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}$$



2. 高反射膜

在光学元件表面镀一层高折射率透明介质薄膜, 使反射光加强. 通常在折射率 $n=1.5$ 的玻璃表面镀一层硫化锌ZnS ($n_2=2.35$). 空气到膜的表面有半波损失

$$\delta = 2n_2e + \delta' = 2n_2e + \frac{\lambda}{2}$$

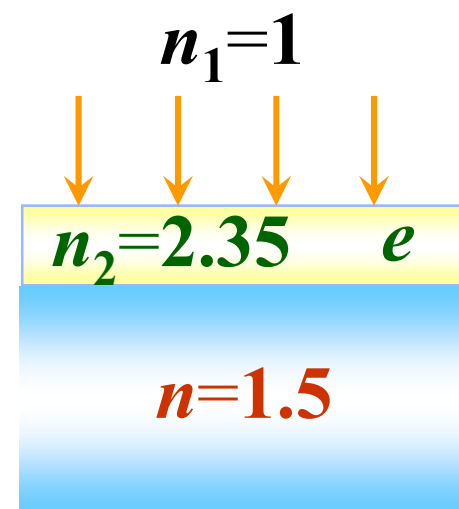
反射光加强

$$\delta = 2n_2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k=1,2,3,\dots$$

$$e = (2k-1)\frac{\lambda}{4n_2} \quad k=1,2,3,\dots$$

$k=1$ 时, 最小厚度

$$e_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}$$



★ 小结

光的干涉问题，实际上只是如何求解
两束光之间光程差的问题

- (1) 由于两束光传播距离不同而引起的光程差
(对于杨氏双缝实验还要考虑由于两个
相干波源振动初相的不同)
- (2) 考虑两种不同介质交界面上反射光是否存在
相位突变, 即半波损失 (计算光程时, 为真空中
波长的一半)
- (3) 两束光的光程差满足
真空中波长的整数倍时, 为亮纹;
真空中半波长的奇数倍时, 为暗纹;
同时确定 k 的取值.
- (4) 利用平面几何的关系, 找出未知量之间的关系



例：用波长为 λ 的平行单色光垂直照射图中所示的装置，观察空气薄膜上下表面反射形成的等厚干涉条纹。试在下方的方框内画出相应的干涉条纹，只画暗条纹，表示出它们的形状、条数和疏密。

解：

下表面有半波损失，
反射光的光程差

k 为什么不能取0

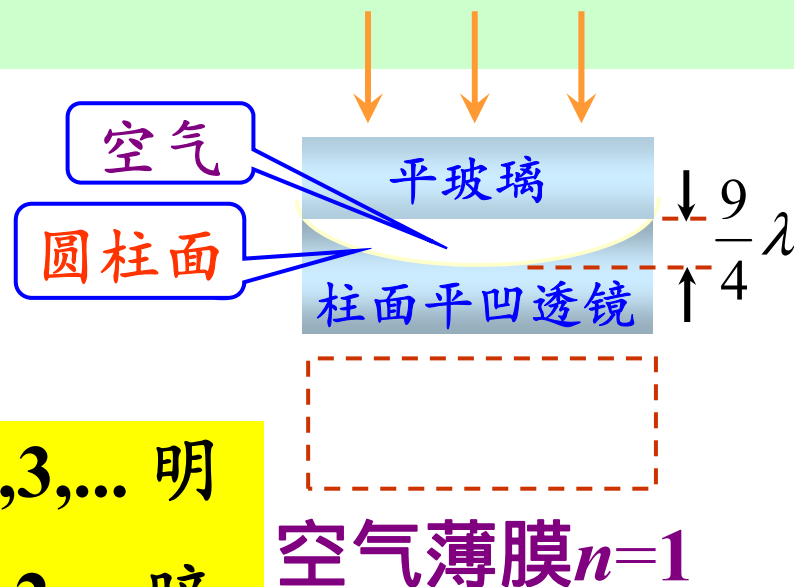
$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,3,\dots \text{明} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\dots \text{暗} \end{cases}$$

暗纹公式

$$e = k \frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\dots$$

e 需满足

$$0 \leq e \leq \frac{9}{4}\lambda$$



$$\begin{cases} k=0,1,2,\dots \\ 0 \leq k \leq \frac{9}{2} \end{cases}$$

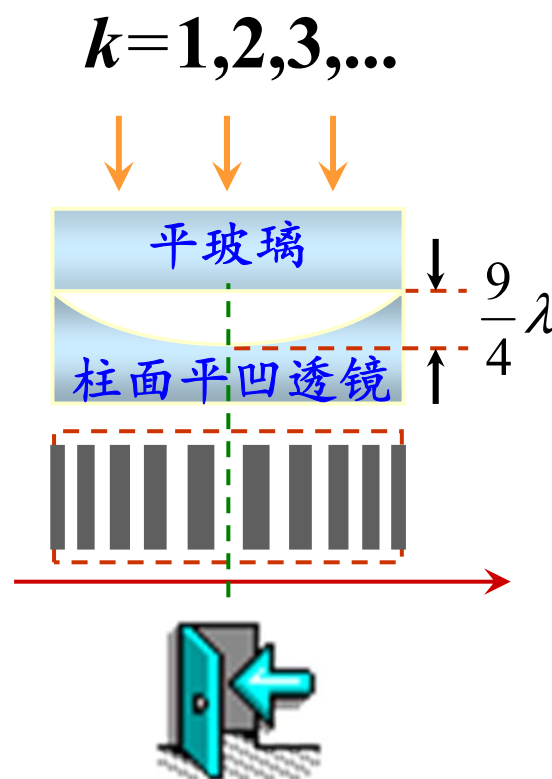
暗条纹特点

- (1) k 取0,1,2,3,4, 其中 $k=0$ 是边缘暗纹
- (2) 正中央不满足暗纹条件, 不可能暗纹,
- (3) 由于对称, 共有10条暗纹,
- (4) 由于是柱面, 条纹平行于柱面的轴线, 且中间疏边缘密.

明纹条件 $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda;$

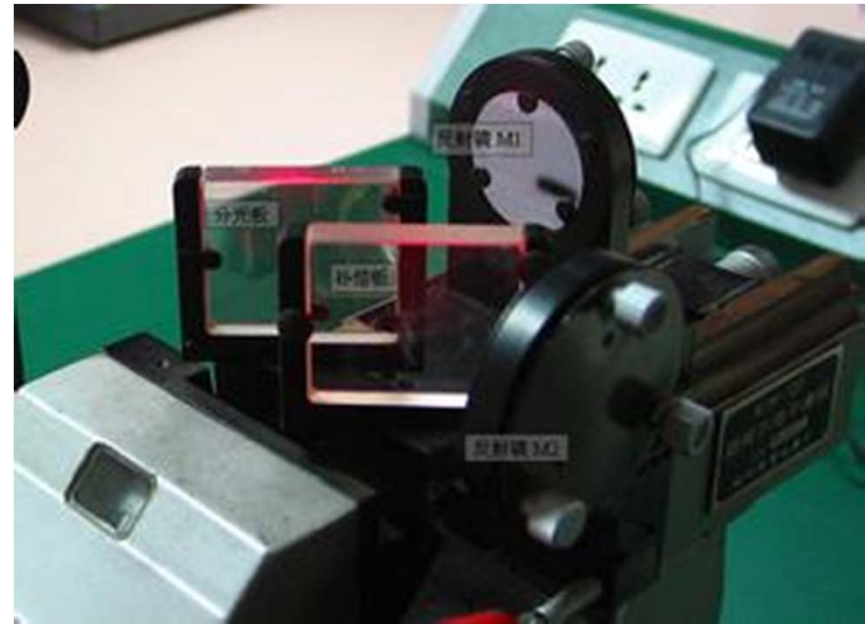
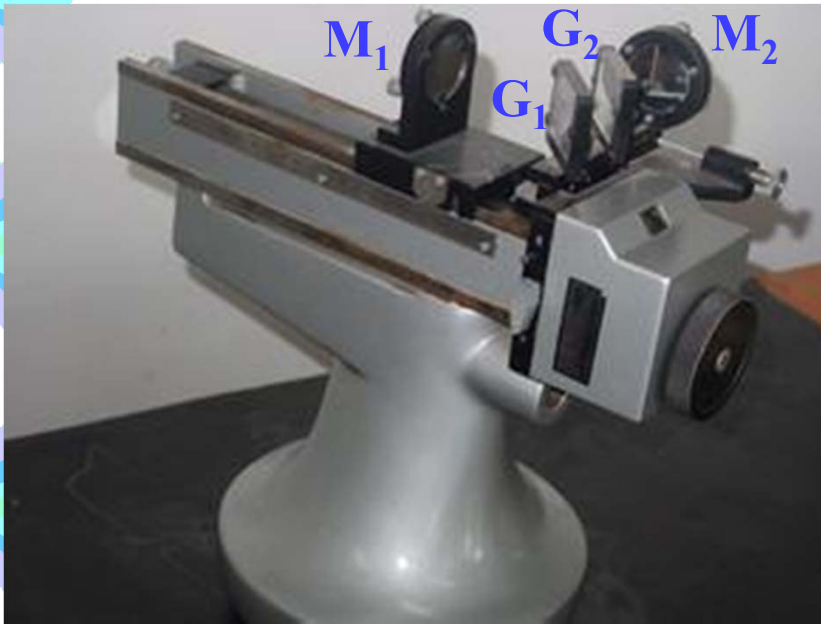
$$\begin{cases} e = k \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} & k=1,2,3,\dots \\ 0 \leq e \leq \frac{9}{4}\lambda & \frac{1}{2} \leq k \leq 5 \end{cases}$$

当 $e = \frac{9}{4}\lambda$ 时, $k=5$ 是中央明纹, 共有9条明纹.



§ 16-5 迈克耳逊干涉仪

迈克耳逊(**A.A.Michelson**)干涉仪由两片精密磨光的平面反射镜 M_1M_2 和两块材料相同、厚薄均匀而且相等的平行平板玻璃 G_1G_2 构成, 其中 G_1 的表面镀有半反半透的薄银层. G_1G_2 与 M_1M_2 成 45° 角, M_1 用螺旋装置控制可前后移动,

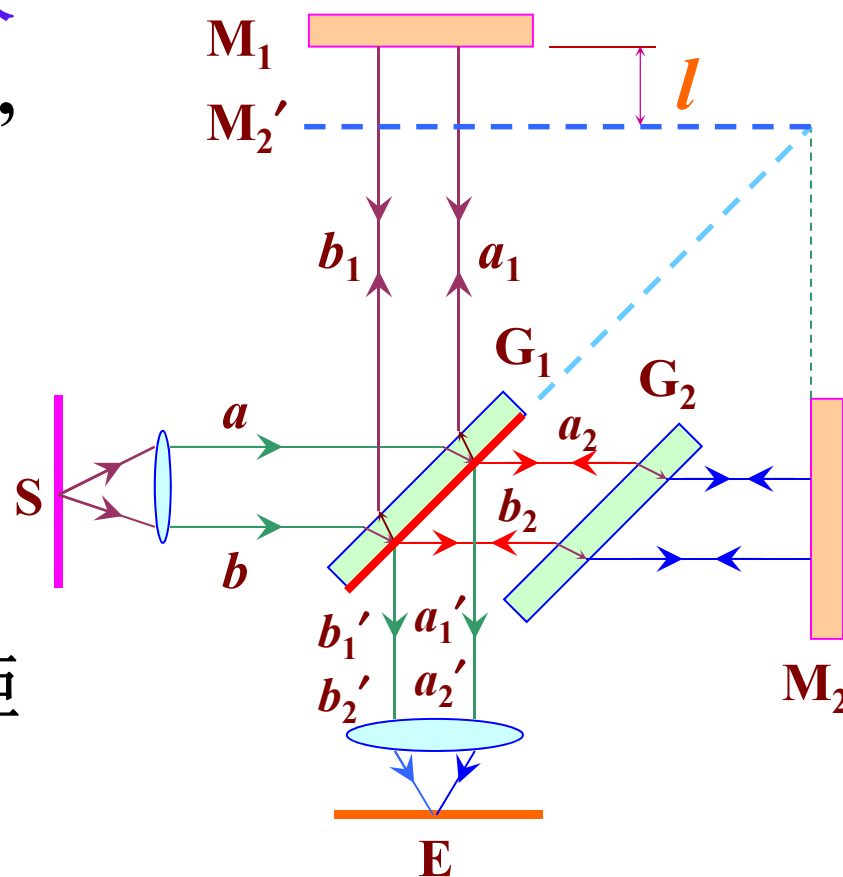
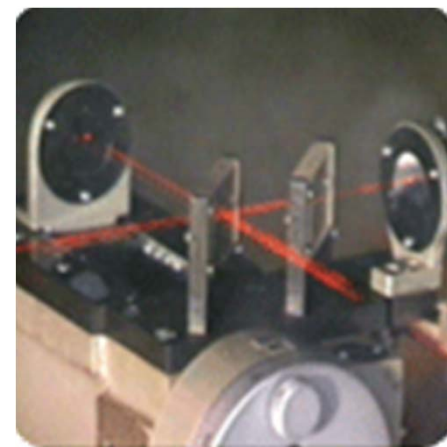


光程差 $\delta = 2nl$

M_1 每平移 $\lambda/(2n)$ 距离, 光程差改变 λ , 故视场中就有一条明纹移过, 若移过 N 条明纹, M_1 平移距离 d 为:

$$d = \Delta l = N \frac{\lambda}{2n}$$

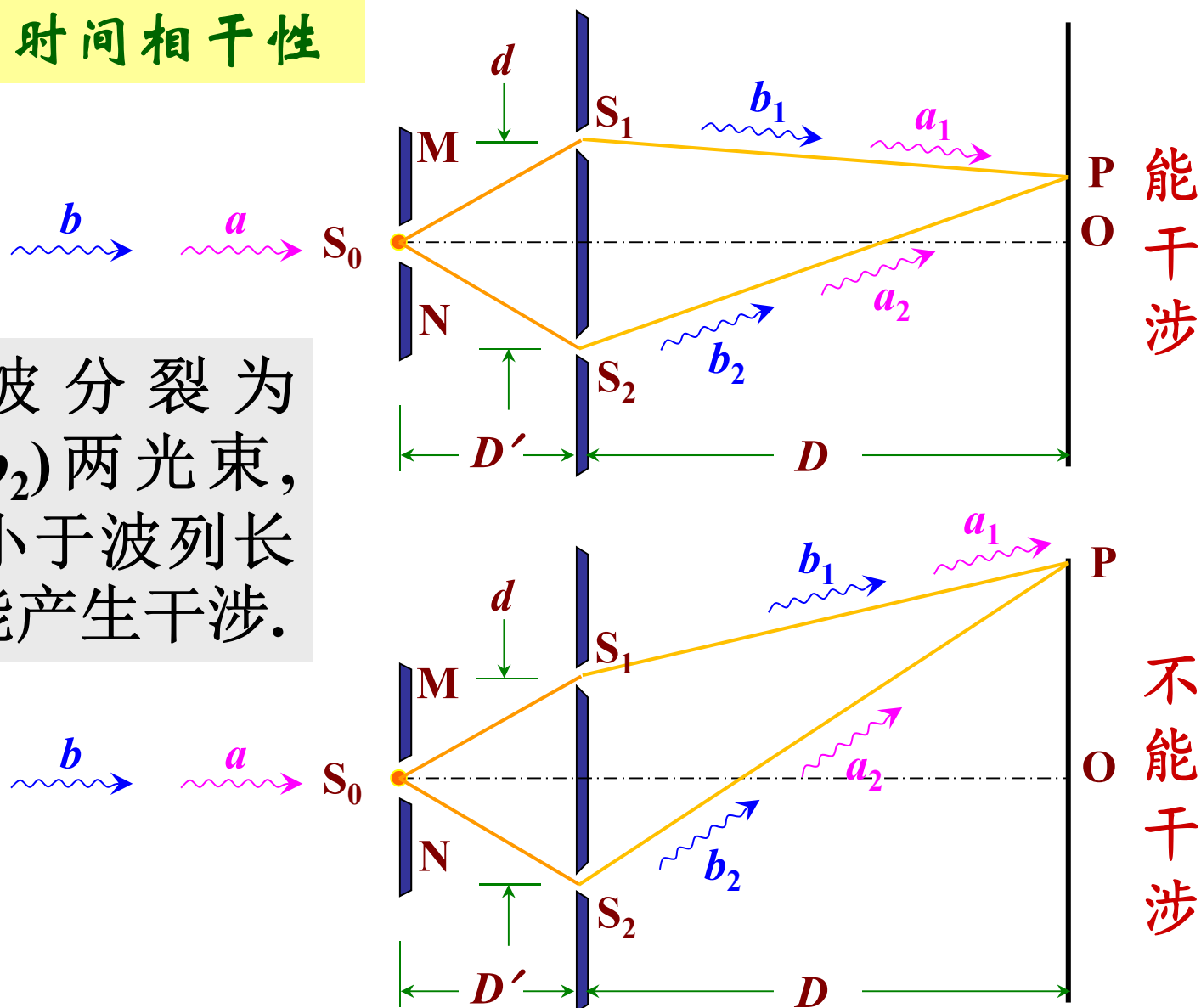
移动的 d , 可从螺距中测出, 从而可求得 λ



§ 16.6 光的时间相干性和空间相干性

一、光的时间相干性

光波分裂为 a_1a_2 (b_1b_2) 两光束，光程差小于波列长度 L_c 时能产生干涉。



波列长度 L_c 称为相干长度，光波通过相干长度所需时间称为相干时间。

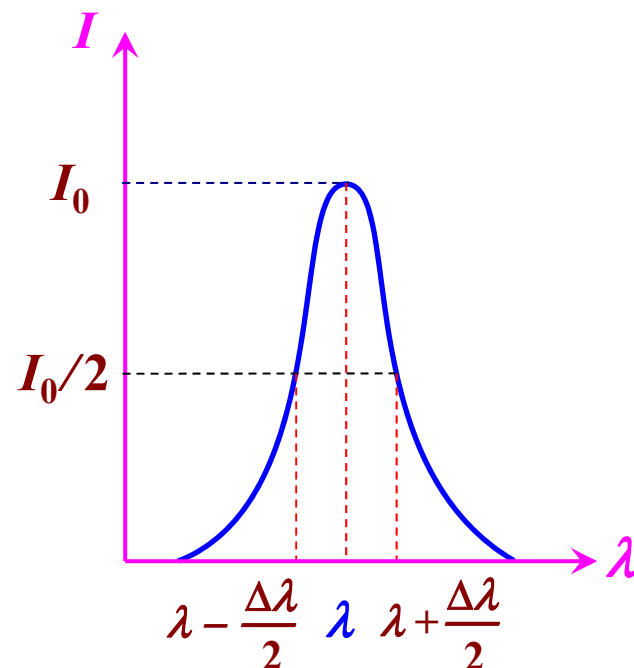
相干时间 $\tau = \frac{L_c}{c}$

时间相干性的好坏
与光的单色性有关

相干长度 $L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

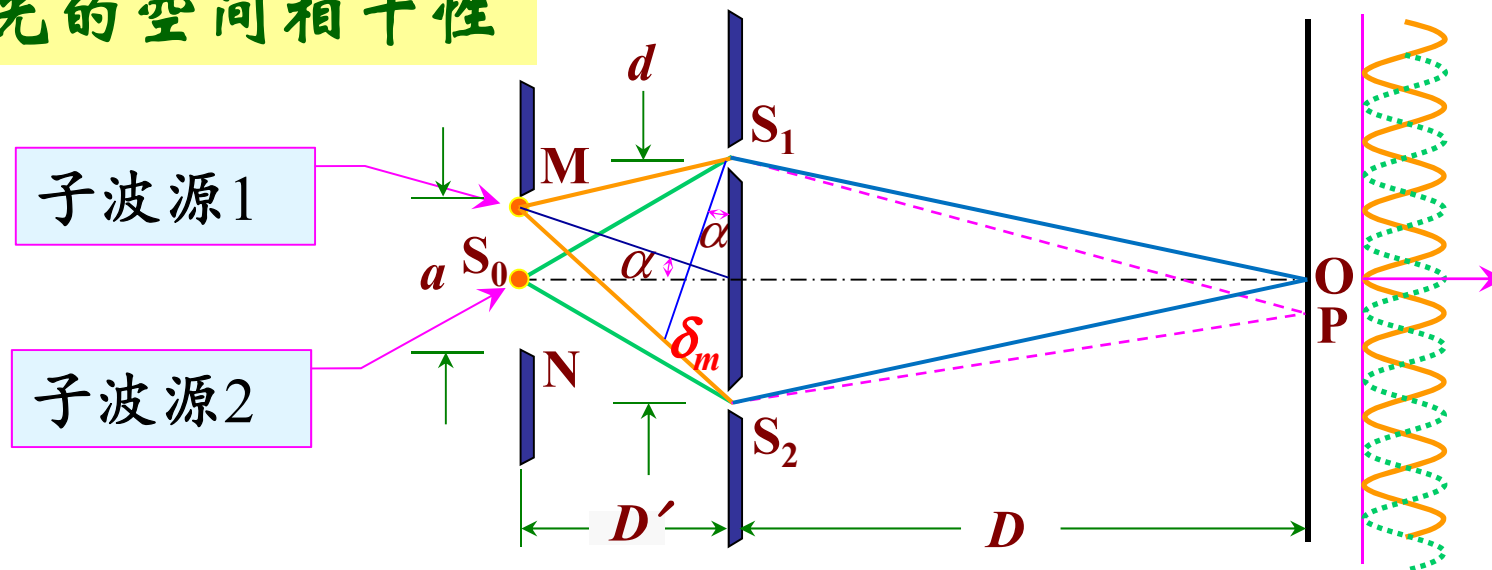
如薄膜干涉

$$2n_2e < L_c$$



谱线宽度 $\Delta\lambda$

二、光的空间相干性



研究O点：边缘M点光源正好在O点产生干涉极小

$$\delta_{MO} = \overline{MS_2} + \overline{S_2O} - (\overline{MS_1} + \overline{S_1O}) = \overline{MS_2} - \overline{MS_1} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\overline{MS_2} - \overline{MS_1} = d \sin \alpha \approx d \tan \alpha = d \frac{a/2}{D'} = \frac{\lambda}{2}$$

临界宽度

$$a = \frac{D'}{d} \lambda$$

相干间隔

$$d = \frac{D'}{a} \lambda$$



本章结束!