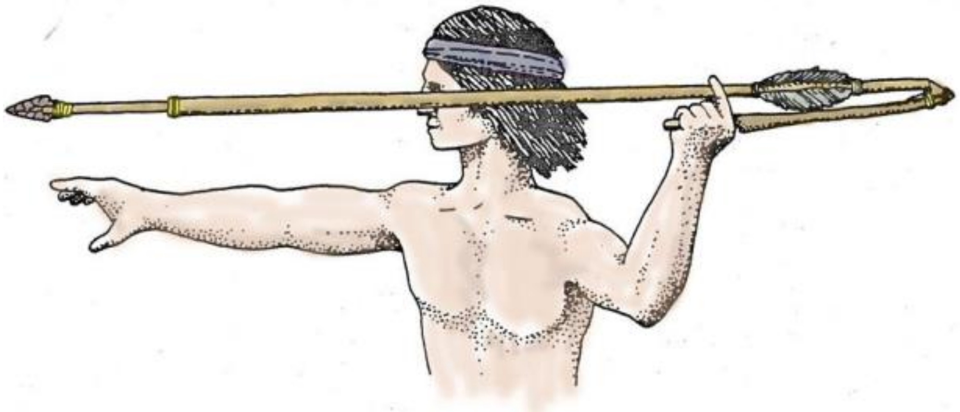
机器人设计与传动-2



朱秋国
浙江大学 控制学院
工业控制技术国家重点实验室

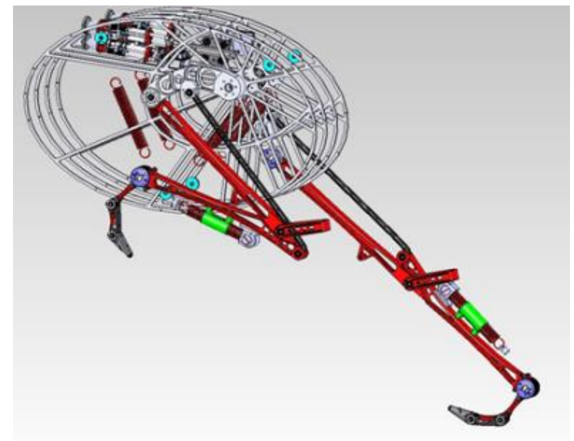
Email：qgzhu@zju.edu.cn
2021年3月25日

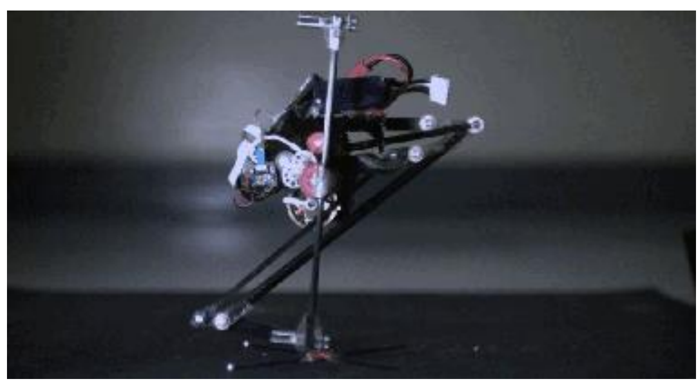
5. 连杆传动

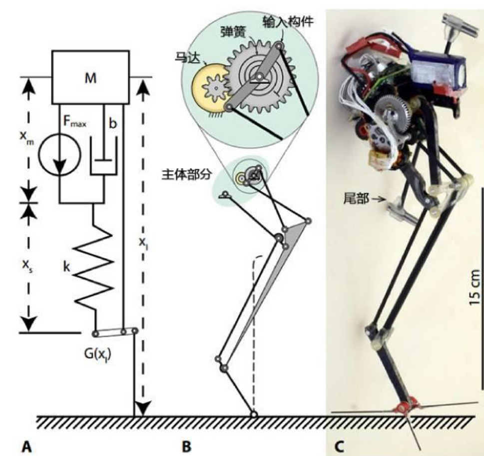
平面连杆：组成与运动形式

日常生活中的连杆机构有哪些？

- 机械加工设备
- 公交车车门
- 火车车轮
- 缝纫机
- 起重器
- 机器人
- ……

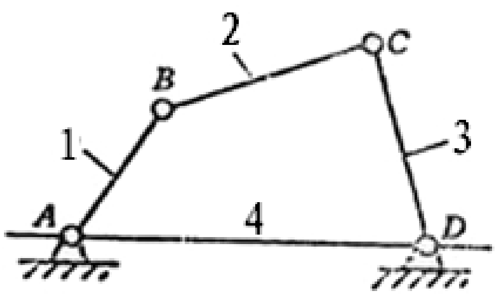




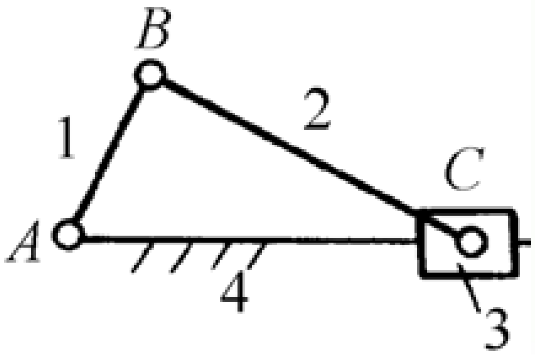


平面四连杆机构

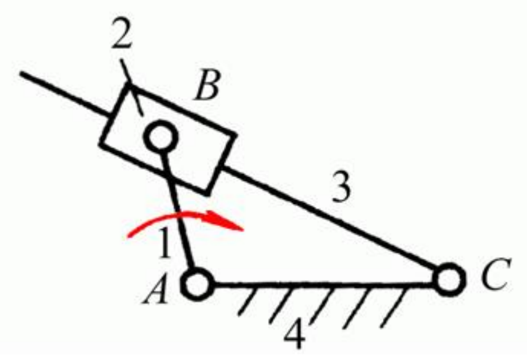
- **四连杆的常见机构**



铰链四连杆机构



曲柄滑块机构



导杆机构

上述的共同点：

原动件1的运动都要经过一个不直接与机架相联的中间构件2才能传动从动件3，中间件2称为连杆，这些机构成为连杆机构。

连杆传动特点

优点：

（1）连杆机构中的运动副一般均为低副（连杆机构也称低副机构），低副元素之间为面接触，压强较小，承载能力较大；

（2）可改变各构件的 长度使得从动件得到不同的运动规律；

（3）可以设计出各种曲线轨迹。

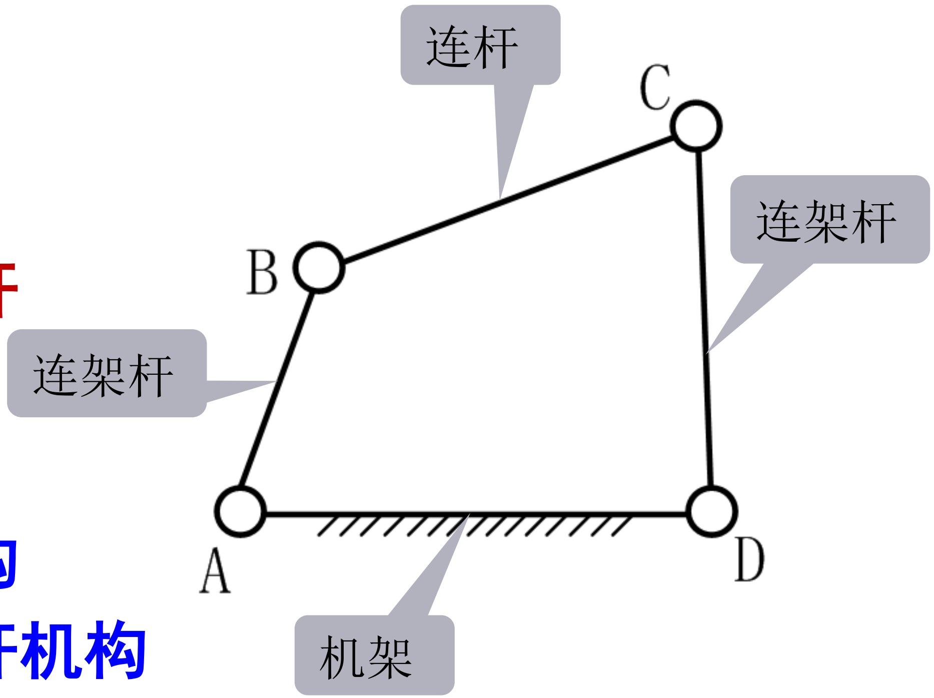
缺点：

（1）需要经过中间构件传递运动，传递路线较长，易产生较大的误差，同时，使得机械效率降低；

（2）质心在作变速运动，所产生的惯性力难于用一般平衡方法加以消除，易增加机构的动载荷，不适宜高速运动（相对于齿轮而言）。

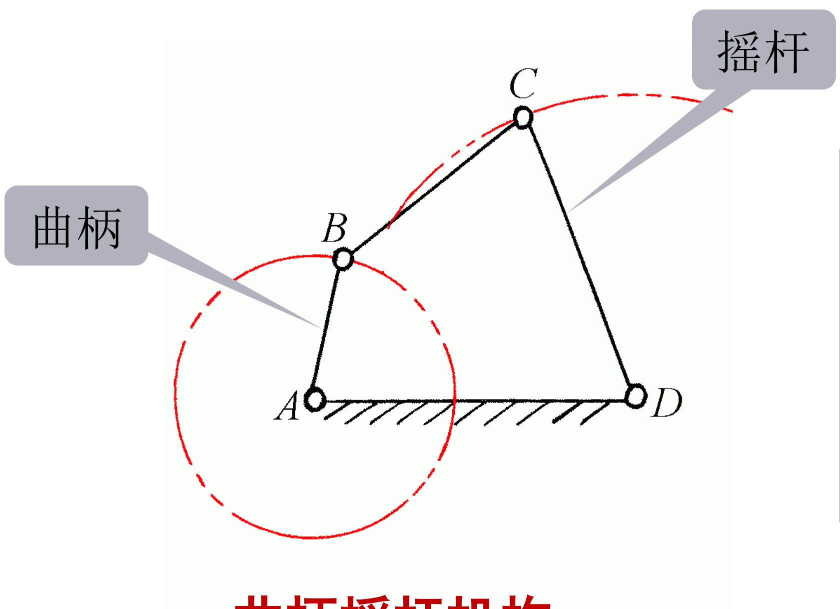
连杆的组成

- 铰链四连杆是平面四杆机构的基本形式，其他形式可以认为是它的演化形式。
- 在右图机构中：
  - AD为机架
  - BC为连杆
  - AB、CD与机架相连为连架杆
  - 能做整周回转者为曲柄机构
  - 只能一定范围摆动的为摇杆机构

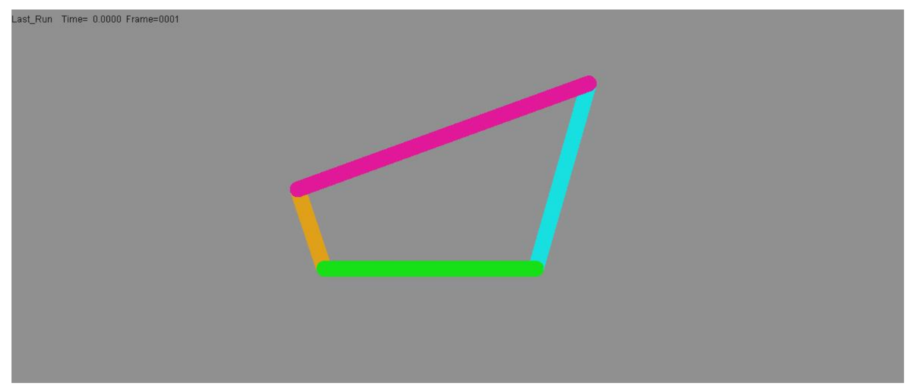


基本形式一：曲柄摇杆机构

- **曲柄摇杆机构**：铰链四杆机构的两个连架杆中，有一个为曲柄，另一个为摇杆。

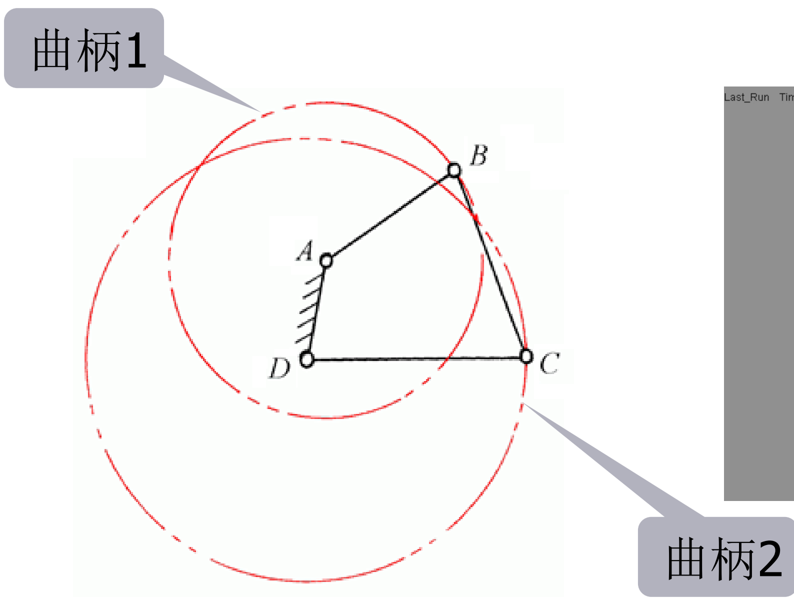


曲柄摇杆机构

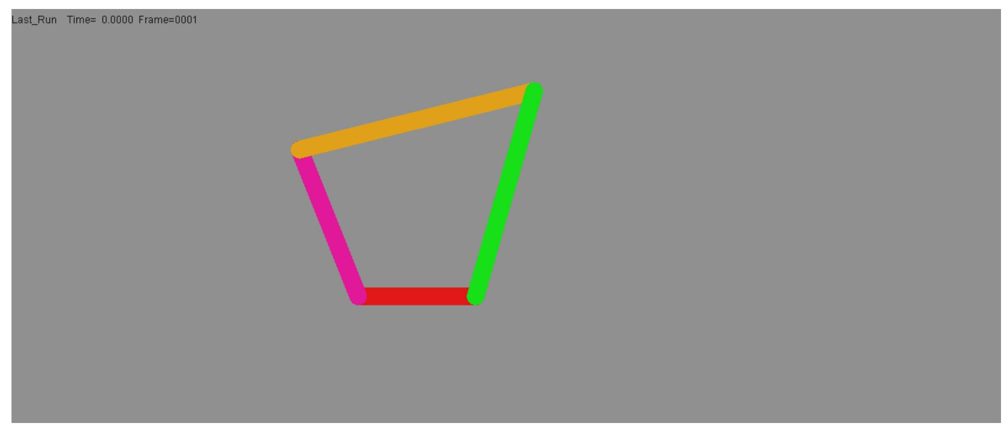


基本形式二：双曲柄机构

- 若铰链四杆机构中的两个连杆架均为曲柄，则称其为**双曲柄机构**。

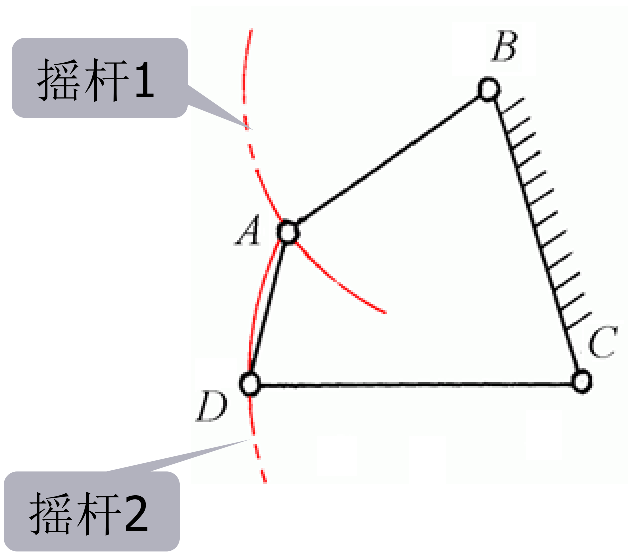


双曲柄机构

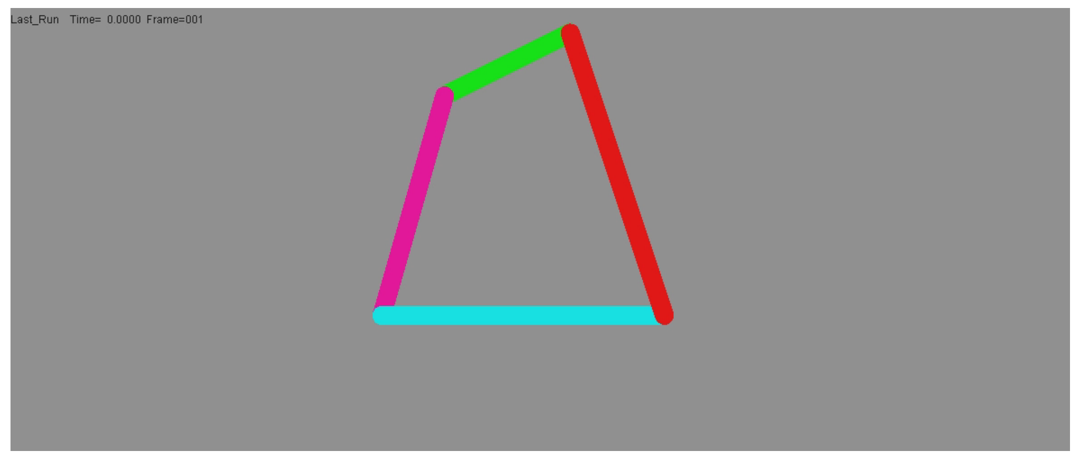


基本形式三：双摇杆机构

- 若铰链四杆机构中的两个连杆架均为摇杆，则称其为**双摇杆机构**。

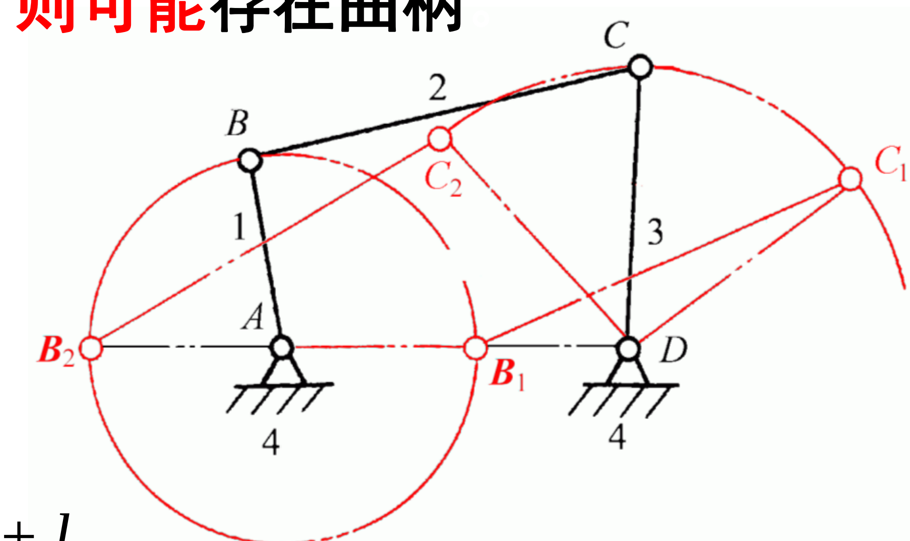


双摇杆机构



曲柄摇杆机构的条件

平面四杆机构具有整转副 ➔ 则可能存在曲柄



若连架杆1若能整周回转，
必有两次与机架共线。

由△B_2C_2D 可得：

$$l_1+l_4 \le l_2 + l_3$$

由△B_1C_1D 可得：

$$l_3 \le (l_4 - l_1) + l_2 \quad \Rightarrow \quad l_1 + l_3 \le l_2 + l_4$$

$$l_2 \le (l_4 - l_1) + l_3 \quad \Rightarrow \quad l_1 + l_2 \le l_3 + l_4$$

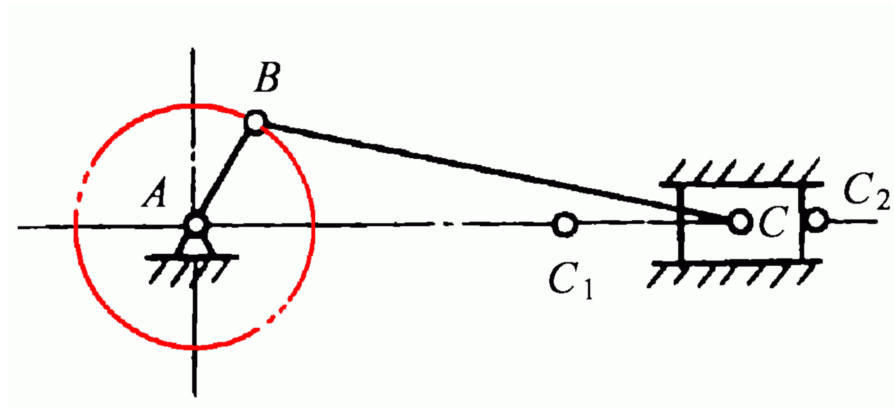
将以上三式两两相加得（满足曲柄摇杆的条件）：

$l_1 \le l_2 \quad l_1 \le l_3 \quad l_1 \le l_4$ ➔ **AB 为最短杆，为曲柄摇杆机构**

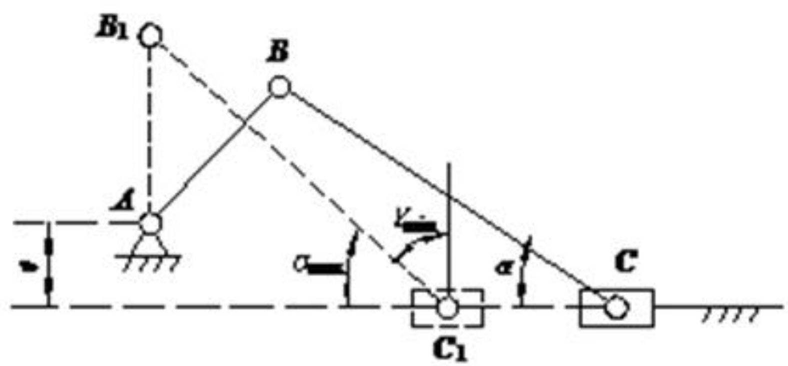
当最短杆为连杆 l_2时，则为双摇杆机构！
当最短杆为机架 l_4时，则为双曲柄机构！

演化形式一：曲柄滑块机构

曲柄滑块机构：

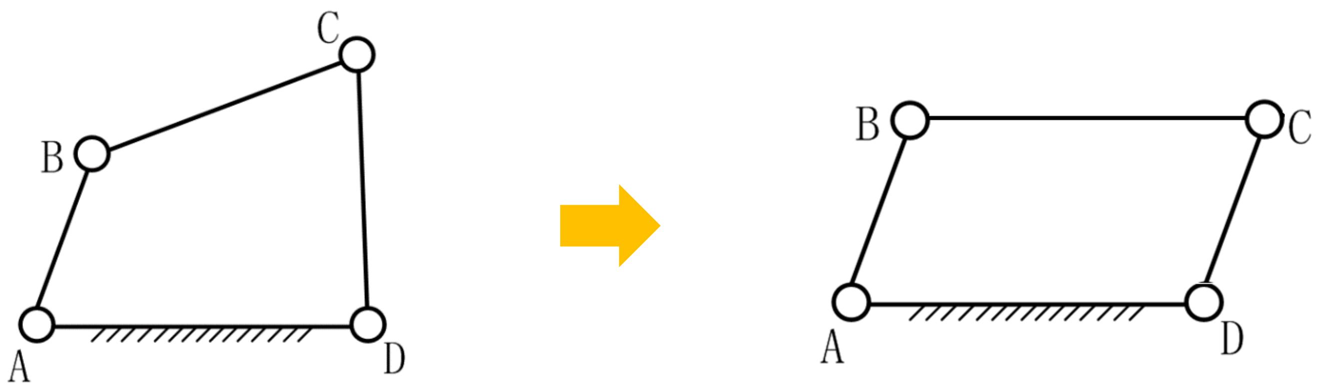


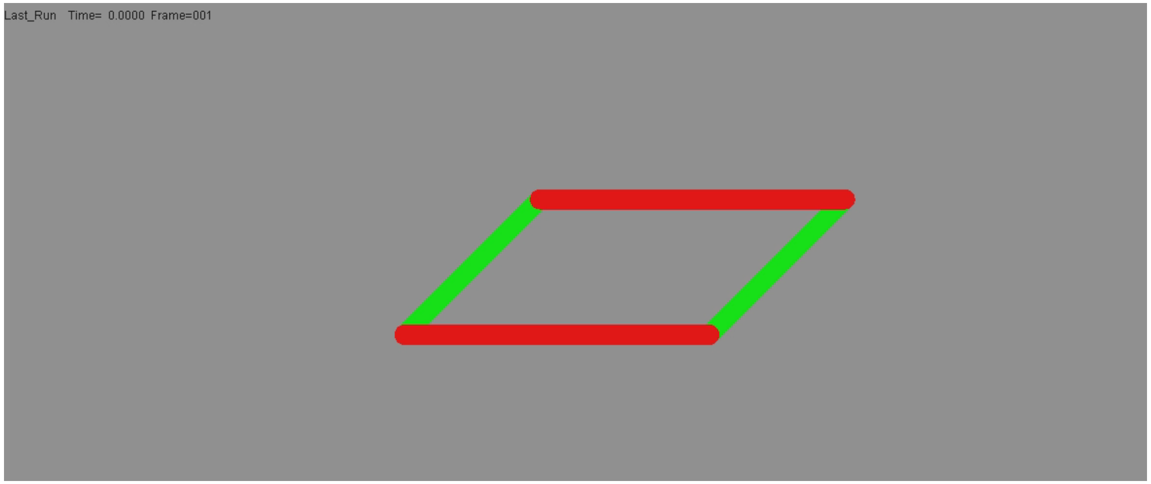
偏置曲柄滑块机构：



移动副可认为是回转中心由无穷远处的转动副演化而来。

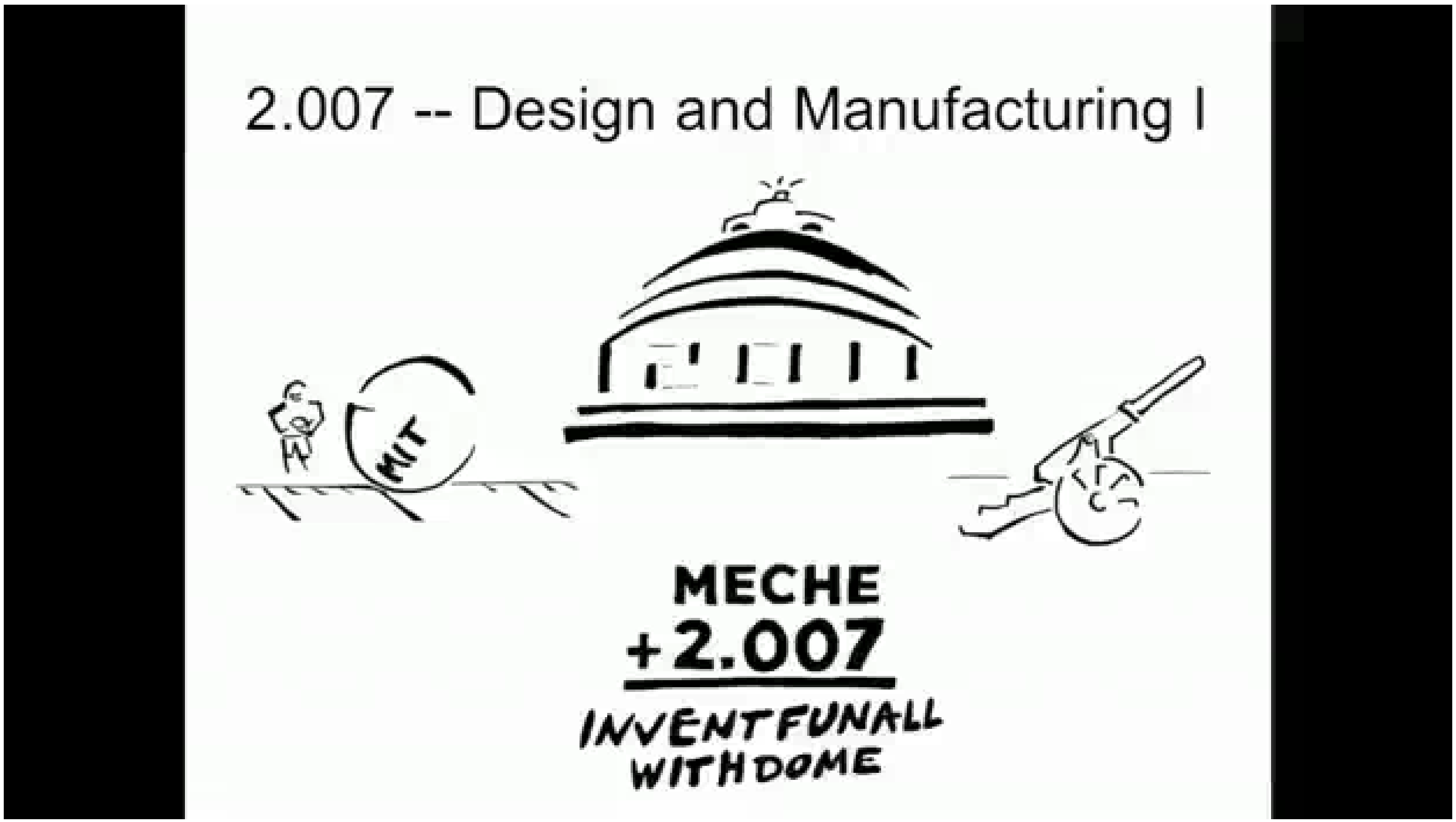
演化形式二：平行四边形机构



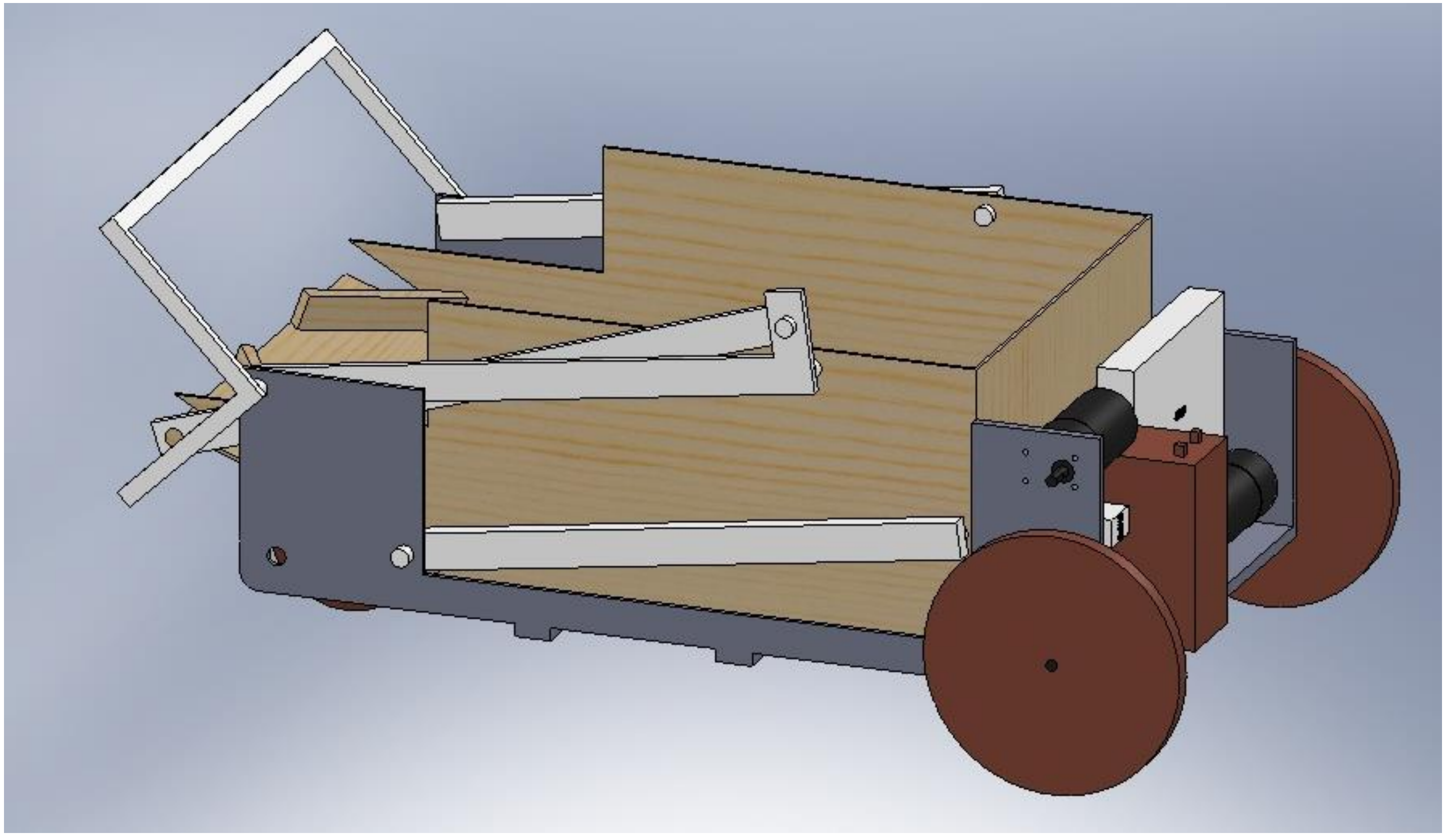


应用实例

应用实例


2.007 -- Design and Manufacturing I
MIT
MECHE
+2.007
INVENTFUNALL
WITHDOME

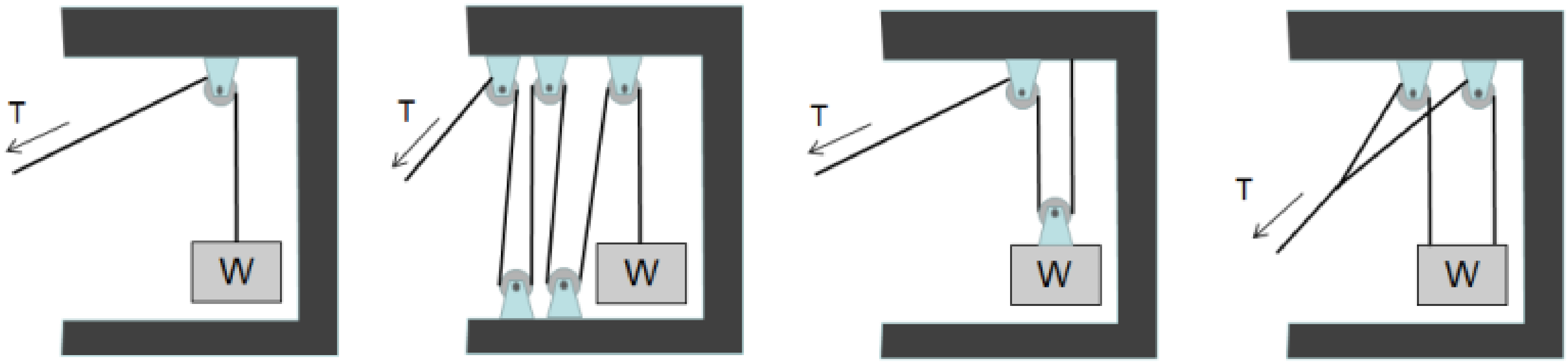
应用实例

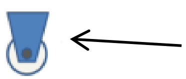


[演化应用实例-1]　　[演化应用实例-2]

6. 滑轮组

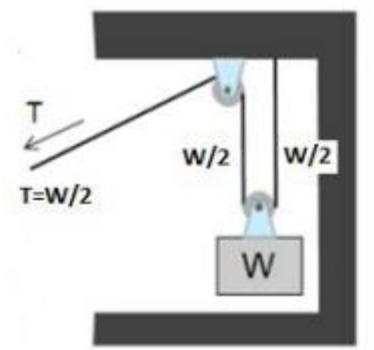
滑轮组



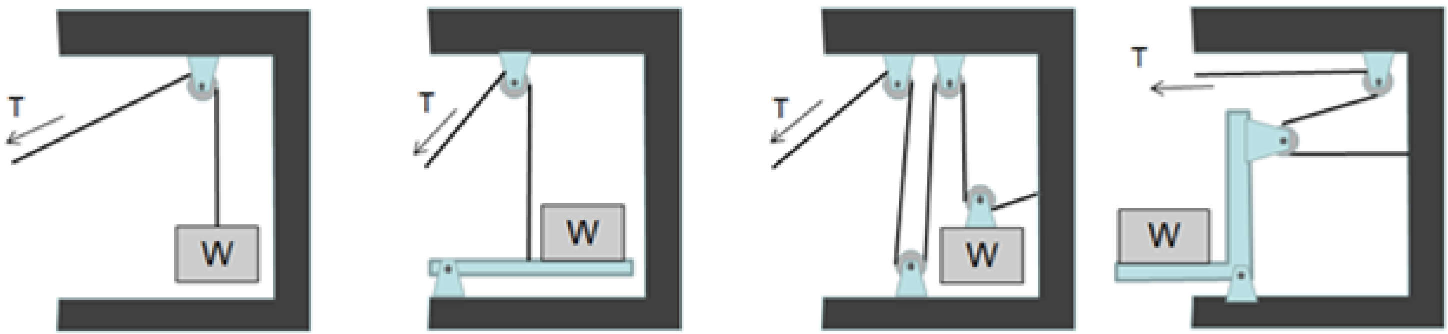


代表滑轮

哪一组滑轮需要的力量T最小？

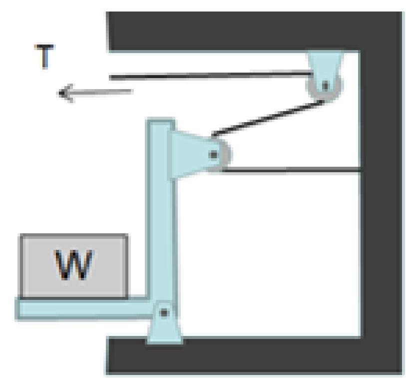


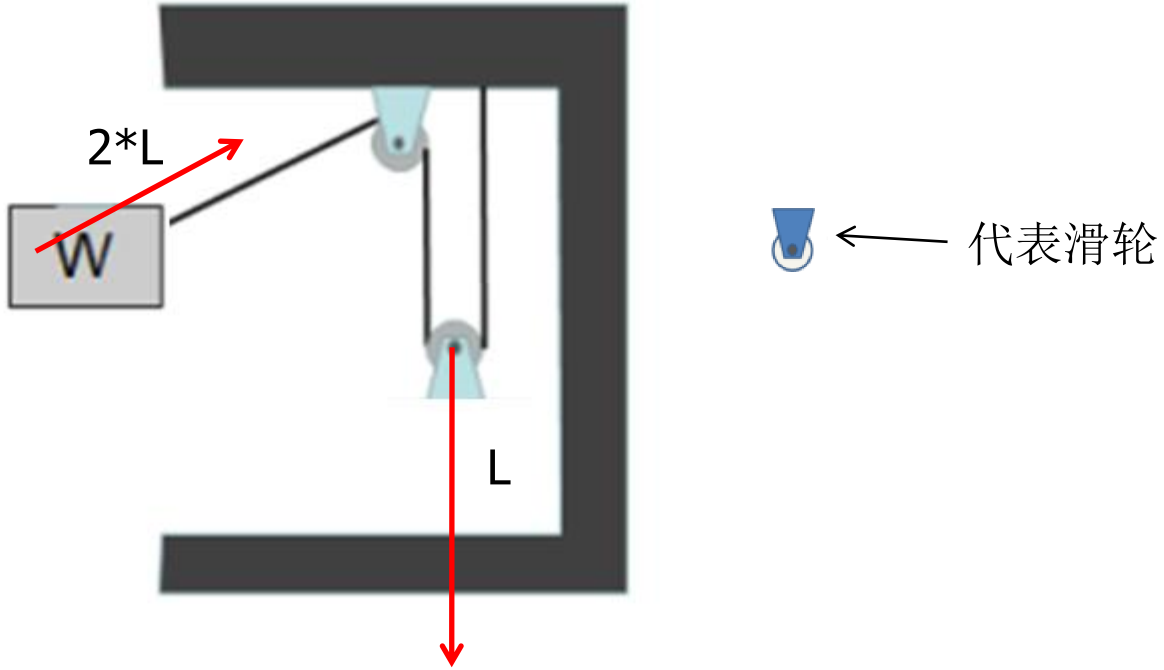
结论：固定轮只能用于改变力的方向，而运动轮可以降低输入力量的大小。



 ← 代表滑轮

哪组滑轮需要的力量T最小？



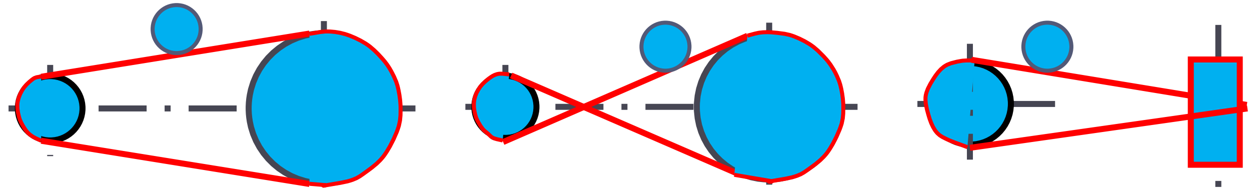


负载运动的距离？

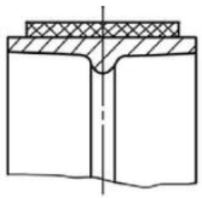
结论：通过动滑轮，可以实现两倍的运动距离，但是需要的力矩需要增加一倍。

7. 带传动

带传动

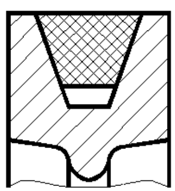


结构简单、传动平稳、造价低廉以及缓冲吸振



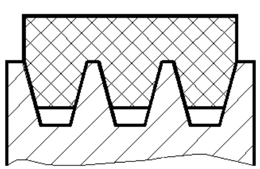
平带传动

结构最简单，带轮容易制造，在传动中心距较大时应用较多，以帆布芯平带应用最广。



V型带传动

V带传动应用最广，相比平带传动能产生更大摩擦力，这是V带传动最主要的优点。

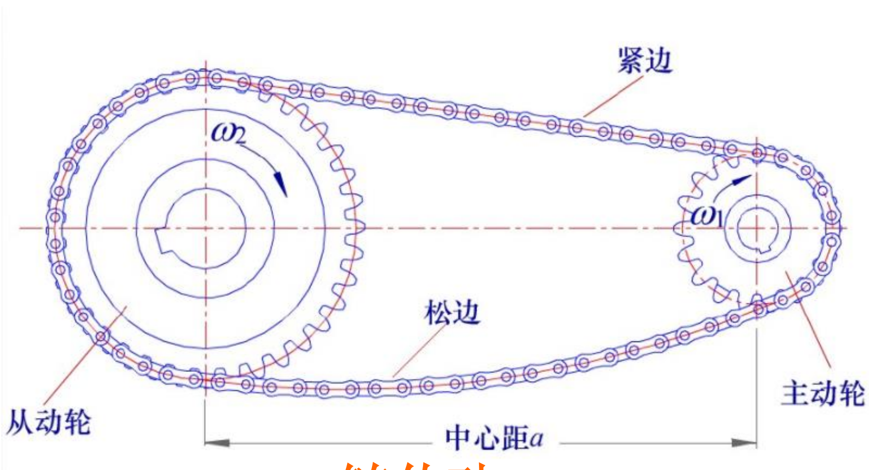


多楔带传动

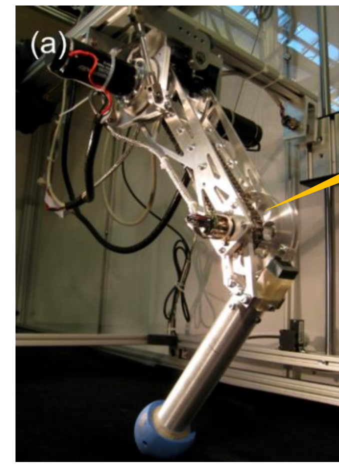
多楔带传动兼有平带和V带的优点，柔性好、摩擦力大，能传递的功率大。
主要用于传递功率较大而结构要求紧凑的场合，传动比可达10，带速可达40m/s。

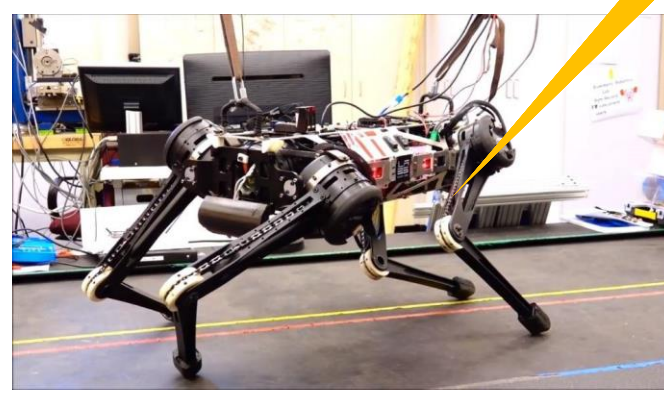
链传动

- 链传动是依靠链齿轮齿与链节的啮合来传递运动和动力，但在运转时不能保证瞬时传动比。



链传动

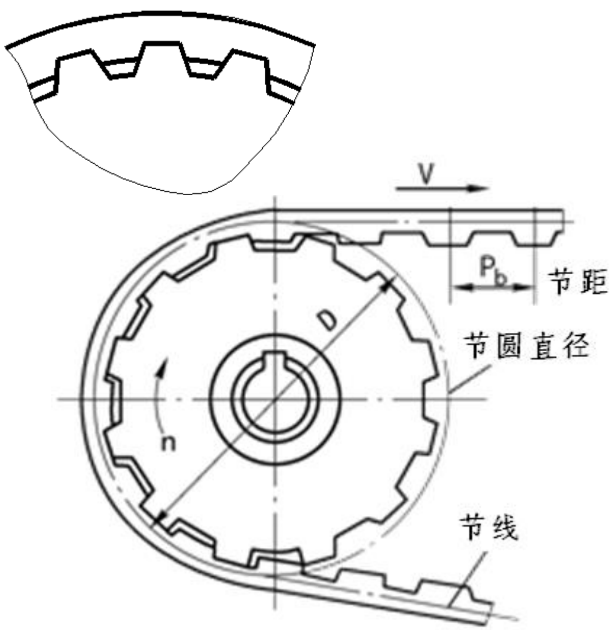




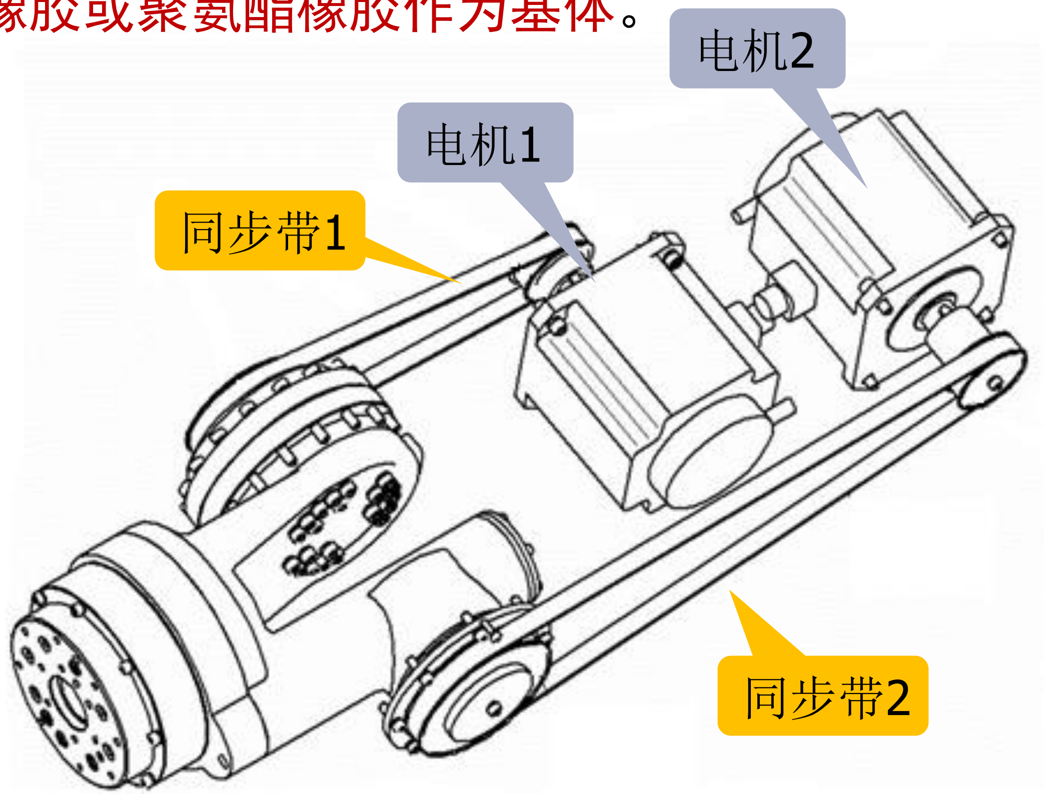
链传动可以应用在不宜采用齿轮传动的场合，比如自行车、摩托车。
还可用在低速重型及极为恶劣的工作条件下，比如应用在掘土机的运行机构。

同步带

同步带传动综合了带传动和链传动的优点，通常采用钢丝绳或玻璃纤维绳作为抗拉材料，以氯丁橡胶或聚氨酯橡胶作为基体。



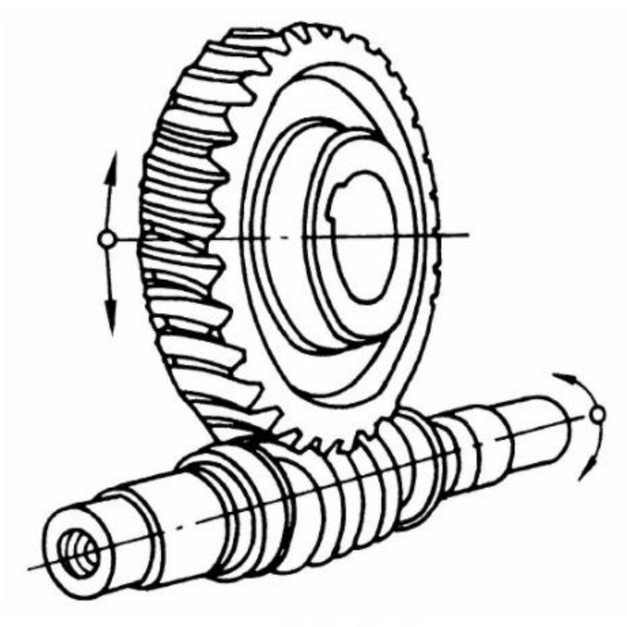
同步带传动



注意：避免采用润滑油对橡胶材料的皮带进行润滑，易造成橡胶的膨胀，导致其网裂和硬化。

蜗杆传动

- 蜗杆传动由蜗杆、涡轮组成，是在空间交错的两轴间传递运动和动力的一种传动机构，两轴交错的夹角常用的是90°



蜗杆传动

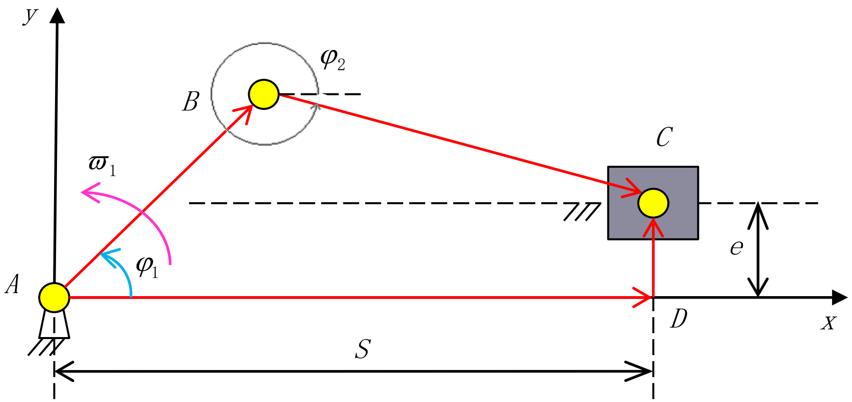
蜗杆传动的特点：

- ◆ **传动比大，结构紧凑。** 单级传动比i=5~80，零件数目少，结构紧凑。
- ◆ **传动平稳，噪声小。** 由于蜗杆齿呈连续的螺旋状，且与涡轮齿的啮合是连续进行的，同时啮合的齿数较多，所以传动平稳，噪声小。
- ◆ **具有自锁性。** 蜗杆的螺旋线升角小于啮合面的当量摩擦角时，蜗杆传动便具有自锁性。

8. 平面四连杆运动学
——解析法

1.1、曲柄滑块机构的位移分析

欧拉公式： $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$



已知: l_{AB}、 l_{BC}、e、 φ_1 和 ω_1
求: φ_2、ω_2、α_2和s、v_C、a_C

由封闭矢量多边形ABCD可得矢量方程

$$l_{AB}e^{i\varphi_1}+l_{BC}e^{i\varphi_2}=Se^{i0}+l_{DC}e^{i\pi/2} \quad (1\text{-}1)$$

由式（1-1）的实部和虚部分别相等可得

$$l_{AB}\cos\varphi_1+l_{BC}\cos\varphi_2=S \quad (1\text{-}2)$$

$$l_{AB}\sin\varphi_1+l_{BC}\sin\varphi_2=e \quad (1\text{-}3)$$

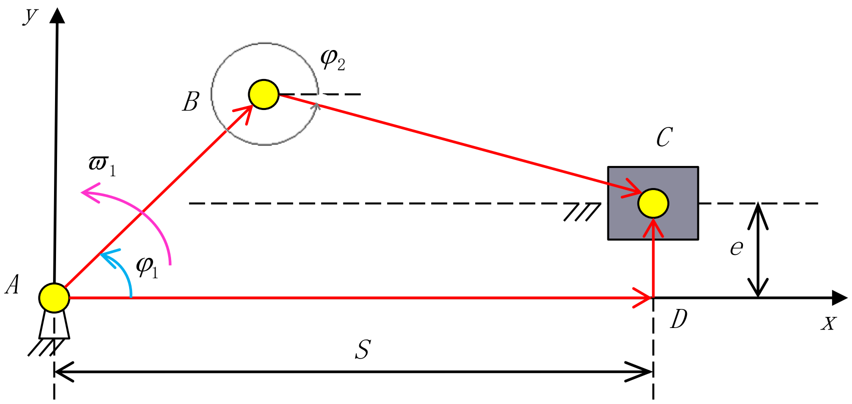
由式（1-2）和（1-3）消去转角 φ_2可得

$$S=l_{AB}\cos\varphi_1+(sign)\sqrt{l^2{}_{BC}-e^2-l^2{}_{AB}\sin^2\varphi_1+2l_{AB}e\sin\varphi_1} \quad （1\text{-}4）$$

式中，sign代表“±”，应按所给机构的装配方案选取

$$\varphi_2=\arctan\frac{e-l_{AB}\sin\varphi_1}{S-l_{AB}\cos\varphi_1} \quad （1\text{-}5）$$

1.2、曲柄滑块机构的速度分析



$$i = 0 + i1 = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

由式（2-4）可得连杆的角速度：

$$\omega_2 = \frac{-l_{AB}\omega_1\cos\varphi_1}{l_{BC}\cos\varphi_2} \quad （2\text{-}5）$$

将 ω_2代入式（2-3）可求得滑块的速度V_C

$$l_{AB}e^{i\varphi_1} + l_{BC}e^{i\varphi_2} = Se^{i0} + l_{DC}e^{i\pi/2} \quad （1\text{-}1）$$

将上式位移方程（1-1）求时间的导数：

$$l_{AB}\omega_1 e^{i(\varphi_1+\pi/2)} + l_{BC}\omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = \dot{S} \quad （2\text{-}1）$$

$$\dot{S} = V_c \quad （2\text{-}2）$$

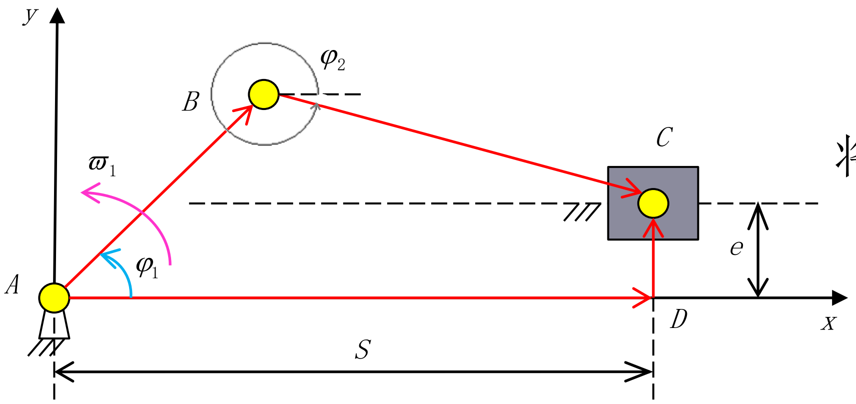
方向：	$e^{i(\varphi_1+\pi/2)}$	$e^{i(\varphi_2+\pi/2)}$
大小：	$l_{AB}\omega_1$	$l_{BC}\omega_2$

将式（2-1）的实部和虚部分别相等可得

$$-l_{AB}\omega_1\sin\varphi_1 - l_{BC}\omega_2\sin\varphi_2 = \dot{S} \quad （2\text{-}3）$$

$$l_{AB}\omega_1\cos\varphi_1 + l_{BC}\omega_2\cos\varphi_2 = 0 \quad （2\text{-}4）$$

1.3、曲柄滑块机构的加速度分析



$$l_{AB}\omega_1 e^{i(\varphi_1+\pi/2)} + l_{BC}\omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = \dot{S} \qquad (2\text{-}1)$$

将速度方程式（2-1）对时间求导可得

$$l_{AB}\omega_1^2 e^{i(\varphi_1+\pi)} + l_{BC}\omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + l_{BC}\alpha_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = \ddot{S}$$

假设式（3-1）的输入角速度恒定 （3-1）

$$\ddot{S} = \alpha_c \qquad (3\text{-}2)$$

由式（3-1）的实部和虚部分别相等可得：

$$a_C = -l_{AB}\omega_1^2\cos\varphi_1 - l_{BC}(\omega_2^2\cos\varphi_2 + \alpha_2\sin\varphi_2) \qquad (3\text{-}3)$$

$$-l_{AB}\omega_1^2\sin\varphi_1 - l_{BC}\omega_2^2\sin\varphi_2 + l_{BC}\alpha_2\cos\varphi_2 = 0 \qquad (3\text{-}4)$$

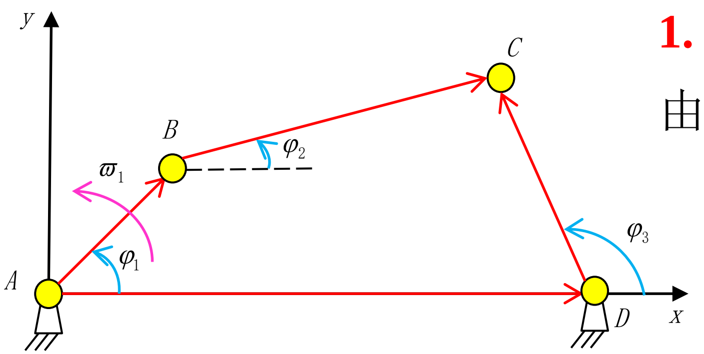
由式（3-3）可得连杆的角加速度

$$\alpha_2 = \frac{l_{AB}\omega_1^2\sin\varphi_1}{l_{BC}\cos\varphi_2} + \tan\varphi_2\omega_2^2 \qquad (3\text{-}5)$$

将α_2 代入式（3-3）可求得滑块的加速度 α_c 。

2.1、曲柄摇杆机构的位置分析

已知:ω_1、φ_1、以及各杆的长度；求：φ_3和φ_2； ω_2和ω_3；α_2和α_3。



1. 建立求φ_3的三角方程:

由封闭矢量多边形ABCD可得：AB + BC = AD + DC ,即

$$l_{AB}e^{i\varphi_1}+l_{BC}e^{i\varphi_2}=l_{AD}e^{i0}+l_{DC}e^{i\varphi_3} \qquad (4\text{-}1)$$

将式（4-1）的实部和虚部分别相等可得：

$$l_{AB}\cos\varphi_1+l_{BC}\cos\varphi_2=l_{AD}+l_{DC}\cos\varphi_3 \qquad (4\text{-}2)$$

$$l_{AB}\sin\varphi_1+l_{BC}\sin\varphi_2=l_{DC}\sin\varphi_3 \qquad (4\text{-}3)$$

为了消去角，将式（4-2）和（4-3）移项再平方后相加可得：

$$l_{BC}^2=(l_{AD}+l_{DC}\cos\varphi_3-l_{AB}\cos\varphi_1)^2+(l_{DC}\sin\varphi_3-l_{AB}\sin\varphi_1)^2 \qquad (4\text{-}4)$$

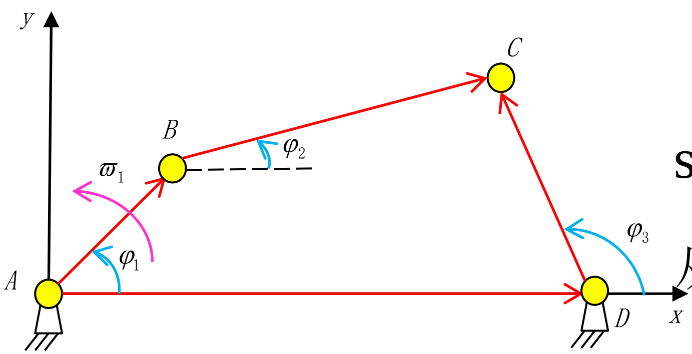
将上式改写为三角方程： $A\sin\varphi_3+B\cos\varphi_3+C=0$ （4-5）

$A=-\sin\varphi_1$ $\qquad B=l_{AD}/l_{AB}-\cos\varphi_1$

$C=(l_{AD}^2+l_{DC}^2+l_{AB}^2-l_{BC}^2)/(2l_{AB}l_{DC})-l_{AD}\cos\varphi_1/l_{DC}$

2.1、曲柄摇杆机构的位置分析

2. 求解φ_3的数学计算



$$A\sin\varphi_3 + B\cos\varphi_3 + C = 0 \quad （4\text{-}5）$$

$$令 x = \tan(\varphi_3/2)$$

$$\sin\varphi_3 = 2x/(1+x^2) \qquad \cos\varphi_3 = (1-x^2)/(1+x^2)$$

从而，式（4-5）可化成下列二次方程式

$$(B-C)x^2 - 2Ax - (B+C) = 0 \qquad （4\text{-}6）$$

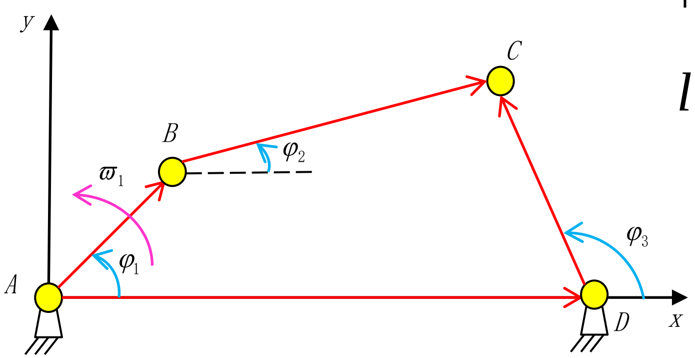
由（4-6）式解出x可得

$$\varphi_3 = 2\arctan x = 2\arctan\frac{A+(\mathrm{sign})\sqrt{A^2+B^2-C^2}}{B-C} \qquad （4\text{-}7）$$

上式中的sign＝±１，表示给定φ_1时，可有两个值。

2.1、曲柄摇杆机构的位置分析

3. 求解φ_2的数学计算



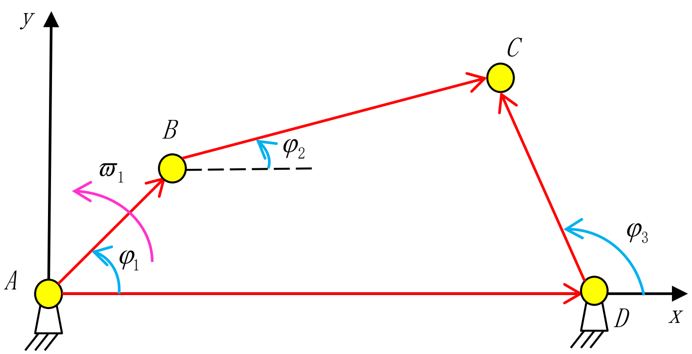
φ_3求出后，连杆的位置角φ_2可由式（4-2）和（4-3）得：

$$l_{AB}\cos\varphi_1 + l_{BC}\cos\varphi_2 = l_{AD} + l_{DC}\cos\varphi_3 \qquad （4\text{-}2）$$

$$l_{AB}\sin\varphi_1 + l_{BC}\sin\varphi_2 = l_{DC}\sin\varphi_3 \qquad （4\text{-}3）$$

$$\varphi_2 = \arctan\frac{l_{DC}\sin\varphi_3 - l_{AB}\sin\varphi_1}{l_{AD} + l_{DC}\cos\varphi_3 - l_{AB}\cos\varphi_1} \qquad （4\text{-}8）$$

2.2、曲柄摇杆机构的速度分析



$$l_{AB}e^{i\varphi_1}+l_{BC}e^{i\varphi_2}=l_{AD}e^{i0}+l_{DC}e^{i\varphi_3} \qquad （4-1）$$

将位移方程式（4-1）对时间求导可得：

$$l_{AB}\omega_1 e^{i(\varphi_1+\pi/2)}+l_{BC}\omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)}=l_{DC}\omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \qquad （4-9）$$

将式（4-9）的实部和虚部分别相等可得：

$$\begin{aligned} l_{AB}\omega_1\sin\varphi_1+l_{BC}\omega_2\sin\varphi_2&=l_{DC}\omega_3\sin\varphi_3 \\ l_{AB}\omega_1\cos\varphi_1+l_{BC}\omega_2\cos\varphi_2&=l_{DC}\omega_3\cos\varphi_3 \end{aligned} \qquad （4-10）$$

$$\omega_2=\frac{-l_{AB}\sin(\varphi_1-\varphi_3)}{l_{BC}\sin(\varphi_2-\varphi_3)}\cdot\omega_1 \qquad （4-11）$$

$$\omega_3=\frac{l_{AB}\sin(\varphi_1-\varphi_2)}{l_{DC}\sin(\varphi_3-\varphi_2)}\cdot\omega_1 \qquad （4-12）$$

2.3、曲柄摇杆机构的加速度分析

$$l_{AB}\omega_1 e^{i(\varphi_1+\pi/2)} + l_{BC}\omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = l_{DC}\omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \qquad （4\text{-}9）$$

将速度方程式（4-9）对时间求导可得：

$$l_{AB}\omega_1^2 e^{i(\varphi_1+\pi)} + l_{BC}\omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + l_{BC}\alpha_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = l_{DC}\omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} + l_{DC}\alpha_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \qquad （4\text{-}13）$$

将式（4-13）的实部和虚部分别相等可得：

$$\begin{aligned} l_{AB}\omega_1^2\cos\varphi_1 + l_{BC}\omega_2^2\cos\varphi_2 + l_{BC}\alpha_2\sin\varphi_2 &= l_{DC}\omega_3^2\cos\varphi_3 + l_{DC}\alpha_3\sin\varphi_3 \\ -l_{AB}\omega_1^2\sin\varphi_1 - l_{BC}\omega_2^2\sin\varphi_2 + l_{BC}\alpha_2\cos\varphi_2 &= -l_{DC}\omega_3^2\sin\varphi_3 + l_{DC}\alpha_3\cos\varphi_3 \end{aligned} \qquad （4\text{-}14）$$

由（4-14）式可解得：

$$\alpha_3 = \frac{l_{AB}\omega_1^2\cos(\varphi_1-\varphi_2) + l_{BC}\omega_2^2 - l_{DC}\omega_3^2\cos(\varphi_3-\varphi_2)}{l_{DC}\sin(\varphi_3-\varphi_2)} \qquad （4\text{-}15）$$

$$\alpha_2 = \frac{l_{AB}\omega_1^2\cos(\varphi_1-\varphi_3) + l_{BC}\omega_2^2\cos(\varphi_3-\varphi_2) - l_{DC}\omega_3^2}{l_{BC}\sin(\varphi_3-\varphi_2)} \qquad （4\text{-}16）$$

矢量方程解析法的步骤

步骤1、选定直角坐标系；

步骤2、选取各杆的矢量方向与转角；

步骤3、根据所选矢量方向画出封闭的矢量多边形；

步骤4、根据封闭矢量多边形列出复数极坐标形式的矢量方程式；

步骤5、由矢量方程式的**实部和虚部分别相等**得到**位移方程式**，并求出**位置解析式**；

步骤6、将位移方程式对时间求导后，得出**速度方程式**，并求出**速度解析式**；

步骤7、将速度方程式对时间求导后，得出**加速度方程式**，并求出**加速度解析式**。

The End.

Thanks for your attention.