

《微积分(甲 I)》课程简介和教学大纲

课程代码: 821T0150

课程名称: 微积分 (甲 I)

学分: 5.0

周学时 4-2 (其中 1 节习题课由助教分小班上课)

面向对象: 本科一年级, 全校除数学专业理学类、工学类或社科类等

预修课程要求: 无

一、课程介绍 (100-150 字)

(一) 中文简介

《微积分》是以函数为研究对象, 运用极限手段 (如无穷小与无穷逼近等极限过程), 分析处理问题的一门数学学科, 学时数为 96 学时. 教学内容有: 函数极限与连续、一元函数的微分学、一元函数的积分学等. 课程将采用讲授与讨论相结合的方法.

(二) 英文简介

《Calculus》 is a mathematical subject, which studies the functions, applies the method of limits (i.e. limit process like infinitesimals and infinite approximation) to analyze and deal with issues, with 96 class hours. The teaching content includes: function limits and continuity, differential calculus of one variable functions and its appliances, integral calculus of one variable functions and its appliances. The Methods of discussion and case study will be used in this course, and the capacity of quick-primary policy analysis will be emphasized.

二、教学目标

(一) 学习目标

通过本课程的教学, 使学生掌握微积分学的基本概念、基本理论、基本方法和具有比较熟练的运算技能, 为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的数学基础; 并使学生受到高等数学的思想方法熏陶和运用它们解决实际问题的基本训练; 培养学生具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力以及综合运用所学知识进行分析、解决实际问题的能力.

(二) 可测量结果

第一部分 函数、极限、连续

1. 理解函数的概念, 掌握函数的表示法, 并会函数关系的建立.

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性、
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念、
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念、
5. 理解数列极限与函数极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念，以及函数极限存在与左、右极限之间的关系、
6. 掌握极限的性质及四则运算法则、
7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法、
8. 理解无穷小、无穷大的概念，掌握无穷小的比较方法，会用等价无穷小求极限、
9. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型、
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质、

第二部分 一元函数微分学

1. 理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系、
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式、了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分、
3. 了解高阶导数的概念，会求简单函数的 n 阶导数、
4. 会求分段函数的一阶、二阶导数、
5. 会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数、
6. 理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理，了解并会用柯西中值定理、
7. 理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用、
8. 会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线，会描绘函数的图形、
9. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法、
10. 了解曲率和曲率半径的概念，会计算曲率和曲率半径、

第三部分 一元函数积分学

1. 理解原函数概念，理解不定积分和定积分的概念、
2. 掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理，掌握换元积分法与分部积分法、

3. 会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分、
4. 理解积分上限的函数，会求它的导数，掌握牛顿—莱布尼茨公式、
5. 了解广义积分的概念，会计算广义积分、
6. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力）及函数的平均值等、

三、课程要求

（一）授课方式与要求

授课方式： 课堂教学配合多媒体教学，教师在基本符合下列课时安排的基础上，可视教学进度做适当修正.每学期 16 周，每周 4+2 学时，共授课 96 学时，其中：每周 1 个课时分小班由助教上习题课.

课程要求： 通过本课程的教学，使学生掌握微积分学的基本概念、基本理论、基本方法和具有比较熟练的运算技能，为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的数学基础.

（二）考试评分与建议

微积分（甲 I）的总评成绩由平时成绩与期末成绩组成.

其中平时成绩由三部分构成：

- (1) 安排一次期中考试，由任课教师组织阅卷评分；期中考试成绩占总评成绩的 15%；
- (2) 安排 3 次左右阶段性课堂练习，由任课教师与助教自行组织和评分，课堂练习和学生到课率占总评成绩的 15%；
- (3) 平时作业、课堂提问、习题课与讨论课表现等，占总评成绩的 20%；

期末考试统一命题，统一阅卷，以闭卷形式组织考试、期末成绩占总评成绩的 50%.

四、教学安排

（一）函数极限与连续（30）

1、(4+2) 三角恒等式，基本不等式，极坐标与参数方程.集合与映射.函数的概念，函数的表示法.复合函数与反函数的概念，反函数存在定理，反三角函数.函数的单调性、奇偶性、周期性和有界性.基本初等函数的性质与图形，初等函数的概念.

2. (5+3) 数列极限的“ $\varepsilon - N$ ”定义，收敛数列的性质（极限唯一性，有界性，保号性和夹逼性）及极限的四则运算.确界原理，单调有界准则. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$.子数列的概念，

收敛数列的子数列性质.魏尔斯特拉斯定理(不证),柯西收敛准则(不证).

3、(7+3) 函数极限的“ $\varepsilon-\delta$ ”定义与“ $\varepsilon-M$ ”定义, 单侧极限.函数极限的性质(极限唯一性, 局部有界性, 局部保号性和夹逼性)及四则运算, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$, 归结原理(Hein 定理).无穷小与无穷大的概念及其关系, 无穷小的性质, 无穷小的阶及其比较, 利用等价无穷小的代换计算极限.

4. (4+2) 函数连续的概念, 单侧连续性.间断点及其类型.连续函数的四则运算, 复合函数的连续性.反函数的连续性.初等函数的连续性.利用连续性计算极限.有限闭区间上连续函数的性质(有界性定理、介值定理和最大最小值定理)(不证).

(二) 一元函数的微分学 (32)

1. (7+3) 导数的概念及其几何意义与物理意义, 平面曲线的切线与法线, 单侧导数.函数可导与连续的关系.导数的四则运算法则, 复合函数与反函数的求导法, 初等函数的导数及基本导数公式表.隐函数以及由参数方程所确定的函数的求导法.高阶导数的概念与计算, 莱布尼兹(Leibniz)公式.

2. (2+0) 微分的概念, 几何意义.微分的运算法则及一阶微分形式不变性.利用微分进行近似计算.

3. (6+4) 费马(Fermat)定理, 罗尔(Rolle)定理, 拉格朗日(Lagrange)定理, 柯西(Cauchy)定理.求“ $\frac{0}{0}$ ”型与“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型未定式极限的洛必达(L'Hospital)法则, 其它类型未定式极限的计算.泰勒(Taylor)定理(拉格朗日余项及皮亚诺(Peano)余项泰勒公式), 常用的五个函数的麦克劳林公式, 泰勒定理的应用.

4. (6+4) 函数单调性的判定.函数极值的概念, 极值的必要条件与充分条件(极值判定法).函数最大值和最小值的计算.平面曲线的凹向与拐点及其判定法.曲线的渐近线(水平、铅直及斜渐近线)的求法.函数图形描绘.曲率的概念及其计算公式, 曲率圆、曲率中心的概念.

(三) 一元函数的积分学 (34)

1. (7+3) 原函数与不定积分的概念, 积分曲线及其几何意义, 不定积分的基本性质与运算法则, 基本的积分公式表.不定积分的换元积分法与分部积分法.有理函数的积分、三角函数有理式及简单无理函数的积分.

2. (4+2) 定积分的概念, 几何意义和物理意义, 函数可积的必要条件与充分条件(不证).定积分的基本性质(包括积分中值定理).微积分基本定理, 变上限的定积分及其导数.原函数存在性与唯一性, 牛顿--莱布尼兹(Newton--Leibniz)公式.

3. (4+2) 定积分的换元积分法与分部积分法.特殊函数的定积分.

4. (5+3) 定积分应用: 定积分应用的微元分析法.几何应用: 平面图形的面积, 已知平行截面面积的立体体积(特别是旋转体体积), 平面曲线的弧长与计算, 弧长微分公式, 旋转体的侧面积.物理应用: 变力做功, 液体的静压力等.

5. (3+1) 两种广义积分的概念及其算法. Γ -- 函数的定义及其递推公式.

五、参考教材及相关资料

参考教材:

- (1) 《微积分》, 卢兴江、陈锦辉、戴俊飞、蔡云编, 高等教育出版社, 2018 年 8 月.
- (2) 《微积分》, 苏德矿、吴明华、金蒙伟、杨起帆, 高等教育出版社 2000 年 7 月.
- (3) 《微积分》, 吴迪光、张彬, 浙江大学出版社, 1995 年 7 月.
- (4) 《高等数学》, 同济大学数学教研室, 高等教育出版社, 1999 年 7 月.

相关资料:

- (1) 《高等数学习题课 28 讲》, 苏德矿、应文隆、卢兴江、吴明华, 中南大学出版社 2018 年 3 月.
- (2) 《高等数学学习辅导讲义》, 苏德矿、应文隆等, 浙江大学出版社 2015 年 10 月.

选读材料:

- (1) 《高等数学》(2、3 卷) 居余马 葛严麟主编 清华大学出版社 1996 年 8 月.
- (2) 《简明微积分》(第二版) 龚升 张声雷编 中国科技大学出版社 1993 年 7 月.
- (3) 《数学分析》(上、下) 华东师范大学数学系编 高等教育出版社 1996 年 3 月.

推荐英文书目:

- (1) CALCULUS 工科微积分(上下册) (双语版) (高等学校理工科数学类规划教材)编者:王立冬 周文书 大连理工大学出版社 2009 年 02 月.
- (2) 《高等微积分》(英文版)(美) Patrick M、 Fitzpatrick (马里兰大学) 著, 机械工业出版社 2005 年 5 月.

六、课程教学网站:

将通过校内网络提供必要的课件和文字材料链接

<http://metc.zju.edu.cn/wjf/>