电路分析与电子技术基础

电路定理

（4.3）

n 电路定理

ü 线性电路的分析，除了前述的支路、回路和节点分析法以外，还可以利用电路定理。

ü 通过电路定理，可以将复杂电路整体或局部化简，从而简化分析。（串联、并联 ... ）

- v 叠加定理（4.3.1）
- v 替代定理（4.3.2）
- v 戴维宁定理和诺顿定理（4.3.3）
- v 最大功率传输定理（4.3.4）
- v 密勒定理（4.3.7）

v 叠加定理

- ü 叠加定理：
在含有若干个独立电源的线性电路中，任一支路的电压（电流）均可以看做是各个独立电源分别单独作用情况下所产生电压（电流）的代数和。

- ü 单独作用：
  其余所有电压源：短路；
  其余所有电流源：断路。
  （单独：一个，或者一组）

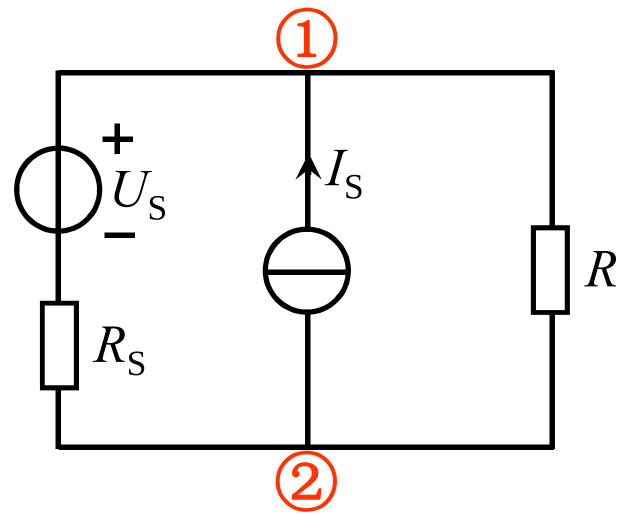
- ü 适用：线性电路中求电压和电流。
  （不适用于功率、非线性电路）

- ü 证明：克莱姆法则（参教材 P138）。

- ü 用途：帮助分析电路。

【例4.1】

右图所示电路。



按节点电压法（以节点 2 为参考节点）：

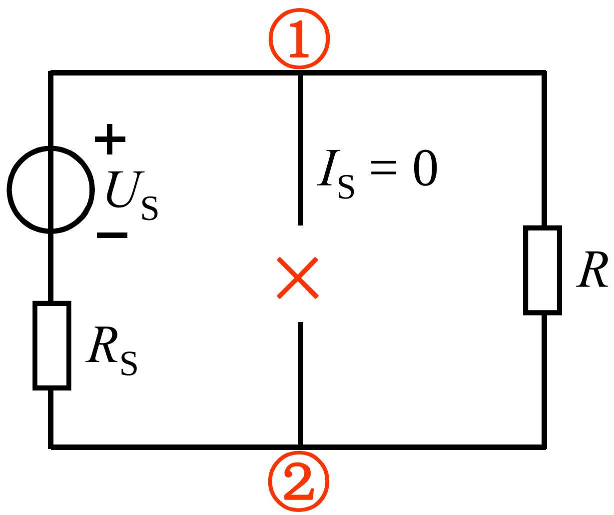
$$U_1 = \frac{G_S U_S + I_S}{G_S + G}$$

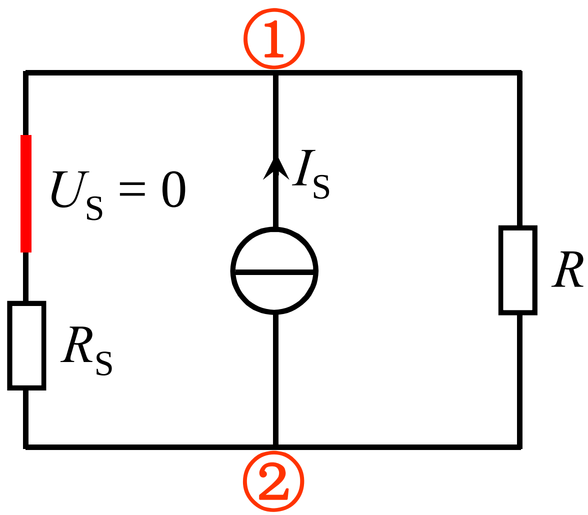
按叠加定理

（1）电压源单独作用（下左图）$U_1 = \dfrac{RU_S}{R_S + R} = \dfrac{G_S U_S}{G_S + G}$

简单

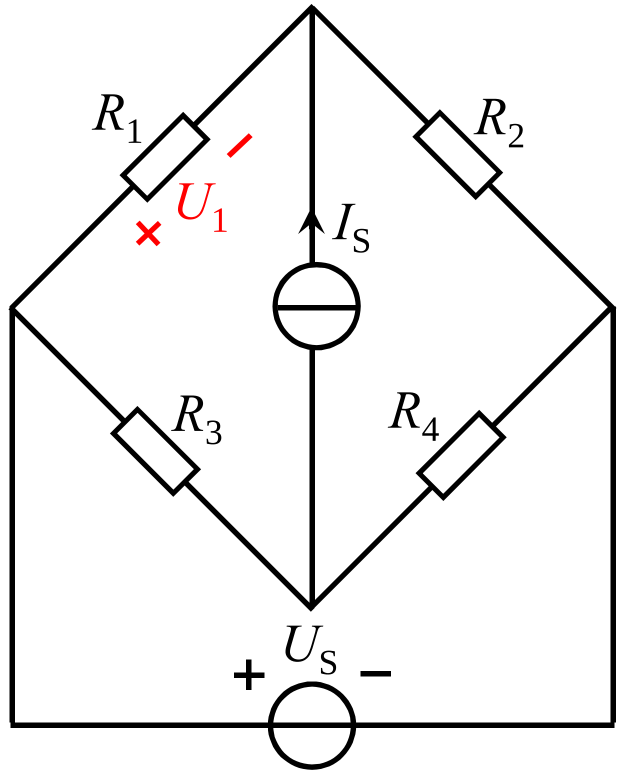
（2）电流源单独作用（下右图）$U_1 = I_S \cdot (R_S // R) = \dfrac{I_S}{G_S + G}$





【例4.2】

右图所示电路。



按叠加定理

（1）电压源单独作用

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_S$$

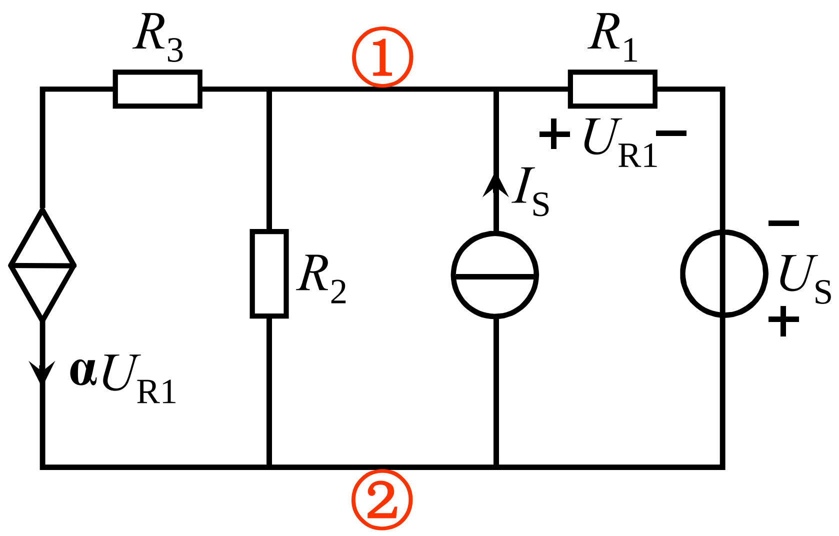
（2）电流源单独作用

$$U_1 = -I_S \cdot (R_1 // R_2)$$

简单

【例4.3】

右图所示电路（以节点 2 为参考节点）：



（1）电压源单独作用（下左图）

$$(G_1+G_2)U_1=-aU_{R1}-G_1U_S$$

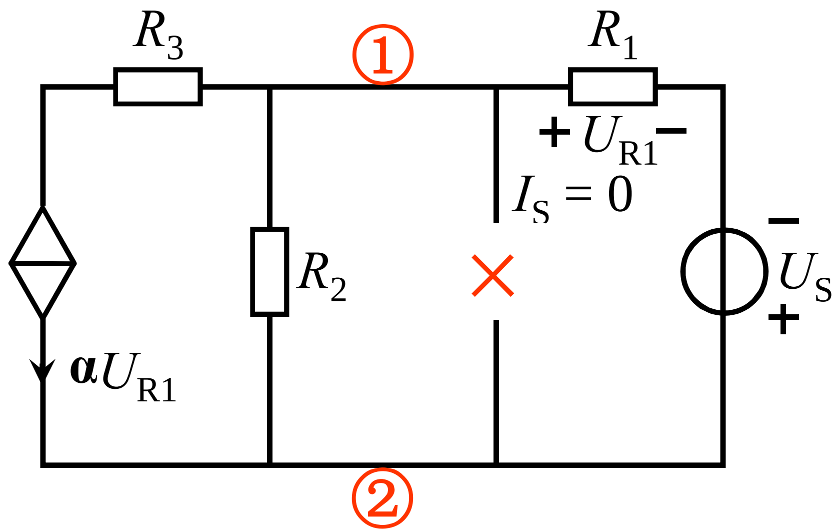
$$U_{R1}=U_1+U_S$$

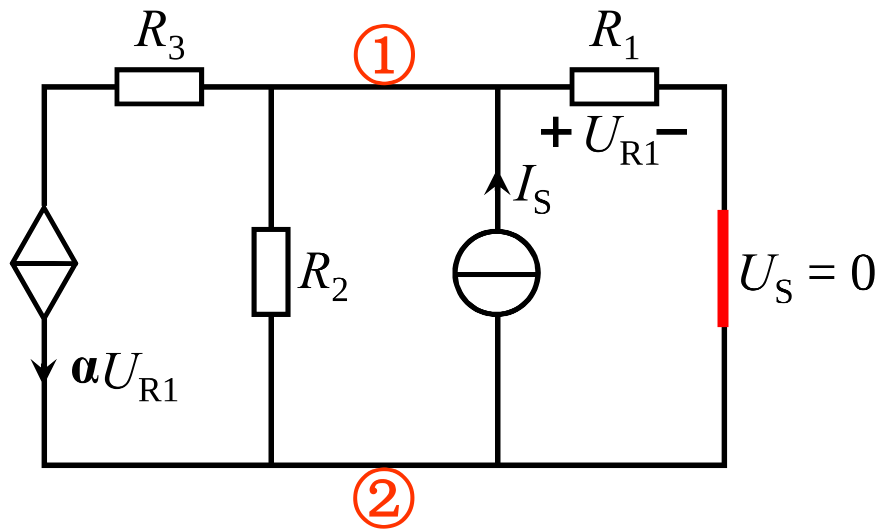
（2）电流源单独作用（下右图）

$$(G_1+G_2)U_1=-aU_{R1}+I_S$$

$$U_{R1}=U_1$$

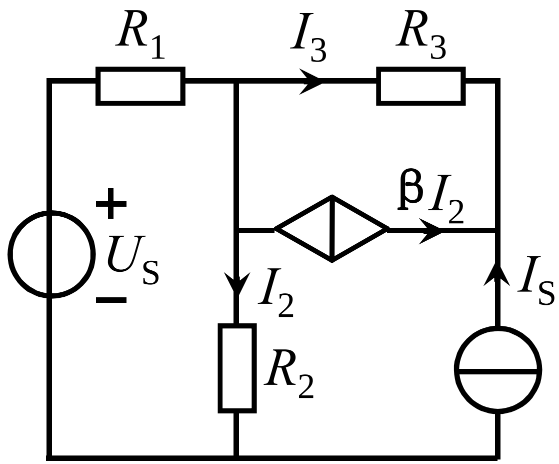
受控源在每次计算时，均应保留。





【例4.4】

右图所示电路。



（1）电压源单独作用（下左图）

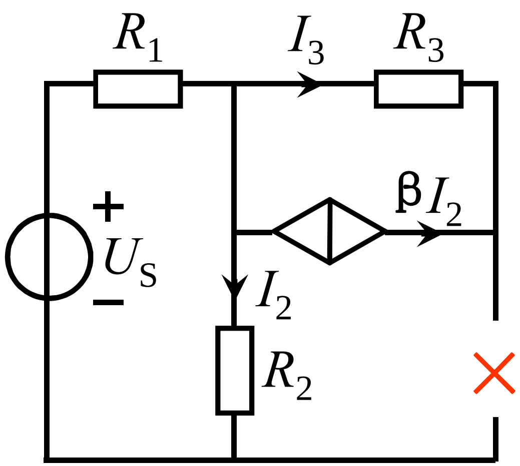
$$I_2=\frac{U_S}{R_1+R_2}$$

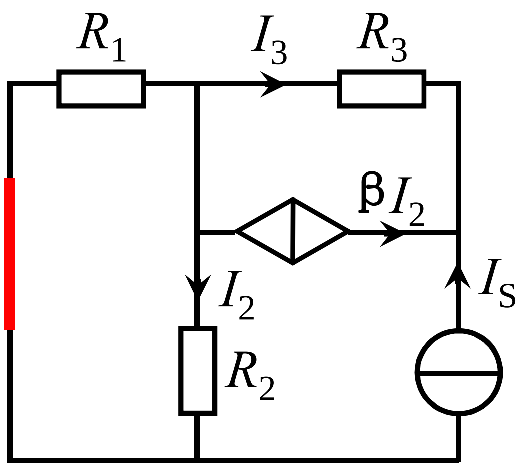
$$I_3=-b\,I_2$$

（2）电流源单独作用（下右图）

$$I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I_S$$

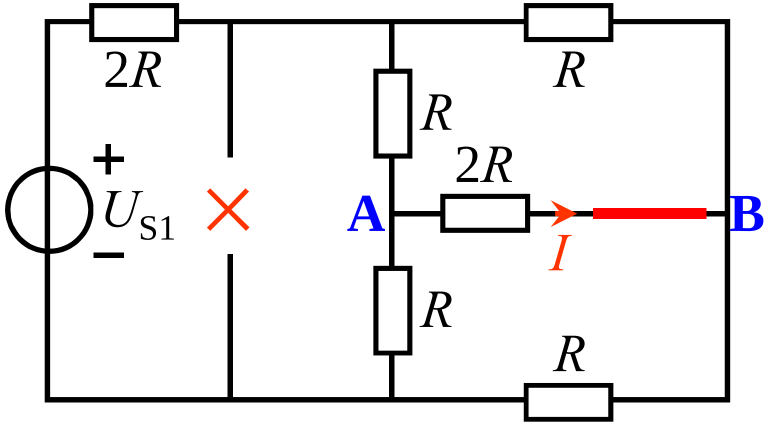
$$I_3=-I_S-b\,I_2$$



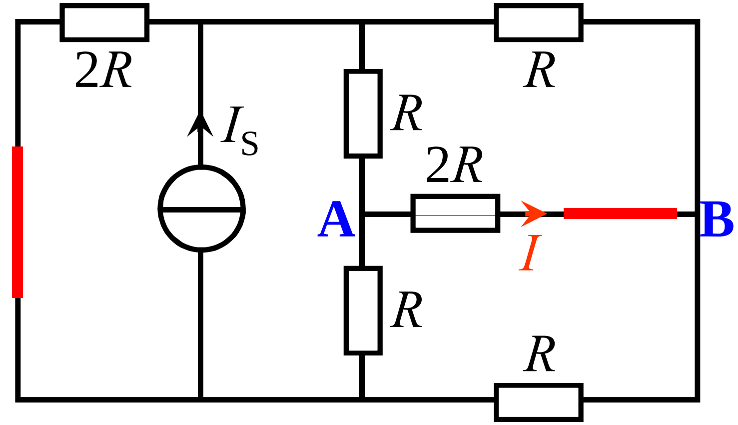


【例4.5】

下图所示电路，求支路电流 I 。



解：按叠加定理，分别单独考虑三个电源。（右上中下图）

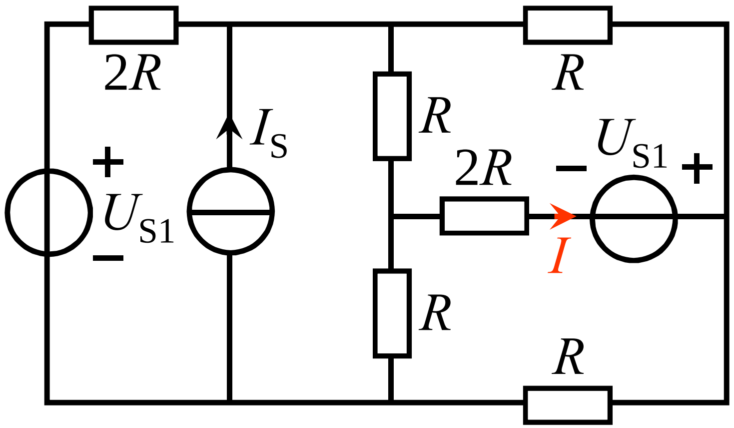


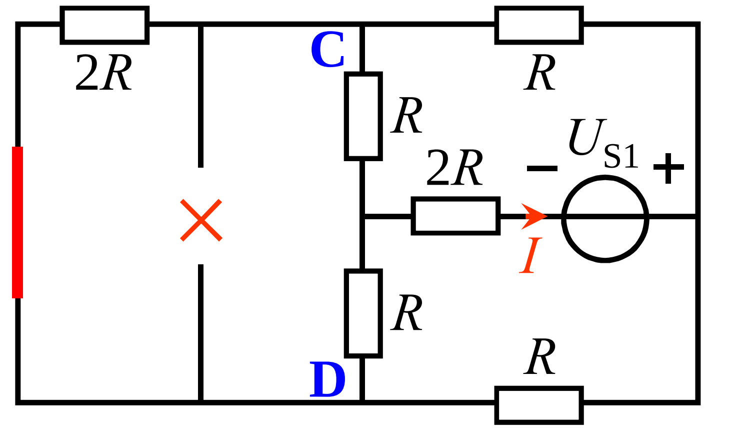
上图，AB 为自然等位点，$I = 0$；

中图，AB 为自然等位点，$I = 0$；

下图，CD 为自然等位点，

$$I = \frac{U_{S1}}{2R + (R + R)//(R + R)}$$

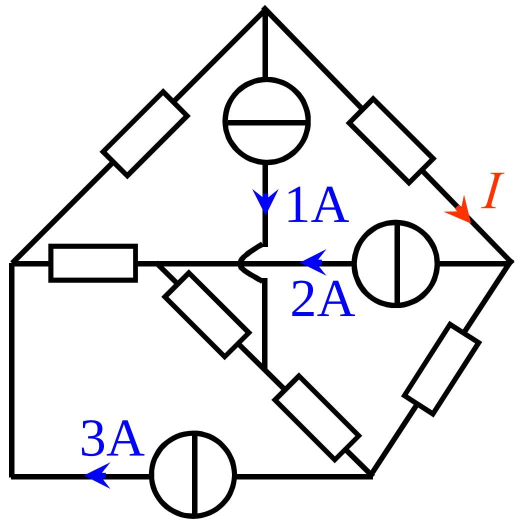




【例4.6】

右图所示电路中，所有的电阻阻值均为 R 。

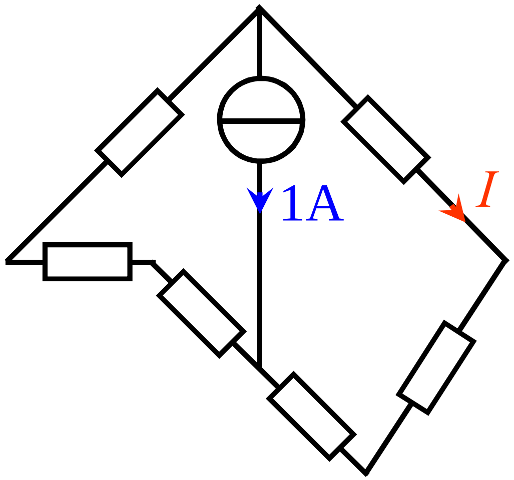
求：支路电流 I 。

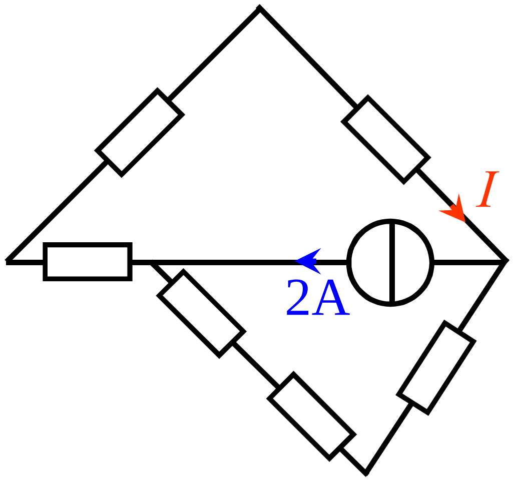


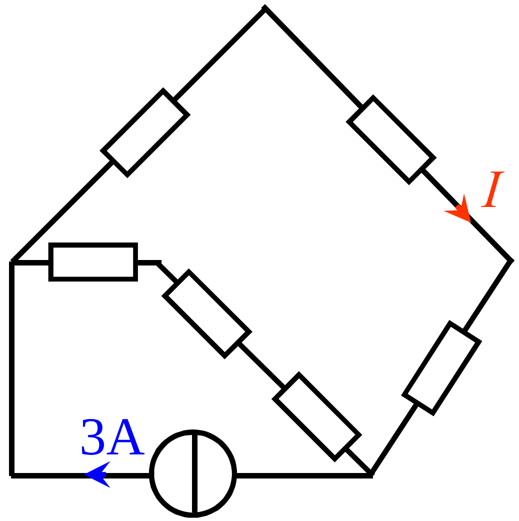
解：按叠加定理，分别单独考虑三个电流源。（下左中右图）

很容易得出三个电流分别为：

-0.5A，1A，1.5A





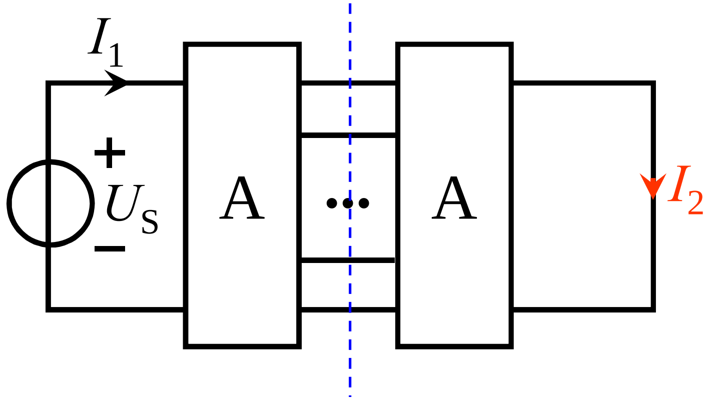


【例4.7】

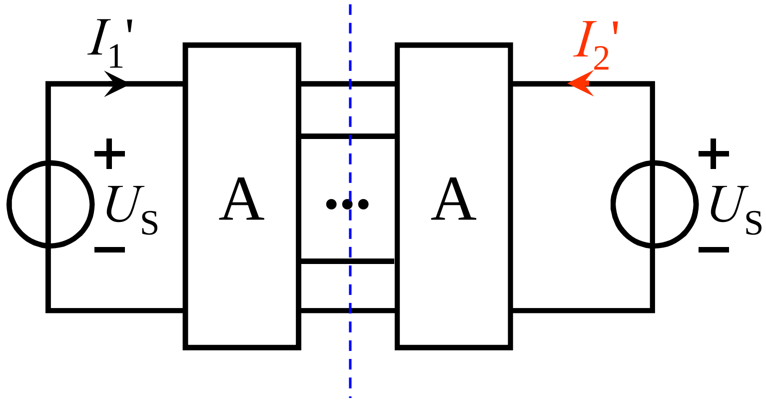
右图所示电路（A 为任意有源电路）。

已知：$I_1 = 3\text{A}$，$I_2 = 1\text{A}$。

问：切断中间所有支路后 I_1 变为多少？



解：在支路 2 加入一电压源 U_S 。



由电路的对称性和叠加定理：

（1）中间所有支路的电流都为零；

（2）支路 1 电流 $I_1' = 3-1 = 2\text{A}$ ；

由于断开电流为零的支路不影响其余支路电流，所以断开中间支路后，I_1 的数值为 2A 。

Ø 叠加定理（线性定理）

ü 线性定理：

在只有一个独立电源作用的线性电路中，电路的各支路电压（电流）均与此电源成正比。

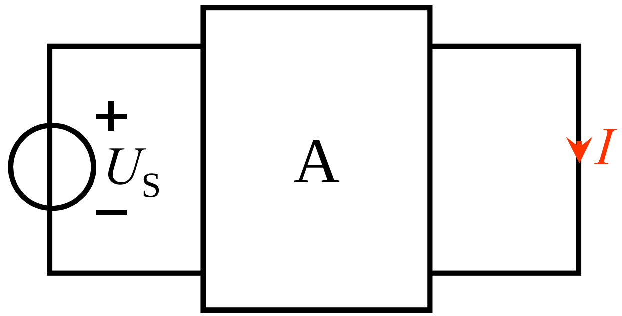
即：电源增减 K 倍，各支路电压（电流）随之增减 K 倍。

ü 叠加定理实际上是在线性定理的基础上的叠加。

$$U = \sum_i k_i U_i \qquad I = \sum_j k_j I_j$$

【例4.8】

右图所示电路（A为线性有源）。



在保持A中电源不变的前提下，当：
$U_S = 10V$ 时，$I = 1A$；$U_S = 20V$ 时，$I = 1.5A$。

求：当 $U_S = 30V$ 时，$I = ?$

解：电流 I 由 U_S 和A中电源共同作用而成。因此有：

$$I = \sum_j k_j I_j = k_1 U_S + k_A$$

代入相关数据，即可求出：

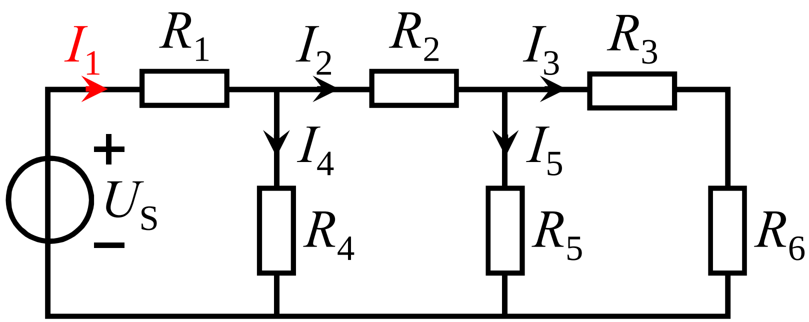
$$k_1 = 0.05 \quad k_A = 0.5$$

所以，当 $U_S = 30V$ 时，$I = 2A$ 。

<u>即使A中含有受控源，分析过程依然同上。</u>

【例4.9】

右图所示电路，求各支路电流。



解：采用反向递推法解题。

设 $I_3 = 1\text{A}$，根据电阻阻值，可以依次求出：I_5、I_2、I_4、I_1 及 U_S。

定义实际 U_S 与此计算所得 U_S 的比值为 k，则实际的 I_5 等参数均为前述计算所得的 k 倍。

例：设 $R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 1\Omega$，$R_4 = R_5 = 2\Omega$，$U_S = 32\text{V}$。

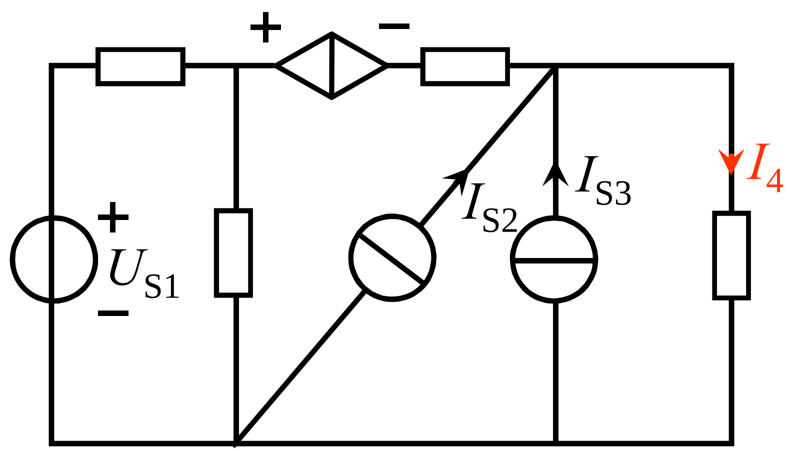
由 $I_3 = 1\text{A}$ 可计算得：$I_5 = 1\text{A}$，$I_2 = 2\text{A}$，$I_4 = 2\text{A}$，$I_1 = 4\text{A}$，$U_S = 8\text{V}$。

所以，比值 $k = 4$。

所以，$I_3 = 4\text{A}$，$I_5 = 4\text{A}$，$I_2 = 8\text{A}$，$I_4 = 8\text{A}$，$I_1 = 16\text{A}$。

【例4.10】

右图所示电路。



要求：根据右下表格前 3 行内容，
填写第 4 行。

解：电流 I_4 由 U_{S1} 、I_{S2} 、I_{S3} 共同作用而成。因此有：

$$I_4 = \sum_j k_j I_j = k_1 U_{S1} + k_2 I_{S2} + k_3 I_{S3}$$

代入表格中的前 3 行数据，即可求出：

$$k_1 = 1 \quad k_2 = 3 \quad k_3 I_{S3} = -7$$

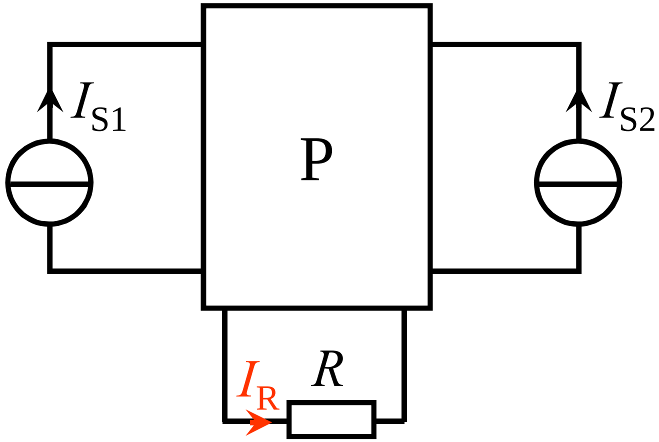
所以，最终的 I_4 = -21A 。

与受控源无关。

U_{S1}（V）	I_{S2}（A）	I_4（A）
0	3	2
8	1	4
10	0	3
-8	-2	?

【例4.11】

右图所示电路（P 为线性无源）。



已知：$R = 2\Omega$，$I_{S1} = 3A$，$I_{S2} = 6A$。

若：I_{S1} 单独作用时，电阻功率 $P_R = 8W$；

I_{S2} 单独作用时，电阻功率 $P_R = 18W$。

求：I_{S1} 和 I_{S2} 共同作用时的电阻功率。

解：当 I_{S1} 单独作用时，电阻电流为：$I_R = \pm\sqrt{\dfrac{P_R}{R}} = \pm 2A$

当 I_{S2} 单独作用时，电阻电流为：$I_R = \pm\sqrt{\dfrac{P_R}{R}} = \pm 3A$

所以，I_{S1} 和 I_{S2} 共同作用时，电阻电流为：$I_R = \pm 1A$ 或 $\pm 5A$，

则：电阻功率为 2W 或 50W 。

功率不能直接叠加。

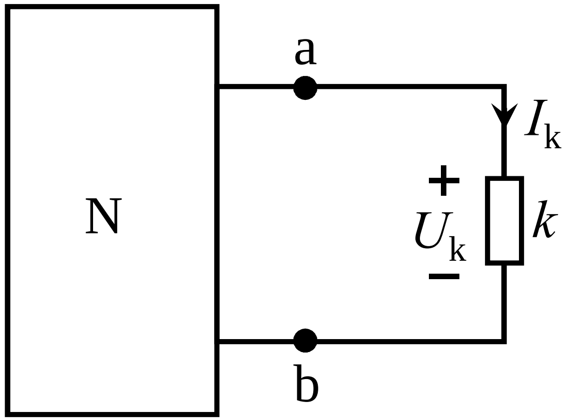
v 替代定理

ü 替代定理：
若一条支路的电压（或电流）确定，则该支路可以用一个等于该确定电压值的电压源（或等于该确定电流值的电流源）替代；
替代之后不影响电路的其余部分。

ü 注意点：
（1）被替代支路的电压和电流值必须唯一；
（2）只要是一端口电路，就可以被替代；
（3）被替代支路不能与电路其它部分存在耦合关系，如受控源；

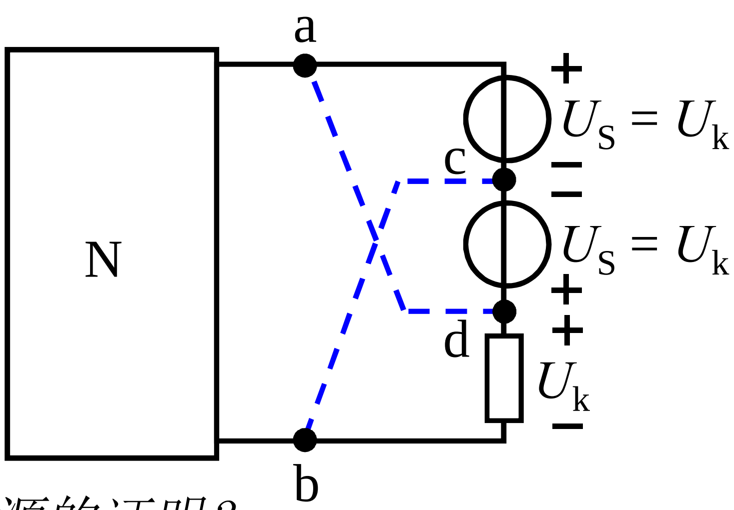
ü 适用：线性 / 非线性电路、时变 / 非时变电路。

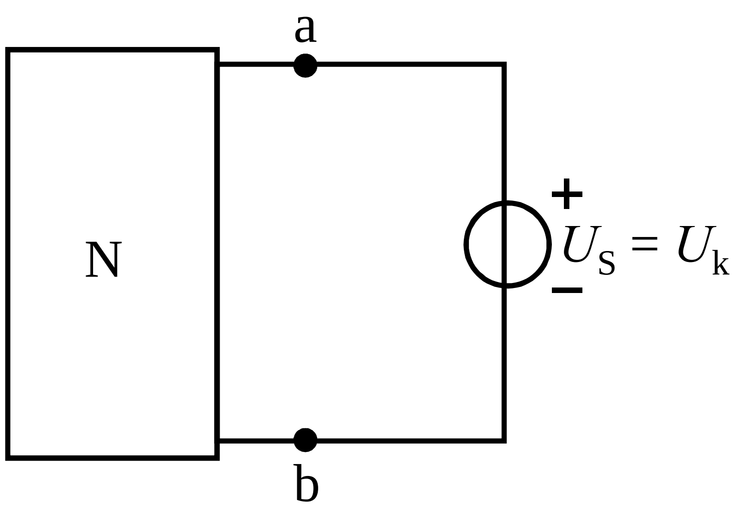
Ø 替代定理（简单证明）



ü 右图所示电路中：
有源一端口电路 N 外接支路（支路元件 k 任意），定义支路电压为U_k，支路电流 I_k 。

ü 在原支路中串联接入一对电压值均为 U_k 、方向相反的两个独立电压源。
由于 a、d 为自然等电位点，所以这对电压源的接入不影响原电路；
由于 c、b 为自然等电位点，所以电路可被等效为如下右图所示。





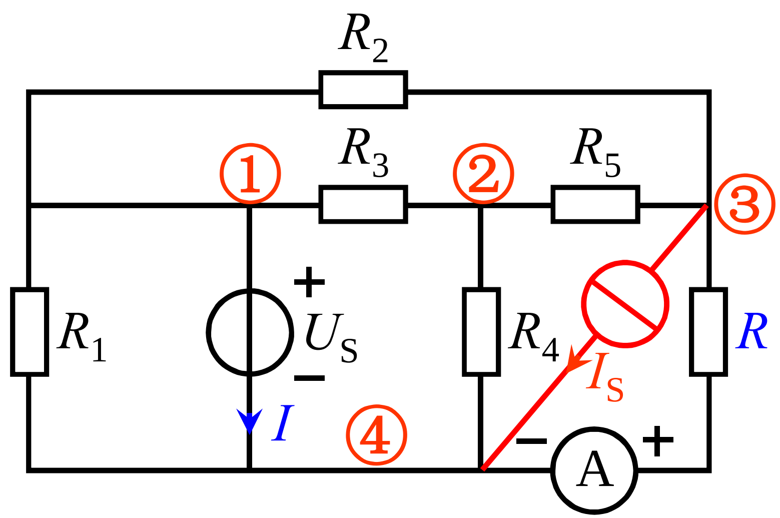
电流源的证明？

【例4.12】

右图所示电路。

已知：安培表的读数为 I_S 。

求： 电阻 R 及电流 I 。



解：由于电阻 R 及安培表支路的电流确定，所以此支路可以用一个电流值等于 I_S 的电流源代替。

按节点分析法（以节点 4 为参考节点），有：

$$U_1 = U_S$$

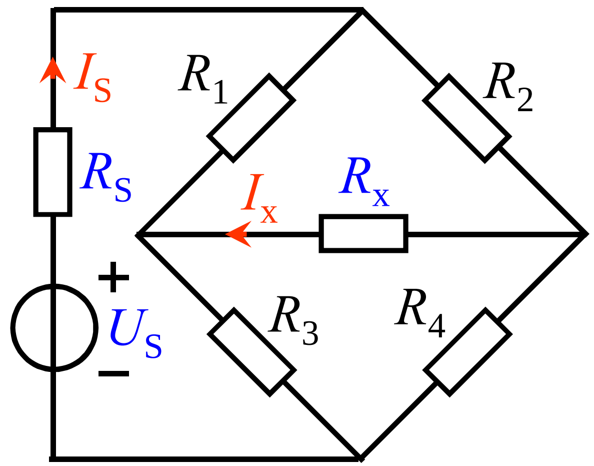
$$(G_3 + G_4 + G_5)U_2 - G_3U_1 - G_5U_3 = 0$$

$$(G_2 + G_5)U_3 - G_2U_1 - G_5U_2 = -I_S$$

【例4.13】

右图所示电路，U_S、R_S、R_x 均未知。

求： 当 R_x 等于多少时，有 $I_x = I_S / 8$ 。

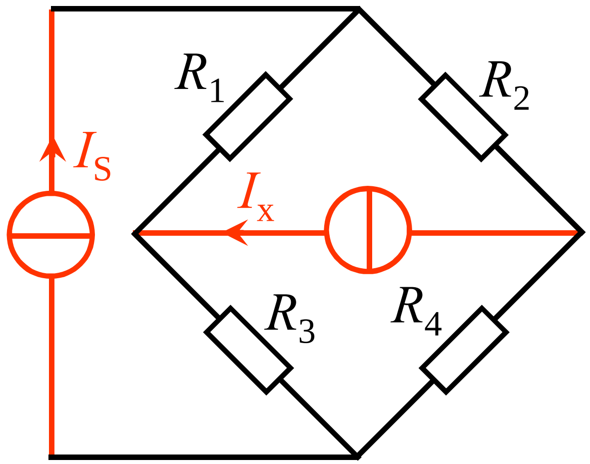


解：由替代定理得等效电路（如下左图所示）：

单连支分析法（网络拓扑如下右图所示），有：

$$I_1(R_1+R_2+R_3+R_4)+I_x(R_1+R_2)-I_S(R_1+R_3)=0$$

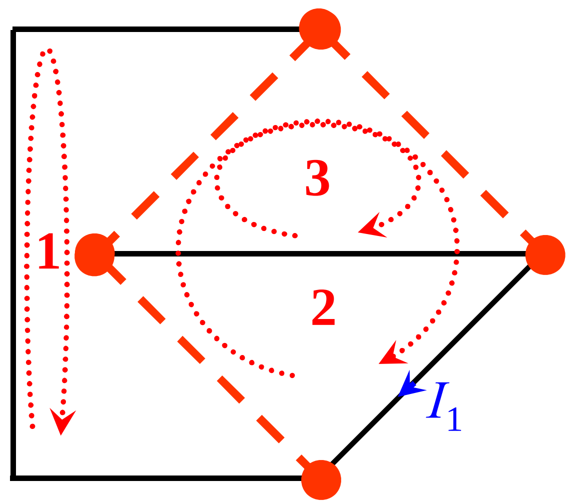
结合条件 $I_x = I_S / 8$，即可求出 I_1 关于 I_S 的正比例关系式 ...



由于： $U_{Rx} = I_1R_4 + (I_1 - I_S)R_3$

说明：U_{Rx} 与 I_S 成正比例

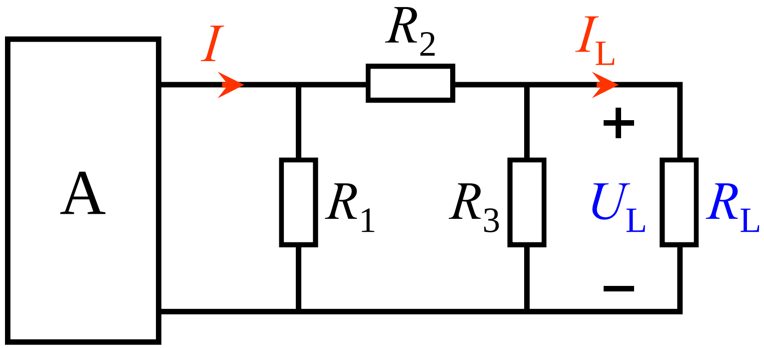
所以：R_x 等于 ...



【例4.14】

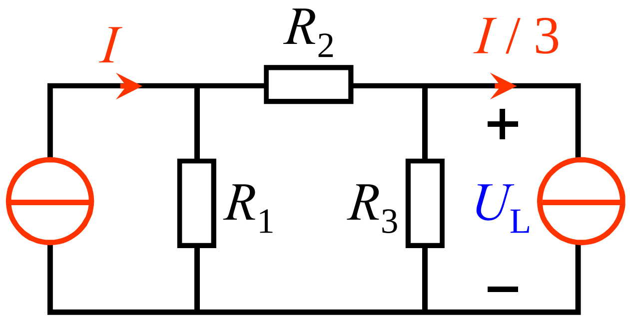
右图所示电路。

求： 当 R_L 等于多少时，有 $I_L = I/3$ 。



解：由替代定理得等效电路（如下右图所示）。

根据叠加定理，原 R_L 两端电压 U_L 是由电流源 I 和电流源 $I/3$ 共同作用而成，即：



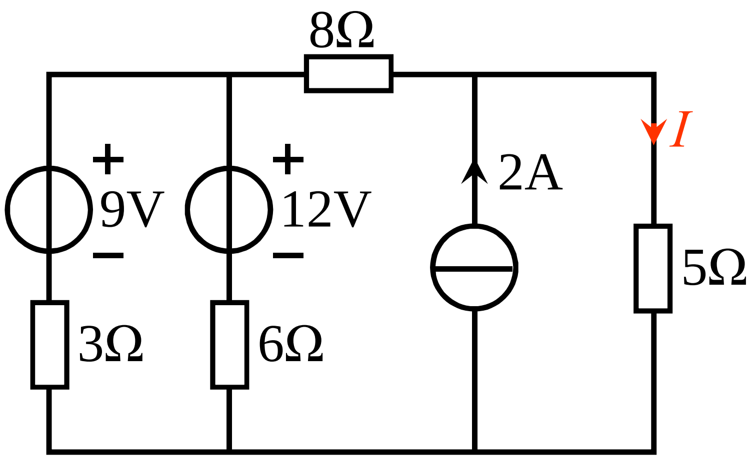
$$U_L = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_3 \cdot I - [(R_1 + R_2) // R_3] \cdot \frac{I}{3}$$

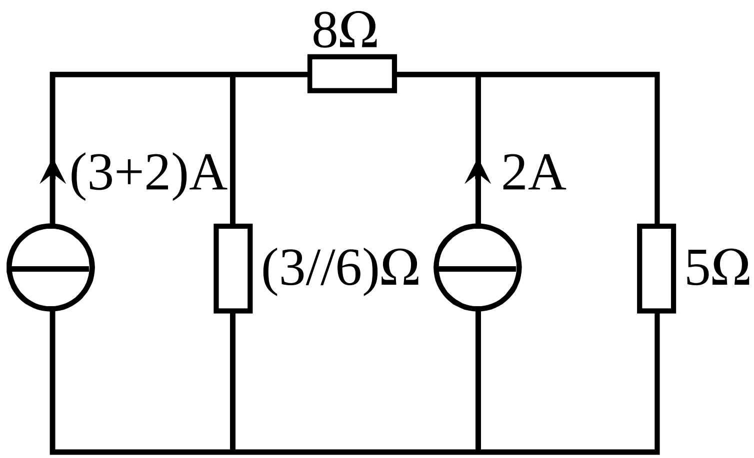
所以，R_L 等于 ...

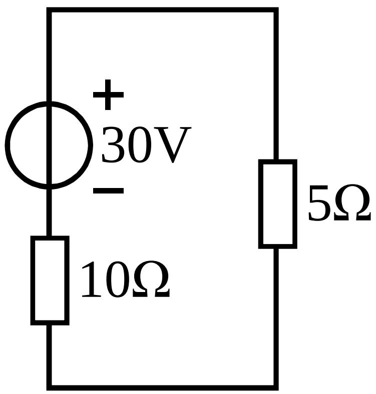
例：若 $R_1 = 3\Omega$，$R_2 = 1\Omega$，$R_3 = 2\Omega$，则：$U_L = \frac{5}{9} I$ ，$R_L = \frac{5}{9} I \Big/ \frac{1}{3} I = \frac{5}{3}\Omega$

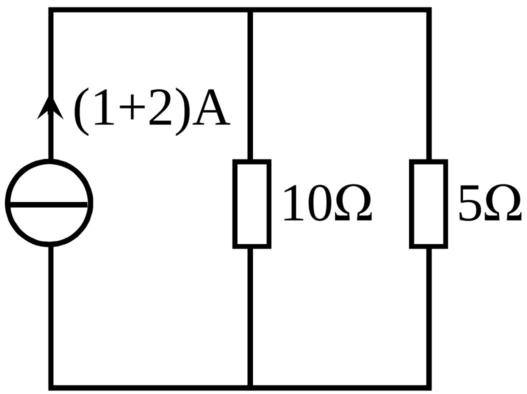
v 戴维宁定理

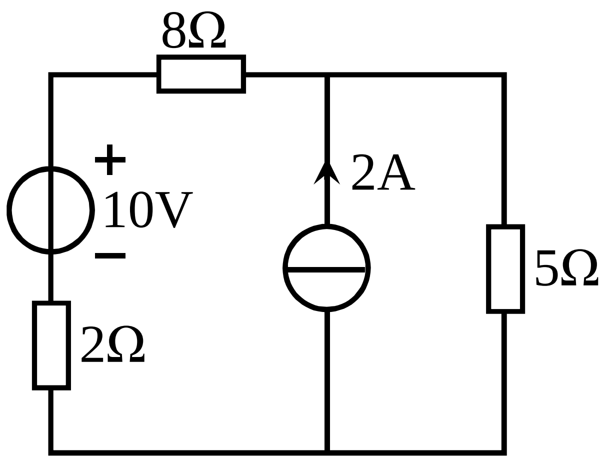
ü 定理的引出





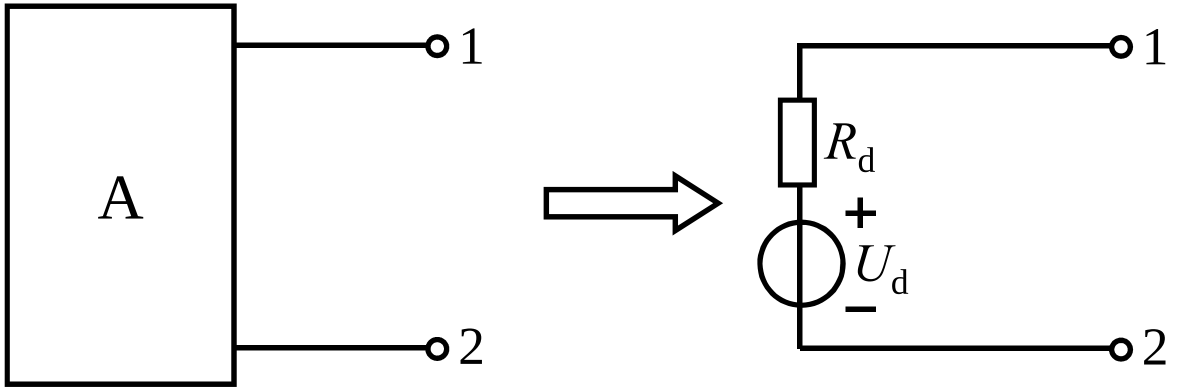






Ø 戴维宁定理

ü 戴维宁定理：
任一线性有源一端口网络，若以端口为界，其内部可以等效为一个电压源 U_d 和电阻 R_d 相串联的电路。



ü 电压源 U_d：
等于该网络的开路电压，且电源的正极和开路端口的高电位点对应。

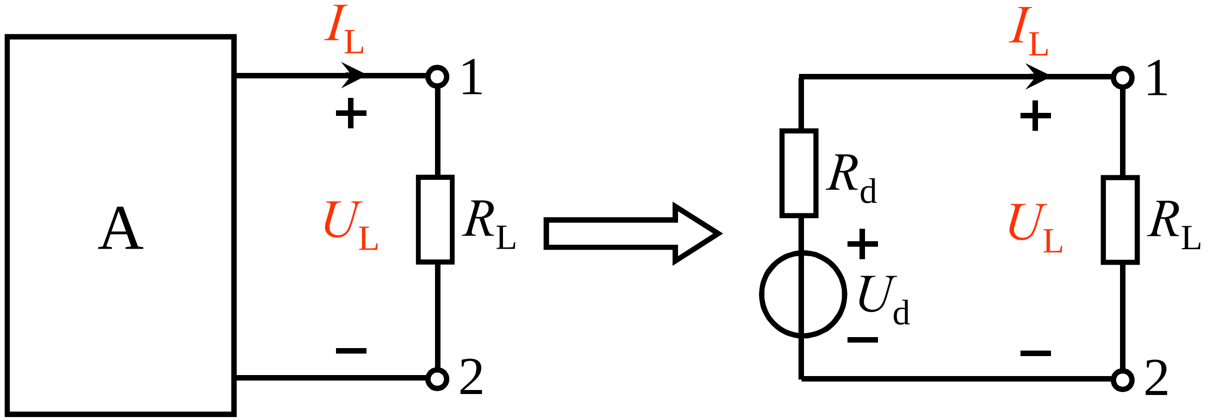
ü 电阻 R_d：
等于将该网络内所有独立源全部置零后，所得无源网络的入端等效电阻。

ü 也称等效电源定理，其等效电路称为戴维宁等效电路或戴维宁支路。

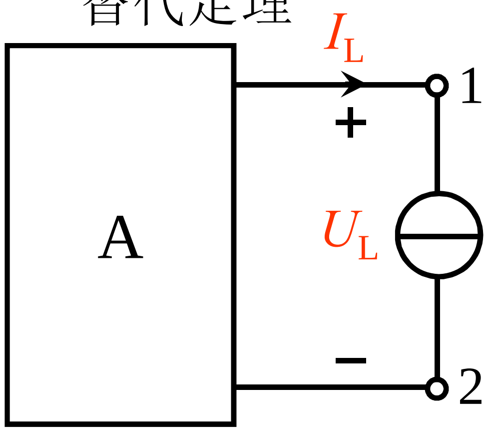
Ø 戴维宁定理（简单证明）

ü 下图所示电路中：有源一端口电路 A 外接支路（支路元件 R_L 任意），定义支路电压为 U_L，支路电流 I_L。

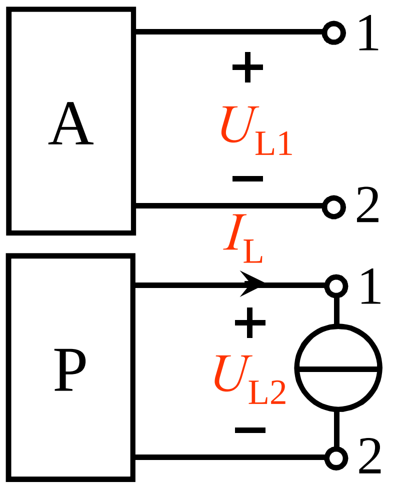
$$U_L = U_d - I_L R_d$$



替代定理



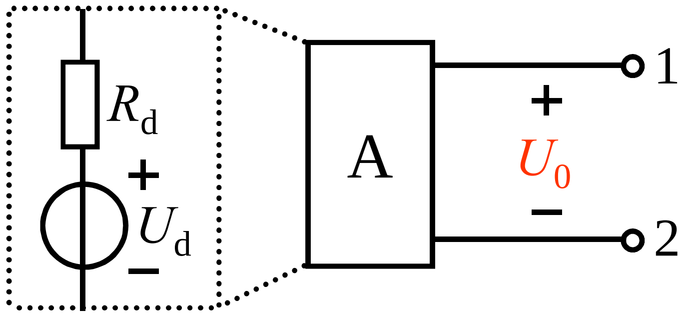
叠加定理



$$U_L = U_{L1} + U_{L2} = U_{L1} - I_L R_P$$

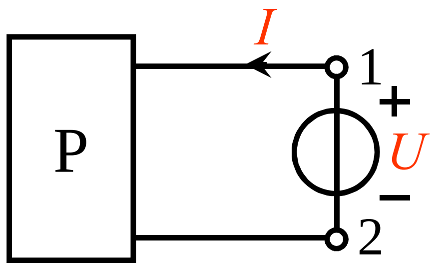
Ø 戴维宁定理（参数 U_d 、R_d 的获取）

ü 参数 U_d： 计算端口的开路电压（利用电路分析方法）。



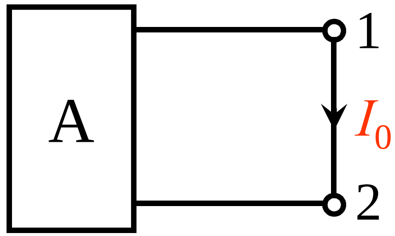
ü 参数 R_d： 计算端口的等效电阻（在端口内部网络为无源情况下）。

（1）加压法（或加流法）：



令原一端口有源网络内部所有的独立源为零，在新生成的无源网络端口加独立电压源 U，利用电路分析方法计算端口电流 I，有：$R_d = \dfrac{U}{I}$

（2）开路短路法：



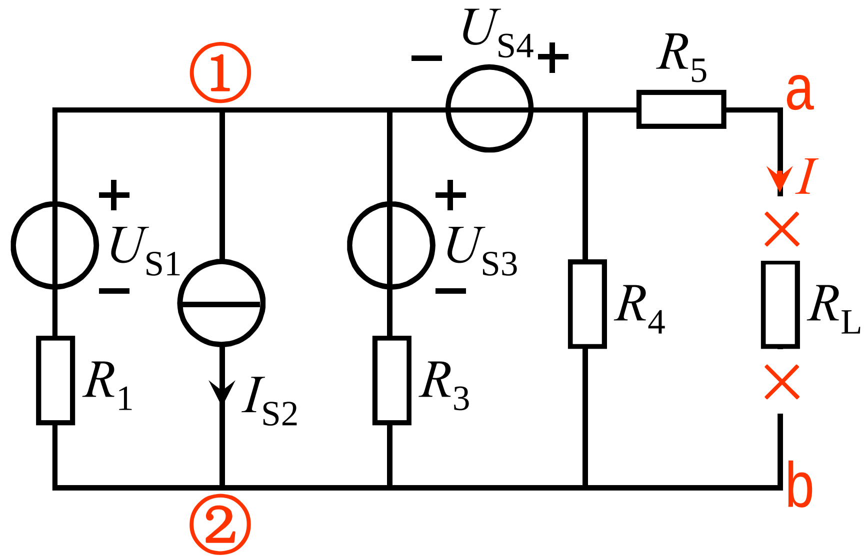
利用电路分析方法分别计算端口的开路电压 U_0 和短路电流 I_0，有：$R_d = \dfrac{U_0}{I_0}$

（注意参考方向）

<u>当网络内部不含有受控源时可采用电阻串并联的方法计算。</u>

【例4.15】

右图所示电路。求电流 I 。

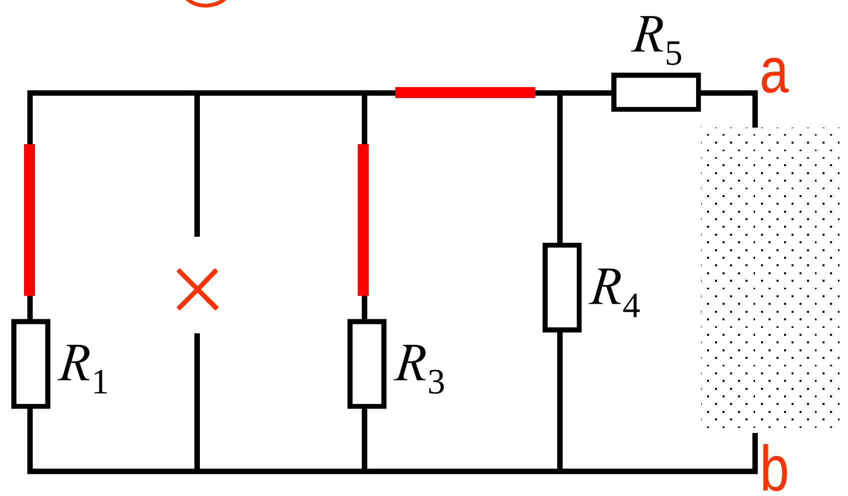


解：（1）求开路电压（开路 R_L）。

由米尔曼定理（两节点电压），

有：$U_1=\dfrac{U_{S1}G_1+U_{S3}G_3-U_{S4}G_4-I_{S2}}{G_1+G_3+G_4}$

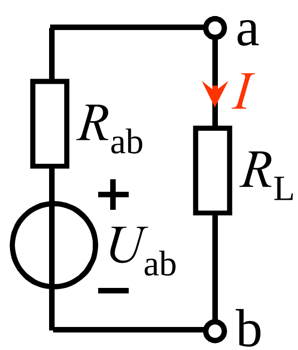
ab 端开路电压：$U_{ab}=U_1+U_{S4}$



（2）求入端电阻。

$$R_{ab}=R_1 // R_3 // R_4+R_5$$

<u>网络内部不含受控源</u>



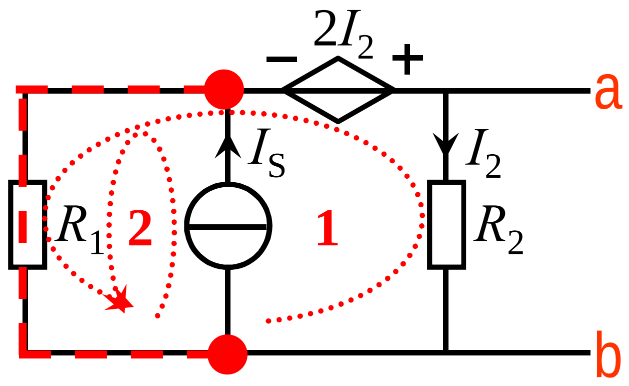
（3）结论：$I=\dfrac{U_{ab}}{R_{ab}+R_L}$

【例4.16】

右下图所示电路。求 ab 端的戴维宁等效。

解：（1）求开路电压。

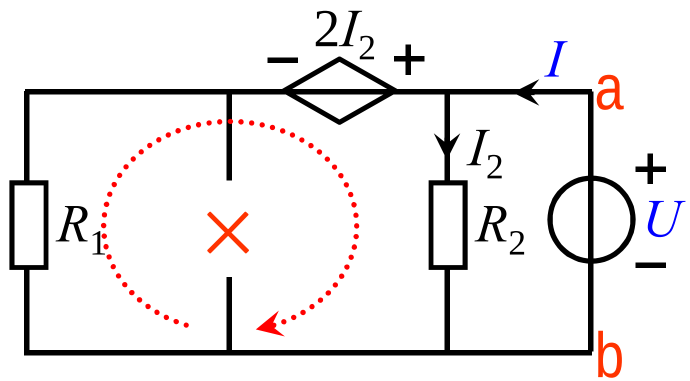
选择树，单连支回路分析：$\begin{cases} I_{l1}(R_1+R_2)+I_{l2}R_1=-2I_2 \\ I_{l2}=I_S \\ I_2=-I_{l1} \end{cases}$



可求得 I_2 ...

所以，ab 端开路电压：$U_{ab}=I_2R_2$

（2）求入端电阻（加压法）。



根据回路，有：$\begin{cases} I_2R_2-(I-I_2)R_1=2I_2 \\ U=I_2R_2 \end{cases}$

所以：

$$I=\frac{R_1+R_2-2}{R_1}\cdot I_2$$

（3）结论：

$$R_d=\frac{U}{I}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2-2}$$

右下图所示电路，求 ab 端的戴维宁等效。

解：（1）求开路电压。

选择树，单连支回路分析：$\begin{cases} I_{l1}(R_1+R_2)+I_{l2}R_1=-2I_2 \\ I_{l2}=I_S \\ I_2=-I_{l1} \end{cases}$

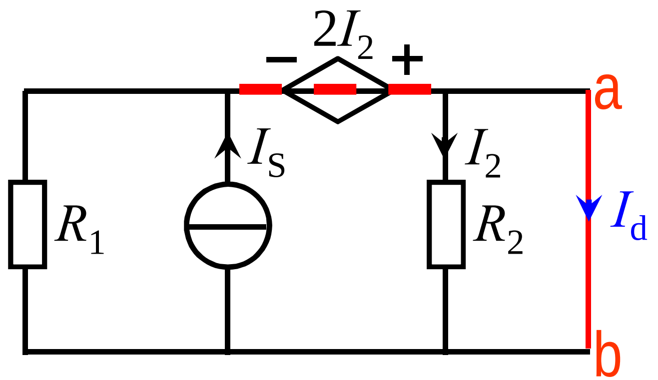
可求得 I_2 ...

所以，ab 端开路电压：$U_{ab}=I_2R_2=\dfrac{R_1}{R_1+R_2-2}I_S\cdot R_2$

（2）求入端电阻（开路短路法）。

根据电路，有：$I_2=0$

所以：$I_d=I_S$



（3）结论：$R_d=\dfrac{U_{ab}}{I_d}=\mathbf{L}$

$$R_d=\frac{U}{I}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2-2}$$

【例4.17】

右图所示电路，求 I_5 。

解：（1）开路 ab 端（如右下图所示）。

由于：$U_5 = U_{ab} \cdot \dfrac{R_5}{R_4 + R_5}$

所以：$\mu' = \mu \cdot \dfrac{R_5}{R_4 + R_5}$

由电路，得：$I(R_1 + R_2) = \mu' U_{ab} - U_S$

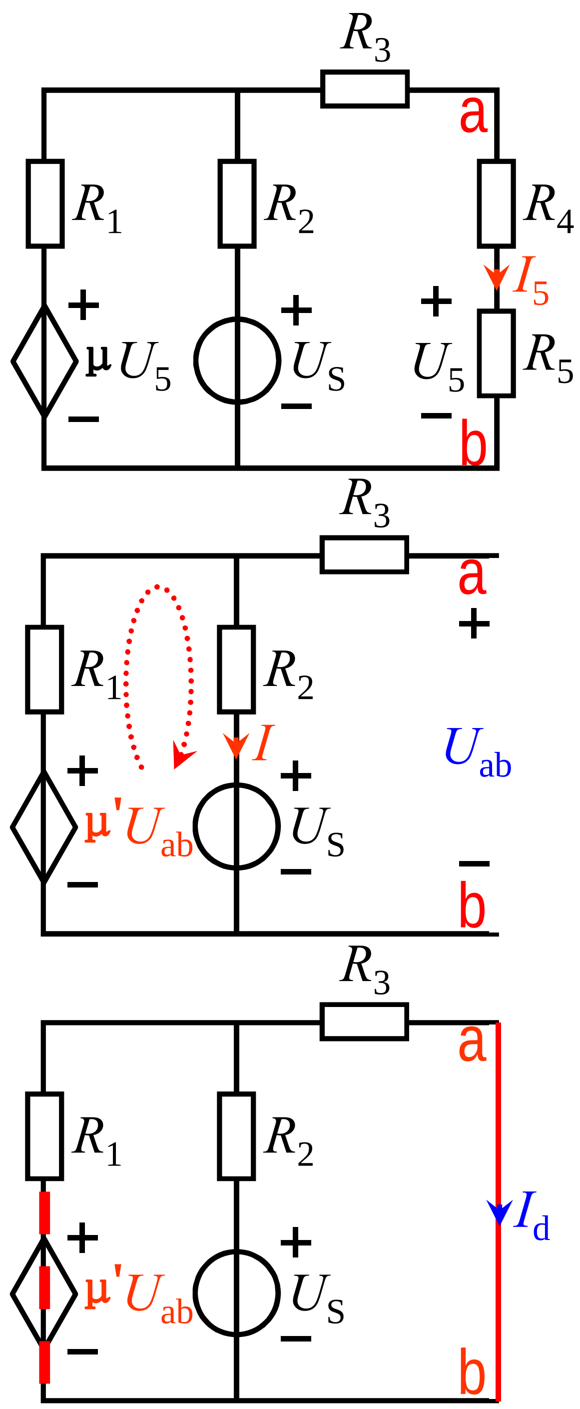
$U_{ab} = I \cdot R_2 + U_S$

可求出开路电压 U_{ab} 。

（2）短路 ab 端（如右下图所示）。

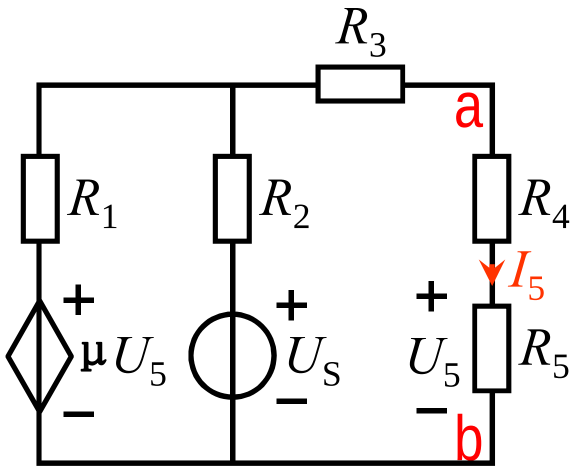
由电路，得：$I_d = \dfrac{U_S}{R_2 + R_1 // R_3} \cdot \dfrac{R_1}{R_1 + R_3}$

（3）…



右图所示电路，求 I_5 。

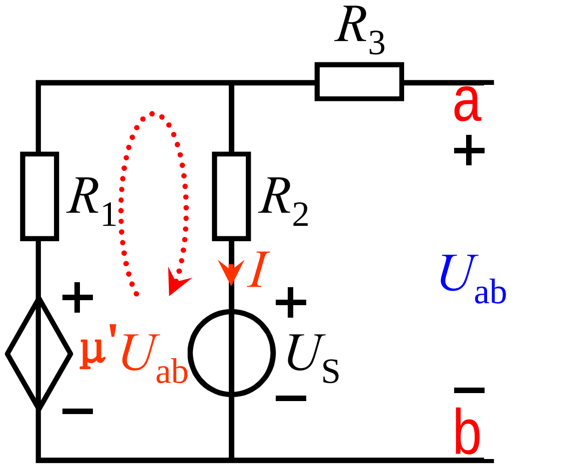
R 分别为 3、1、2、2、4Ω，$U_S = 12\text{V}$， $\mu = 3$



解：（1）开路 ab 端（如右下图所示）。

由于：$U_5 = U_{ab} \cdot \dfrac{R_5}{R_4 + R_5}$

所以：$\mu' = \mu \cdot \dfrac{R_5}{R_4 + R_5}$

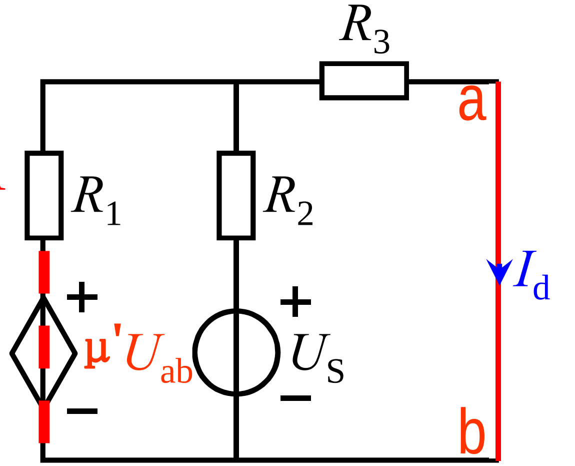


由电路，得：$U_{ab} = I \cdot R_2 + U_S$

$$I(R_1 + R_2) = \mu' U_{ab} - U_S$$

可求出开路电压 $U_{ab} = 18\text{V}$。

（2）短路 ab 端（如右下图所示）。

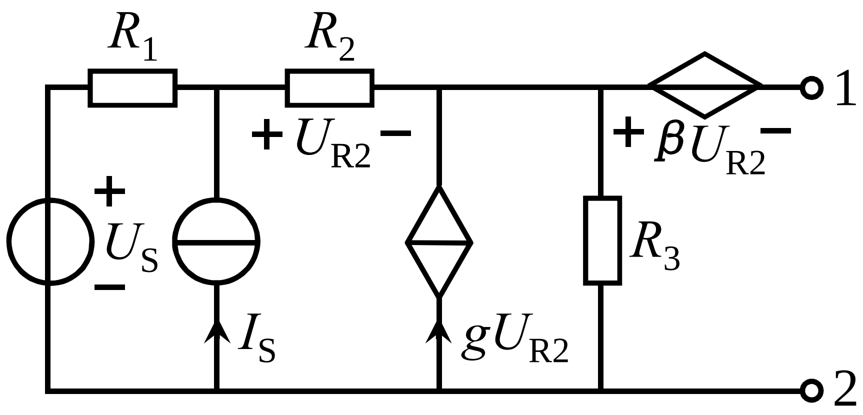


由电路，得：$I_d = \dfrac{U_S}{R_2 + R_1 // R_3} \cdot \dfrac{R_1}{R_1 + R_3} = 36/11\text{A}$

（3）$R_d = 5.5\Omega$，$I_5 = 1.57\text{A}$

【例4.18】

右图所示电路，求戴维宁等效。



解：（1）求开路电压

对电路局部简化（右下图）。

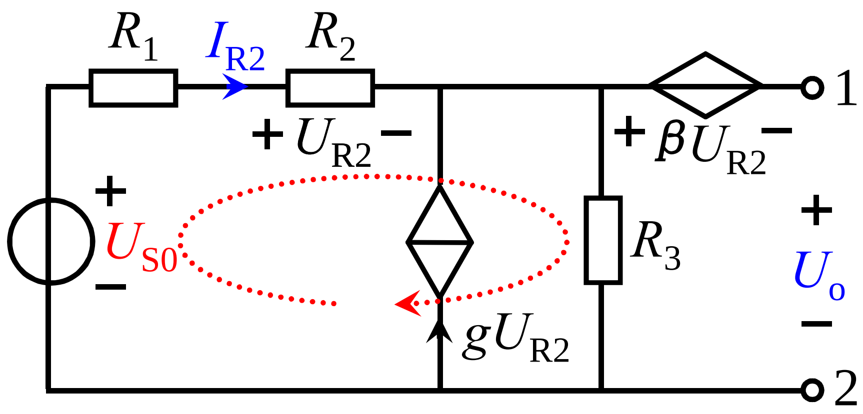
（其中 $U_{S0}=U_S+I_S R_1$）

则，开路电压为：

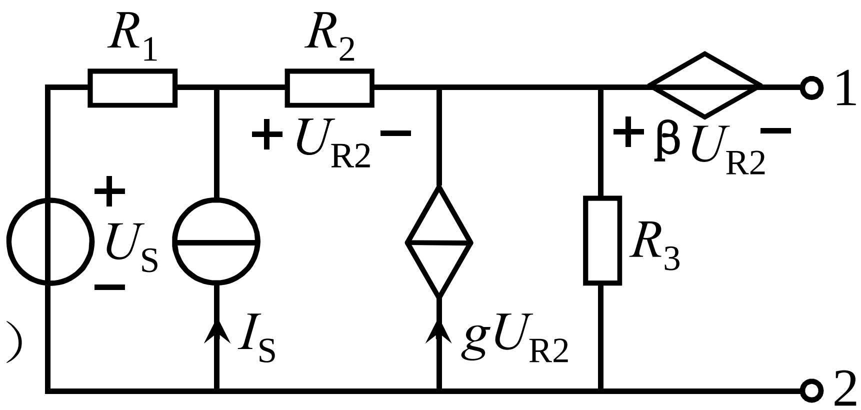
$$U_o=U_{S0}-I_{R2}(R_1+R_2)-\beta I_{R2}R_2$$

其中，由回路可得：

$$I_{R2}(R_1+R_2)+(gI_{R2}R_2+I_{R2})R_3=U_{S0}$$



右图所示电路，求戴维宁等效。



解：（2）加流法求入端电阻

（右下图：内部独立源、外部电流源）

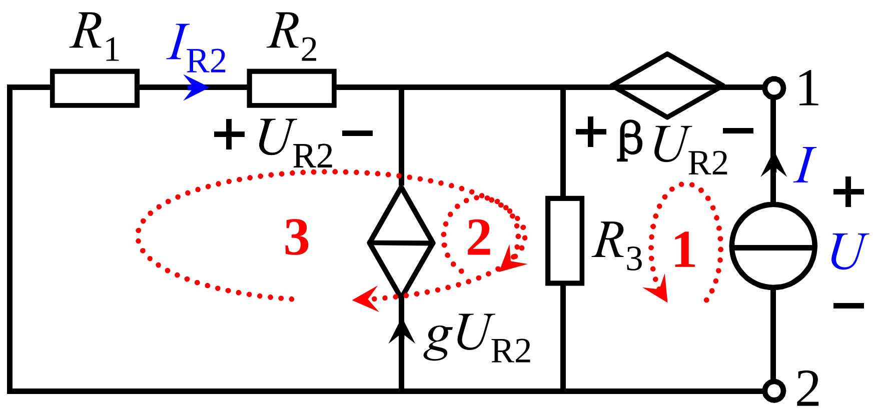
由回路，得（回路 3）：

$$I_{R2}(R_1+R_2)+(I_{R2}+gI_{R2}R_2+I)R_3=0$$

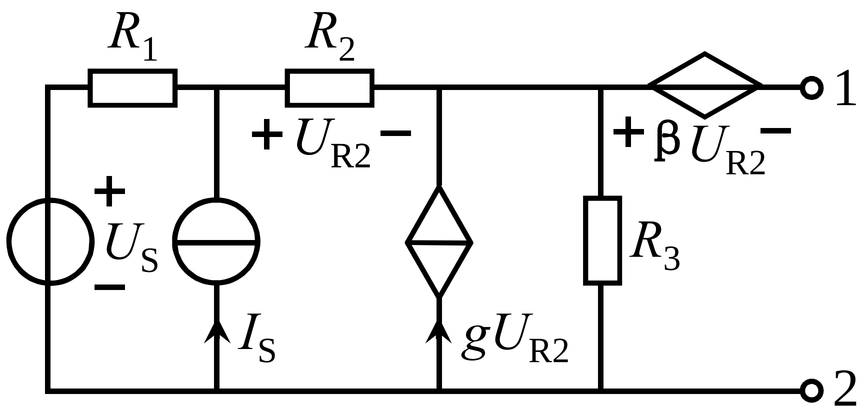
$$U=(I_{R2}+I+gI_{R2}R_2)R_3-\beta I_{R2}R_2$$

所以，入端电阻为：

$$R_o=\frac{U}{I}=\mathbf{L}$$



右图所示电路，求戴维宁等效。



解：（2）开路短路法求入端电阻

（右下图）

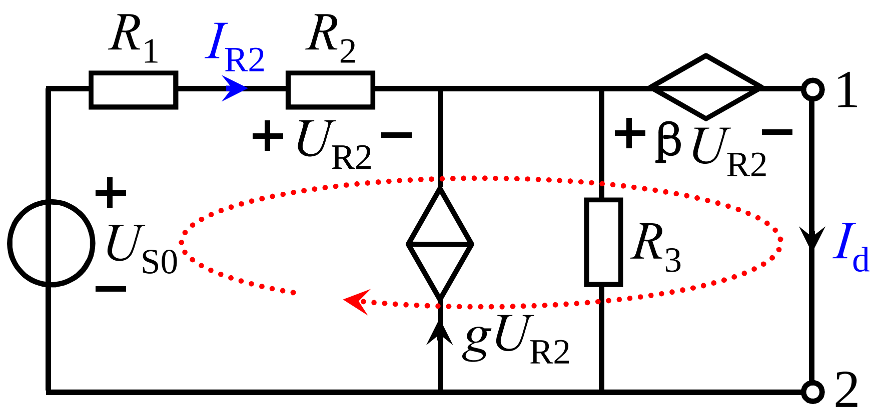
$$I_d = I_{R2} + gI_{R2}R_2 - \frac{\beta I_{R2}R_2}{R_3}$$

其中，由回路可得：

$$U_{S0} = I_{R2}(R_1 + R_2) + \beta I_{R2}R_2$$

$$U_o = U_{S0} - I_{R2}(R_1 + R_2) - \beta I_{R2}R_2$$

$$I_{R2}(R_1 + R_2) + (gI_{R2}R_2 + I_{R2})R_3 = U_{S0}$$



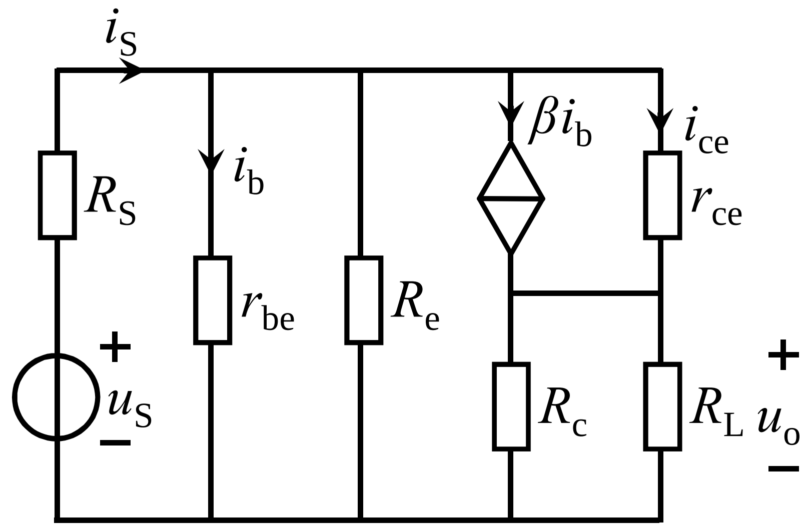
所以，入端电阻为：

$$R_o = \frac{U_o}{I_d} = \mathbf{L}$$

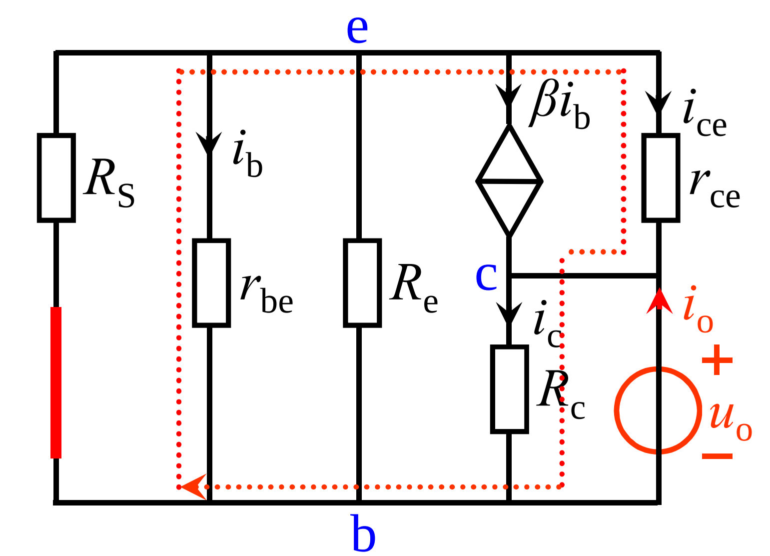
【例4.19】

右图所示电路。

求：戴维宁等效电阻 R_o（除 R_L 外）。



解：调整电路为右下所示。



针对 e 点，KCL 方程为：

$$\frac{i_b r_{be}}{R_S} + i_b + \frac{i_b r_{be}}{R_e} + b\, i_b + i_{ce} = 0$$

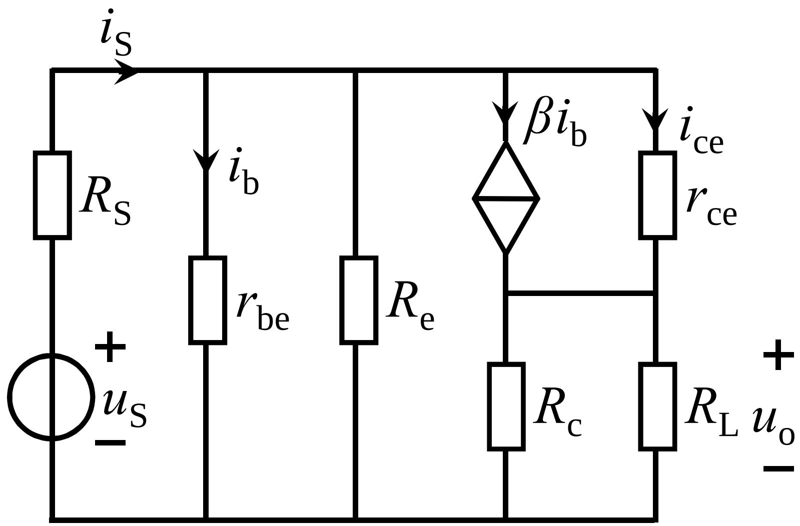
针对回路，KVL 方程为：

$$-i_b r_{be} + i_{ce} r_{ce} + i_c R_c = 0$$

由此，可求得 i_{ce} 和 i_c 分别关于 i_b 的正比例函数。

右图所示电路。

求：戴维宁等效电阻 R_o（除 R_L 外）。



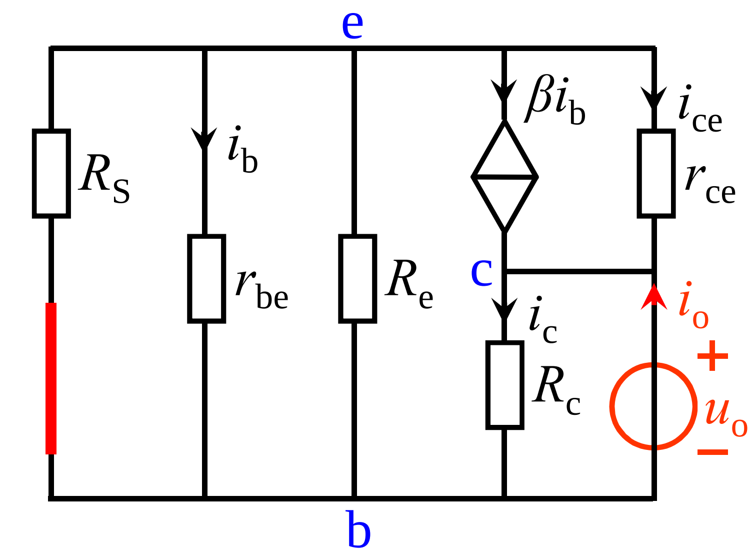
由电路，得：

$$\begin{cases} i_o = i_c - b\, i_b - i_{ce} \\ u_o = i_c R_c \end{cases}$$

均是关于 i_b 的正比例函数，所以：

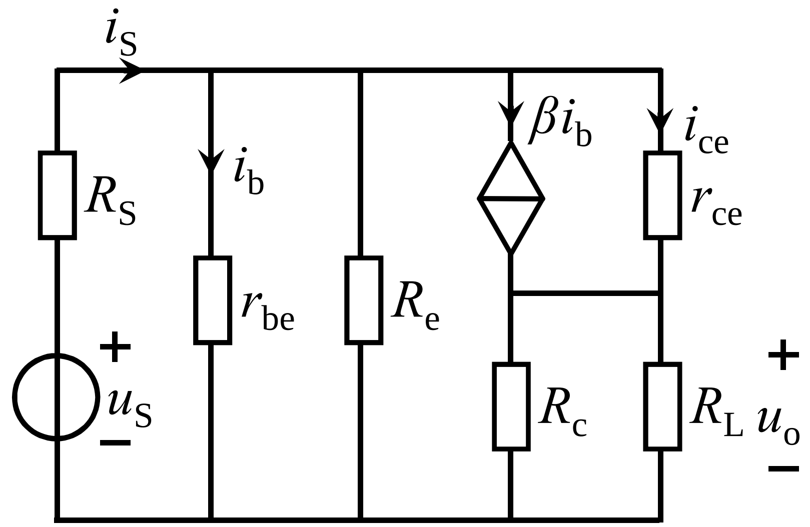
$$R_o = \frac{u_o}{i_o} = \mathbf{L}$$

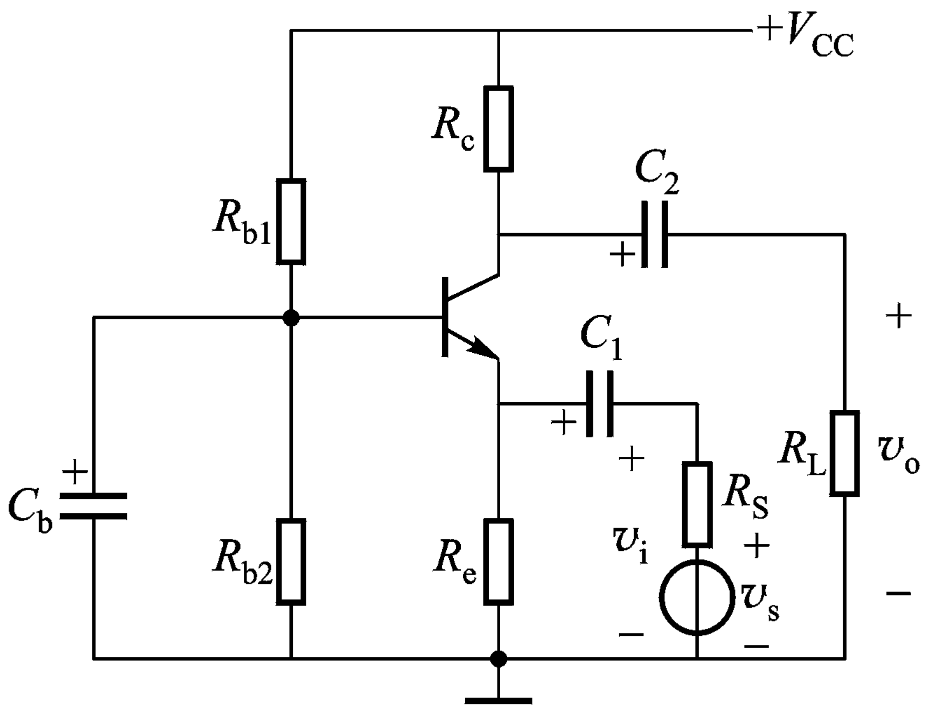
由此，可求得 i_{ce} 和 i_c 分别关于 i_b 的正比例函数。



右图所示电路。

求：输出电阻 R_o 。

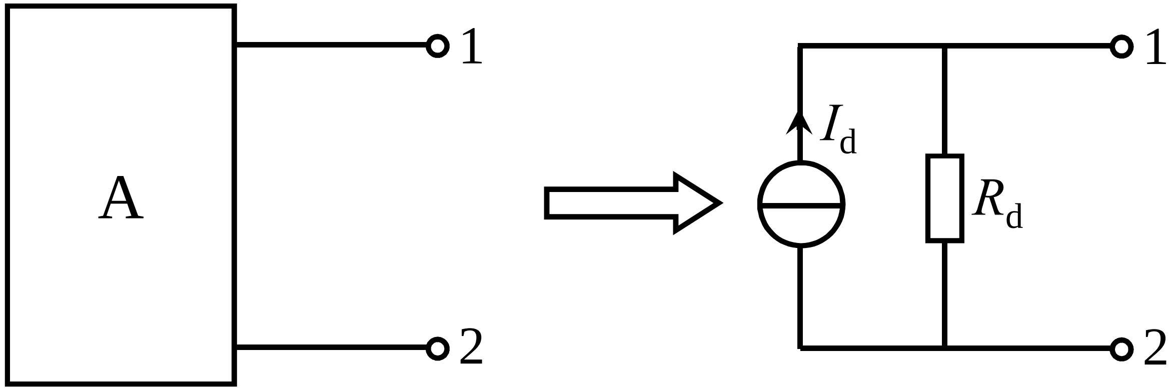




v 诺顿定理

ü 诺顿定理：

任一线性有源一端口网络，若以端口为界，其内部可以等效为一个电流源 I_d 和电阻 R_d 相并联的电路。



ü 电流源 I_d：

等于该网络的短路电流，且电流从开路端口的高电位点流出。

ü 电阻 R_d：

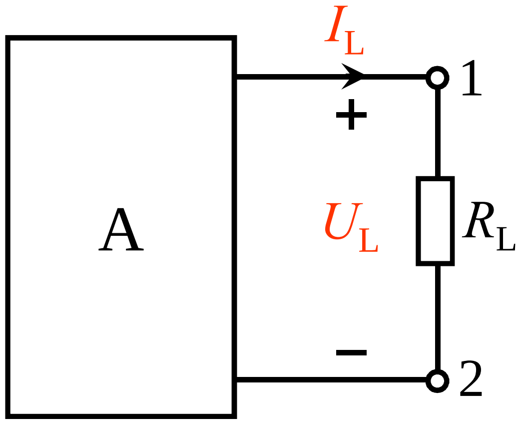
等于将该网络内所有独立源全部置零后，所得无源网络的入端等效电阻。

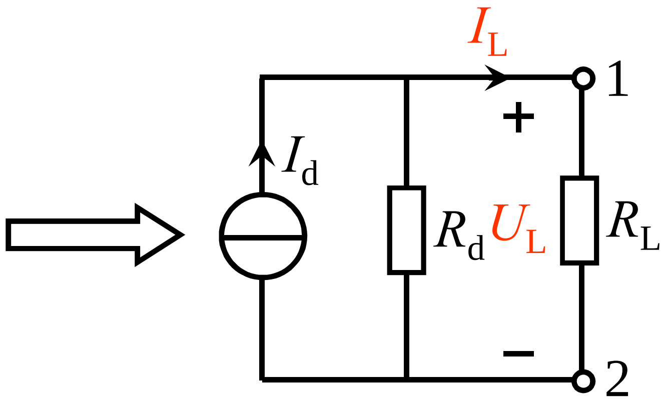
ü 从电源等效的观点看，诺顿定理实际上就是戴维宁定理。

Ø 诺顿定理（简单证明）

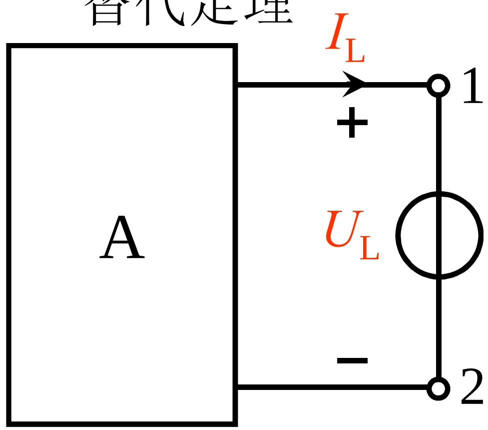
ü 下图所示电路中：有源一端口电路 A 外接支路（支路元件 R_L 任意），定义支路电压为 U_L，支路电流 I_L。

$$I_L = I_d - U_L / R_d$$

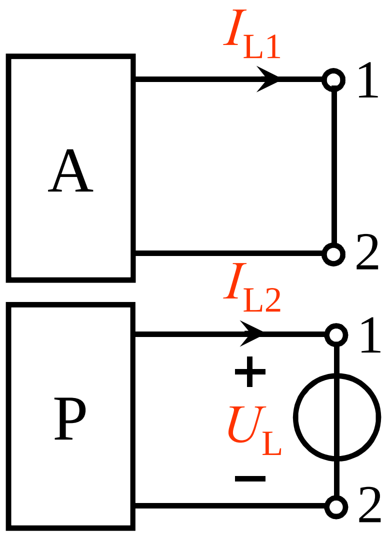




替代定理



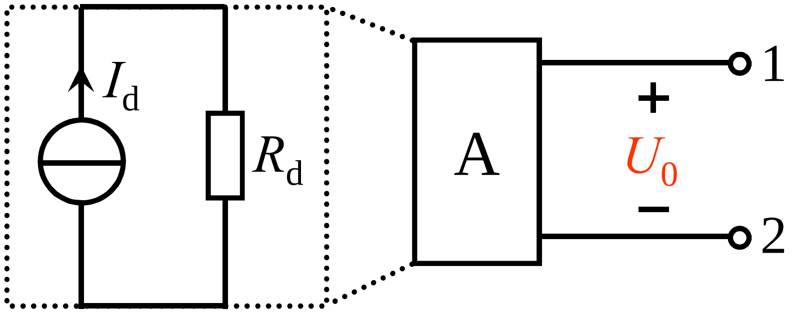
叠加定理



$$I_L = I_{L1} + I_{L2} = I_{L1} - U_L / R_P$$

Ø 诺顿定理（参数 I_d、R_d 的获取）

ü 参数 I_d： 计算端口的短路电流（利用电路分析方法）。

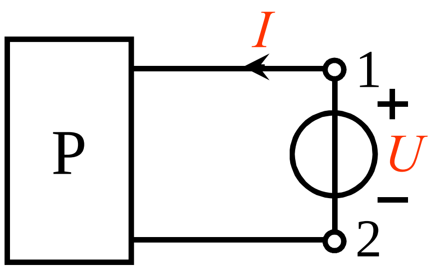


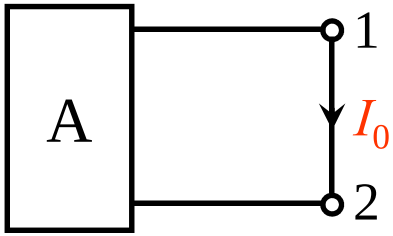
ü 参数 R_d： 计算端口的等效电阻（在端口内部网络为无源情况下）。

（1）加压法（或加流法）

（2）开路短路法

（注意参考方向）





<u>当网络内部不含有受控源时可采用电阻串并联的方法计算。</u>

Ø 诺顿定理（辅助信息）

ü 等效的戴维宁（诺顿）电路存在的前提条件：

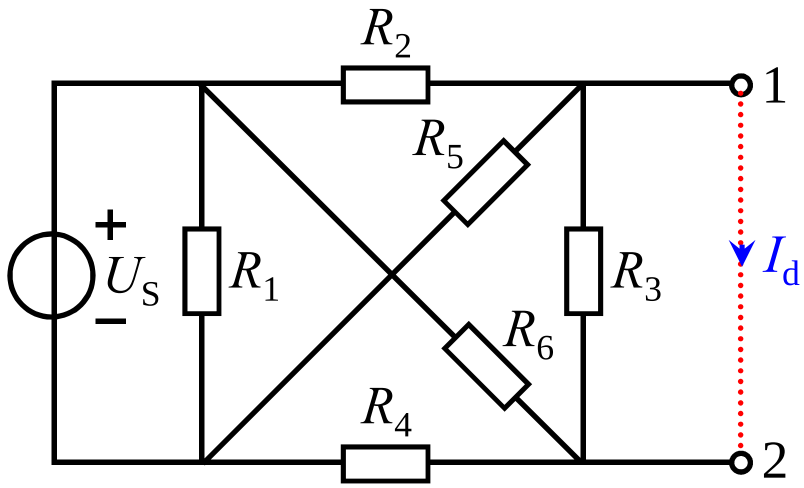
（1）一端口网络内部与网络外部变量间，无任何耦合关系；
（2）一端口网络外接（电压或电流源）时，满足唯一可解性。

ü 若入端电导为零，说明无戴维宁等效电路。
（可等效为理想电流源）

ü 若入端电阻为零，说明无诺顿等效电路。
（可等效为理想电压源）

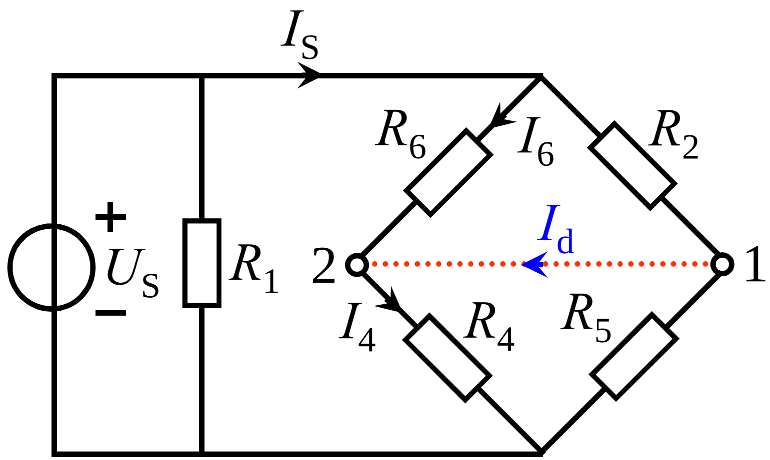
【例4.20】

右图所示电路，求诺顿等效。



解：（1）求短路电流

电路变换（右下图）。



由电路，得：

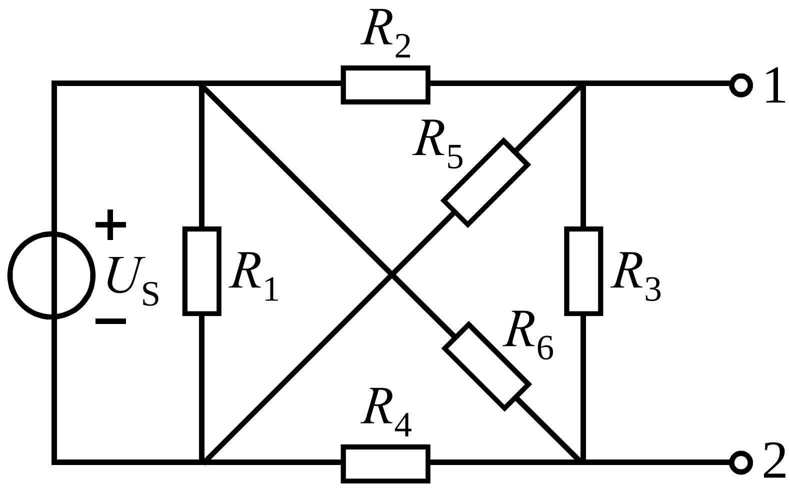
$$I_S = \frac{U_S}{R_6 // R_2 + R_4 // R_5}$$

$$I_6 = I_S \frac{R_2}{R_6 + R_2}$$

$$I_4 = I_S \frac{R_5}{R_4 + R_5}$$

所以，短路电流为：$I_d = I_4 - I_6$

右图所示电路，求诺顿等效。



解：（2）求入端电阻

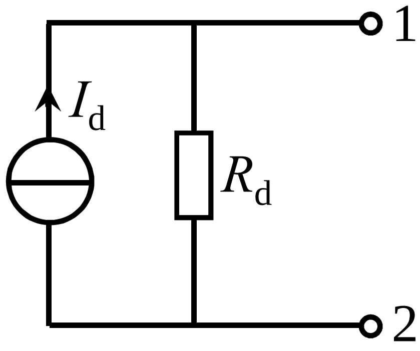
电路变换（右下图）。

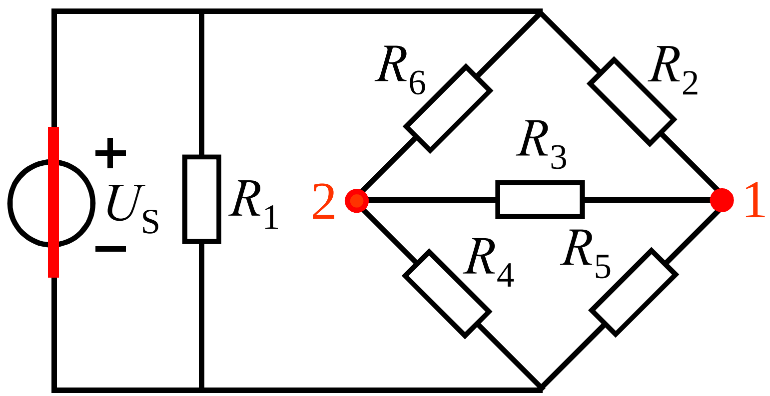
由电路，得：

$$R_d = (R_2 // R_5 + R_4 // R_6) // R_3$$

<u>*网络内部不含受控源*</u>

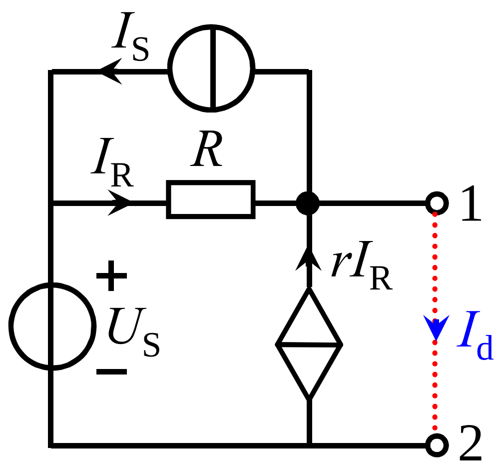
（3）诺顿等效





【例4.21】

右图所示电路，求诺顿等效。



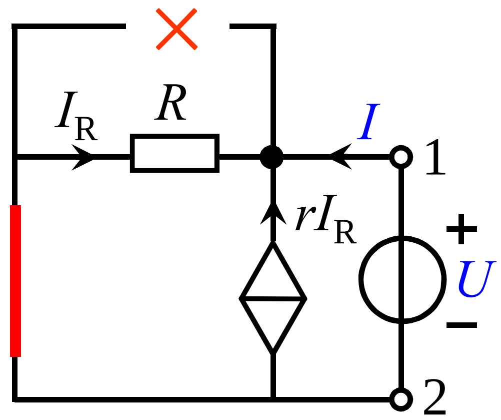
解：（1）求短路电流

由电路，得：$I_R = U_S / R$

所以，短路电流为：$I_d = (r+1)I_R - I_S$

（2）求入端电阻

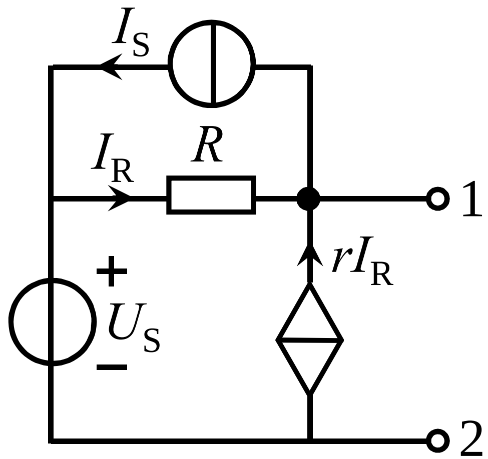
（采用加压法，如右图所示）



由电路，得：$\begin{cases} U = -I_R R \\ I = -(r+1)I_R \end{cases}$

所以，入端电阻为：$R_d = \dfrac{U}{I} = \dfrac{R}{r+1}$

右图所示电路，求诺顿等效。



解：（1）求短路电流

由电路，得：$I_R = U_S / R$

所以，短路电流为：$I_d = (r+1)I_R - I_S$

（2）求入端电阻

（采用开路短路法）

开路电压为：$U_{12} = -I_R R + U_S$

其中，由电路可得：$(r+1)I_R = I_S$

因此，入端电阻为：$R_d = \dfrac{U_{12}}{I_d} = \mathbf{L}$

【例4.22】

右图所示电路，求 I_{R3} 。

解：对电路（除 R_3 外）做诺顿等效。

（1）求短路电流

$$I_d = U_S/(R_1+R_2)$$

（2）加压法求入端电阻

由电路，得：$U = I\cdot R_2 + (gU+I)\cdot R_1$

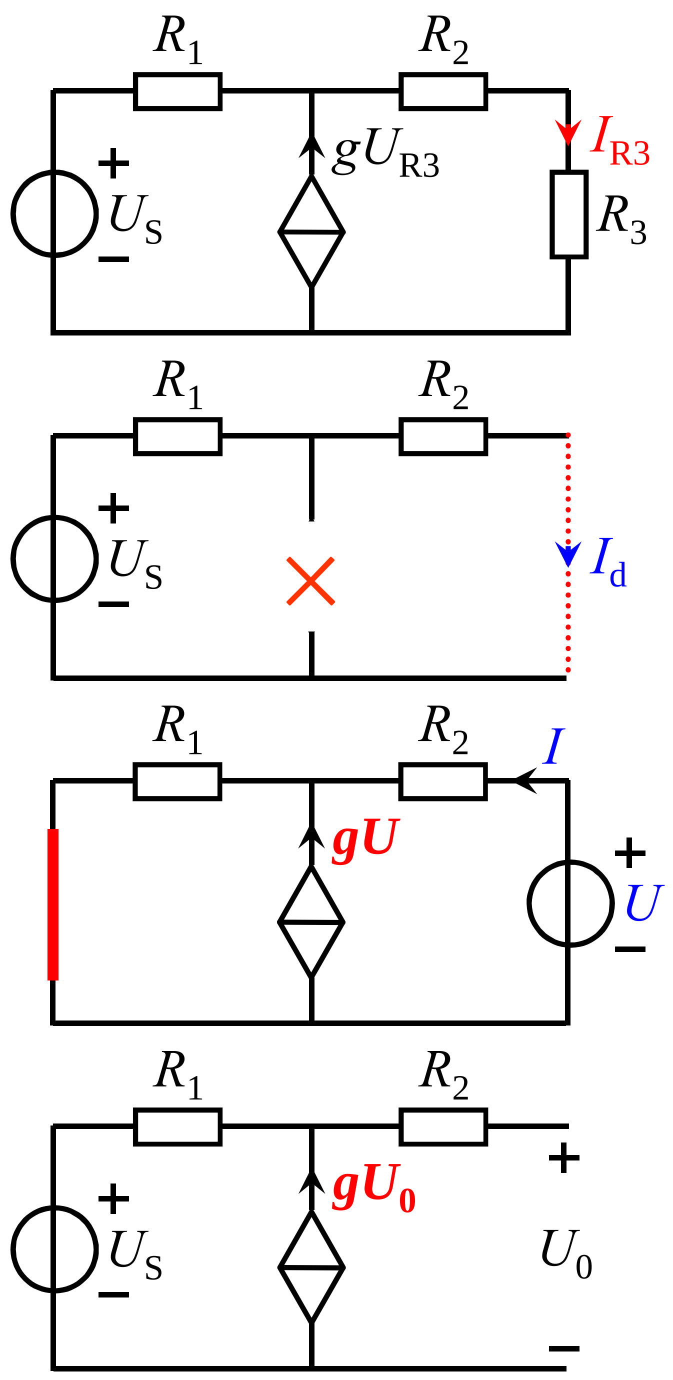
所以，入端电阻为：$R_d = \dfrac{U}{I} = \dfrac{R_1+R_2}{1-gR_1}$

（2）开路短路法求入端电阻

由电路，得：$U_0 = gU_0R_1 + U_S$

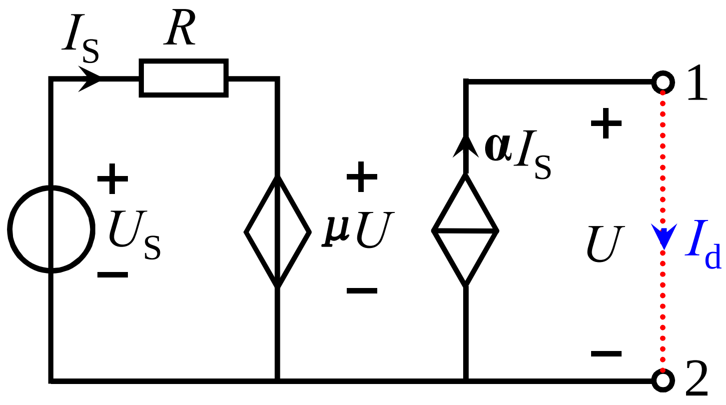
所以，入端电阻为：$R_d = \dfrac{U_0}{I_d} = \dfrac{R_1+R_2}{1-gR_1}$

（3）求 I_{R3} …



【例4.23】

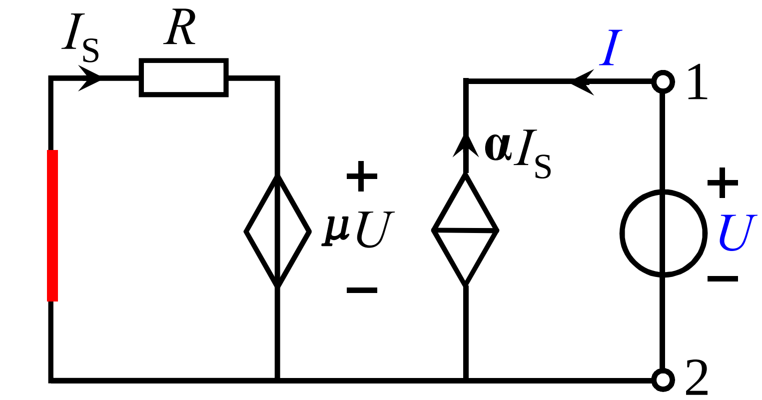
右图所示电路，求诺顿等效。



解：（1）求短路电流

由于 $U=0$，有：$I_S=U_S/R$

所以，短路电流为：$I_d=a\,I_S=a\,U_S/R$



（2）加压法求入端电阻（右图）

由电路，得：$I_S=-mU/R$，$I=-a\,I_S$

所以，入端电阻为：$$R_d=\frac{U}{I}=\frac{R}{a\cdot m}$$

（2）开路短路法求入端电阻（原图）

开路时由于 $I_S=0$，开路电压为：$U=U_S/m$

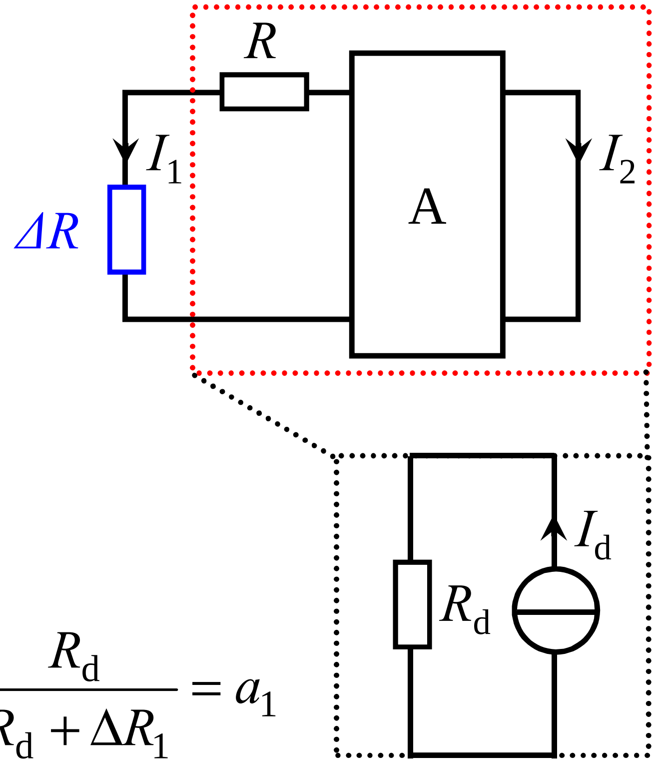
所以，入端电阻为：$$R_d=\frac{U}{I_d}=\frac{R}{a\cdot m}$$

【例4.24】

右图所示电路，$I_1 = \mathrm{a}_0$ 。

已知： R 变化ΔR_1 ，I_1 变为 a_1 。

求：当 R 变化ΔR_2 时的 I_1 。



解：首先对虚框内单元作诺顿等效。

据题意，当$\Delta R = 0$ 时，有：$I_d = I_1 = a_0$

当$\Delta R = \Delta R_1$ 时，由于 $I_1 = I_d \dfrac{R_d}{R_d + \Delta R_1} = a_1$

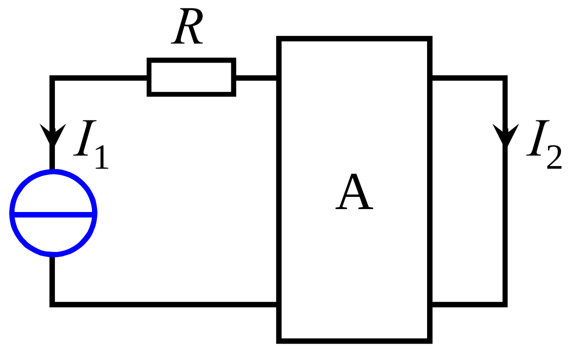
所以，入端电阻为：$R_d = \dfrac{a_1}{a_0 - a_1} \Delta R_1$

因此，当$\Delta R = \Delta R_2$ 时， $I_1 = I_d \dfrac{R_d}{R_d + \Delta R_2} = \mathbf{L}$

右图所示电路，$I_1 = \mathrm{a}_0$，$I_2 = \mathrm{b}_0$。

已知：R 变化ΔR_1，I_1 变为 a_1、I_2变为 b_1。

求：当 R 变化ΔR_2 时的 I_1、I_2。



解：根据替代定理，I_1 支路可以用一电流源代替。

根据叠加定理，I_2 由电流源 I_1 和有源网络 A 共同作用而成，因此有：

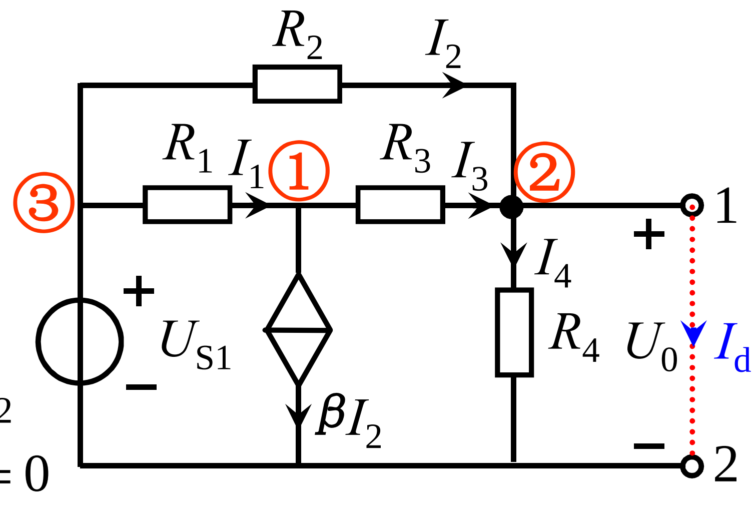
$$I_2 = kI_1 + I_A$$

由题意：$\begin{cases} b_0 = ka_0 + I_A \\ b_1 = ka_1 + I_A \end{cases}$

求得 k、I_A 后，再代入当 R 变化ΔR_2 时的 I_1，即可求出此时的 I_2。

【例4.25】

右图所示电路，求诺顿等效 。



解：（1）按节点电压法求开路电压：

$$(G_1+G_3)U_1-G_3U_2-G_1U_3=-b\,I_2$$

$$(G_2+G_3+G_4)U_2-G_3U_1-G_2U_3=0$$

$$U_3=U_{S1}$$

$$I_2=G_2(U_3-U_2)$$

（2）按回路求短路电流：

$$I_2=\frac{U_{S1}}{R_2}$$

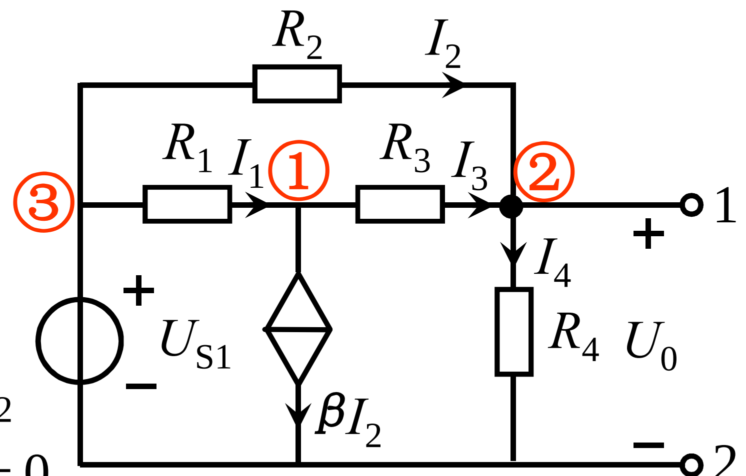
$$I_1=I_3+b\,I_2$$

$$I_2R_2=I_1R_1+I_3R_3$$

$$I_d=I_2+I_3$$

（3）入端电阻：$R_d=\dfrac{U_2}{I_d}$

右图所示电路，求诺顿等效 。



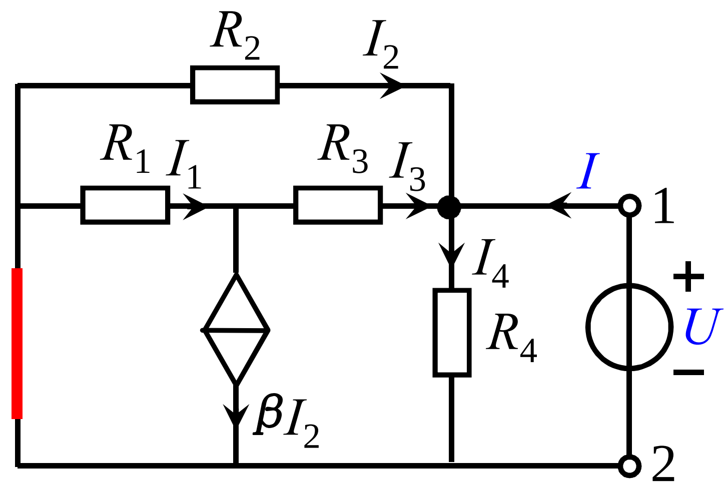
解：（1）按节点电压法求开路电压：

$$(G_1+G_3)U_1-G_3U_2-G_1U_3=-b\,I_2$$

$$(G_2+G_3+G_4)U_2-G_3U_1-G_2U_3=0$$

$$U_3=U_{S1}$$

$$I_2=G_2(U_3-U_2)$$



（2）按加压法求入端电阻：

$$U=I_4R_4$$

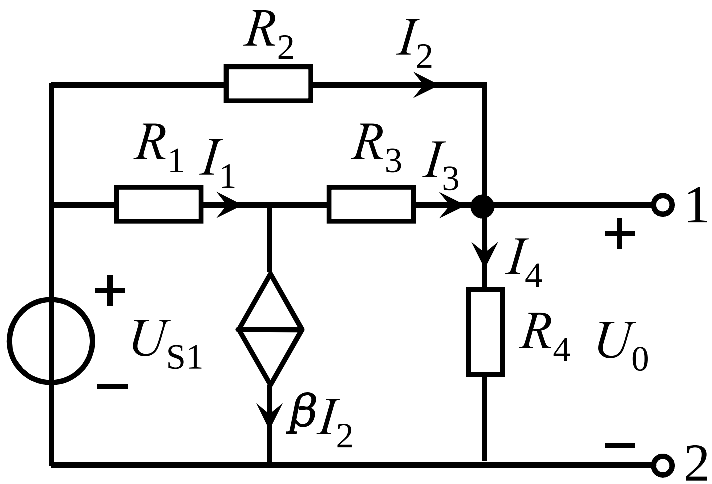
$$U=-I_2R_2$$

$$U=-I_3R_3-(I_3+b\,I_2)R_1$$

$$I=I_4-I_2-I_3$$

所以，入端电阻：$R_{\mathrm{d}}=\dfrac{U}{I}$

右图所示电路，求诺顿等效 。



若定义：
U_{S1} = 8V，b = 5，所有电阻均为 10Ω 。

（1）独立节点电压方程数不足。

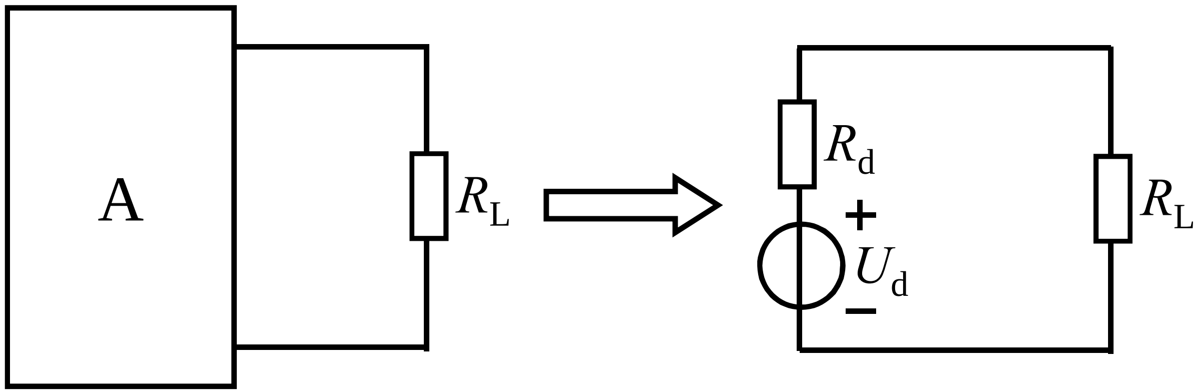
$$2U_1 - 6U_2 = -32$$

$$3U_2 - U_1 = 8$$

（2）按加压法求得的入端电流为 0（即入端电阻为∞）整体电路可等效为一理想电流源。

v 最大功率传输定理

- ü 最大功率传输：负载希望能从给定的电源（信号源）中，获取最大的功率输出。

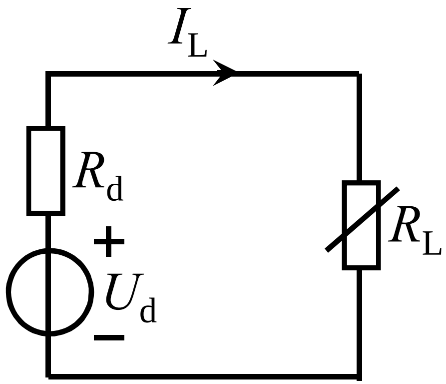


- ü 研究内容：在电源参数（U_d、R_d）不变的情况下，负载 R_L 为多少数值时，可以从一端口网络获得最大功率？其功率值是多少？

- ü 戴维宁（诺顿）定理的一个重要应用。

Ø 最大功率传输定理

ü 负载上的功率为：$P_L = I_L^2 \cdot R_L = (\frac{U_d}{R_d + R_L})^2 \cdot R_L$



ü 定义电源参数 U_d、R_d 不变；
在负载 R_L 可调时，将上式对 R_L 求导：

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{R_d - R_L}{(R_d + R_L)^3} \cdot U_d^2$$

ü 当负载电阻 R_L 等于电源内阻 R_d 时（匹配），负载上获得最大功率。

$$P_{L\max} = \frac{U_d^2}{4R_d}$$

ü 效率：50%

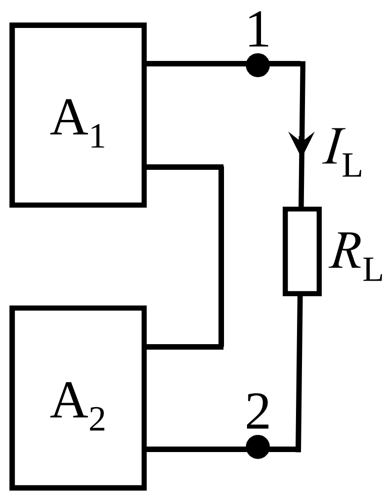
功率和效率

【例4.26】

右图所示电路。

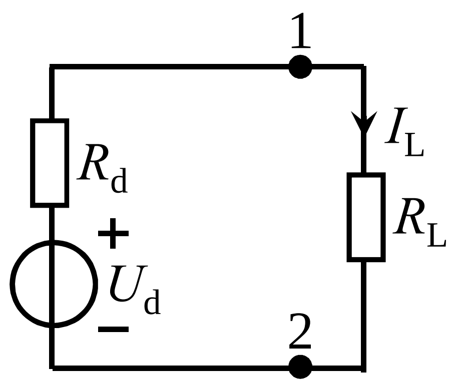
当 $R_L = 0$ 时，$I_L = 0.2\text{A}$；当 $R_L = 50\Omega$时，$I_L = 0.1\text{A}$ 。

问：当 R_L 为多少时能获得最大功率。



解：将右图的A_1、A_2 单元作戴维宁等效（右下图）。

据题意，有：$\begin{cases} \dfrac{U_d}{R_d} = 0.2\text{A} \\ \dfrac{U_d}{R_d + 50} = 0.1\text{A} \end{cases}$



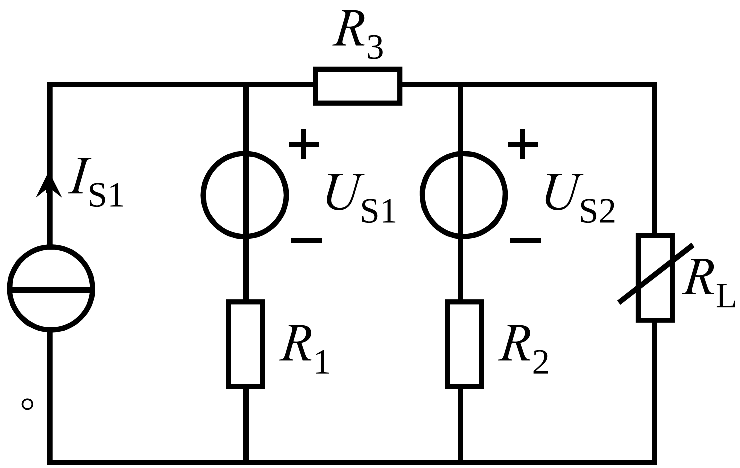
解得：$U_d = 10\text{V}$， $R_d = 50\Omega$。

所以，当 $R_L = 50\Omega$时获得最大功率，数值为：$P_{L\max} = \dfrac{U_d^2}{4R_d} = 0.5\text{W}$

【例4.27】

右图所示电路。

问：当 R_L 为多少时能获得最大功率。



解：将 R_L 左部单元作戴维宁等效（右下图）。

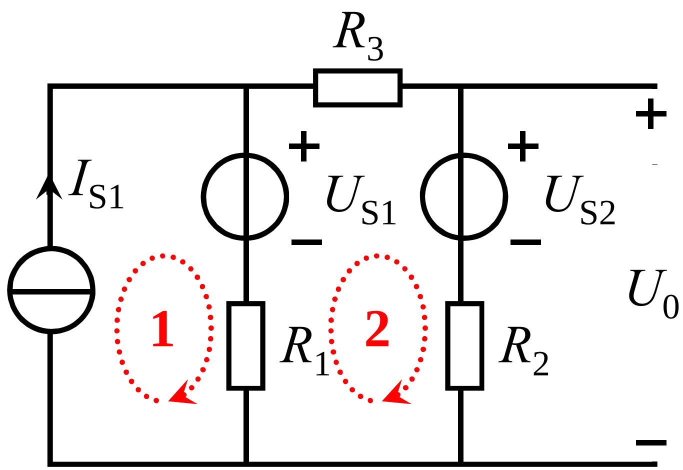
根据回路分析法：

$$I_{m1} = I_{S1}$$

$$I_{m2}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{m1}R_1 = U_{S1} - U_{S2}$$

可求得开路电压为：

$$U_0 = U_{S2} + I_{m2}R_2$$



入端电阻为：

$$R_d = (R_1 + R_3) // R_2$$

所以，当 $R_L = R_d$ 时获得最大功率，数值为：

$$P_{L\max} = \frac{U_0^2}{4R_d}$$

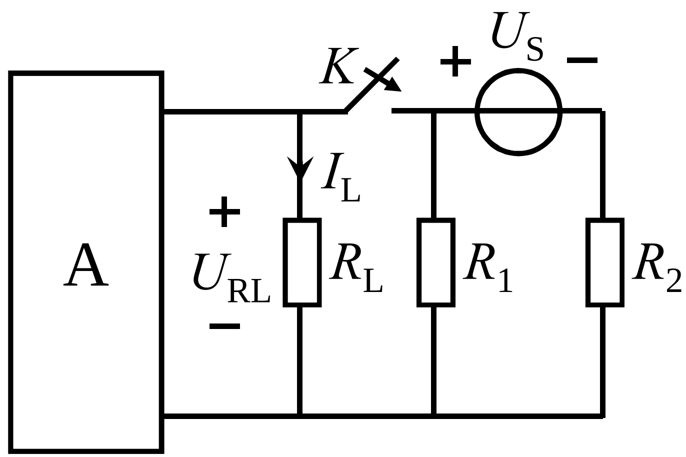
【例4.28】

右图所示电路（开关 K 闭合）

已知：当 $R_L = R_0$ 时能获得最大功率；

当断开 R_L 时 $U_{RL} = U_0$ 。

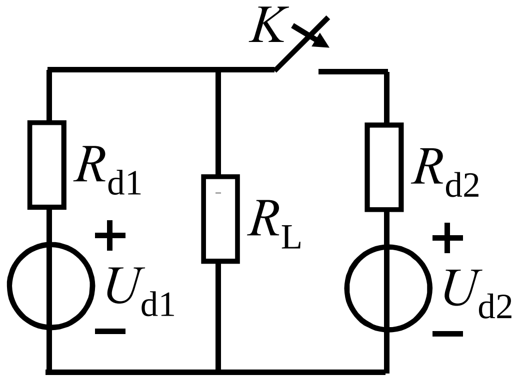
问：K 断开时，R_L 为多少时能获得最大功率。



解：电路可等效为右下（两图）所示。

上图：$R_{d2} = R_1 // R_2$ ，$U_{d2} = U_S \cdot \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

下图：$R_d = R_{d1} // R_{d2}$，$U_d = \dfrac{U_{d1} - U_{d2}}{R_{d1} + R_{d2}} \cdot R_{d2} + U_{d2}$

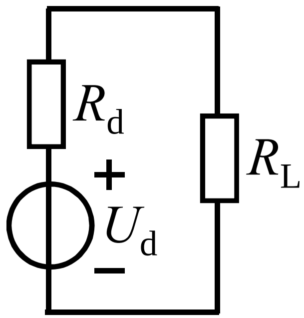


（1）由题意（$R_L = R_0$ 时能获得最大功率），说明：

$R_0 = R_d$　由此，可求得 R_{d1} 。

（2）由题意（断开 R_L 时 $U_{RL} = U_0$ ），说明：

$U_0 = U_d$　由此，可求得 U_{d1} 。



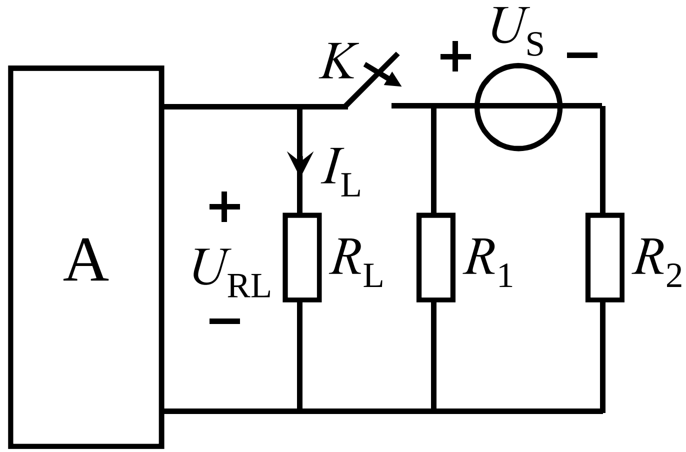
（3）结论：当 $R_L = R_{d1}$ 时获得最大功率，数值为 $P_{L\max} = \dfrac{U_{d1}^2}{4R_{d1}}$

$R_1 = 18\Omega$， $R_2 = 9\Omega$， $U_S = 54V$（ K 闭合）

已知：当 $R_L = 4\Omega$ 时能获得最大功率；

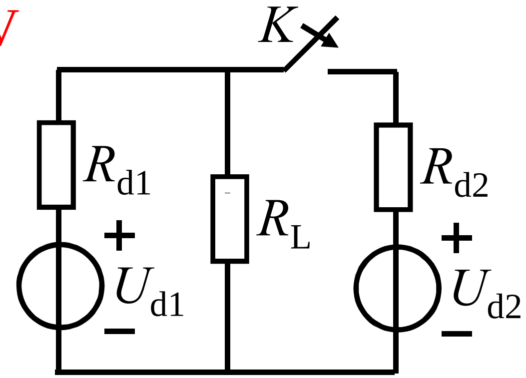
当断开 R_L 时 $U_{RL} = 29V$ 。

问：K 断开时，R_L 为多少时能获得最大功率。



解：上图：$R_{d2} = R_1 // R_2 = 6\Omega$， $U_{d2} = U_S \cdot \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = 36V$

下图：$R_d = R_{d1} // R_{d2}$



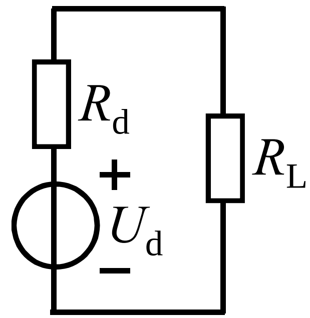
（1）由题意（$R_L = 4\Omega$ 时能获得最大功率），说明：

$4 = R_{d1} // 18 // 9$　由此，可求得 $R_{d1} = 12\Omega$。

（2）由题意（断开 R_L 时 $U_{RL} = 29V$ ），说明：

$$29 = \frac{U_{d1} - 36}{12 + 6} \times 6 + 36$$

由此，可求得 $U_{d1} = 15V$。



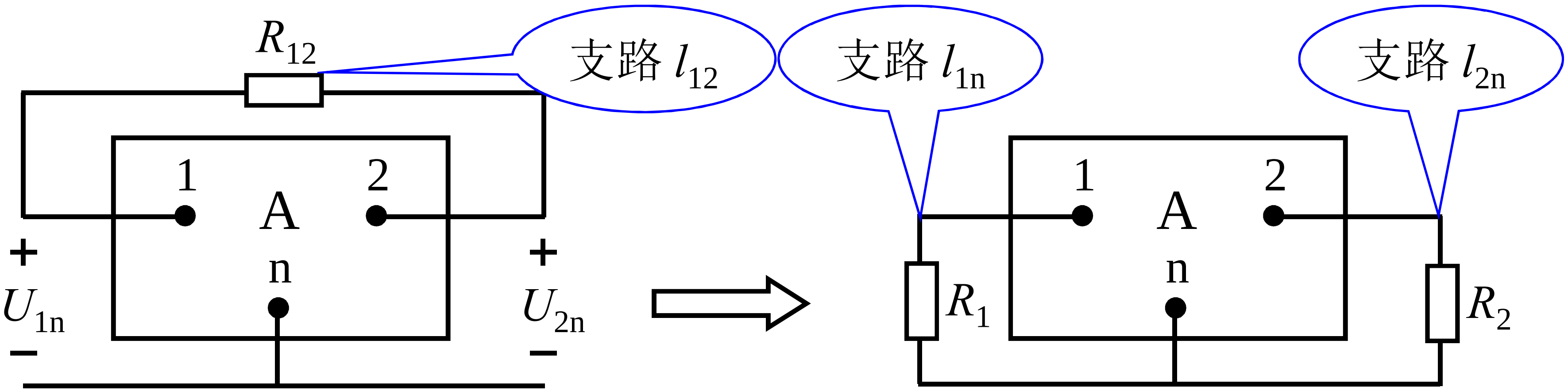
（3）结论：当 $R_L = 12\Omega$ 时获得最大功率，数值为 $4.69W$ 。

v 密勒定理

ü 密勒定理：

具有 n 个节点的电路（定义节点 n 为参考节点）中，针对连接节点 1 和节点 2 之间的支路 l_{12}，可以拆分成两个等效支路 l_{1n} 和 l_{2n}；

其中，l_{1n} 连接节点 1 和节点 n，l_{2n} 连接节点 2 和节点 n。



ü 若节点电压 U_{12}、U_{1n} 和 U_{2n} 之间满足函数关系：$U_{2n} = kU_{1n}$

则：$R_1 = \dfrac{R_{12}}{1-k}$ $\quad R_2 = \dfrac{R_{12}}{1-1/k}$

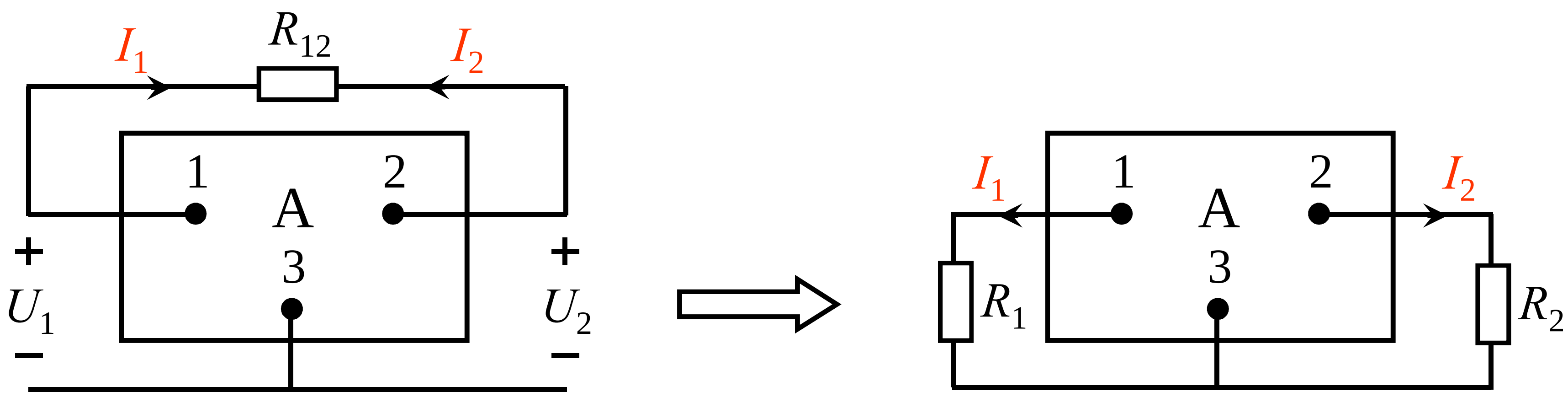
ü 利用密勒定理，可消除两节点之间的支路连接关系，简化电路分析。

$U_{2n} = kU_{1n}$

Ø 密勒定理（简单证明 / 实质）

ü 电流等效原则：（左图）（右图）

$$I_1 = \frac{U_1 - U_2}{R_{12}} = \frac{U_1(1-k)}{R_{12}} = I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

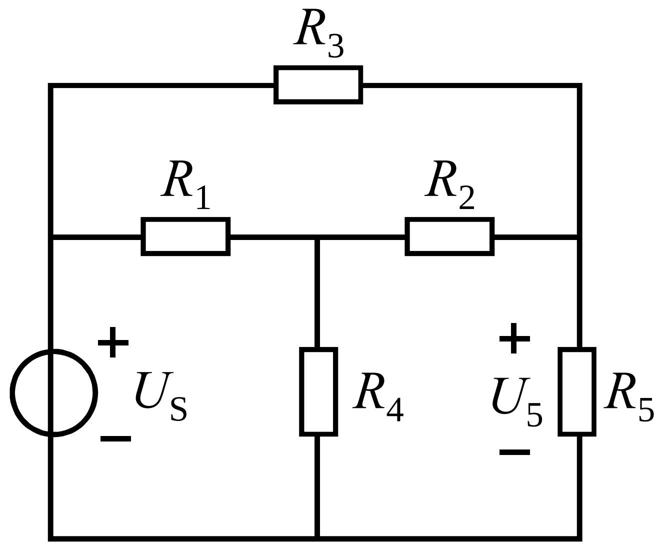


得：$R_1 = \dfrac{R_{12}}{1-k}$　　同理：$R_2 = \dfrac{R_{12}}{1-1/k}$

等效前后，支路电流不变。

【例4.29】

右图所示电路，求 U_5 。

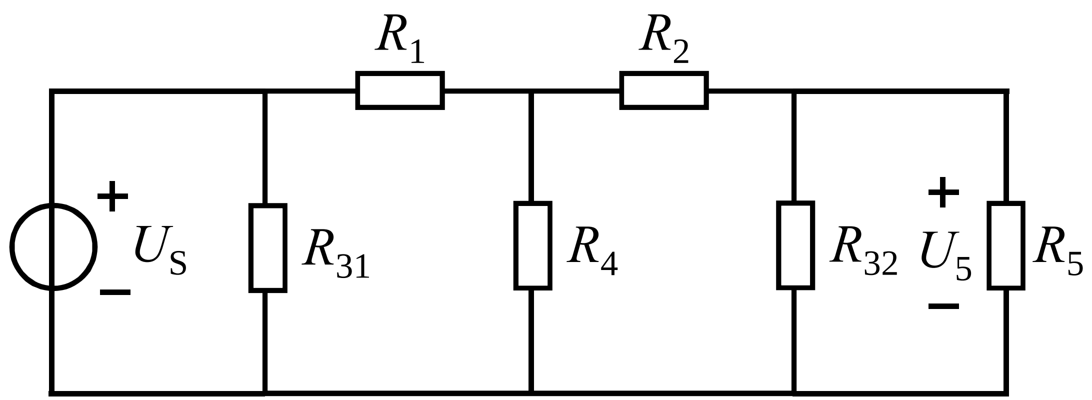


解：应用密勒定理等效（如右下图）。

$$R_{31}=\frac{R_3}{1-k}$$

$$R_{32}=\frac{R_3}{1-1/k}$$

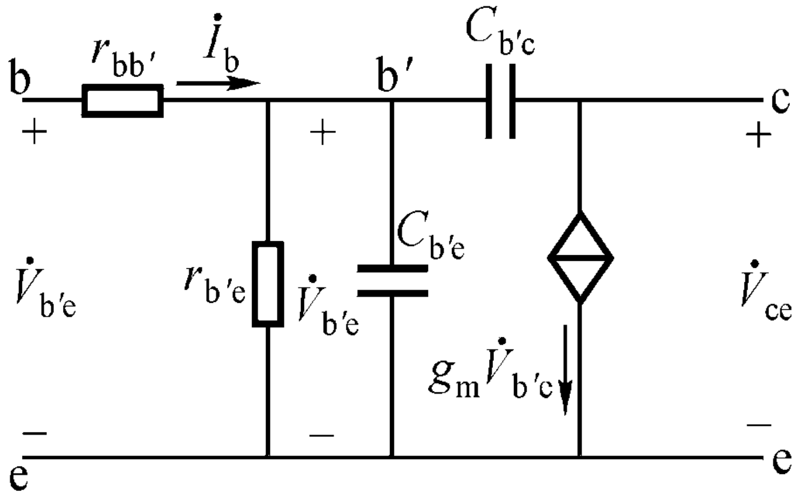
$$k=\frac{U_5}{U_S}$$



节点法、回路法、Y-Δ变换法...

【例4.30】

右图所示三极管模型。

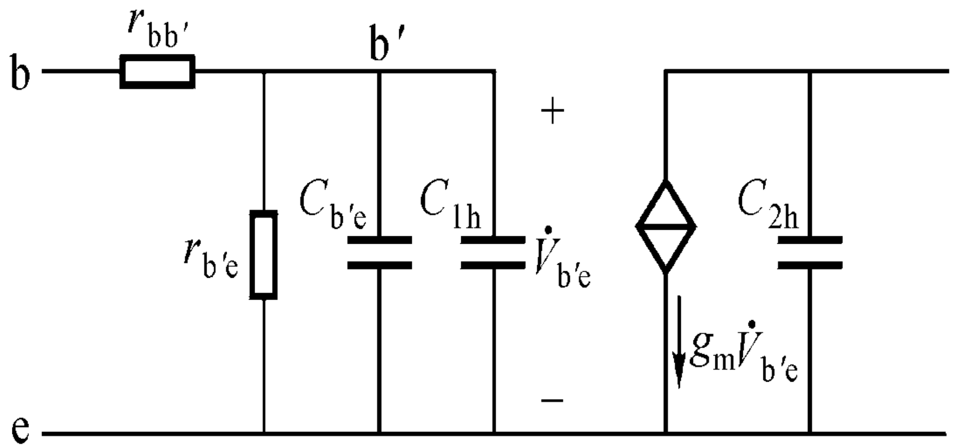


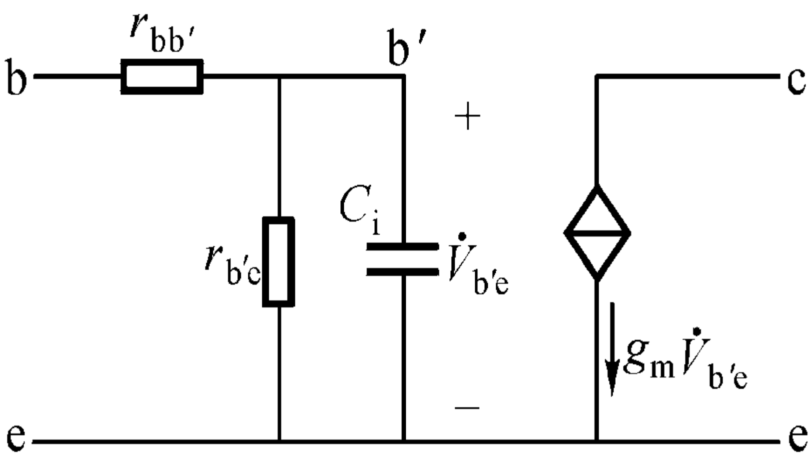
应用密勒定理等效

$$C_{1h} = (1-\dot{K})C_{b'c}$$

$$C_{2h} = \frac{\dot{K}-1}{\dot{K}}C_{b'c}$$

$$\dot{K} = \frac{\dot{V}_{ce}}{\dot{V}_{b'e}}$$





本节作业

- 习题 4（P173）
  27、30（叠加定理）
  36（戴维宁定理）

所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。

- 本节作业

  - 习题4（P175）

    39（诺顿定理）

    34（最大功率传输定理）

    32（定理的综合应用）

所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。