# 电路分析与电子技术基础

## 谐振与频率特性

**（5.2、6.5～6.6）**

## n 谐振与频率特性

- ü 谐振：正弦稳态电路中的一种特殊现象。

  谐振电路具有选频特性，在通信和电子电路中被广泛应用。

  （广播、电视接收机的选台...）

  电路也可能因谐振现象而被破坏。

- ü 频率特性：电路参数、特性等与频率之间的关系。

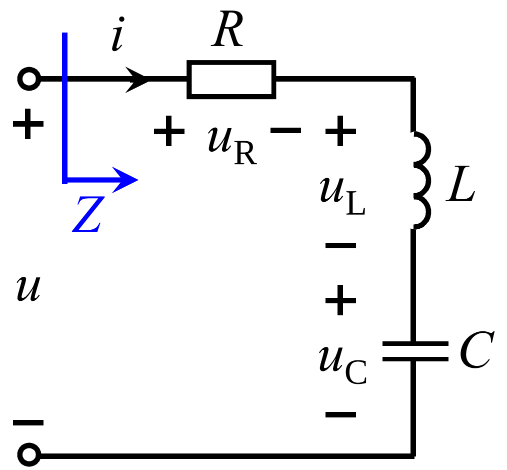
  同一元件（电路），只要激励源的频率不同（即使幅值和初相位均相同），就有可能获得不同的输出响应。

- 谐振与频率特性
  - 谐振电路（5.2）
  - 频率特性（6.5）
  - 滤波器（6.6）

## v 谐振电路

- ü 任意无源一端口网络，端口电压电流一般是不同相的。（入端阻抗或导纳与电路频率有关）
- ü 在某个特定频率时，端口电压电流可以是同相的。（入端阻抗或导纳呈现纯电阻/电导特性）
- ü 谐振、谐振现象、谐振状态。

## Ø 谐振（串联谐振）




- 串联谐振：发生在 *RLC* 串联电路中的谐振。
- （右图所示电路）正弦激励时，入端阻抗为：

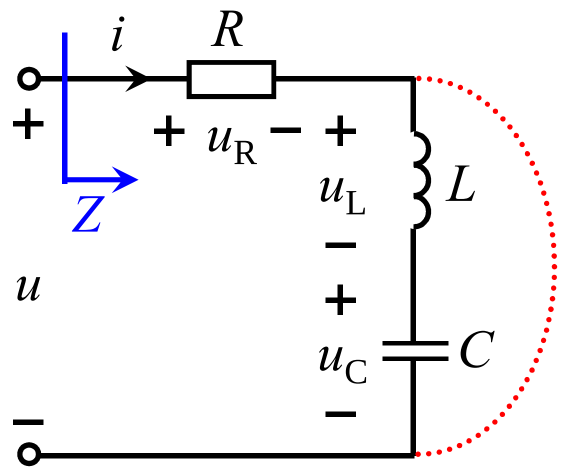
$$Z = R + j(wL - \frac{1}{wC}) = R + j(X_L - X_C)$$

当 $wL = \frac{1}{wC}$ 时，$Z = R$，电路对外呈现纯电阻特性。

- 谐振角频率 / 电路的固有频率：$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- 特征阻抗：谐振时的电抗（感抗或容抗）：$r = w_0 L = \frac{1}{w_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- 品质因数：谐振时的电抗（感抗或容抗）与电阻之比：$Q = \frac{w_0 L}{R} = \frac{1}{w_0 CR}$

  （电抗电压/电阻电压、电抗无功功率/电阻有功功率）

## Ø 谐振（串联谐振特点）




ü 纯电阻特性，$LC$ 相当于短路。

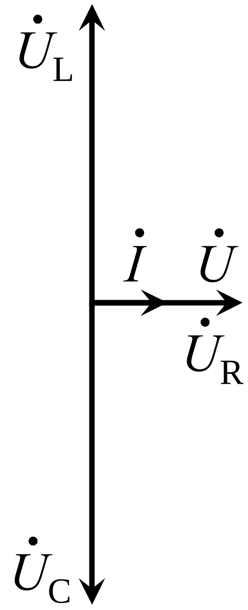
$$Z = Z_{\min} = R$$

电流 $I$ 和电压 $U_R$ 达极大值，电路消耗最大功率值。

ü 相量关系（右图）：

谐振时，$\dot{U}_L$和$\dot{U}_C$大小相等，方向相反；

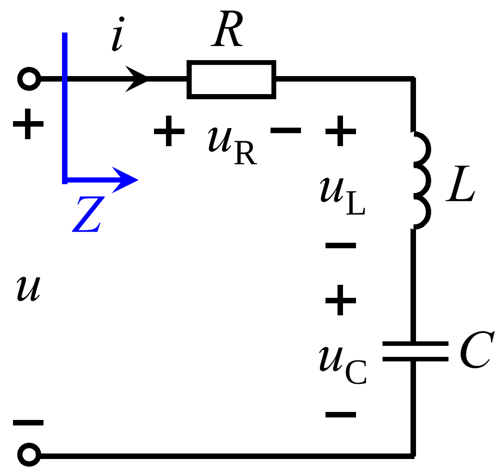
$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{U}_R = \dot{I}R$$




ü 电感和电容电压可能很大，
但由于两者的无功电压正好抵消，
所以整体电路的无功分量为零。

ü 串联谐振 ~ 电压谐振

## Ø 谐振（串联谐振能量）




ü 定义：$i(t)=\sqrt{2}I\sin wt$

则串联谐振时的电感电流和电容电压分别为：

$$i_L(t)=\sqrt{2}I\sin w_0 t$$

$$u_C(t)=\sqrt{2}\frac{I}{w_0 C}\sin(w_0 t-90^0)=-\sqrt{2}U_C\cos w_0 t$$

因此，电感和电容上的能量分别为：

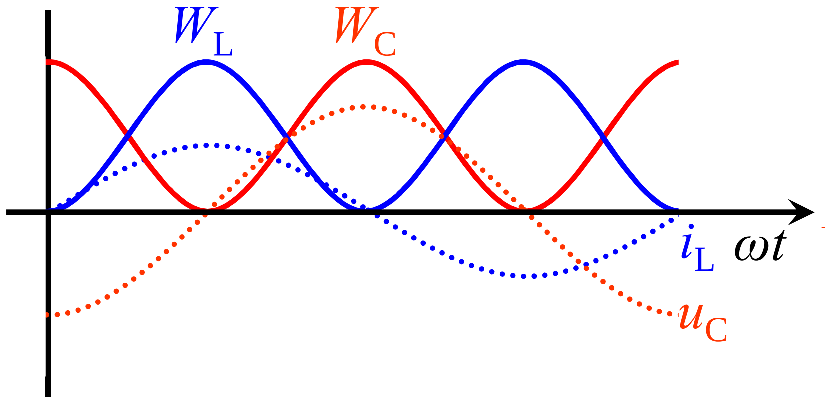
$$W_L=\frac{1}{2}Li^2=LI^2\cdot\sin^2 w_0 t \quad , \quad W_C=\frac{1}{2}Cu_C^2=CU_C^2\cdot\cos^2 w_0 t$$

由于 $w_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$，所以：$LI^2=CU_C^2$ （常数）

因此，总能量为：$W=W_L+W_C=LI^2=CU_C^2$

## Ø 谐振（串联谐振能量图）

ü 电感（磁场）能量与电容（电场）能量的变化正好相反，但两者的（电磁场）能量和为常数。




$$i_L(t)=\sqrt{2}I\sin w_0 t$$

$$u_C(t)=-\sqrt{2}U_C\cos w_0 t$$

$$W_L=LI^2\cdot\sin^2 w_0 t$$

$$W_C=LI^2\cdot\cos^2 w_0 t$$

$$W=LI^2$$

ü 电感电容组成一个孤立的封闭系统，电感电容中的储能发生等量互相交换现象：电磁振荡。

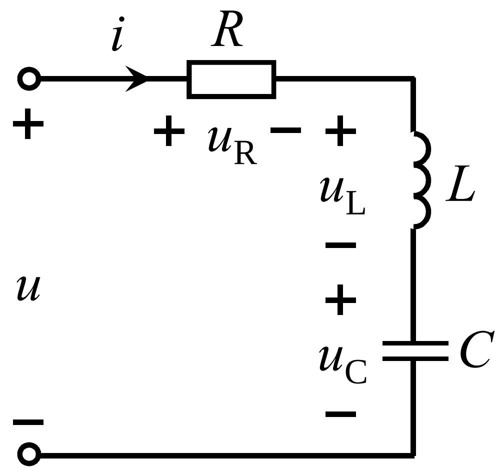
ü 谐振电路 ~ 振荡电路

【例2.1】

右图所示电路。

已知：信号电压 $U = 10\text{V}$，角频率 $\omega_0 = 5000\text{rad/s}$；调节电容 $C$，当 $U_C = 500\text{V}$ 时，$i_{max} = 100\text{ mA}$。

求：$R$、$L$、$C$ 的数值，及品质因数 $Q$。




解：当电流取极大值时，电路产生串联谐振。

此时：$R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{10}{100\,\text{mA}} = 100\,\Omega$

$$Q = \frac{U_C}{U_R} = \frac{500}{10} = 50$$

由于：$Q = \dfrac{w_0 L}{R} = \dfrac{1}{w_0 CR}$

所以：$C = \dfrac{1}{w_0 RQ} = 0.04\,\mu\text{F} \quad L = \dfrac{RQ}{w_0} = 1\text{H}$

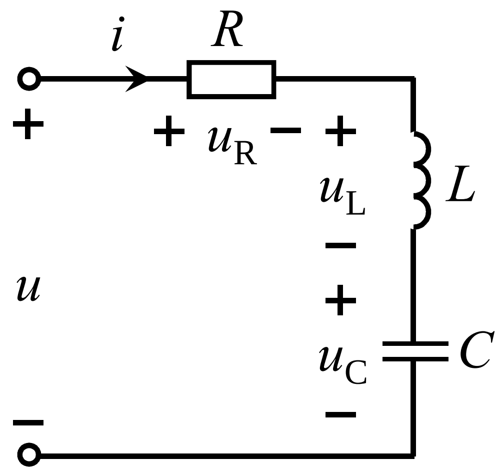
（也可以通过电压电流法求解 $L$、$C$）

【例2.2】

右图所示电路。

已知：信号电压 $u(t)=10\sqrt{2}\sin(2500t+15^{0})\text{V}$ ，调节电容 $C$ 至 8μF 时，平均功率 $P_{max}=100\ \text{W}$ 。

求：$R$、$L$ 的数值，及品质因数 $Q$ 。



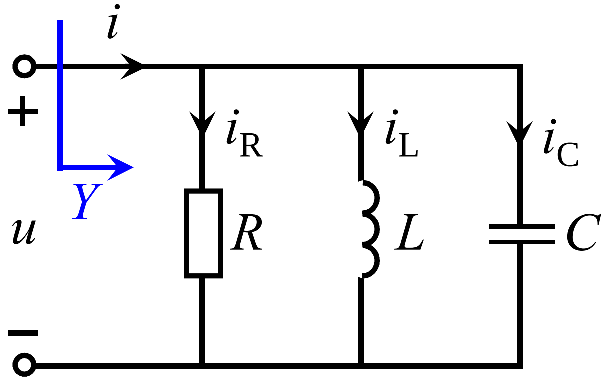

解：当平均功率取极大值时，电路产生串联谐振。

此时：$L=\dfrac{1}{w_0^2 C}=0.02\text{H}$

$$R=\frac{U^2}{P_{max}}=1\Omega$$

$$Q=\frac{w_0 L}{R}=50$$

## Ø 谐振（并联谐振）




ü 并联谐振：发生在 *RLC* 并联电路中的谐振。

ü （右图所示电路）正弦激励时，入端导纳为：

$$Y=\frac{1}{R}-j(\frac{1}{wL}-wC)=G-j(B_{\mathrm{L}}-B_{\mathrm{C}})$$

当 $\frac{1}{wL}=wC$ 时，$Y=G$，电路对外呈现纯电导特性。

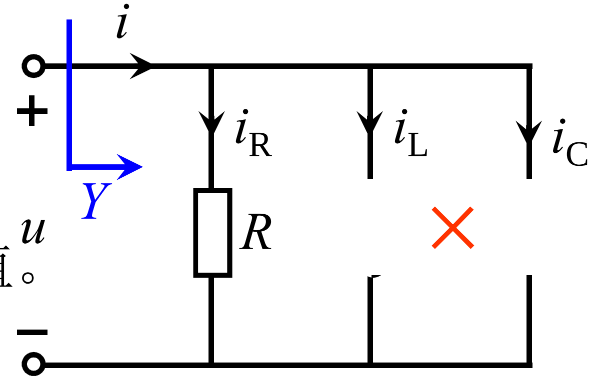
ü 谐振角频率 / 电路的固有频率：$w_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

ü 特征导纳：谐振时的电纳（感纳或容纳）：$r=\frac{1}{w_0 L}=w_0 C=\sqrt{\frac{C}{L}}$

ü 品质因数：谐振时的电纳（感纳或容纳）与电导之比：$Q=\frac{w_0 C}{G}=\frac{1}{w_0 LG}$

（电纳电流/电阻电流、电纳无功功率/电阻有功功率）

## Ø 谐振（并联谐振特点）




ü 纯电导特性，$LC$ 相当于断路。

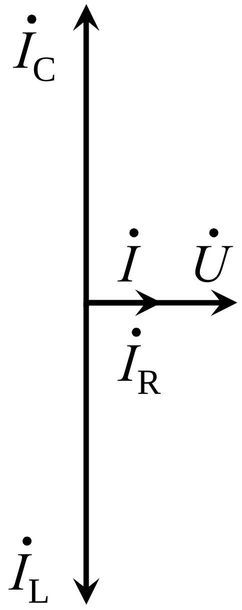
$$Y = Y_{\min} = G$$

电流 $I_R$ 和电压 $U$ 达极大值，电路消耗最大功率值。

ü 相量关系（右图）：

谐振时，$\dot{I}_L$ 和 $\dot{I}_C$ 大小相等，方向相反；

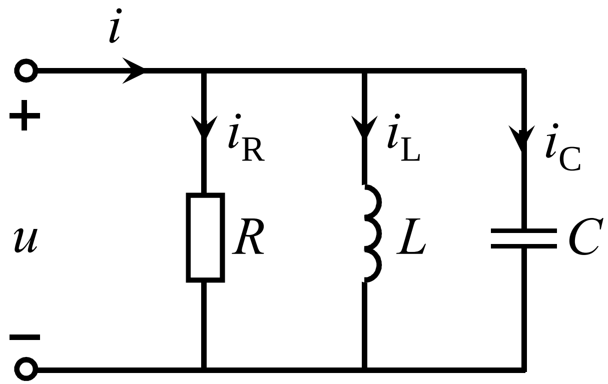
$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \dot{I}_R = \dot{U}G$$




ü 电感和电容电流可能很大，
但由于两者的无功电流正好抵消，
所以整体电路的无功分量为零。

ü 并联谐振 ~ 电流谐振

## Ø 谐振（并联谐振能量）




ü 定义：$u(t)=\sqrt{2}U\sin wt$

则并联谐振时的电容电压和电感电流分别为：

$$u_{\mathrm{C}}(t)=\sqrt{2}U\sin w_0 t$$

$$i_{\mathrm{L}}(t)=\sqrt{2}\frac{U}{w_0 L}\sin(w_0 t-90^{0})=-\sqrt{2}I_{\mathrm{L}}\cos w_0 t$$

因此，电容和电感上的能量分别为：

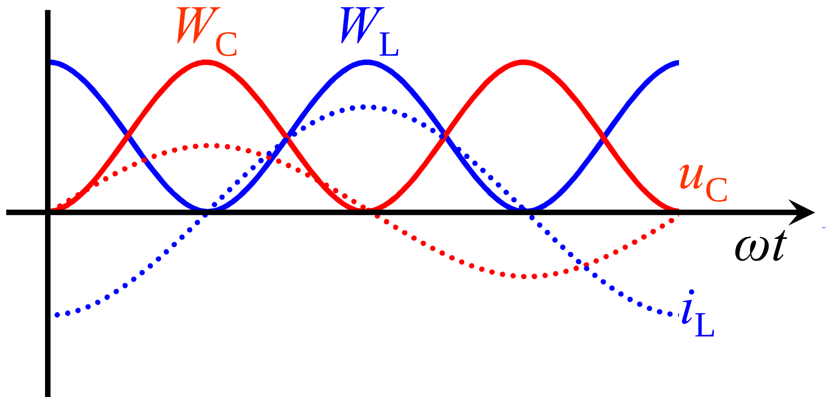
$$W_{\mathrm{C}}=\frac{1}{2}Cu_{\mathrm{C}}^2=CU^2\cdot\sin^2 w_0 t\quad ,\quad W_{\mathrm{L}}=\frac{1}{2}Li^2=LI_{\mathrm{L}}^2\cdot\cos^2 w_0 t$$

由于 $w_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$，所以：$CU^2=LI_{\mathrm{L}}^2$ （常数）

因此，总能量为：$W=W_{\mathrm{C}}+W_{\mathrm{L}}=CU^2=LI_{\mathrm{L}}^2$

## Ø 谐振（并联谐振能量图）

ü 电感（磁场）能量与电容（电场）能量的变化正好相反，但两者的（电磁场）能量和为常数。




$$u_C(t)=\sqrt{2}U\sin w_0 t$$

$$i_L(t)=-\sqrt{2}I_L\cos w_0 t$$

$$W_C=CU^2\cdot\sin^2 w_0 t$$

$$W_L=LI_L^2\cdot\cos^2 w_0 t$$

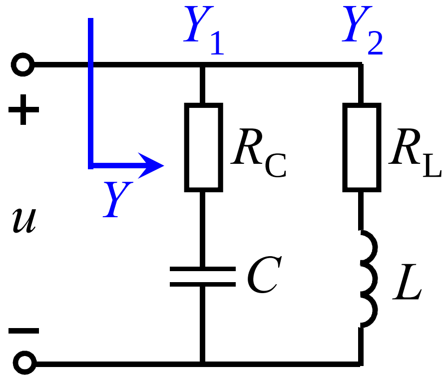
$$W=CU^2$$

ü 电感电容组成一个孤立的封闭系统，电感电容中的储能发生等量互相交换现象：电磁振荡。

ü 谐振电路 ~ 振荡电路

【例2.3】

右图所示电路，分析其谐振参数。



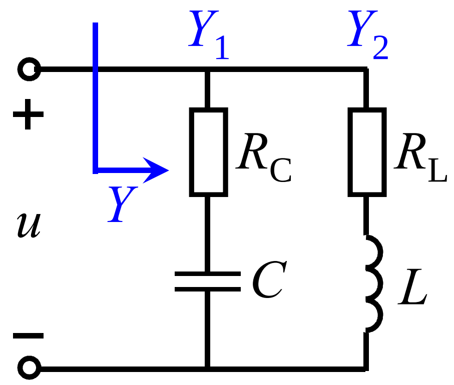

解：各支路导纳分别为：

$$Y_1=\frac{1}{R_C+\frac{1}{jwC}}=\frac{R_C-\frac{1}{jwC}}{R_C^2+(\frac{1}{wC})^2}\quad,\quad Y_2=\frac{1}{R_L+jwL}=\frac{R_L-jwL}{R_L^2+(wL)^2}$$

当 $\dfrac{\frac{1}{wC}}{R_C^2+(\frac{1}{wC})^2}=\dfrac{wL}{R_L^2+(wL)^2}$ 时，电路发生并联谐振。

谐振频率为：$w_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}\cdot\sqrt{\dfrac{\frac{L}{C}-R_L^2}{\frac{L}{C}-R_C^2}}$

（注意：$R_L^2$与$R_C^2$应同时大于或小于$\frac{L}{C}$,且不能等于$\frac{L}{C}$）




$$Y_1=\frac{1}{R_C+\frac{1}{jwC}}=\frac{R_C-\frac{1}{jwC}}{R_C^2+(\frac{1}{wC})^2}\quad,\quad Y_2=\frac{1}{R_L+jwL}=\frac{R_L-jwL}{R_L^2+(wL)^2}$$

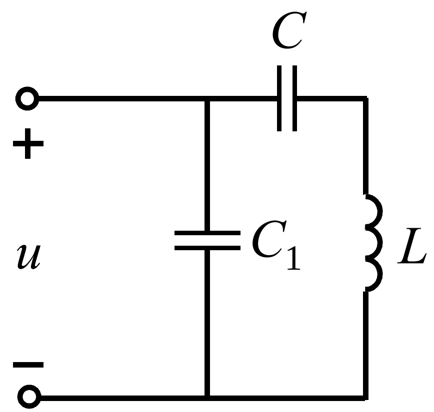
若 $R_L=R_C=\sqrt{\frac{L}{C}}$，则：$\frac{\frac{1}{wC}}{R_C^2+(\frac{1}{wC})^2}=\frac{wL}{R_L^2+(wL)^2}$

所以，$Y_1+Y_2=\frac{R_C}{R_C^2+(\frac{1}{wC})^2}+\frac{R_L}{R_L^2+(wL)^2}=\sqrt{\frac{C}{L}}$

即，针对任意频率均谐振。

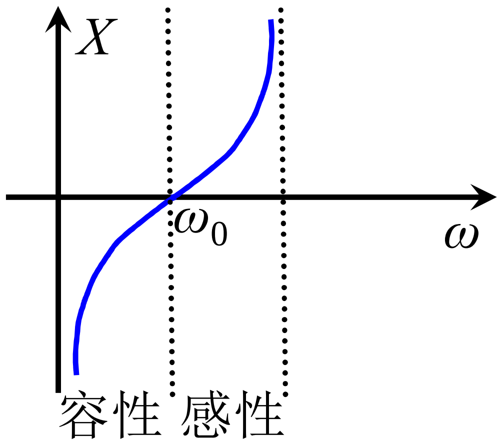
【例2.4】

右图所示电路，分析其谐振参数。



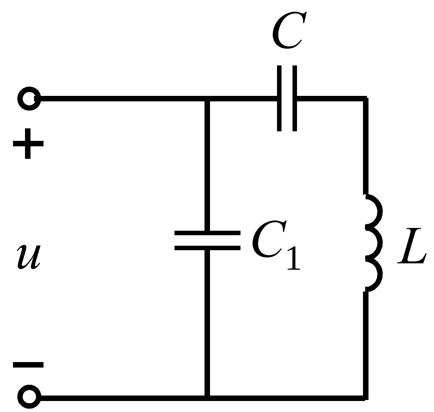

解：等效阻抗为$Z=jX=\dfrac{1}{jwC_1}//(jwL+\dfrac{1}{jwC})$

$$=-j\frac{\frac{1}{w}(w^2LC-1)}{w^2LCC_1-(C+C_1)}$$



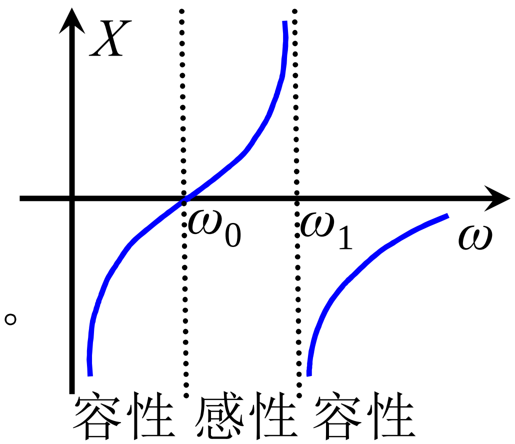

因此，当$w_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$时，电路发生串联谐振。

右图所示电路，分析其谐振参数。




解：等效导纳为$Y = jB = jwC_1 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{jwC} + jwL}$

$$= j\frac{w^2LCC_1 - (C + C_1)}{\dfrac{1}{w}(w^2LC - 1)}$$




因此，当$w_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L\dfrac{CC_1}{C + C_1}}}$ 时，电路发生并联谐振。

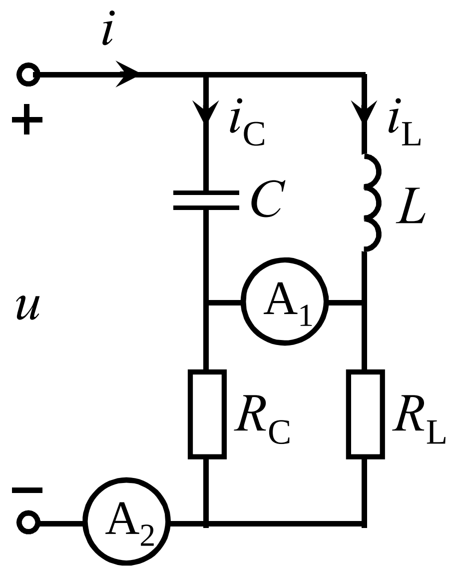
【例2.5】

右图所示电路。

已知：$U = 240\text{V}$， $L = 40\text{mH}$，$C = 1\mu\text{F}$ 。

（电流表内阻忽略不计）

求：谐振频率$\omega_0$，以及此时电流表 $A_1$ 、$A_2$ 的读数。




解：谐振时，$L$ 与 $C$ 发生并联谐振。

所以，谐振频率为：$w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 5000\text{rad/s}$

并联谐振时，$LC$ 支路对外相当于断路，所以电流表 $A_2$ 读数为零。

并联谐振时，$\dot{I}_L$和 $\dot{I}_C$ 大小相等，方向相反：

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{240}{5000 \times 40\text{m}} = 1.2\text{A}$$

即，电流表 $A_1$ 读数为 1.2A 。

$$I_C = \frac{U}{X_C} = 1.2\text{A}$$

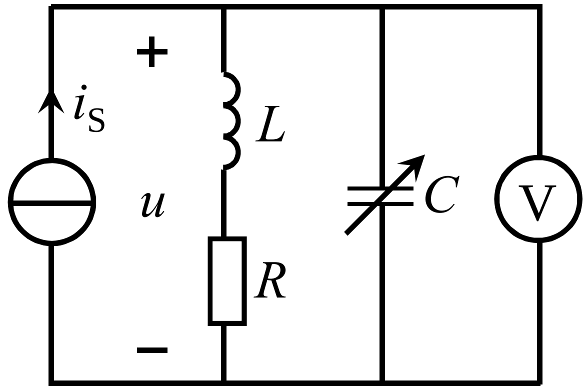
【例2.6】

右图所示电路（电容 $C$ 可调）。

已知：$i_S = \sqrt{2}\sin 1000t$ A，

当 $C = 50\mu F$ 时，电压表读数最大为 50V。

求：$R$、$L$ 的值。




解：$RLC$ 支路的等效导纳为：

$$Y = \frac{1}{R + jwL} + jwC = \frac{R}{R^2 + (wL)^2} - j\left(\frac{wL}{R^2 + (wL)^2} - wC\right)$$

当电压表读数为最大时，电路发生并联谐振。

$$\frac{R}{R^2 + (wL)^2} = \frac{I_S}{U} = \frac{1}{50}$$

$$\frac{wL}{R^2 + (wL)^2} = wC = 1000 \times 50\mu$$

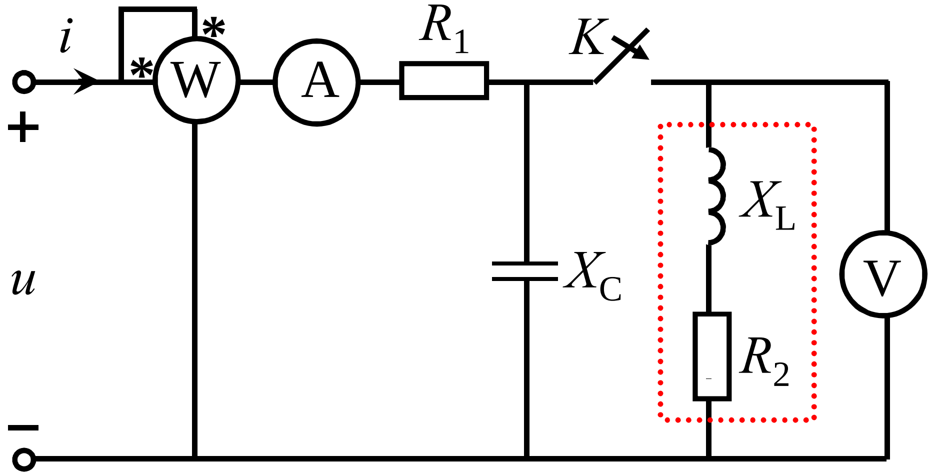
可求得：$R = 6.9\Omega$，$L = 17.24\text{mH}$。

【例2.7】

右下图所示正弦交流电路（端口电压不变）。

已知：当开关 $K$ 打开时电流表读数 10A，功率表读数 600W；
开关合上后，功率表读数 1000W，伏特表读数 40V，电流表读数不变。

求：$R_1$、$X_C$、$R_2$、$X_L$ 的值。

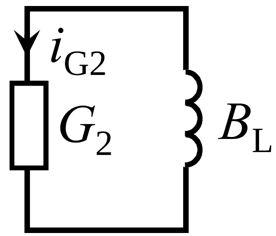



解：当开关 $K$ 打开时，

$$R_1 = \frac{P}{I^2} = \frac{600}{10^2} = 6\Omega$$

当开关 $K$ 闭合时，

将 $R_2$、$X_L$ 串联结构替换为 $G_2$、$B_L$ 并联结构（右示）。




由于：$P = I^2 R_1 + U^2 G_2 = 600 + 40^2 \cdot G_2$

可求得：$G_2 = 0.25\text{S}$，$I_{G2} = UG_2 = 40 \times 0.25 = 10\text{A}$

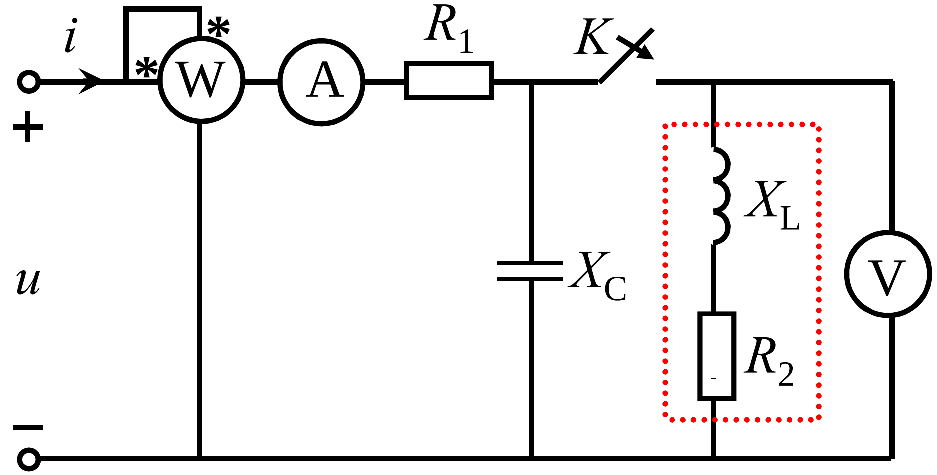
发现：$I_{G2}$ 的数值与电流表读数一致。

说明此时 $X_C$ 与 $B_L$ 发生并联谐振，即：$X_C = \dfrac{1}{B_L}$

右下图所示正弦交流电路（端口电压不变）。

已知：当开关 $K$ 打开时电流表读数 10A，功率表读数 600W；
开关合上后，功率表读数 1000W，伏特表读数 40V，电流表读数不变。

求：$R_1$、$X_C$、$R_2$、$X_L$ 的值。

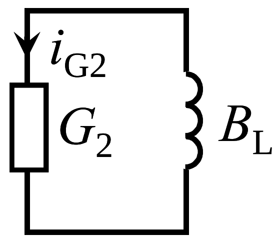



解：当开关 $K$ 闭合时，

$$U = U_{R1} + U_{G2}$$
$$= 60 + 40 = 100\text{V}$$

所以，当开关 $K$ 打开时，由于：

$$\sqrt{R_1^2 + X_C^2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{10} = 10$$




可求得：$X_C = 8\Omega$，$B_L = 0.125\text{S}$。

则，$R_2 = 3.2\Omega$，$X_L = 1.6\Omega$。

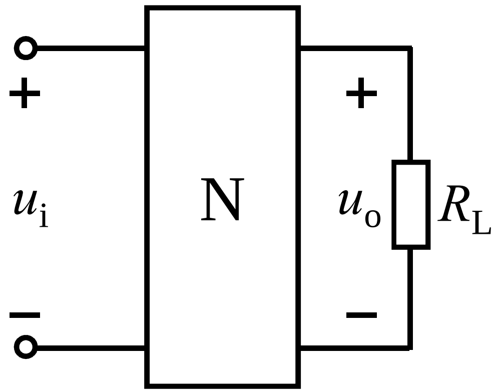
说明此时 $X_C$ 与 $B_L$ 发生并联谐振，即：$X_C = \dfrac{1}{B_L}$

【例2.8】

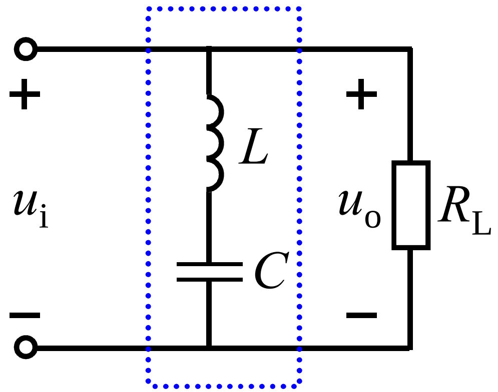
设计电路。

已知：$u_{\mathrm{i}} = \sqrt{2}U_{\mathrm{i1}}\sin(w_1 t + j_1) + \sqrt{2}U_{\mathrm{i2}}\sin(w_2 t + j_2)$
（$w_1 < w_2$）

要求：输出信号 $u_{\mathrm{o}}$ 中只包含频率$\omega_1$ 的信号。

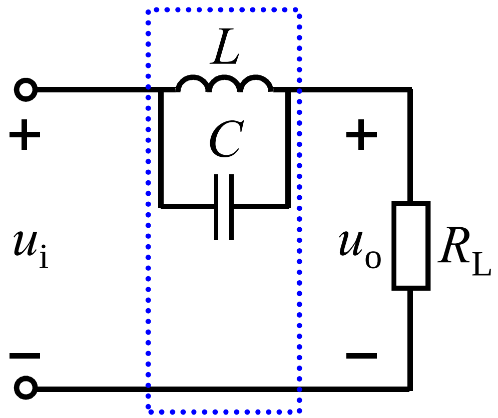



解：方案一（右图）




令$w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = w_2$， 即希望$\omega_2$的信号被短路。
不可行（电路故障）。

方案二（右图）



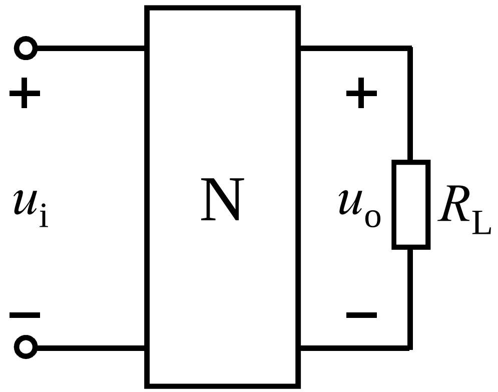

令$w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = w_2$， 即希望$\omega_2$的信号被断路。
可行（但$\omega_1$的信号被分压）。

设计电路。

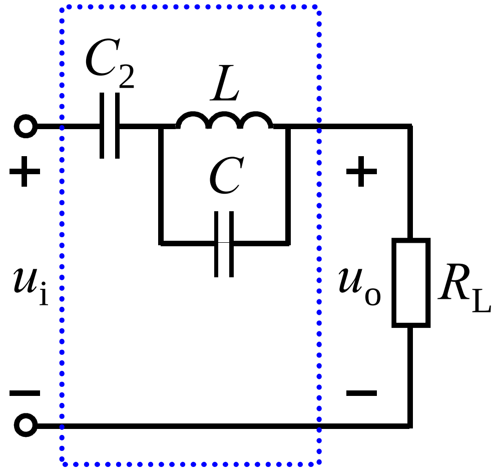
已知：$u_i = \sqrt{2}U_{i1}\sin(w_1 t + j_1) + \sqrt{2}U_{i2}\sin(w_2 t + j_2)$

（$w_1 < w_2$）

要求：输出信号 $u_o$ 中只包含频率$\omega_1$的信号。




解：方案三（右图）




令并联谐振 $w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = w_2$，即$\omega_2$的信号被断路。

令串联谐振：$Z = \dfrac{1}{jw_1 C_2} + jw_1 L // \dfrac{1}{jw_1 C} = 0$

即$\omega_1$的信号可以被短路（直接加至负载）。

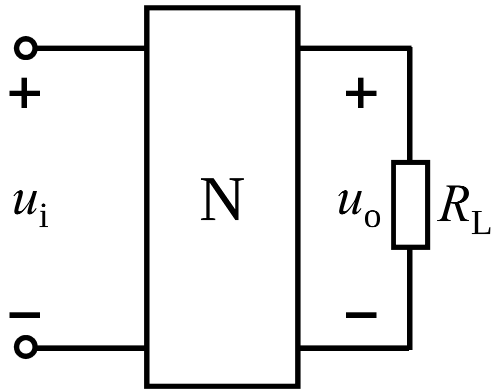
此时 $w_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L(C + C_2)}} < w_2$

*低通滤波器：滤去高频信号，获得低频信号。*

【例2.9】

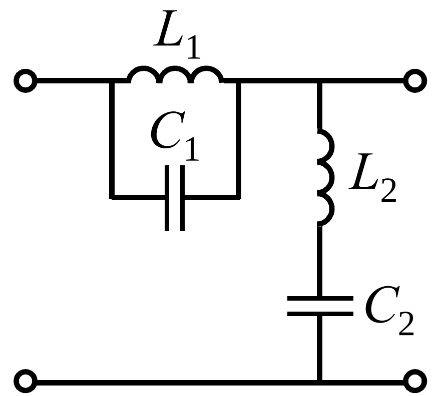
设计电路。

要求：输出信号 $u_o$ 中不包含频率$\omega_1$ 、$\omega_2$ 的信号。




解：右图方案。

令：$w_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$ 且 $w_2 = \dfrac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$




或：$w_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$ 且 $w_2 = \dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$

## 频率特性

- 电容、电感元件，对不同频率的正弦信号有不同的响应。

- 同一电路，只要激励源的频率不同（即使幅值和初相位均相同），就有可能获得不同的输出响应。

- 频率特性：仅当激励源频率变化时，输出响应随频率变化的关系。

## Ø 网络函数

ü 网络函数：单一激励源电路中，响应相量与激励源相量之比。

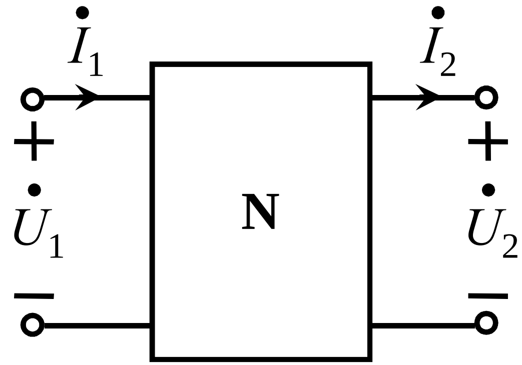
$$H(jw)=\frac{\text{响应相量}}{\text{激励源相量}}=|H(jw)|\angle j\,(jw)$$

ü 幅频特性：网络函数的模 $|H(jw)|$ 随 $\omega$ 的变化关系；

相频特性：网络函数的幅角 $j\,(jw)$ 随 $\omega$ 的变化关系。

<u>*网络函数是信号处理和控制系统中一个十分重要的概念。*</u>

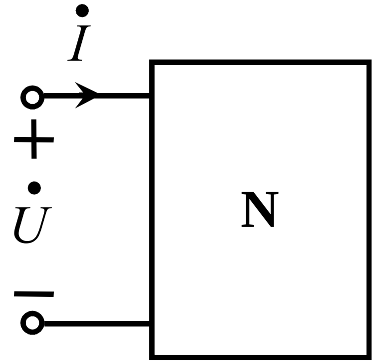
## 网络函数（转移函数）



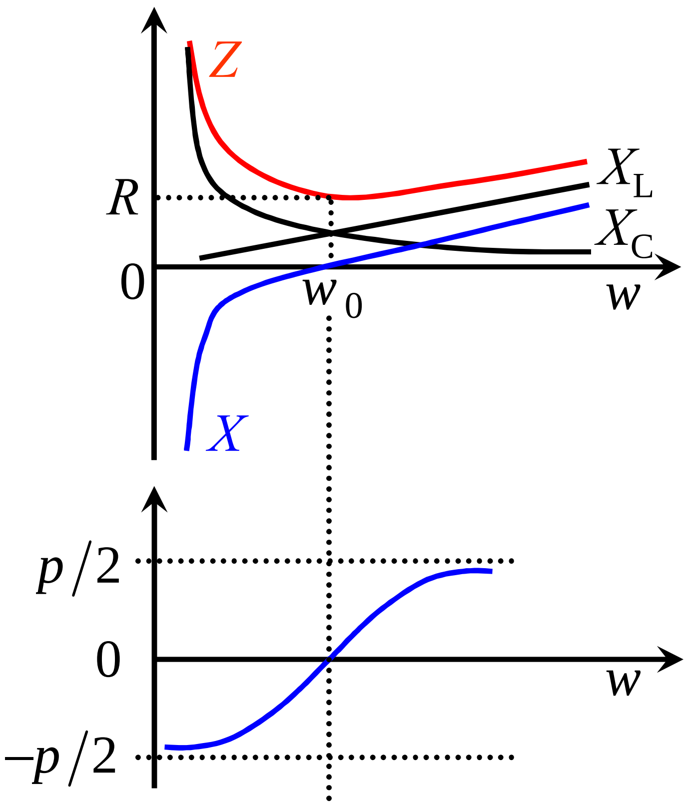

- 转移阻抗：$Z(j\omega)=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$
- 转移导纳：$Y(j\omega)=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$
- 转移电压比（电压传输比）：$A_{\mathrm{u}}(j\omega)=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
- 转移电流比（电流传输比）：$A_{\mathrm{i}}(j\omega)=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$

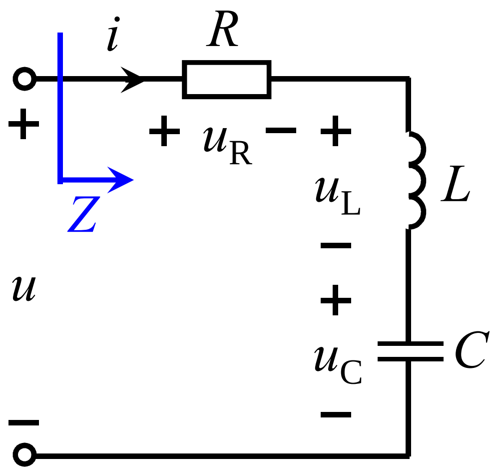
## Ø 网络函数（策动点/驱动点函数）

- ü 策动点阻抗/输入阻抗：$Z(j\omega)=\dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$
- ü 策动点导纳/输入导纳：$Y(j\omega)=\dfrac{\dot{I}}{\dot{U}}$



## Ø *RLC* 串联电路频率特性（阻抗）




$$X_L = \omega L$$

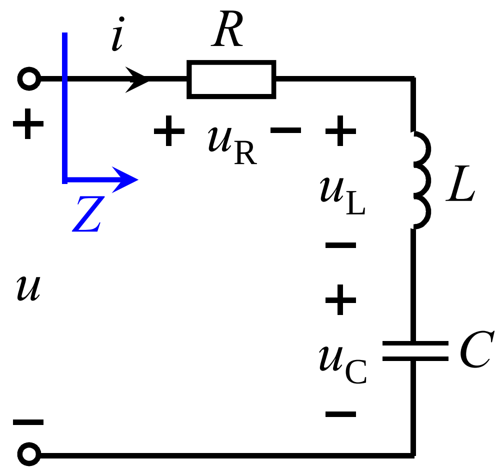
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi = tg^{-1}\frac{X}{R}$$

## RLC 串联电路频率特性（电流）




$$I(\omega)=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$=\frac{U/R}{\sqrt{1+\frac{1}{R^2}(\omega_0 L\cdot\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{1}{\omega_0 C}\cdot\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$=\frac{I(\omega_0)}{\sqrt{1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

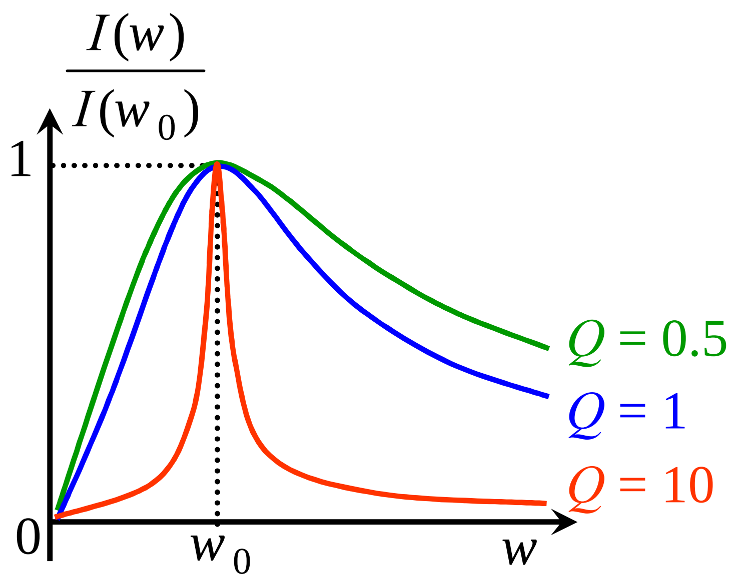
$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{\dot{U}}{R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})}$$

$I(\omega_0)=\dfrac{U}{R}$ 谐振最大电流 $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

- 通用电流谐振曲线：$\dfrac{I(\omega)}{I(\omega_0)}=\dfrac{1}{\sqrt{1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 CR}$$

## Ø *RLC* 串联电路频率特性（选频）




ü 当$\omega = \omega_0$ 时，电流达极大值 $I_0$ 。

ü $Q$ 值越大，谐振曲线越尖；

电路对非谐振频率$\omega_0$ 以外的信号具有较强的抑制能力；

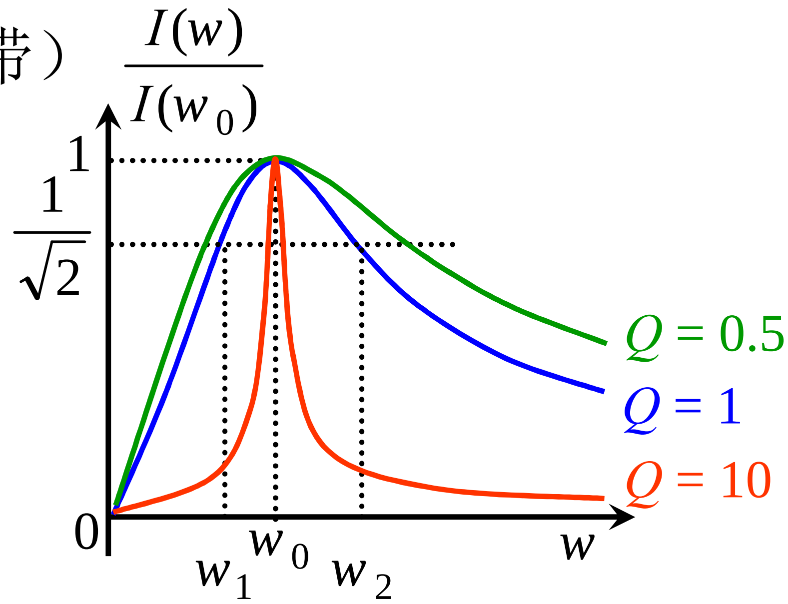
电路的频率选择性好。

ü $Q$ 值是反映谐振电路性质的一个重要指标。

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{I(w)}{I(w_0)} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w})^2}} \qquad Q = \frac{w_0 L}{R} = \frac{1}{w_0 CR}$$

## Ø *RLC* 串联电路频率特性（通频带）




- 通频带：两个半功率点的频率范围。（信号降至极值的$\frac{1}{\sqrt{2}}$）

$$w_1 = \sqrt{\left(\frac{w_0}{2Q}\right)^2 + w_0^2} - \frac{w_0}{2Q}$$

$$w_2 = \sqrt{\left(\frac{w_0}{2Q}\right)^2 + w_0^2} + \frac{w_0}{2Q}$$

- 通频带：$B = w_2 - w_1 = \frac{w_0}{Q}$ 或 $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$

- $Q$ 值 ~ 通频带

$$\frac{I(w)}{I(w_0)} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

<u>半功率带宽、（-3dB）带宽</u>

<u>通讯系统中应用</u>

【例2.10】

右图所示（通讯）信号接收电路。

已知：$R = 10\Omega$，$L = 250\mu H$，

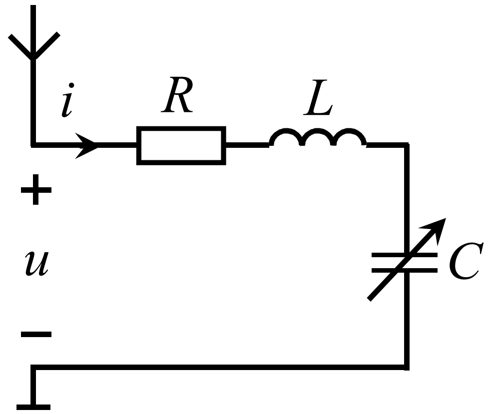
电台信号 $f = 990kHz$，$U = 100mV$。

问，通过此电路的串联谐振方式进行信号接收时：

（1）应将电容 $C$ 调节为多大？

（2）品质因数 $Q$ 为多少？

（3）若附近有 950kHz，100mV 的杂波信号，分析对接收的影响。




解：（1）调节电容 $C$，使电路在 990kHz 产生串联谐振。

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = 103.38\text{pF}$$

（2）

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = 155.5 \qquad I_0 = \frac{U}{R} = \frac{100\,\text{m}}{10} = 10\,\text{mA}$$

（3）杂波信号电流：$I = \dfrac{I_0}{\sqrt{1+Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = 0.078 \cdot I_0$

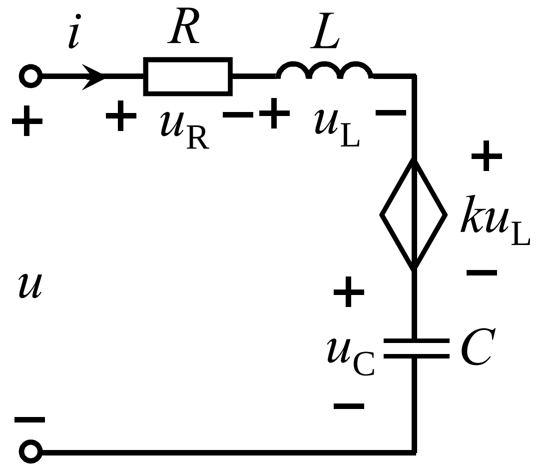
所以，对接收的影响不大。

【例2.11】

右图所示电路。

已知：电阻 $R$、电感 $L$、通频带 $B$、品质因数 $Q$。

求：电容 $C$ 及控制系数 $k$。




解：根据 $\dot{U}=\dot{U}_{\rm R}+\dot{U}_{\rm L}+k\dot{U}_{\rm L}+\dot{U}_{\rm C}$

$$=\dot{I}(R+jwL+jkwL+\frac{1}{jwC})$$

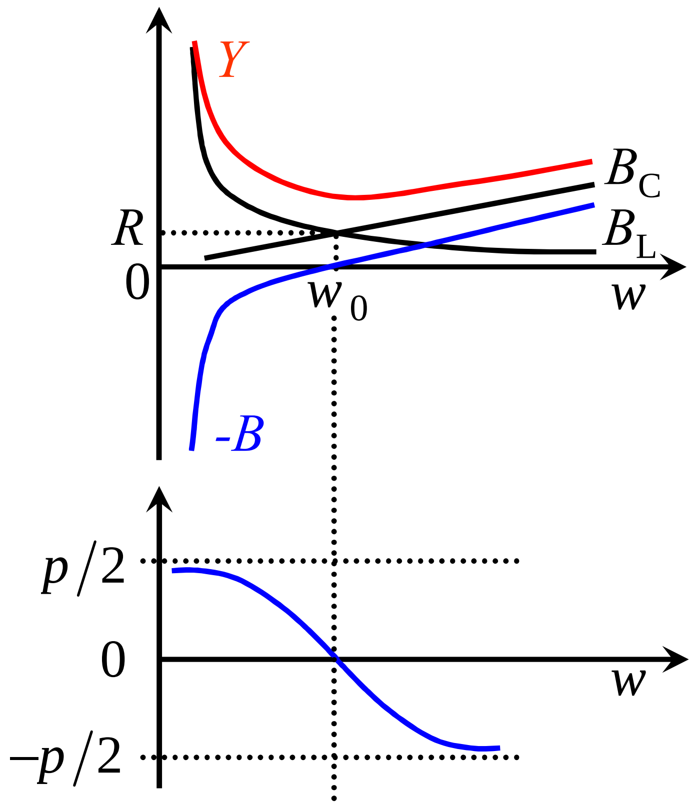
可得谐振频率的表达式：$w_0=\dfrac{1}{\sqrt{(1+k)LC}}$

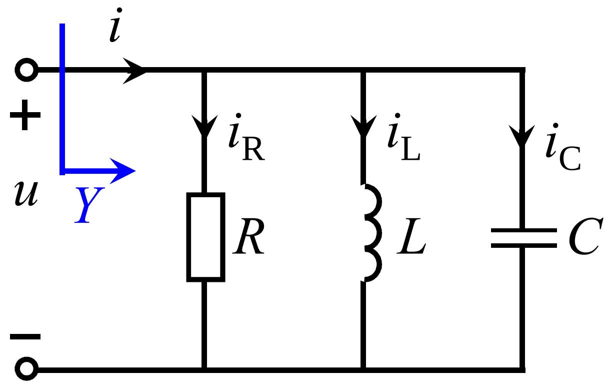
再根据：$\begin{cases} w_0=BQ \\ Q=\dfrac{w_0(1+k)L}{R}=\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{(1+k)L}{C}} \end{cases}$，即可求得 $C$ 及 $k$。

例：$R=10\Omega$、$L=100\mathrm{mH}$、$\Delta f=10\mathrm{Hz}$、$Q=80$；

可求得：$C=0.249\mu\mathrm{F}$、$k=0.592$。

## Ø *RLC* 并联电路频率特性（导纳）




$$B_C = wC$$

$$B_L = \frac{1}{wL}$$

$$-B = wC - \frac{1}{wL}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (-B)^2}$$

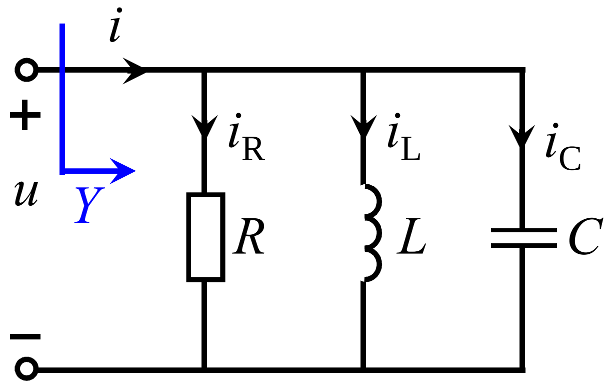
$$j = tg^{-1}\frac{(-B)}{G}$$

## Ø *RLC* 并联电路频率特性（电压）

$$U(\omega)=\frac{I}{\sqrt{G^2+(\omega C-\frac{1}{\omega L})^2}}$$

$$=\frac{I/G}{\sqrt{1+\frac{1}{G^2}(\omega_0 C\cdot\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{1}{\omega_0 L}\cdot\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$=\frac{U(\omega_0)}{\sqrt{1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$




$$\dot{U}=\frac{\dot{I}}{Y}=\frac{\dot{I}}{G+j(\omega C-\frac{1}{\omega L})}$$

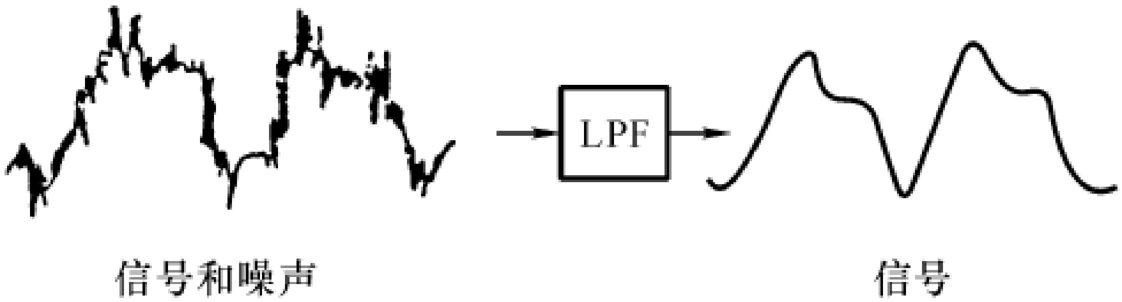
$U(\omega_0)=\dfrac{I}{G}$ 谐振最大电压 $\quad \omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

ü 通用电压谐振曲线： $\dfrac{U(\omega)}{U(\omega_0)}=\dfrac{1}{\sqrt{1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$ $\quad Q=\dfrac{\omega_0 C}{G}=\dfrac{1}{\omega_0 LG}$

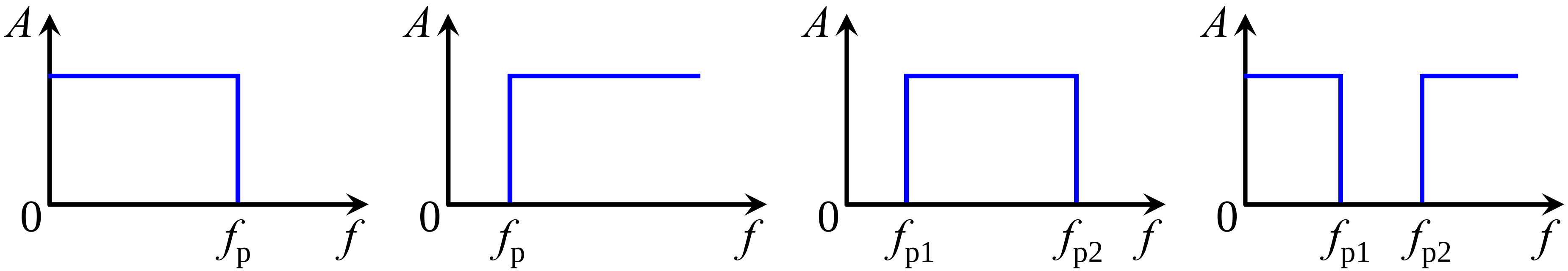
*有关选频、通频带特性，参前述电流 ...*

# v 滤波器

ü 滤波器：让指定频段的信号通过，而将其余频段上的信号加以抑制，或使其急剧衰减。
（选频电路）

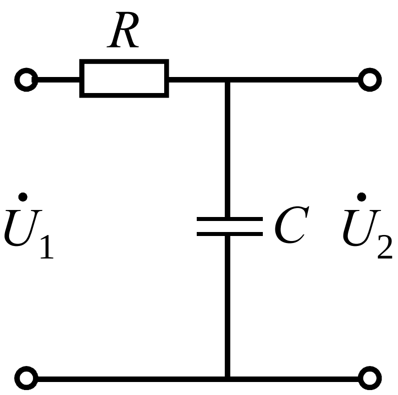



ü 常见分类方法：
低通（LPF）、高通（HPF）、带通（BPF）、带阻（BEF）。




ü 无源滤波器：由电阻、电容和电感等无源元件组成。

## Ø 无源低通滤波器



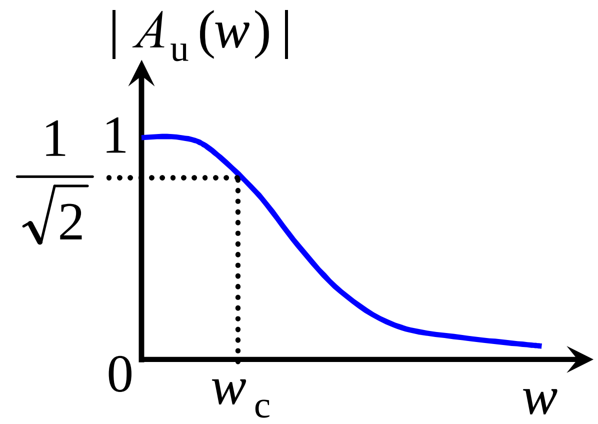

ü 电压传输比：

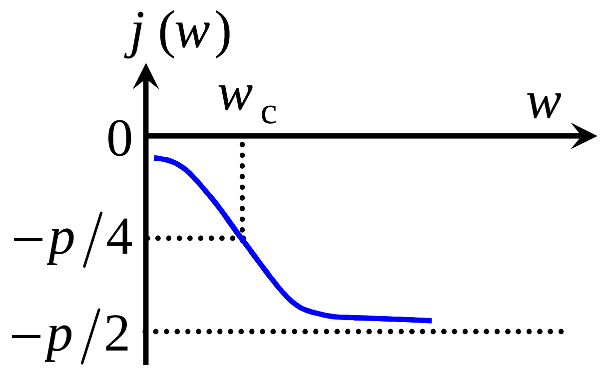
$$A_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{1+j\omega RC}$$

ü 截止频率：$\omega_c=\dfrac{1}{RC}$

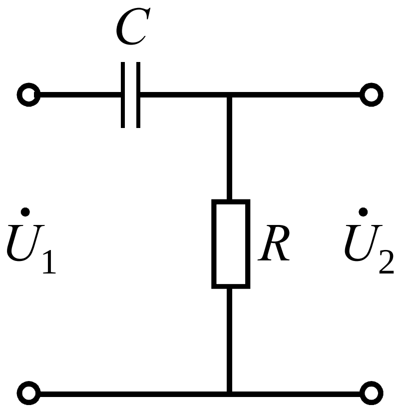
幅值：$$|A_u(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^2}}$$

相位：$$\varphi(\omega)=-tg^{-1}(\omega RC)=-tg^{-1}(\frac{\omega}{\omega_c})$$



# Ø 无源高通滤波器



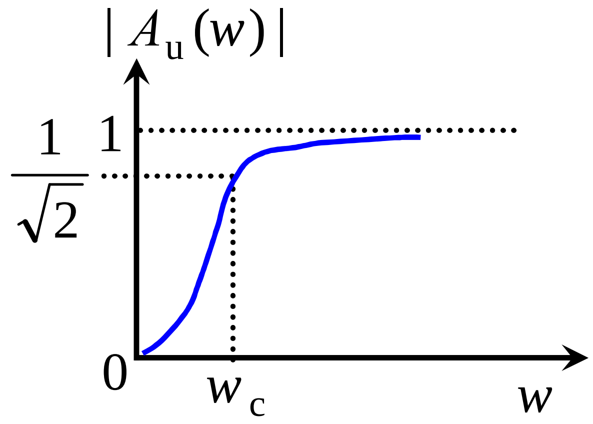

ü 电压传输比：

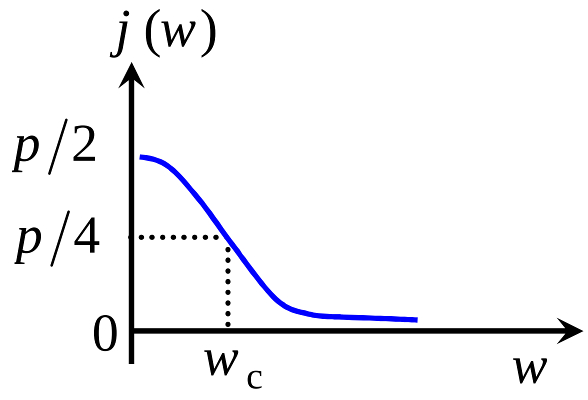
$$A_u(jw)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R}{R+\frac{1}{jwC}}=\frac{1}{1+\frac{1}{jwRC}}$$

ü 截止频率：$w_c=\dfrac{1}{RC}$

幅值：$|A_u(w)|=\dfrac{wRC}{\sqrt{1+(wRC)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+(\frac{w_c}{w})^2}}$

相位：$j(w)=tg^{-1}(\dfrac{1}{wRC})=tg^{-1}(\dfrac{w_c}{w})$



## Ø 无源带通滤波器

ü 电压传输比：

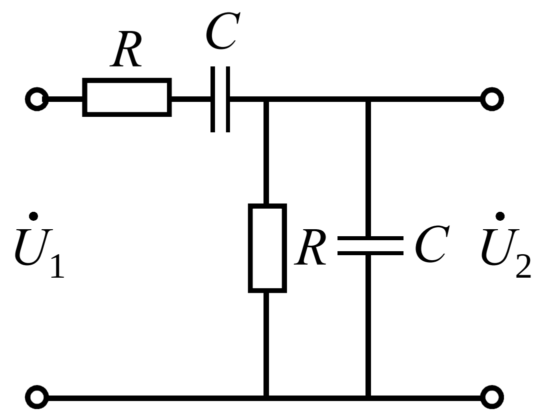
$$A_u(jw)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{1}{3+j(wRC-\frac{1}{wRC})}$$

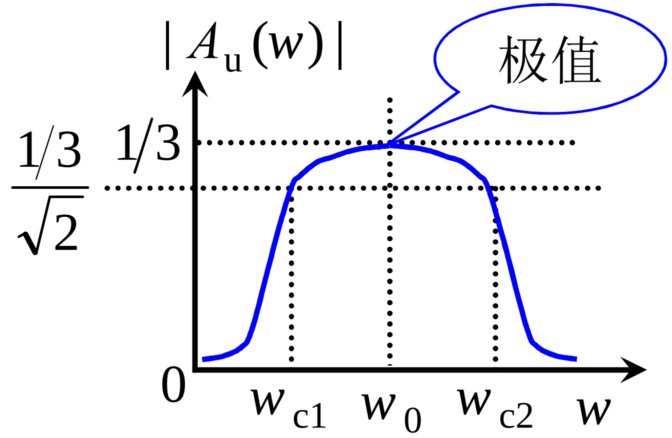
ü 中心频率：$w_0=\frac{1}{RC}$

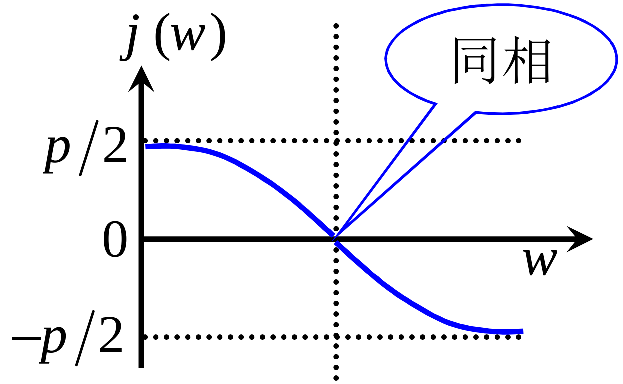
幅值：$|A_u(w)|=\frac{1}{\sqrt{3^2+(\frac{w}{w_0}-\frac{w_0}{w})^2}}$

相位：$j(w)=-tg^{-1}(\frac{\frac{w}{w_0}-\frac{w_0}{w}}{3})$

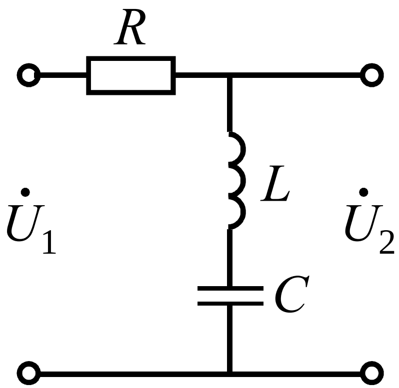
ü 通频带：$\Delta w=w_{c2}-w_{c1}$



## Ø 无源带阻滤波器

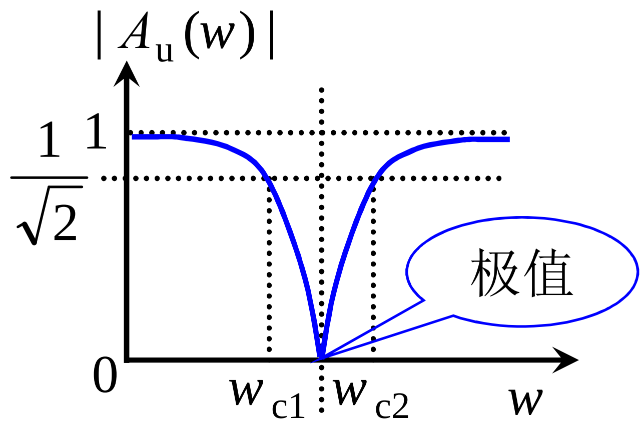



ü 电压传输比：

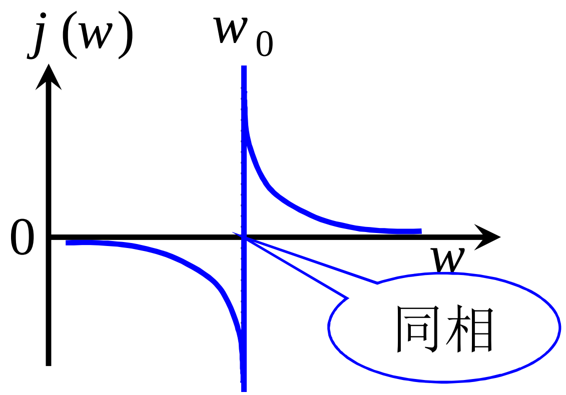
$$A_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{j(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}{R+j(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}$$

ü 中心频率：$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$， 品质因数：$Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}$

幅值：$|A_u(\omega)|=\dfrac{Q\cdot(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega})}{\sqrt{1+Q^2(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega})^2}}$




相位：$\varphi(\omega)=tg^{-1}(\dfrac{1}{Q(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega})})$




ü 阻带： $\Delta\omega=\omega_{c2}-\omega_{c1}$

## 本节作业

- 习题 5（P248）
  27、28（谐振）

*<u>所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。</u>*

## v 本节作业

- ü 习题 6（P298）

  21（频率特性）

  22（无源滤波）

- ü 题22：传递函数（电压传输比）

*所有的题目，需要有解题过程（不是给一个答案即可）。*