

《微积分(甲Ⅱ)》课程简介和教学大纲

课程代码: 821T0160

课程名称: 微积分 (甲Ⅱ)

学分: 5.0

周学时 4-2 (其中 1 节习题课由助教分小班上课)

面向对象: 本科一年级, 全校除数学专业理学类、工学类或社科类等

预修课程要求: 微积分 (甲) I

一、课程介绍 (100-150 字)

(一) 中文简介

《微积分》是以函数为研究对象, 运用极限手段 (如无穷小与无穷逼近等极限过程), 分析处理问题的一门数学学科, 学时数为 96 学时. 教学内容有: 无穷级数、矢量代数与空间解析几何、多元函数的微分学、多元函数的积分学、场论初步. 课程将采用讲授与讨论相结合的方法.

(二) 英文简介

《Calculus》 is a mathematical subject, which studies the functions, applies the method of limits (i.e. limit process like infinitesimals and infinite approximation) to analyze and deal with issues, with 96 class hours. The teaching content includes: infinite series, Vector Algebra and Analytic Geometry in Space, Differential Calculus of Multivariable Functions and its Applications, integral calculus of Multivariable functions and its appliances, field theory.

The Methods of discussion and case study will be used in this course, and the capacity of quick-primary policy analysis will be emphasized.

二、教学目标

(一) 学习目标

通过本课程的教学, 使学生掌握微积分学的基本概念、基本理论、基本方法和具有比较熟练的运算技能, 为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的数学基础; 并使学生受到高等数学的思想方法熏陶和运用它们解决实际问题的基本训练; 培养学生具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力以及综合运用所学知识进行分析、解决实际问题的能力.

(二) 可测量结果

第一部分 无穷级数

1. 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.
2. 掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件.
3. 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法，会用根值判别法.
4. 掌握交错级数的莱布尼茨判别法.
5. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念，以及绝对收敛与条件收敛的关系.
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念.
7. 理解幂级数的收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.
8. 了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质（和函数的连续性、逐项微分和逐项积分），会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和.
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.
10. 掌握 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林展开式，会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数.
11. 了解傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理，会将定义在 $[-l, l](l>0)$ 上的函数展开为傅里叶级数，会将定义在 $[0, l](l>0)$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数，会写出傅里叶级数的和的表达式.

第二部分 向量代数和空间解析几何

1. 理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示.
2. 掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），了解两个向量垂直、平行的条件.
3. 理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.
4. 握平面方程和直线方程及其求法.
5. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角，并会利用平面、直线的相互关系（平行、垂直、相交等）解决有关问题.
6. 会求点到直线以及点到平面的距离.
7. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念.
8. 了解常用二次曲面的方程及其图形，会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程.

第三部分 多元函数微分学

1. 理解多元函数的概念, 理解二元函数的几何意义.
2. 了解二元函数的极限与连续性的概念, 以及有界闭区域上连续函数的性质.
3. 理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分, 了解全微分存在的必要条件和充分条件, 了解全微分形式的不变性.
4. 理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法.
5. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.
6. 了解隐函数存在定理, 会求多元隐函数的偏导数.
7. 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.
8. 了解二元函数的二阶泰勒公式.
9. 理解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些简单的应用问题.

第四部分 多元函数积分学

1. 理解二重积分的概念, 了解二重积分的性质, 了解二重积分的中值定理.
2. 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标和一般坐标).
3. 理解三重积分的概念, 了解重积分的性质, 了解二重积分的中值定理.
4. 掌握 计算三重积分(直角坐标、柱面坐标、球面坐标).
5. 理解两类曲线积分的概念, 了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系.
6. 掌握计算两类曲线积分的方法.
7. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径元关的条件, 会求全微分的原函数.
8. 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系, 掌握计算两类曲面积分的方法, 会用高斯公式、斯托克斯公式计算曲面、曲线积分.
9. 了解散度与旋度的概念, 并会计算.
10. 会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量(平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功及流量等).

三、课程要求

(一) 授课方式与要求

授课方式: 课堂教学配合多媒体教学, 教师在基本符合下列课时安排的基础上, 可视教学进度做适当修正.每学期 16 周, 每周 4+2 学时, 共授课 96 学时, 其中: 每周 1 个课时分小

班由助教上习题课.

课程要求: 通过本课程的教学,使学生掌握微积分学的基本概念、基本理论、基本方法和具有比较熟练的运算技能,为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的数学基础.

(二) 考试评分与建议

微积分(甲II)的总评成绩由平时成绩与期末成绩组成.

其中平时成绩由三部分构成:

- (1) 安排一次期中考试,由任课教师组织阅卷评分;期中考试成绩占总评成绩的 15%;
- (2) 安排 3 次左右阶段性课堂练习,由任课教师与助教自行组织和评分,课堂练习和学生到课率占总评成绩的 15%;
- (3) 平时作业、课堂提问、习题课与讨论课表现等,占总评成绩的 20%;

期末考试统一命题,统一阅卷,以闭卷形式组织考试、期末成绩占总评成绩的 50%.

四、教学安排

(一) 无穷级数 (20)

1. (5+3) 数项级数(收敛、发散、和)的概念.级数收敛的必要条件,收敛级数的线性运算.正项级数的收敛性判别法(比较判别法、比值判别法、根值判别法及其极限形式),几何级数与“ P -级数”的收敛性.交错级数的莱布尼兹判别法及其余项估计.绝对收敛与条件收敛的概念,绝对收敛与收敛的关系.绝对收敛级数的性质.

2. (5+3) 函数项级数的收敛点、收敛域及和函数的概念.幂级数收敛性的阿贝尔(Abel)定理,幂级数的收敛半径存在定理(不证).幂级数的收敛半径,收敛区间及收敛域的求法.幂级数在其收敛区间内和函数的基本性质:连续性、逐项积分与逐项求导(不证),幂级数的四则运算,幂级数求和函数,函数展开为幂级数(即泰勒级数展开)的唯一性,条件及展开方法.常用基本函数的麦克劳林(Maclaurin)展开式,泰勒展开在近似计算等方面的应用.

3. (3+1) 三角级数的概念,三角函数系及其正交性,函数的傅里叶级数展开,狄里克雷收敛性定理.函数展开成正弦级数、余弦级数.

(二) 矢量代数与空间解析几何 (14)

1. (4+2) 矢量(向量)的概念及其几何表示,矢量的运算(加法、数乘、点乘和叉乘等)及其几何意义.空间直角坐标系,两点间的距离,矢量的坐标表示,用矢量的坐标表示作运算.两个矢量垂直与平行(共线)的条件.三矢量的混合积及其几何意义,三矢量共面的条件.

2. (5+3) 平面方程,直线方程的几种形式,平面和直线相互的位置关系判断.曲面方

程的概念,常用的球面、柱面、锥面及旋转面的方程.空间曲线的一般方程与参数方程,空间曲线向坐标平面投影的投影柱面和投影曲线方程.二次曲面的标准方程及其图形.

(三) 多元函数的微分学 (22)

1. (3+1) n 维欧氏空间相关概念,多元函数的概念,多元函数(特别是二元函数)的极限与连续性的概念,在有界闭区域上连续函数的性质:有界性、最大最小值定理、介值定理等(均不证).

2. (7+3) 偏导数的概念及其几何意义.高阶偏导数的概念,混合偏导数与求导次序无关的定理.全增量公式,复合函数的求导法(链式法则).隐函数存在定理(不证)及隐函数的求导法.全微分的概念及算法.函数可微与函数偏导数存在、函数连续等的相互关系.一阶微分形式的不变性.利用全微分作近似计算或误差估计等.

3. (4+2) 二元函数泰勒定理.多元函数的极值概念,多元函数极值存在的必要条件,二元函数极值存在的充分条件.最大(小)值的求法.条件极值概念与拉格朗日(Lagrange)乘数法.空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线.

4. (3+1) 向量函数、向量场的概念及其极限、连续和导数等概念与意义.方向导数和梯度的概念及其算法.

(四) 多元函数的积分学 (40)

1. (5+3) 二重积分的概念及其几何意义与物理意义,二重积分的基本性质(包括积分中值定理),二重积分的算法(在直角坐标、极坐标系下).二重积分的一般变量替换法(不证).二重积分在几何上(平面图形面积、立体体积等)和物理上(平面薄片的质量、转动惯量、重心等)的应用.

2. (4+2) 三重积分的概念与性质,三重积分的算法(在直角坐标、柱坐标、球坐标系下).三重积分的一般变量替换法(不证).三重积分的应用(立体的体积、物体的质量、重心、转动惯量及引力等).

3. (7+3) 空间曲线的弧长,第一类曲线积分的概念及计算方法.变力沿曲线作功,第二类曲线积分的概念及其计算方法.格林(Green)公式,平面曲线积分与路径无关的条件.平面非单连通区域上的曲线积分及循环常数.两类曲线积分的应用(曲线构件的质量、转动惯量、重心等以及力场沿曲线所作的功等)

4. (8+4) 曲面面积,第一类曲面积概念及计算方法.矢量场的流量,第二类曲面积分的概念及计算方法.高斯(Gauss)公式,斯托克斯(Stokes)公式,空间曲线积分与路径无关的条

件.两类曲面积分的应用（曲面面积、曲面片的质量、转动惯量和重心等以及矢量场通过曲面的流量等）.

5. (3+1) 矢量场的流量与散度的概念及其计算方法. 矢量场的环流量与旋度的概念及其计算方法. 有势场、无源场及调和场的概念与性质.

计算方法. 有势场、无源场及调和场的概念与性质.

五、参考教材及相关资料

参考教材:

- (1) 《微积分》，卢兴江、陈锦辉、戴俊飞、蔡云编，高等教育出版社，2018 年 8 月.
- (2) 《微积分》，苏德矿、吴明华、金蒙伟、杨起帆，高等教育出版社 2000 年 7 月.
- (3) 《微积分》，吴迪光、张彬，浙江大学出版社，1995 年 7 月.
- (4) 《高等数学》，同济大学数学教研室，高等教育出版社，1999 年 7 月.

相关资料:

- (1) 《高等数学习题课 28 讲》，苏德矿、应文隆、卢兴江、吴明华，中南大学出版社 2018 年 3 月.
- (2) 《高等数学学习辅导讲义》，苏德矿、应文隆等，浙江大学出版社 2015 年 10 月.

选读材料:

- (1) 《高等数学》(2、3 卷) 居余马 葛严麟主编 清华大学出版社 1996 年 8 月.
- (2) 《简明微积分》(第二版) 龚升 张声雷编 中国科技大学出版社 1993 年 7 月.
- (3) 《数学分析》(上、下) 华东师范大学数学系编 高等教育出版社 1996 年 3 月.

推荐英文书目:

- (1) CALCULUS 工科微积分(上下册) (双语版) (高等学校理工科数学类规划教材)编者:王立冬 周文书 大连理工大学出版社 2009 年 02 月.
- (2) 《高等微积分》(英文版) (美) Patrick M、 Fitzpatrick (马里兰大学) 著, 机械工业出版社 2005 年 5 月.

六、课程教学网站:

将通过校内网络提供必要的课件和文字材料链接

<http://metc.zju.edu.cn/wjf/>