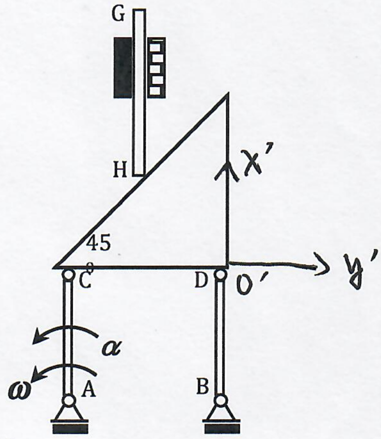
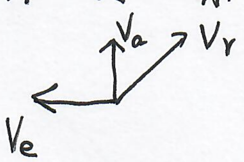
1. 图示机构中，杆 AC 与 BD 长均为 r 带动三角形板运动，进而推动直杆 GH。图示时刻 AC 位置铅直，角速度ω，角加速度α。试求此时 GH 杆的速度和加速度。




解：三角形平动 建立动系，动点为H

速度



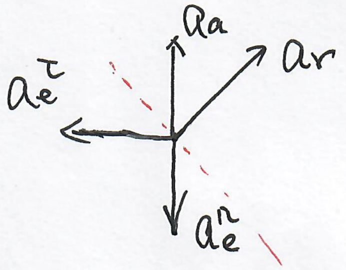

$$\vec{V_a}=\vec{V_e}+\vec{V_r}$$

$$V_e=\omega r$$

$$V_a=\omega r$$

$$V_r=\sqrt{2}\omega r$$

加速度 $a_a=a_e+a_r$ 平动无科氏加速度.




$$a_e^n=\omega^2 r$$

$$a_e^\tau=\alpha r$$

其中 $a_r$ 与 $a_a$ 大小未知，沿着与 $a_r$ 垂直的方向进行分解，可得.

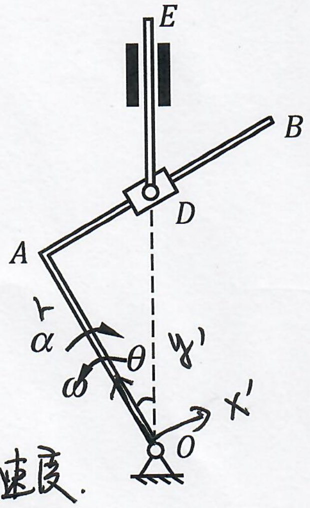
$$a_a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=a_e^\tau\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-a_e^n\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

所以 $a_a=a_e^\tau-a_e^n$

$$=\alpha r-\omega^2 r.$$

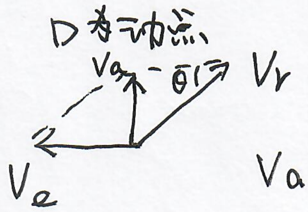
(合成运动).

2. 折杆 $OAB$ 以 $w$、$a$ 绕 $O$ 转动，设 $OA=r$，$OA\perp AB$，若以套筒 $D$ 为动点，折杆 $OAB$ 为动系，求图示瞬时套筒 $D$ 的牵连速度、相对速度、科氏加速度和绝对加速度。




解：建立如图 $ox'y'$ 动系，动系定轴转动

D为动点



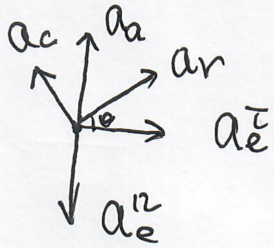

$$\vec{V_a} = \vec{V_e} + \vec{V_r}$$

$$V_e = \omega|OD| = \frac{\omega r}{\cos\theta}$$

$$V_a = V_e\tan\theta = \frac{\omega r\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

$$V_r = \frac{V_e}{\cos\theta} = \frac{\omega r}{\cos^2\theta}$$

加速度 $a_a = a_e + a_r + a_c$ 有科氏加速度.




$$a_e^n = \omega^2|OD| = \frac{\omega^2 r}{\cos\theta}$$

$$a_e^\tau = \alpha|OD| = \frac{\alpha r}{\cos\theta}$$

$a_r$ 未知

$$a_c = 2\omega V_r = \frac{2\omega^2 r}{\cos^2\theta}$$

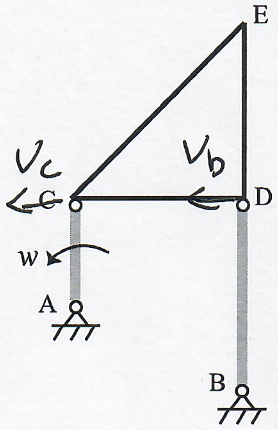
$a_a$ 未知

沿着与 $a_r$ 垂直方向分解可得.

$$a_a\cos\theta = -a_e^n\cos\theta - a_e^\tau\sin\theta + a_c$$

得 $a_a = -\frac{\omega^2 r}{\cos\theta} + \frac{2\omega^2 r}{\cos^3\theta} - \frac{\alpha r\sin\theta}{\cos^2\theta}$.

3. 图示机构中，杆 $AC$ 长 $0.5l$，$CD$、$BD$ 长为 $l$，杆 $AC$ 以匀角速度 $\omega$ 带动等腰直角三角形板 CDE 运动。图示时刻 $AC$ 和 $BD$ 位置均铅直，试求此时三角形板上点 $E$ 的速度和加速度。




解：C、D速度如图所示

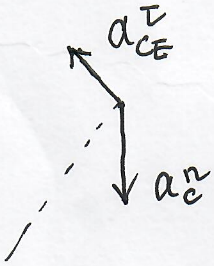
因此CDE瞬时平动

$V_E=V_D=V_C=\frac{wl}{2}$

CDE $w_0=0$

C点加速度 $a_C^n=w^2\cdot\frac{l}{2}$

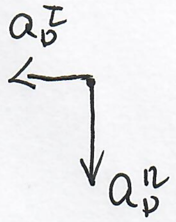
以C点分析E点加速度




$a_{CE}^n=0$ 这里就不标计了

$a_{CE}^\tau=\alpha\cdot\sqrt{2}l$ α是CDE角加速度

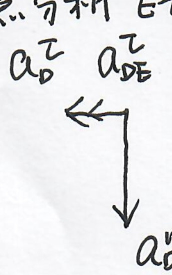
D点加速度




$a_D^\tau$未知

$a_D^n=\frac{V_D^2}{l}=\frac{w^2l}{4}$

以D为基点分析E加速度




同样$a_{DE}^n=0$ 这里也没画

$$\vec{a_C^n}+\vec{a_{CE}^\tau}=\vec{a_D^n}+\vec{a_{DE}^\tau}+\vec{a_\tau}$$

沿垂直方向分解可得 $a_C^n-\alpha\cdot\sqrt{2}l\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=a_D^n$

得 $\alpha=\frac{w^2}{4}$

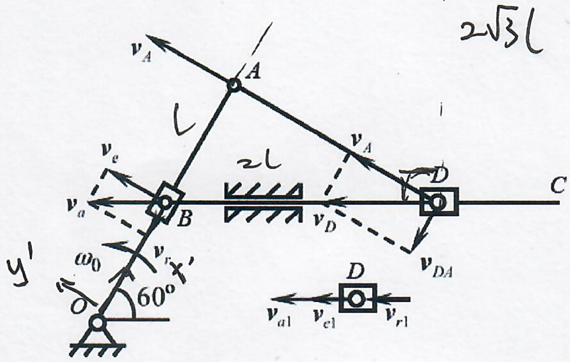
所以E加速度：水平分量为 $\alpha\cdot\sqrt{2}l\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{w^2l}{4}$ 向左

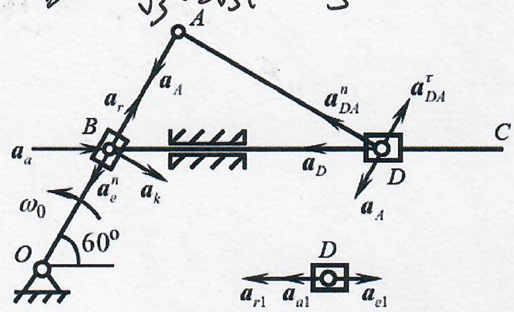
垂直分量为 $\frac{w^2l}{4}$ 向下

30°

4. 平面机构的曲柄 $OA$ 长为 $2l$，以匀角速度 $\omega_0$ 绕 $O$ 轴转动。图示位置时，$AB = BO$，并且 $\angle OAD = 90^\circ$。求此时套筒 $D$ 相对杆 $BC$ 的速度和加速度。

$2\sqrt3 l$ $\quad V_D = \frac{4\omega_0 l}{\sqrt3\cdot 2\sqrt3 l} = \frac{2\omega_0}{3}$




解：B为动点，固结在OA杆为动系 $ox'y'$，如上图所示、$\vec{v}_B = \vec{v}_e + \vec{v}_r$

$v_e = \omega_0 l$ 所以 $v_r = \frac{v_e}{\sqrt3} = \frac{\omega_0 l}{\sqrt3}$ $\quad v_B = \frac{2v_e}{\sqrt3} = \frac{2\omega_0 l}{\sqrt3}$

AD杆 采用基点法分析D的速度

$v_A = \omega_0\cdot 2l$ $\quad \vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{v}_{DA}$

可得 $v_D = \frac{2v_A}{\sqrt3} = \frac{4\omega_0 l}{\sqrt3}$ $\quad v_{DA} = \frac{v_A}{\sqrt3} = \frac{2\omega_0 l}{\sqrt3}$

$\omega_{DA} = \frac{v_{DA}}{|AD|} = \frac{v_{DA}}{\sqrt3 l} = \frac{2\omega_0}{3}$

所以相对速度为 $v_D - v_B = \frac{2\omega_0 l}{\sqrt3}$

加速度. B点合成 $\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k$ $\quad a_k$为科氏加速度.

$a_k = 2\omega_0 v_r = \frac{2\omega_0^2 l}{\sqrt3}$ 沿着与 $a_r$ 垂直方向分解可得.

$a_a\cdot\frac{\sqrt3}{2} = a_c$ $\quad a_a = \frac{4\omega_0^2 l}{3}$

D点加速度采用基点法 $\quad \vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^\tau$

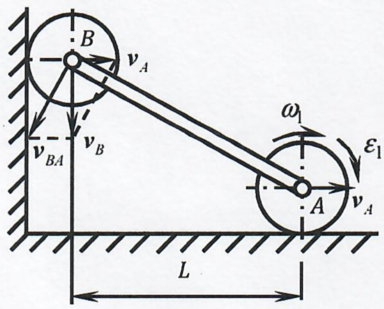
$a_{DA}^n = \omega_{DA}^2|AD| = \frac{4\sqrt3}{9}\omega_0^2 l$

沿着与 $a_{DA}^\tau$ 的方向分解可得 $\quad a_D\cdot\frac{\sqrt3}{2} = a_{DA}^n$

得 $a_D = \frac{8\omega_0^2 l}{9}$

所以相对加速度为 $\frac{8\omega_0^2 l}{9} + \frac{4\omega_0^2 l}{3} = \frac{20\omega_0^2 l}{9}$

5. 已知：半径皆为$10cm$的两轮分别沿水平和铅直轨道作纯滚动，$AB=50cm$。在图示位置时，$\omega_1=4rad/s$，$\varepsilon_1=2rad/s^2$，$L=40cm$。试求该瞬时轮心$B$的速度和加速度。




解：AB杆 以A点分析B点速度

可得 $V_B=\frac{4}{3}V_A=\frac{4}{3}\omega_1 r=\frac{160}{3}$ cm/s

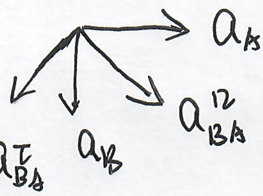
$V_{BA}=\frac{5}{3}V_A=\frac{200}{3}$ cm/s

$\Rightarrow \omega_{BA}=\frac{V_{BA}}{|AB|}=\frac{4}{3}$ rad/s

A点加速度为 $a_A=\varepsilon_1 r=20$ cm/s$^2$

以A点分析B点加速度.

$\vec{a}_B=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}^n+\vec{a}_{BA}^\tau$




沿着与$a_{BA}^\tau$垂直的方向进行投影可得，

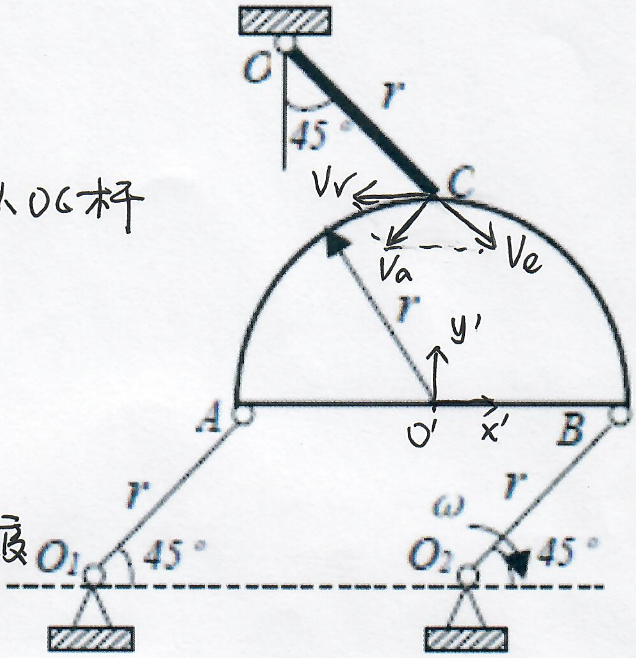
$a_B\cdot\frac{3}{5}=a_A\cdot\frac{4}{5}+a_{BA}^n$

$a_{BA}^n=\omega_{AB}^2|AB|=\frac{800}{9}$

~~由上~~ 可得 $a_B=\frac{4720}{27}$ cm/s$^2$

6. 一半径为 r 的半圆形凸轮，与长尾 r 的曲柄 $O_1A$，$O_2B$ 相连，又与长尾 r 的杆 OC 光滑接触。曲柄 $O_1A$，$O_2B$ 以相同的角速度分别绕其支座传动，并始终保持平行，图示瞬时，OC 杆与凸轮最高点接触，试求（1）OC 杆的角速度；（2) OC 杆的角加速度。

解：以 $O'x'y'$ 动系平动　C为动点




$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

可得 $v_e = \omega r$

$v_a = v_e = \omega r$ 所以OC杆

角速度 $\omega_0 = \frac{v_a}{r} = \omega$

$v_r = \sqrt{2}\,\omega r$.

(2) 分析C点加速度

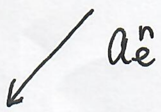
$\vec{a}_c = \vec{a}_e + \vec{a}_r$ 无科氏加速度

绝对加速度

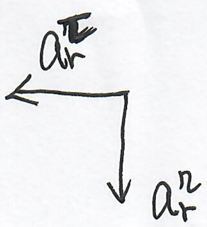

$a_c^n = \omega_0^2 r$

$a_c^\tau = \alpha r$

牵连加速度　$a_e^n = \omega^2 r$




相对加速度　$a_r^n = \frac{v_r^2}{r} = 2\omega^2 r$




$a_r^\tau$ 未知

沿着垂直方向分解.　$a_c^\tau \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - a_c^n \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a_e^n \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + a_r^n$

可得　$\alpha = (2\sqrt{2} + 2)\omega^2$