第8章（一）

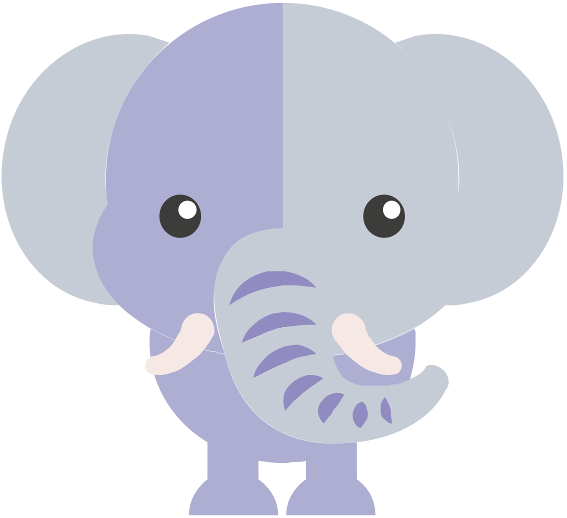
§8.1向量的概念及线性运算

数学科学学院　卢兴江

浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

主要内容

1. 向量概念及其运算（几何）
2. 空间直角坐标系及向量运算
3. 平面与空间直线的方程
4. 曲面与空间曲线的方程
5. 二次曲面（标准方程及图形）



矢量（向量）的概念

定义：三维空间中以某点（始点）到某点（终点）所决定的既有大小（两点之间的距离）又有方向（从始点到终点的方向）的几何量称为矢量（或向量）。矢量的大小又称为模。

☆ 自由矢量：平移不变

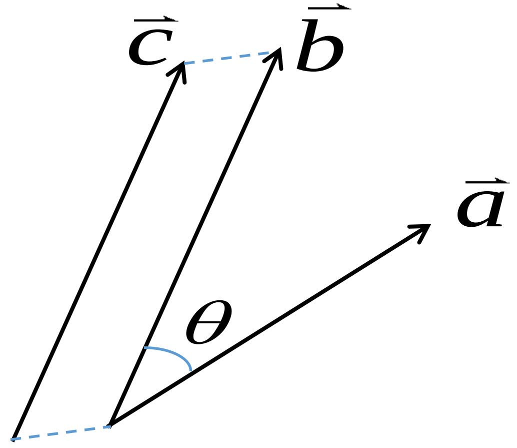
☆ 两矢量相等：模相等，方向相同

☆ 两矢量的夹角：$0 \le \theta \le \pi$

☆ 零矢量：模为零，方向任意

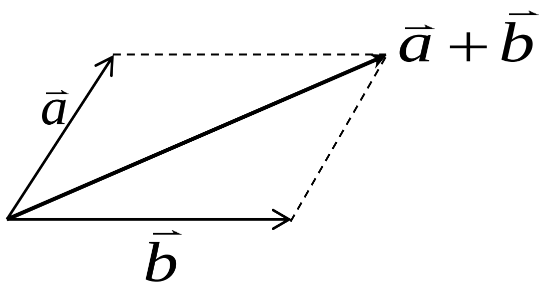
☆ 单位矢量：模等于1

☆ 矢量的位置关系：垂直、平行（共线）、共面 等

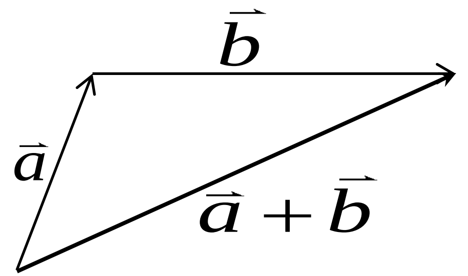


矢量的线性运算--加（减）法

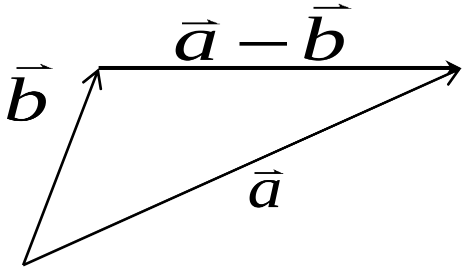
加法 平行四边形法则：



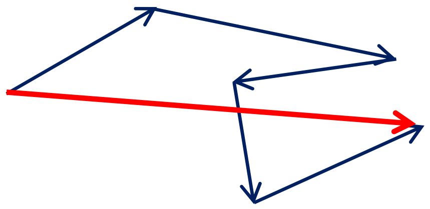
三角形法则：（首尾相接）



减法（差矢量）：



多个矢量相加

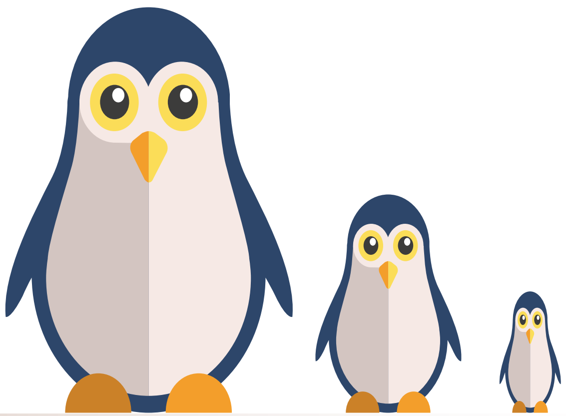


运算律

(1) $0+\vec{a}=\vec{a}$

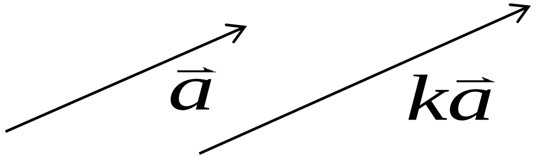
(2) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

(3) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$



矢量的线性运算--数乘

$\vec{d}=k\vec{a}$ （实数 k 与矢量 $\vec{a}$ 相乘）



模 $|\vec{d}|=|k|\cdot|\vec{a}|$

方向

当 $k>0$ 时，$\vec{d}$ 与 $\vec{a}$ 同向；

当 $k<0$ 时，$\vec{d}$ 与 $\vec{a}$ 反向.

相反矢量

$$-\vec{a}=(-1)\vec{a}$$

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-1)\cdot\vec{b}$$

单位矢量

$$\vec{a}^0=\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

$$\vec{a}=|\vec{a}|\,\vec{a}^0$$

运算律

(1) $1\vec{a}=\vec{a}$

(2) $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$

$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$

(3) $(k_1k_2)\vec{a}=k_1(k_2\vec{a})$

矢量的线性运算--矢量之间的关系

定理一 矢量 $\vec{b}$与非零矢量 $\vec{a}$共线的充分必要条件是存在唯一的实数k，使得 $\vec{b}=k\vec{a}$.

定理二 设矢量 $\vec{a},\vec{b}$不共线，则矢量 $\vec{c}$与 $\vec{a},\vec{b}$共面的充分必要条件是存在唯一的两个实数 k_1,k_2，使得 $\vec{c}=k_1\vec{a}+k_2\vec{b}$.

定理三 设矢量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$不共面，则对任意矢量 $\vec{u}$，存在唯一实数 k_1,k_2,k_3，使得 $\vec{u}=k_1\vec{a}+k_2\vec{b}+k_3\vec{c}$.

一维　　二维　　三维


谢谢！
浙江大學
ZHEJIANG UNIVERSITY