

Sección 3.7 - Derivación implícita (p. 149).

■ Ejercitación propuesta (pág. 153 - 155): 1 al 44 // 48 al 50.

■ Hasta el momento trabajamos con funciones dadas en forma explícita, es decir, de la forma $y = f(x)$. Ahora nos encontraremos con ecuaciones que definen una relación *implícita* entre x e y . En estas ecuaciones se podrá, ocasionalmente, despejar y para obtener una o varias funciones explícitas de x . Pero cuando no sea posible explicitar y en términos de x , se puede encontrar $\frac{dy}{dx}$ usando la técnica de derivación implícita.

■ Las consideraciones geométricas de la derivada se preservan para este método.

■ Descripción de la técnica de derivación implícita.

■ Recta tangente y normal en un punto. Ejemplo 5.

■ Aplicaciones: derivación de funciones trigonométricas inversas y derivación logarítmica de funciones expo-potenciales.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(xy) &= 1 \cdot y + x \cdot y' \\ &\Rightarrow (y + xy') \end{aligned}$$

hacer algunos

Derivación implícita

Utilice derivación implícita para determinar dy/dx en los ejercicios 1 a 14.

1. $x^2y + xy^2 = 6$

2. $x^3 + y^3 = 18xy$

$$1. x^2 \cdot y + x \cdot y^2 = 6 \quad \begin{array}{l} \text{regla del producto} \\ \text{buscar como se} \\ \text{hace.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= 18xy \\ 3x^2 + 3y^2 \cdot y' &= 18(y \cdot xy) \\ \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 \cdot y' &= 18y + 18xy' \end{aligned}$$

agrupamos términos con y'

$$\begin{aligned} (3y^2 \cdot y') + (3x^2) &= (18xy') + (18y) \\ 3y^2 \cdot y' - 18xy' &= 18y - 3x^2 \\ \text{Factor común} \quad y'(3y^2 - 18x) &= 18y - 3x^2 \\ y' &= \frac{18y - 3x^2}{3y^2 - 18x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x \cdot y + y^2 \cdot y' &= \\ \Rightarrow 1 \cdot y^2 + x \cdot 2y &= -y^2 + 2y \cdot x \cdot y' \quad \begin{array}{l} \text{Derivada completa} \\ \Rightarrow (2xy + x^2y') + (2xyy' + y^2) = 0 \end{array} \end{aligned}$$

ahora agrupación de términos

$$\begin{aligned} (2xy + x^2y') + (2xyy' + y^2) &= 0 \Rightarrow x^2y' + 2xyy' + 2xy + y^2 = 0 \\ \Rightarrow x^2y' + 2xyy' &= -(2xy + y^2) \\ \Rightarrow y' \left(x^2 + 2xy \right) &= -(2xy + y^2) \\ \Rightarrow y' &= \frac{-(2xy + y^2)}{(x^2 + 2xy)} \end{aligned}$$

Derivación implícita

Utilice derivación implícita para determinar dy/dx en los ejercicios 1 a 14.

1. $x^2y + xy^2 = 6$

2. $x^3 + y^3 = 18xy$ ✓

2) $\underline{x^3 + y^3} = 18(x,y)$ y' regla de la cadena

$x^3 = 3x^2$, $y^3 = 3y^2$

$18(x,y) = x \cdot y + x \cdot y' \Rightarrow 1 \cdot y + x \cdot y'$

$3x^2 + 3y^2 = 18(y + xy')$
 $3x^2 + 3y^2 y' = 18y + 18xy'$

agrupamos términos:

$3x^2 - 18y = -3y^2 y' + 18xy'$

factorizamos:

$3x^2 - 18y = y'(-3y^2 + 18x)$

$\Rightarrow \frac{3x^2 - 18y}{-3y^2 + 18x} = y'$

25. Si $x^3 + y^3 = 16$, determine el valor de d^2y/dx^2 en el punto $(2, 2)$.

partimos de: $x^3 + y^3 = 16$

derivamos ambos lados: $3x^2 + 3y^2 y' = 0$

despejar y' $3y^2 y' = -3x^2$

$$y' = \frac{-3x^2}{3y^2} \Rightarrow -\frac{x^2}{y^2} = y'$$

este es el primer resultado, pero no termina aca, porque lo que nos pide es hallar y'' (la segunda derivada)

4. ¿Por qué no basta con sustituir y ya?

Porque el enunciado dice explícitamente: "determine d^2y/dx^2 ".

Eso significa que debemos derivar otra vez la expresión de la primera derivada.

















































































































