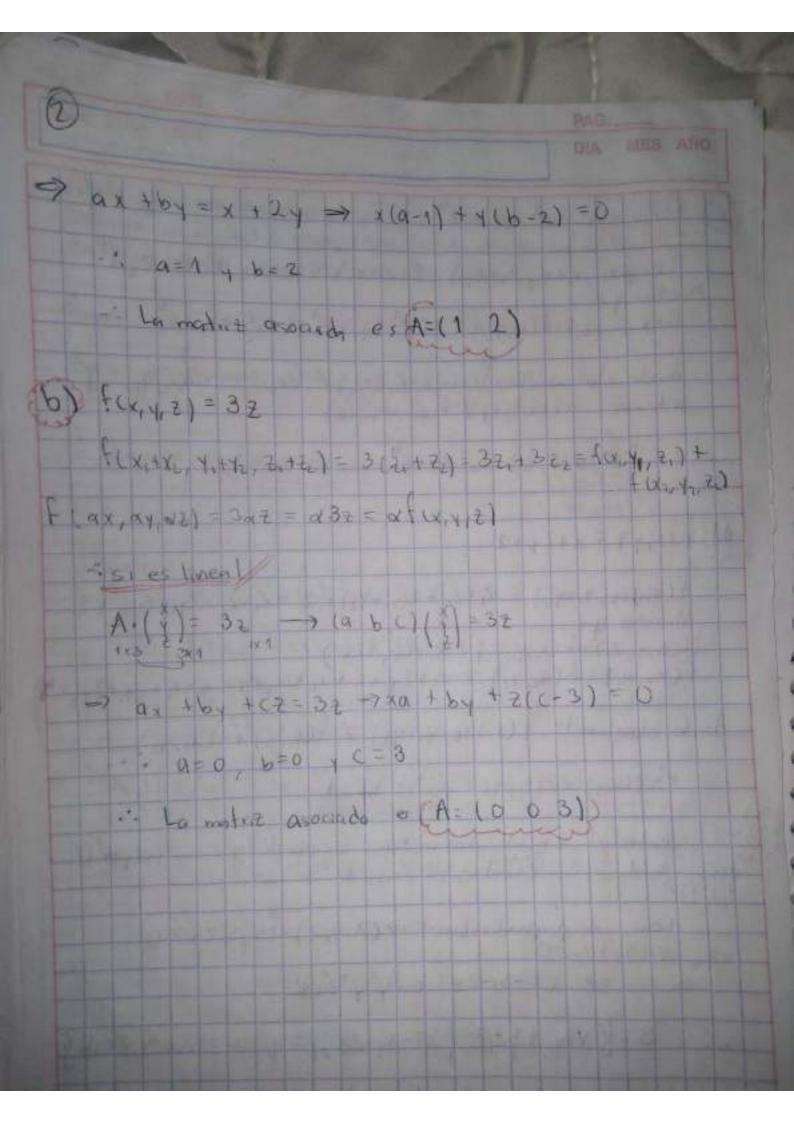
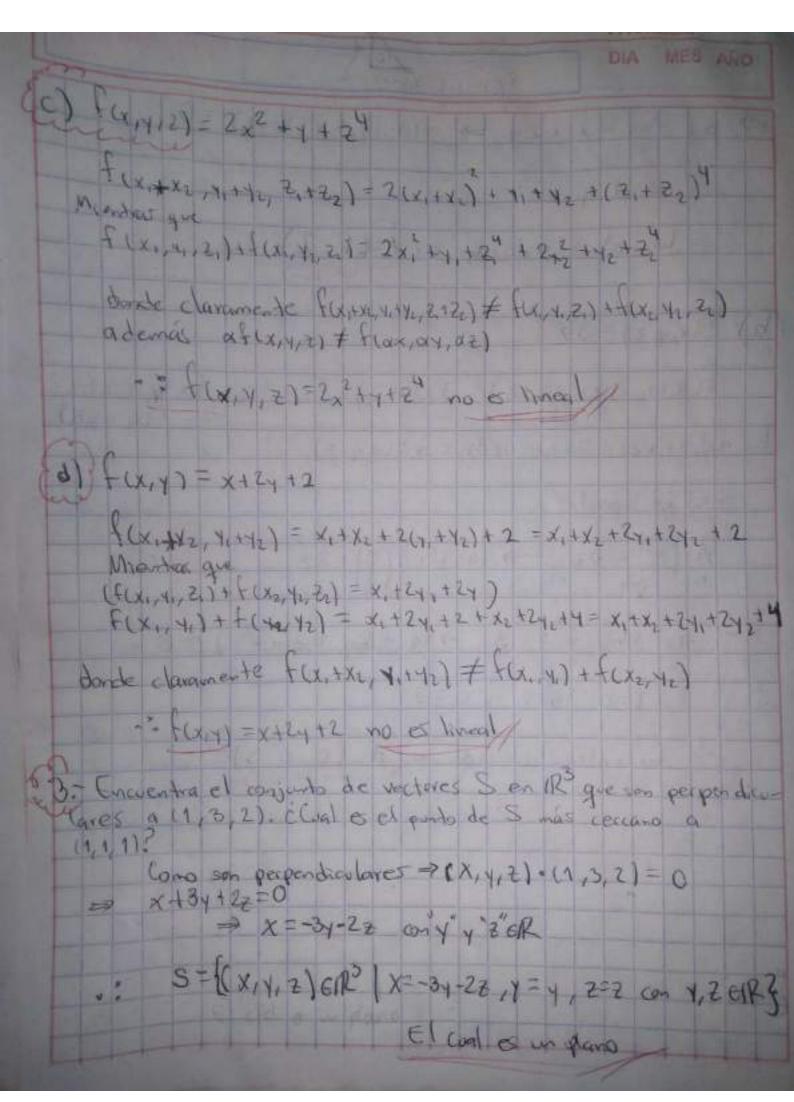
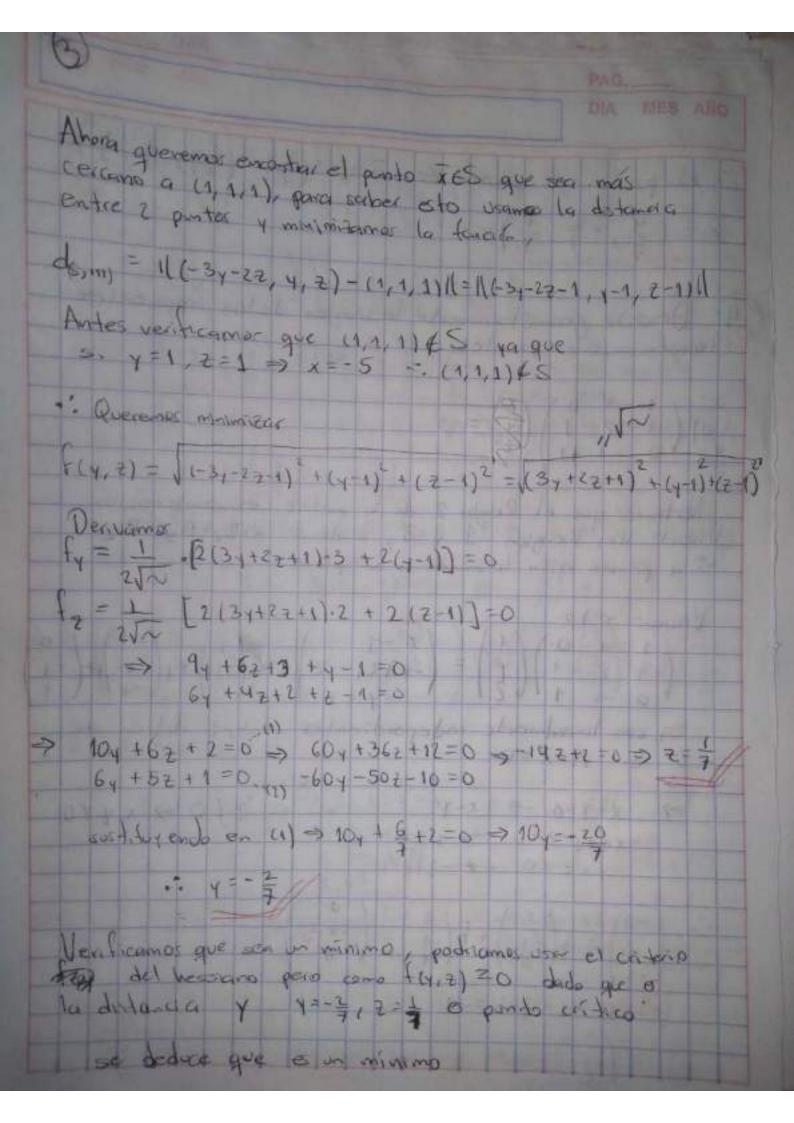
A: (x) = (x + 2y) -> (a b) (4) = (x + 2y)







Vegmor orto  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 7 \\ -x + 24 - 2 \\ -y + z \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 

Si con linealmente independientes X, Y, 2 deben ser 0 si A-x=0

=7 X-Y=0 -7 X-Y · 5 7 + 0 -> x, y +0 7+1-5=0 -> 1=t -4+8=0 -> -2+8=0

$$\begin{pmatrix} -h \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -q - b \\ b \end{pmatrix}$$

1: 0 = 1 y b = -1

( -1 2 -1 ) + - ( -1 ) + 2 ( -1 ) + 2 ( -1 ) = x(-3) -7(-3) +2(-1)- x(-1) (x-4) (-3) + (2-1) -1 Very gue al esp conjunto de llegado oda Benerado por las vectores (3) (3) S={(x,4,2) EIR3 | x=a, 4=-a-b, 2= b con a, b EIR] El cial a un plano generado por (1) y (-1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 & + 3z \\ x + 2 & + 5z \\ 0 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ S. A.X=0 paa 4, ZEIR X + 64 +32 =0 => 2y+32=x x +2++32=0 > p'= x 5: 21+37 €0 =-x+0 con KEIR KZEIR Varios que el vector  $\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 23 \\ 1 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (x + 44 + 3z) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ -: S= { (x, y, 2) GR } | x=a, y=a, t=0 con ackly locual or ma meta con direction seed (3)

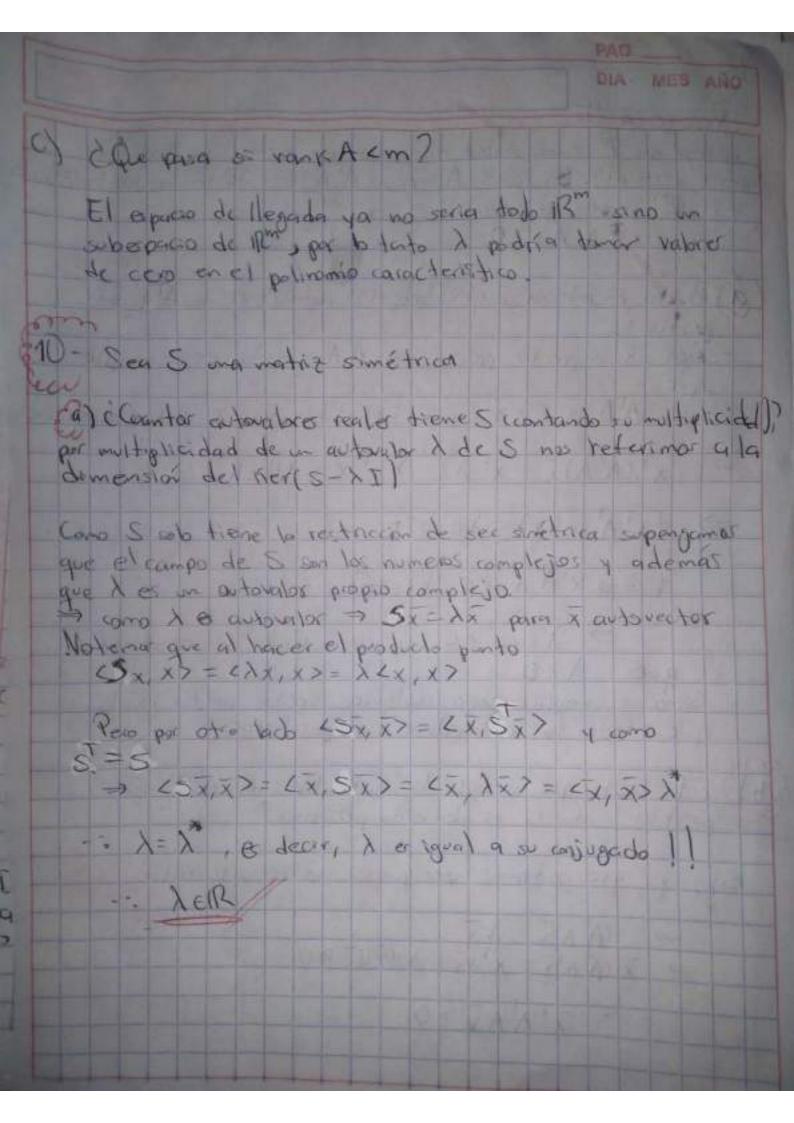
DIA MES AND

Problema 5.3 Sean A una metro de men. Responde verdadero (v) o Falso(F) 2 Si para un vector à en el dominio de A, Ax es una combinação hineral de columnas de A. - Ax = b siempre tiene colverón si es una motriz cuadrada \* A x = b tiene colución si y plo s. b pertenece al espacio columna de A Y El espacio columna de A es el mismo que el espacio columna de ZA. Es, nom entonces las columnas de A son linealmente dependentes es una matriz invertible. Is man entances A' A (Atomento a) SCOPE OF LOND TO ALLE WARTINE M = ( 0 0 1 0 ) ( Obe efects freme la modert M sobre un vector en IR3? Considere la econorión Mx=b, para un beile dado, à Esta econorión time whom , parer todo b? Si ei, establezca una regla especifica de tipo : «dado in ball eniste x = talque M = b> Notames que intercombia las cardinades x, & mientras que la coxdenada 4 permanece invariante

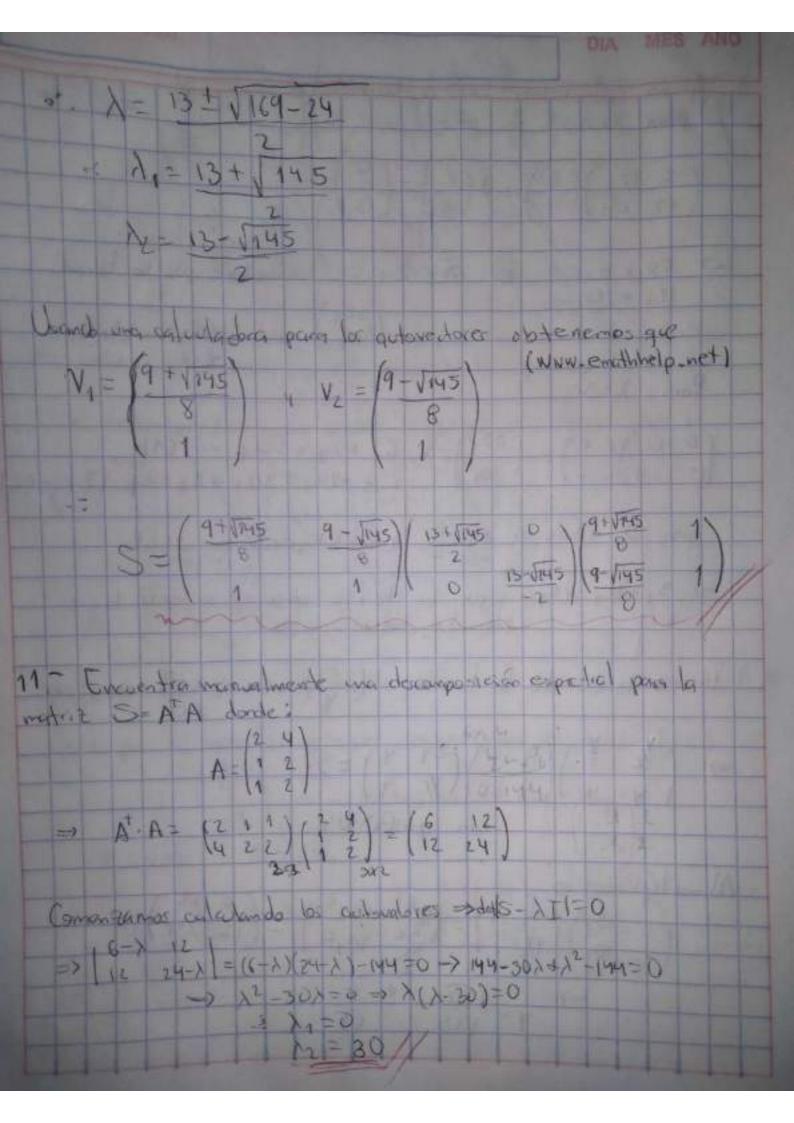
to dear tenemos y columnas linculmente independiento durde la columna i y rengles i vale 1 , en todas las denau enticidas cero. Con who teremos RouriO) = Rouri (B-A) = Rouri(A) = Y Alaxa al taras la transporter de De esto os De notame que las y columnas paparain a ser y regland huentmente independientes pero como Di = 1 pra ier y o en 2 to coso > también tenemar r columna linealmente Independentes - Ranka(D) = Rank (D) = Rank (A B) donde B' sigue stando una matriz de operaciones etementa les - Pank (A) - Rank (A) Problema 8. Sea A tal que romk (A) Fr. Procha que rank (A A) = rank (AA') = r Horel ejeració unterior sabema que A y A' la podema. Transformar en mateco escalonados reducidas ine D= Bin Amon con Dun marker de operaciona elevertila (mar) J D= No Bt you Bomm squessedo una (m. p. e.) y Du= 1 pan i=r + 0 to otro caso = al realizar D.D=C DO - C donct or claro que Cii - 1 para i = y y 0 Con una meetrate con vi columnas linealmente independiente

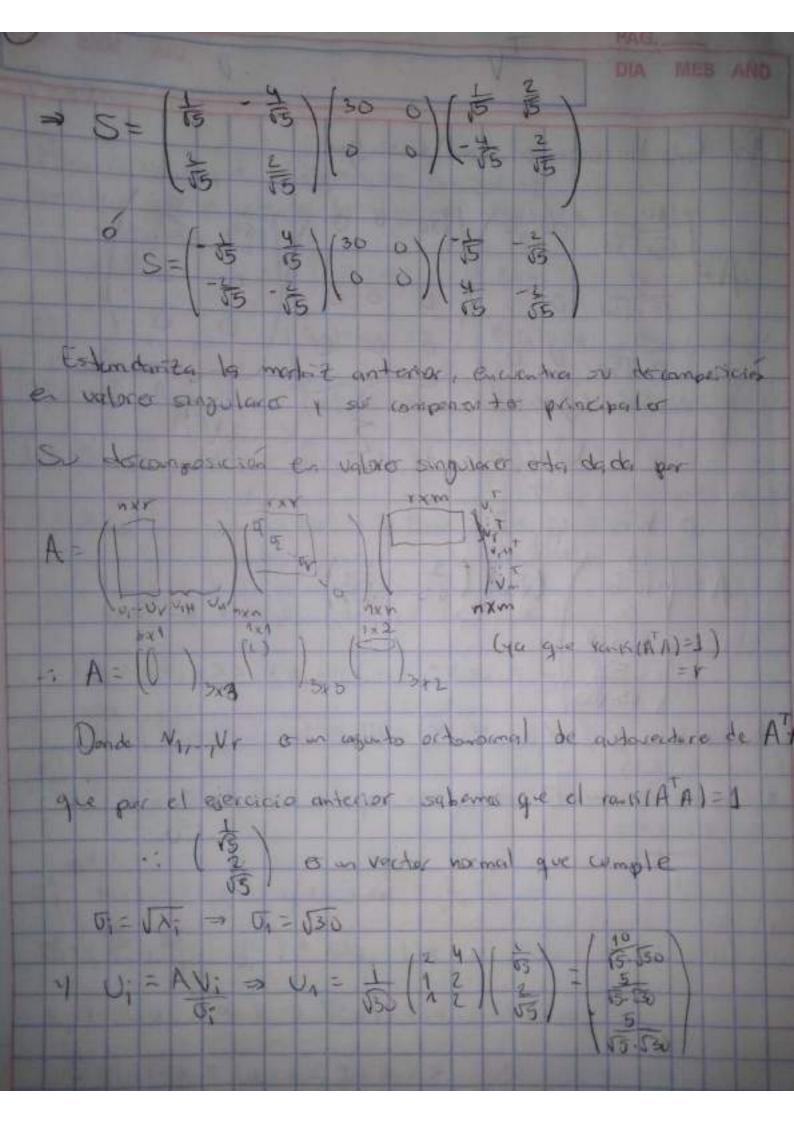
DIA MES AND (Rannett) = Ranno D) ) 1= Rank (C) = Runk (D. Ot) = Runk (B-A-At-Bt) = Rank (A-At) Lya que By Bt vo alteran Rank) -- Panh (A. At )= Y Para Rank (At. A) Podent considerar una matrit
Binn de operaciones elementales tal que Coxm + BoxnA donde Ci; = 1 partier y 0 en otro caso a decor c'a una matriz con redunar unestmente independentes Y C' = A. B' -> c'-c't = D tambion or claro que Di =1 para i er y o en otro caso, & decir, trambien se comple -- Runh(D) -r => Runk(D) = Runk(C'-C't) = Rank(B-A-A-B't) = = Rank(A.A)=r : rank(A) = rank(A.A) = rank(A A) = +

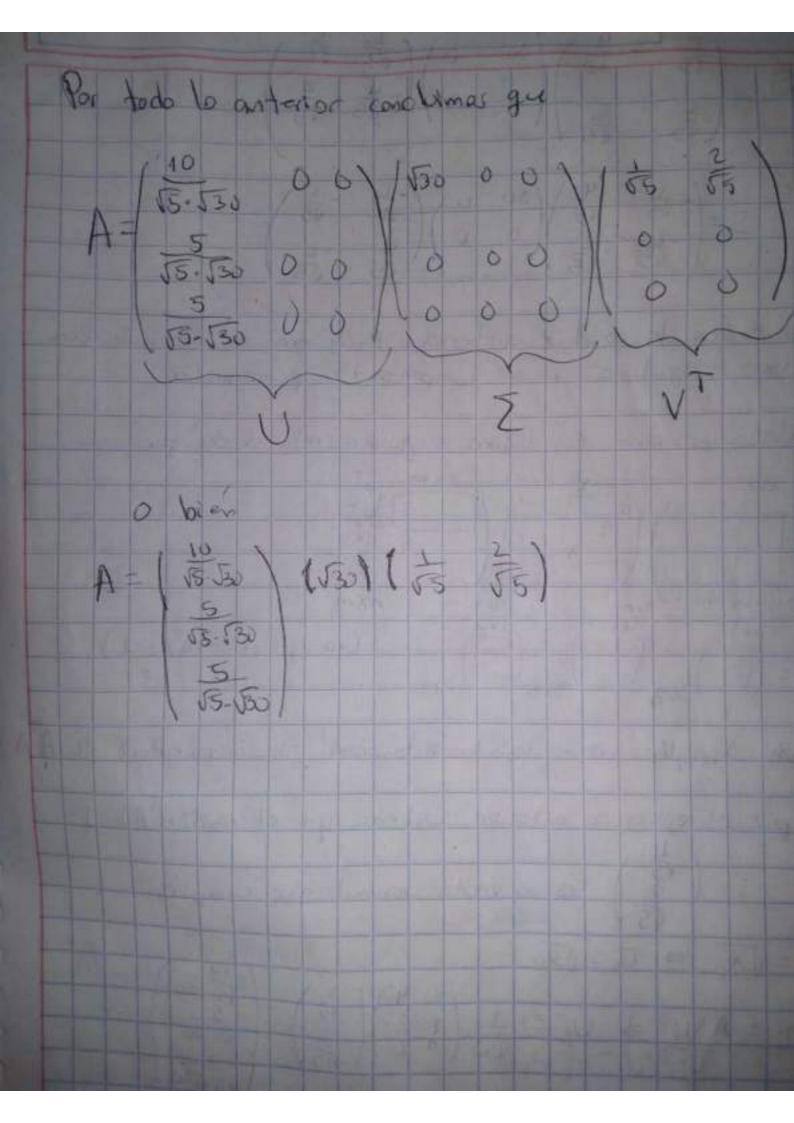
(7) Problems 9: Suponous que A e ma matez de nom con nom lie A & ma matriz vertical). Si rank A m, ATA es definida paritiva, ie \$ x 61Rm (vecto en vertical) x A Ax > O a) Privates on onte caso gre took los autoralines de ATA sin positivos sea x un vector proprio de AA, entances se cumple ATA) X = XX x multiplicando per X ambos econciones  $x'(A'A)x = x'xx = xx'x = \lambda uxu'$  $\Rightarrow (x^T A^T)(Ax) = \lambda nxn^2$ 4 como x'A'Ax>0 trellem >> > > > x 11xxx2 >0 y como 1/x 112 >0 conclumos Como se cumpliste para cualquier verto, propio concluino que todal les autoralans ser positivos b) its certa que si toda los autovalores de A'A son pentiver entirer & definida postiva? Si, ya que pudernos verques: X es autovector  $\Rightarrow \overline{X}(A^{T}A)\overline{X} = \overline{X}\overline{X}$   $\Rightarrow \overline{X}(A^{T}A)\overline{X} = \overline{X}^{T}X\overline{X} = \overline{X}(\overline{X})\overline{X} > 0$ O VAAX >O



# (6) Vertique que si VI es autovector de 11, ve es autovertor de la con 1, + /2 -> < V., V2> =0 Su = Av. Sv = 12 V2 Al hacer (SV1, V2> = 2 XV1, V2> = X, EV1, V2> como S es simetrices S=ST => < SV, V, 7 = < V, 5T V27 = + V1, SV27 = EV1, V27 /2 ( YEIR) > < SV1, V2> - < SV1, V2> = 0 11 < V1, V27 - 12 < V1, V27 = 0 -> (x, - 2) EV, 12>=0 y com 2, # X2 -> < V1 V27 = 0/4 2) Para la matriz S= (4 2). Encuentra manuelmente una decomposition espectial para s. Notiner que Sessimétrica y de 222: la podenas descomporer con P una motive octogonal cuyas columnas son los autovectores de Des una matriz diagonal exps elementos en la diagonal son los gotovabres de S. > Primero callilamor los autovaloro, eto o det (S-XI)=0 > 4 2x = (11-x)(2-x)-16=0 1 + 22-13×+ X2-16 = 0 7 12-13146=0







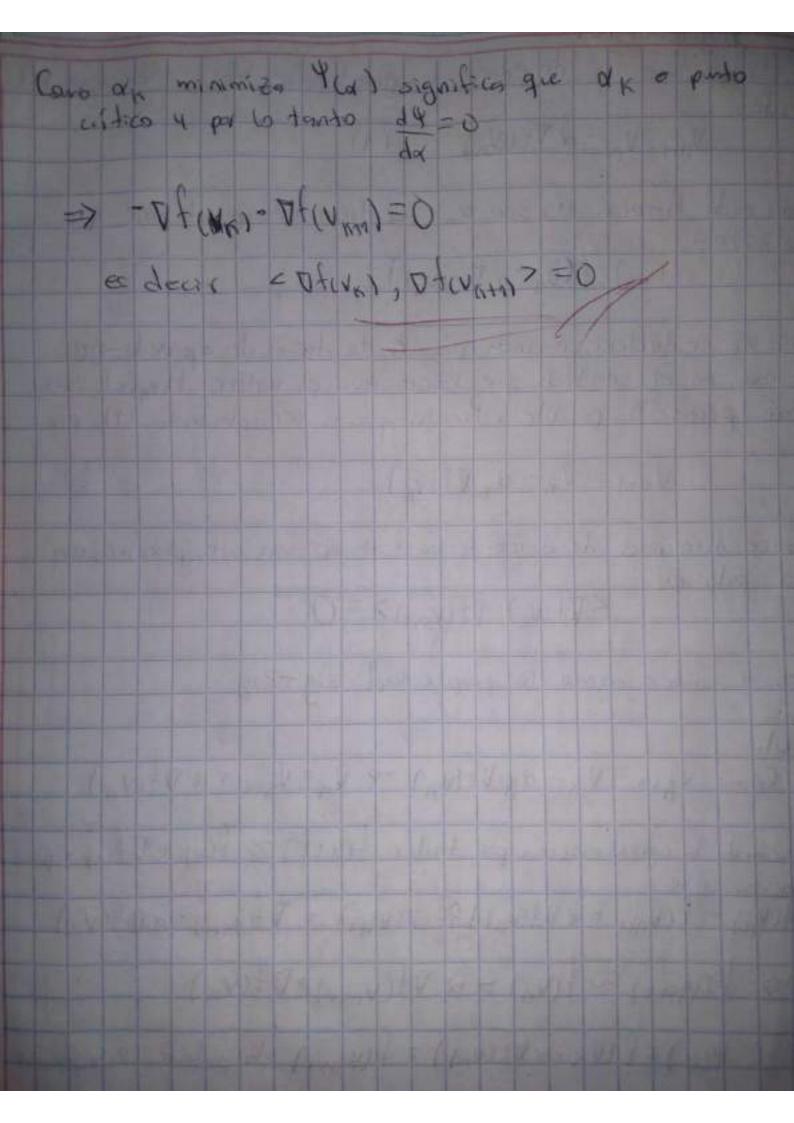
(3) 
$$V \in \mathbb{R}^m$$
  $V = (V_1, V_1, V_m)$   $A_{max} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \alpha_{m1} & \alpha_{mn} & (x_1) \\ \alpha_{m1} & \alpha_{mn} & (x_1) \\ \alpha_{m1} & \alpha_{mn} & (x_1) \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m1} & (x_1) \\ \alpha_{m2} & \alpha_{m1} & (x_1) \\ \alpha_{m2} & \alpha_{m2} & (x_1) \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & (x_1) \\ \alpha_{m2} & \alpha_{m3} & (x_1) \\ \alpha_{m2} & \alpha_{m3} & (x_1) \\ \alpha_{m2} & \alpha_{m3} & (x_1) \\ \alpha_{m3} & \alpha_{m3} & (x_1) \\ \alpha_{m4} & \alpha_{m4} & (x_1) \\ \alpha_{$ 

Jan YEIR I Amm una matriz. A partir de la table antera terroro de la norma enclidama. (a) Loss (0) = 1 (A + y) Deduce que O=(AT AT AT AT sutisface PLossie")=0 -> Locs(0) = 1 4AO+4, AO+4> gre por Impolituded de la norma euclidiana LOSS(0) = } (< AO, AO> - < Y, AO> - < AO, Y> + < Y, Y>) como < a, 6> = 26, a> =1 LOSS(B)= 3 ( < A O, AO > - 2 < AO, Y> + CY, Y>) (001 (5) por (3) => TLOS(0) = = (21ATA)0-2ATy+0) = (ATA) = - AY) = Notes que o V Lossio) = 0 = 0 a porto citàlido => A'AO'-A'Y=O = A'AO'-A'Y = (A'A) AY

Problems 13-) Considere FIRT - 12 19 función fex)= 11 x11, e +(x -- x x ) = (x, 1+ (x2 + - 1 (xn) Describe el conjunto de puntar a EIII para les que Vfra) no existe. Para les puntas dunde existe el guadiente, encuentre una térmo la o manera de colonor 10. Peconderos que fun = (x) no a denvable en O, es decir (x) = { 1 5. x 20 = x x x 0 v como tter) = (25 , -, 25) notamos que el conjunto de puntos donde no existe of son de la former (x, x, ) EIR' 5= U { (x, -, x, ) E R \ \ X, = 0 } que serien hiperplanes de 112h Donde también certain includos los puntos de la forma (0,0,-,1xn) es decis con mas ceros en las entradas. > V+(x)= (x, -- /x, to con: 1-10

Problem 14+ Para la pontos dorde er posible, da Loss (4)= 11 Ab- 411, donde A & wa matriz. Aman, Delly yelle  $\Rightarrow A \cdot \theta = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{$ => AO-y=(=a,0,-y, =a,0,-y, =a,0,-y, =a,0,-y, = 1,0) ·= NAD=yN = 12a,0,-1,1+-++12a,0,-1,1 = 4(0) (mo V= (cd)) signame en ma vacable V= +10) y +10)=1 => y= w1 => y'= vv' por reglar de la cadena (one Vf = ( 00, 002 1 - , 00 m) tenemes que DI = ( 1 0 m + + 1 vm am, --- , va am + - + vm amm) = (\(\frac{7}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\delta\_{3}\)\(\delta\_{1}\)\(\delta\_{2}\)\(\delta\_{3

Problema 16. Von = Vo - & V(UK) - (1) Para anda Heración VI, sea en ma tasa de aprendizare que t(x)=f(v,-x \f(v,)) Este de establece en coda paso k la tasa de aprendiçõe dotima, en el sentido que hace que el valor (cum) sen el más pequeno posible. Procha que si reconolizano (1) por Van = Vn - an Tfive) entonce directiones de desce la consecutivas son pitrogona la cen others palaboras: < Tf(va), Tf(ven)>=0 Esto re conoce como la propietad zig-zig Come van= Vn- a Btun) > Vn= Vn+ + a Btun) Usando la aproximeción por tailer foxtp) = fex) + Tfex, p Tenemas gre
fevor = fevor + x ofevor) = fevors + ofevors => France from - a Vtourno = Ofra - Tuny = flux - x of luny) = flument to podemos aproximent weal ~ teval - a ofware) - Oferal



Agrica to problema 5. Xall = (a)

A=(an - ann)

A = (an x) + + 4nx x = x1 (an)

A x = (an x) + + 4nx x = x1 (an)

A x = (an x) + + 4nx x = x1 (an) 2) F busta conque la matriz A no tenga inversa

el considerar A-(") - Ax=(0) no trene solvará por 1) more que Ax o combinment lineal de columnar de A y : Ax time solución > b pertenece al opies colvin de A y to b protonce of es pacio columna de A besta con reabor la water A a partir of lar columnas para ver go AV = b flede solvering. El oparo column te A & Deval que el de ZA you are tenderance my combination do colung do A en 2Ax - general el mino especio 5) = Considerat A= (123) Considerar A = (33) => A A = (100) 100 ) = 60 614 muerya