quesequedeelinfinitosinestrellas

ALANLG

24 de Marzo del 2024

Todos los hombres pueden ser criminales si se les tienta; todos los hombres pueden ser héroes si se les inspira

G.K. Chesterton

Problema 0.1 (Pixton). Resuelve la siguiente ecuación en los enteros positivos

$$x^2 - y! = 2001$$

Problema 0.2 (OMMEB 2017 N1). Encuentra el mayor entero positivo n tal que 7^n divide a

$$49 \cdot 1 \cdot 1! + 49 \cdot 2 \cdot 2! + 49 \cdot 3 \cdot 3! + 49 \cdot 4 \cdot 4! + \cdots 49 \cdot 49 \cdot 49!$$

Problema 0.3 (OMM 2022). Sea n un número entero positivo. En un jardín $n \times n$, se va a construir una fuente con plataformas 1×1 que cubran todo el jardín. Ana coloca todas las plataformas a diferente altura. Posteriormente, Beto coloca fuentes de agua en algunas de las plataformas. El agua de cada plataforma puede fluir hacia otras plataformas que comparten lado sólo si tienen menor altura. Beto gana si llena todas las plataformas con agua. Encuentra la menor cantidad de fuentes de agua que Beto necesita para ganar sin importar cómo coloque Ana las plataformas.

Problema 0.4. [Regional Sureste 2023] Dada la secuencia de Fibonacci con $f_0 = f_1 = 1$ y para $n \ge 1$, $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$, encuentre todas las soluciones reales de la ecuación:

$$x^{2024} = f_{2023}x + f_{2022}$$