概统知识点复习

常见分布

离散型

几何分布：

$$p_k = P(X=k) = p(1-p)^{k-1}$$

记为$X \sim G(p)$，表示试验成功需要次数的概率

超几何分布：

$$p_k = P(X=k) = \frac{C_m^k C_{N-m}^{m-k}}{C_N^n}$$

记为$X \sim H(n,m,N)$

二项分布：

$$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{(n-k)}$$

记为$X \sim B(n,p)$，满足

$$E(X) = p, D(X) = np(1-p)$$

泊松分布：

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

其中k取自然数，λ为常数，记为$X \sim P(\lambda)$，满足

$$E(X) = D(X) = \lambda$$

> p较小n较大时，二项分布近似于泊松分布，$\lambda = np$

连续型

均匀分布：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \le x \le b \\ 0, & else \end{cases}$$

记为$X \sim U(a,b)$

指数分布：

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

记为$X\sim e^(\lambda)$，满足

$$E(X)=\frac{1}{\lambda},D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$$

\Gamma分布:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x}, & x>0\\ 0,x\le 0\end{cases}$$

记为$X\sim\Gamma(\alpha,\beta)$，满足

$$E(X)=\frac{\alpha}{\beta},D(X)=\frac{\alpha}{\beta^2}$$

均值和方差的结论

计算结论

随机变量的均值:

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$$

随机变量函数的均值:

$$E(g(X))=\int_{-\infty}^{\infty}g(x)f(x)dx$$

$$E(g(X,Y))=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}g(x,y)f(x,y)dxdy$$

独立随机变量的期望:

$$E(XY)=E(X)E(Y)$$

方差的计算:

$$D(X)=E(X^2)-E^2(X)$$

> 函数的方差，也要这样转换

线性组合方差的计算:

$$D(aX\pm bY)=a^2D(X)+b^2D(Y)+2abCov(X,Y)$$

独立随机变量的方差:

$$D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)$$

协方差和相关系数的转换:

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$$

性质结论

期望的线性性质：

$$E(aX+b) = aE(X) + b$$

方差的线性性质：

$$D(aX+b) = a^2D(X)$$

协方差的性质：

- $Cov(aX, bY) = abCov(X,Y)$
- $D(X \pm Y) = D(X) + D(Y) \pm cov(X,Y)$