

一、简答题：(每题 5 分，共 25 分)

(1)引力与距离 r 的平方成反比、引力的梯度与 r 的立方成反比，距离越小，梯度越大；天体不同位置的距离 r 不一致，存在引力差，进而产生潮汐现象。(3 分) 地月之间的距离比日地之间的小很多，所以月球的影响大。(2 分)

(2)取行走速度 $V=1\text{m/s}$ ，人体质量 $m=65\text{kg}$ (速度和质量设置合理，1 分)

地球自转角速度 $\omega=7.3\times 10^{-5}\text{rad/s}$ (1 分)

$$\vec{F}_{\text{cor}} = 2m\vec{\omega}\times\vec{v} \quad (1 \text{ 分})$$

南北向行走： $F_{\text{cor}1}=2m\omega\sin(30^\circ)=4.75\times 10^{-3}\text{N}$ ，(1 分)

东西向行走： $F_{\text{cor}2}=2m\omega\sin(90^\circ)=9.49\times 10^{-3}\text{N}$ ，(1 分)

所以， $4.75\times 10^{-3}\text{N}<F_{\text{cor}}<9.49\times 10^{-3}\text{N}$ (未讨论方向的区别只给其中一个的 1 分)

(3)向暖水瓶灌水时水与瓶壁撞击会激发声波。由于暖水瓶一端封闭一端开放，声波形成驻波，其波长满足：

$$\lambda = \frac{2L}{n + \frac{1}{2}}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

其中， L 是暖水瓶中未注水的部分，尤其是基频波长为 $\lambda = 4L$ 。对应的频率

$\nu = c/\lambda$ ，随着 L 减小频率增大，因此声调升高。

提到驻波，得 2 分，给出驻波波长关系得 2 分，其余部分 1 分。

(4)不会 (2 分)。设两个事件在一个参考系中的时空坐标为 $(t_1, x_1), (t_2, x_2)$ ，为

了书写简单，将空间位置信息用一维表示。两个事件有因果关系，可知 $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} < c$

由洛伦兹变换，可以验证两事件的时间差 $t_2 - t_1$ 的符号是确定的（不可能随参考系的选择而改变）。(3 分)

(5)在地面科学家看来，两束质子的相对运动速度是 $2c$ (2 分)

这不违背爱因斯坦光速不变原理，狭义相对论里只规定了在任何一个惯性参考系，物体的运动速度不能超过真空光速，但两个质子(A 和 B)之间的相对速度是在科学家(C)看来的速度，并不是在 A 看来 B 的速度。在 C 看来 A 的速度没有超光速，在 C 看来，B 也没有超光速。因此，并不违背光速不变原理。(3 分)

二、(15 分)

由伽利略变换，参考系 K' 中，物体运动速度由 $\vec{u}_1 - \vec{v}$ 变为 $\vec{u}_2 - \vec{v}$ ，变化了 $\vec{u}_2 - \vec{u}_1$ ；与参考系 K 中的结果相同。(2 分)

动能变化为 $\frac{1}{2}m[(u_2 - v)^2 - (u_2 - v)^2] = \frac{1}{2}m(u_2^2 - u_1^2) - m(u_2 - u_1)v$

与参考系 K 中的结果不同, 相差 $m(u_2 - u_1)v$ 。(3 分)

伽利略变换仍适用, 原因是在两个参考系中力的作用距离不同, 所以做功大小不同。

都是惯性系, 加速度相同, $a = F/m = \frac{u_2 - u_1}{\Delta t}$ 。力的作用时间保持相同, 设为

Δt , $\Delta t = \frac{u_2 - u_1}{F}m$ 。(2 分)

在参考系 K 中, 位移为 s , 有 $s = u_1 t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$, $Fs = \frac{1}{2}m(u_2^2 - u_1^2)$ (3 分)

在参考系 K' 中, 位移为 s' , 有 $s' = (u_1 - v)\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 = s - v\Delta t$, (3 分)

所以有, $Fs' = Fs - Fv\Delta t = \frac{1}{2}m(u_2^2 - u_1^2) - m(u_2 - u_1)v$, 与动能变化相等, 伽利略

变换适用。(2 分)

三、(20 分)

(1) 圆环对中心轴的转动惯量: $I_0 = MR^2$ (2 分)

由平行轴定理, 圆环对挂点的转动惯量: $I = I_0 + MR^2 = 2MR^2$ (3 分)

则复摆方程: $I\ddot{\phi} + mgr \sin\phi = 0$, ($\phi \approx \sin\phi$) (2 分)

周期公式: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{2mr^2}{mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{2r}{g}}$ (2 分)

带入数值, $T = 2.84s$ (1 分)

(2) 由正交轴定理, 圆环绕直径的转动惯量 $I = I_0/2 = MR^2/2$ (3 分)

同样由平行轴定理, 圆环绕挂点的转动惯量: $I = MR^2 + MR^2/2 = 3MR^2/2$ (2 分)

周期公式: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3mr^2}{2mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$ (4 分)

带入数值, $T = 2.46s$ (1 分)

四、(10 分)

$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$, $\lambda = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta\phi} = \frac{2\pi \times 2 \text{ cm}}{\pi/6} = 24 \text{ cm}$ 。(3 分)

$c = v\lambda = 10\text{Hz} \times 24 \text{ cm} = 240 \text{ cm/s}$ 。(2 分)

因多普勒效应, $\lambda' = \lambda - v_s/v = (24 - 40/10)\text{cm} = 20 \text{ cm}$ 。(3 分)

则 B 点的相位将比 A 点落后 $\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda'} = \frac{2\pi \times 2}{20} = \frac{\pi}{5}$ 。(2 分)

五、(20 分)

平板带动两侧液体流动，速度呈线性分布，至边界流速为 0，板处速度为 v (2 分)

平板一边受到的粘滞应力为： $\tau_1 = \eta \cdot \frac{v}{H-h}$ (4 分)

平板另一边受到的粘滞应力为： $\tau_2 = \eta \cdot \frac{v}{h}$ (4 分)

两侧粘滞力方向一致，合力为： $F = (\tau_1 + \tau_2) \cdot S = \eta \cdot \frac{vH}{(H-h)h}$ (6 分)

要求阻力最小则分布最大，所以有： $H-h=h$ ，即 $h = \frac{H}{2}$ (3 分)

即板在中间位置时受到的阻力最小为： $F_{\min} = \frac{4\eta v}{H}$ (1 分)

六、(10 分)

在 S' 系中，木棒在 x' 轴和 y' 轴的空间间隔分别为

$$\Delta x' = L_1 \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} L_1 \quad \Delta y' = L_1 \sin \theta_1 = \frac{1}{2} L_1 \quad (1) \quad 2 \text{ 分}$$

根据洛伦兹长度收缩，在 S 系中空间间隔

$$\Delta x = \sqrt{1-v^2/c^2} \Delta x' = \frac{\sqrt{3}}{2} L_1 \sqrt{1-v^2/c^2} \quad (2) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\Delta y = \Delta y' = \frac{1}{2} L_1 \quad (3) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\text{根据题意, } \Delta x = L_2 \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} L_2 \quad (4) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\Delta y = L_2 \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} L_2 \quad (5) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\text{联立 (3) 和 (5) 可得 } L_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} L_1 \quad (6) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{由 (2) 和 (4) 可得 } \frac{\sqrt{2}}{2} L_2 = \sqrt{1-v^2/c^2} \frac{\sqrt{3}}{2} L_1, \text{ 代入 (6) 可得 } v = \frac{\sqrt{6}}{3} c \quad 2 \text{ 分}$$

又：根据 (4) 和 (5) 可得

$$\tan \theta_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tan \theta_1$$

代入 (1-3)，同样可解得

$$v = \frac{\sqrt{6}}{3} c$$