

2021 年力学 A 期末试题 PHYS1001A.01

回忆版

向守平教授（主讲）丁桂军教授（习题课）

2021 年 1 月 19 日 8:30-10:30

1 停不下来的漏水的桶

一个有旋转对称表面的旋转体，其中装满某种液体，其对称轴沿竖直方向，其底部有一小孔，半径为 r_0 ，要使液体从底部小孔流出的过程中液面下降的速率恒定，试求旋转体的方程。

2 飞来少年

一个静止的，绕过圆心的竖直轴光滑旋转且转动惯量为 I_0 ，半径为 R 的圆盘静止在光滑水平桌面上。一个质量为 m 的小孩以 v_0 的速度飞来，且运动轨迹刚好和圆盘相切，之后小孩与圆盘瞬时间相对静止，求：

- (1) 圆盘的初始角速度 ω 。
- (2) 如果之后圆盘受到一个与圆盘角速度的平方成正比的阻力矩 $M = -k\omega^2$ ，求当圆盘角速度降为初始值的一半时所用的时间。
- (3) 在 (2) 条件下求阻力做的功。

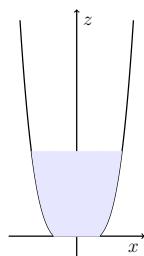


图 1：停不下来的漏水的桶

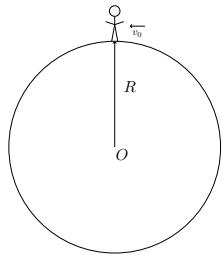


图 2: 飞来少年

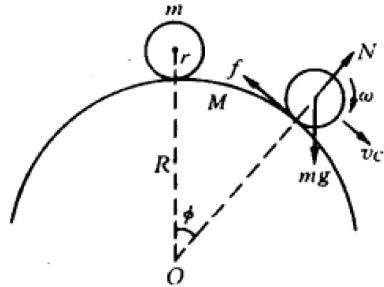


图 3: 卷不倒的球

3 卷不倒的球

匀质小球从半球顶端自静止下滑，已知小球的半径为 r ，半球的半径为 R ，为保证小球在 $\phi = 45^\circ$ 内纯滚动，求半球的静摩擦系数 μ 的范围。

4 长了腿的飞板

如下图所示各已知参量，一薄板连接两根弹簧架在两根相同薄圆筒上，弹簧初始位于原长。 $t = 0$ 时一质量为 m_0 的小物块以 v_0 速度水平从右向左飞来，与薄板瞬间粘合为一体，求此时薄板的速度。之后的运动过程中，薄板是否做简谐运动？如果是，写出薄板的运动方程并求出薄板的最大位移；如果不是，求出薄板的最大位移。假设薄板与圆筒，圆筒与地面均不打滑。

5 双峰贯耳

如图所示，在声源 A, B 间有以观察者以 u_O 的速度运动，同时声源 B 也以 u_B 速度运动，已知声源 A, B 发出声音的频率均为 ν ，声音在空气中的传播速度为 u 。求：

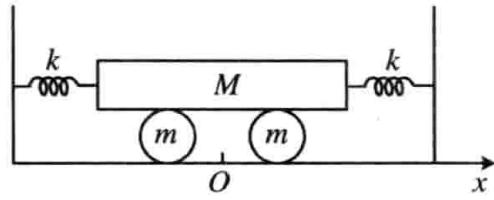


图 4: 长了腿的飞板

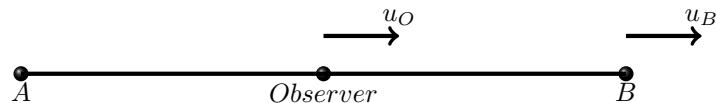


图 5: 双峰贯耳

- (1) 观察者听到声源 A 传来声音的频率。
- (2) 观察者听到声源 B 传来声音的频率。
- (3) 观察者听到的拍频。

6 色散光波拳

对于两同向传播叠加的，波动方程分别为 $y_1 = A \cos(\omega t - kx)$ 和 $y_2 = A \cos((\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x)$ ，求：

- (1) 两列波各自的相速度。
- (2) 两列波合成的群速度。

7 测不准的我们与测的准的题

一飞船以 $\frac{4}{5}c$ 的速度远离地球，某一时刻飞船向地球发射一无线电信号，信号被地球反射回来后被飞船接收，飞船中测得从发射到收到信号的时间间隔为 $\Delta t'$ ，求：（答案中无需化简光速）

- (1) 飞船中测得当地球接收到信号时，飞船和地球的距离。
- (2) 当飞船接收到信号时，地球测得飞船和地球的距离。

8 提示

第一题：舒幼生力学 P229 6-29。基本的伯努利方程应用题，似乎水面下降速率需要自己设出来

第二题：这个题太基础了，等于送分题。类似杨维纮力学与理论力学（上册）的 P295 8-19

第三题：舒幼生力学 P200 5-54。注意能量的计算要考虑全面，即柯尼希定理的每一项都要计算

第四题：改编物理学难题集萃（上册）P235 题 13。本题属于整张卷子中可能是最难的一道题。思路：1. 速度牵连-即板的速度是圆筒质心速度 2 倍。2. 圆筒的转动惯量是 mr^2 。3. 可以运用向老师和丁老师均强调过的总机械能恒定进行对时间求导找简谐运动运动关系。

第五题：基本的多普勒效应应用题。注意拍频加上绝对值。

第六题：色散基本题。对 y_1, y_2 函数的 cos 括号内部分求导为零即可。

第七题：舒幼生力学 P352 8-33。搞清楚本征长度和本征参考系，洛伦兹变换简单应用。