

一. 选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. C; 2. B; 3. D; 4. C; 5. C

二. 简答题 (每题 5 分, 共 15 分)

1. 答: 火车在拐弯时所作的运动不是平动。 (2 分)

刚体作平动时固联其上的任一条直线, 在各时刻的位置 (方位) 始终彼此平行。若将火车的车厢看作一个刚体, 当火车作直线运行时, 车厢上各部分具有平行运动的轨迹、相同的运动速度和加速度, 选取车厢上的任一点都可代替车厢整体的运动, 这就是火车的平动。但当火车拐弯时, 车厢上各部分的速度和加速度都不相同, 即固联在刚体上任一条直线, 在各时刻的位置不能保持彼此平行, 所以火车拐弯时的运动不是平动。 (3 分)

2. 答: 北半球的河流对右岸冲刷的厉害。 (2 分)

在地球转动系中, 流体受科里奥利力  $\vec{f} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$  的作用, 北半球的流体受到沿流体运动方向向右的惯性力, 故北半球的河流对右岸冲刷的厉害。 (3 分)

3. 答: 忽略流体粘滞性的假想流体为理想流体。 (2 分)

实际流体具有粘滞性, 在流体流动时会引起能量损失, 给分析流体运动带来困难, 引入理想流体模型, 忽略粘滞性, 可以简化问题, 分析运动规律, 之后再加入粘滞性的影响, 对结果加以修正, 可得到实际流体的运动规律, 使实际问题得到解决。 (2 分)

自然界不存在理想流体。 (1 分)

三. 计算题 (共 70 分)

1. (10 分) 解: 以抛体所达最大高度处为计时起点和坐标原点, 建立图示坐标  $o-xy$ , 抛体以速度  $v$  做平抛运动。

设命中时间为  $t_1$ , 由自由落体公式:

$$l \sin \theta = \frac{1}{2} g t_1^2, t_1 = \sqrt{2l \sin \theta / g} \quad (2 \text{ 分})$$

命中点  $x$  坐标为:

$$x_1 = v t_1 = v \sqrt{2l \sin \theta / g} \quad (1 \text{ 分})$$

由图中几何关系, 观测者的  $x$  坐标:

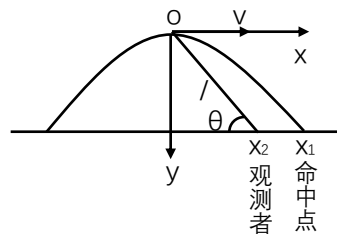
$$x_2 = l \cos \theta \quad (1 \text{ 分})$$

所以, 观测者与命中点间的距离:

$$D = |x_2 - x_1| = |l \cos \theta - v \sqrt{2l \sin \theta / g}| \quad (2 \text{ 分})$$

当  $x_1 < x_2$ , 即  $v \sqrt{2l \sin \theta / g} < l \cos \theta, v < l \cos \theta \sqrt{\frac{g}{2l \sin \theta}}$  时, 则抛体在未达到观察员前即命中目标。

(2 分)



当  $x_1 > x_2$ , 即  $v > l \cos \theta \sqrt{\frac{g}{2l \sin \theta}}$  时, 则抛体在飞越观察员后才命中目标。 (2分)

2. (12分) 解: 开始时A的左行速度记为  $v_A$ , B的右行速度记为  $v_B$ , 由整个系统的动量和机械能守恒, 可得

$$Mv_A = mv_B \quad (2分)$$

$$\frac{1}{2}Mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 = E_k \quad (2分)$$

解得

$$v_A = \sqrt{\frac{2mE_k}{M(M+m)}} \quad (1分)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2ME_k}{m(M+m)}} \quad (1分)$$

两者的相对速度大小为

$$u = v_A + v_B = \sqrt{\frac{2(M+m)E_k}{Mm}} \quad (2分)$$

A与B在以后的弹性碰撞中, 碰撞后分离速度大小恒等于碰撞前接近速度大小, 故B相对A的速度大小始终为上述  $u$  值。B的运动周期等于B相对于A的左、右往返各碰撞一次的合计时间, 即有

$$T = \frac{L}{u} = L \sqrt{\frac{Mm}{2(M+m)E_k}} \quad (2分)$$

3. (14分) 解: (1) 设火星和飞船的质量分别为  $M$  和  $m$ , 飞船沿椭圆轨道运行时, 飞船与火星中心的距离为  $r$ , 飞船速度为  $v$ 。

飞船初始做匀速圆周运动, 有

$$\frac{mv_0^2}{R+H} = \frac{GMm}{(R+H)^2} \quad (2分)$$

喷气前后, 飞船满足能量守恒和角动量守恒, 有

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r} = \frac{1}{2}[v_0^2 + (\alpha v_0)^2] - G\frac{Mm}{R+H} \\ rv = v_0(R+H) \end{cases} \quad (4分)$$

联立可得

$$(1 - \alpha^2)r^2 - 2r(R+H) + (R+H)^2 = 0$$

即, 近火星点高度

$$h_1 = r_1 - R = \frac{H+R}{1+\alpha} - R = \frac{H-\alpha R}{1+\alpha} \quad (1分)$$

远火星点高度

$$h_2 = r_2 - R = \frac{H+R}{1-\alpha} - R = \frac{H+\alpha R}{1-\alpha} \quad (1分)$$

(2) 原轨道周期为:

$$T_0 = \frac{2\pi(R+H)}{v_0} \quad (2 \text{ 分})$$

新轨道长轴为:

$$2a = \frac{H+R}{1+\alpha} + \frac{H+R}{1-\alpha} = 2 \frac{H+R}{1-\alpha^2} \quad (2 \text{ 分})$$

由周期定律, 有

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{(R+H)^3}{T_0^2} \rightarrow T = \frac{2\pi(R+H)^{1.5}}{\sqrt{GM(1-\alpha^2)^{1.5}}} \quad (2 \text{ 分})$$

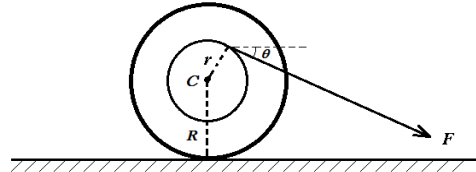
4. (16分) 解: (1) 设静摩擦力  $f$  向左

$$ma_C = F \cos \theta - f \quad (2 \text{ 分})$$

$$kmR^2\beta = rF + Rf \quad (2 \text{ 分})$$

$$a_C = R\beta \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore a_C = \frac{F(r+R \cos \theta)}{mR(1+K)} \quad (2 \text{ 分})$$



$$(2) f = F \cos \theta - ma_C = \frac{F(kR \cos \theta - r)}{R(1+k)} \quad (2 \text{ 分})$$

当  $\cos \theta > \frac{r}{kR}$  时,  $f$  朝左;

当  $\cos \theta < \frac{r}{kR}$  时,  $f$  朝右;

当  $\cos \theta = \frac{r}{kR}$  时,  $f$  为零。 (1 分)

(3) 设地面对轮子的弹力为  $N$ , 则

$$N = mg + F \sin \theta \quad (2 \text{ 分})$$

因  $f \leq \mu N$

$$\therefore \mu \geq \frac{F(kR \cos \theta - r)}{R(1+K)(mg + F \sin \theta)} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{当 } \cos \theta > \frac{r}{kR} \text{ 时, } \mu \geq \frac{F(kR \cos \theta - r)}{R(1+K)(mg + F \sin \theta)};$$

$$\text{当 } \cos \theta < \frac{r}{kR} \text{ 时, } \mu \geq \frac{F(r - kR \cos \theta)}{R(1+K)(mg + F \sin \theta)};$$

当  $\cos \theta = \frac{r}{kR}$  时,  $\mu$  为任意值。 (1 分)

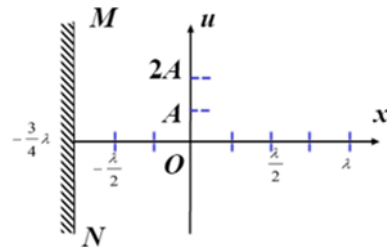
5. (18 分) 解: 波源与反射面区域即  $O-MN$  区域:

由波源  $O$  发出的沿  $x$  轴负方向传播的波为

$$\xi_1(x, t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (1 \text{ 分})$$

这一入射波在反射面  $x = -\frac{3}{4}\lambda$  处引起振动为

$$\xi_1\left(-\frac{3}{4}\lambda, t\right) = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{3}{4}\lambda\right)\right] = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{3\pi}{2}\right) \quad (1 \text{ 分})$$



由于反射面为波密介质，反射波存在的相位突变，则反射波为

$$\xi_2(x, t) = A \cos\left[\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{3\pi}{2}\right) + \frac{2\pi}{\lambda}\left(x + \frac{3}{4}\lambda\right) + \pi\right] = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (2 \text{ 分})$$

合成波为入射波与反射波的叠加，因而

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \xi_1(x, t) + \xi_2(x, t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \\ &= 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

上式表明： $O-MN$  区域的合成波为驻波，在  $x = 0, -\frac{\lambda}{2}$  两处为波腹；在  $x = -\frac{\lambda}{4}, -\frac{3}{4}\lambda$  两处为波节。

波源  $O$  以右区域的合成波：

波源  $O$  沿正方向发出的波

$$\xi_3(x, t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (1 \text{ 分})$$

与反射波  $\xi_2$  的叠加即

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \xi_3(x, t) + \xi_2(x, t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \\ &= 2A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

上式表明：波源  $O$  以右区域的合成波是振幅为  $2A$  的行波，将  $\tau = \frac{3}{4}T$  代入驻波方程，则有

$$\xi(x, \frac{3}{4}T) = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3}{4}T\right) = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

这表明：在  $\tau = \frac{3}{4}T$  时  $O-MN$  区域的波形是与  $x$  轴重合的直线。

将  $\tau = \frac{3}{4}T$  代入行波方程。则有

$$\xi(x, \frac{3}{4}T) = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3}{4}T - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 2A \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (2 \text{ 分})$$

根据这一波函数可得  $\tau = \frac{3}{4}T$  时波源以右区域的波形，波源左方的波形由沿  $x$  轴负方向传播的

波  $\xi_1$  和反射波  $\xi_2$  叠加的  $\xi$  给出，在  $\tau = \frac{3}{4}T$  时为 0。 $\tau = \frac{3}{4}T$  时，波形图如图所示（红色曲线）。

