Modelación de procesos mediante algebra lineal

MA1034 Examen Argumentativo

Nombre: Matrícula: A00227840

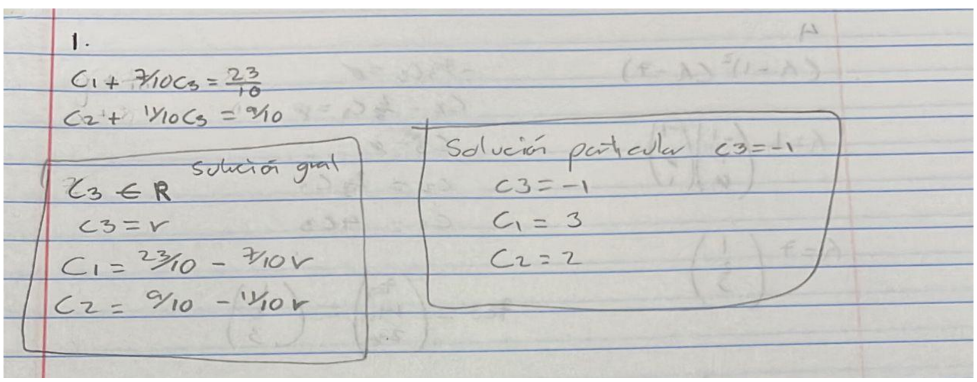
SEG0502 Resuelve problemas e interrogantes de la realidad
SIIT0201 Determina patrones relevantes en un conjunto de datos
SIIT0202 Interpreta interacciones entre variables que caracterizan a un conjunto de datos

Para cada una de las preguntas debes explicar y argumentar tu decisión o respuesta.

1. El vector $u = \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ sí pertenece al espacio generado por los vectores $V = Gen\left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

Si el coeficiente $c_3 = -1$, expresa la solución del conjunto anterior como una combinación lineal si es que esta existe, si no muéstralo.

Al usar la reducción gauss jordan se llega a una solución general con soluciones infinitas, donde la variable libre es c3, por lo que puede tomar cualquier valor. Al tomar el valor de c3=-1, se llega a la solución particular de c1=3, c2=2 y c3=-1, por lo que si existe una combinación lineal con este valor de coeficiente.



1.

$c_1 + \frac{7}{10}c_3 = \frac{23}{10}$

$c_2 + \frac{1}{10}c_3 = \frac{9}{10}$

Solución gral

$c_3 \in \mathbb{R}$

$c3 = r$

$c_1 = \frac{23}{10} - \frac{7}{10}r$

$c_2 = \frac{9}{10} - \frac{1}{10}r$

Solución particular $c3=-1$

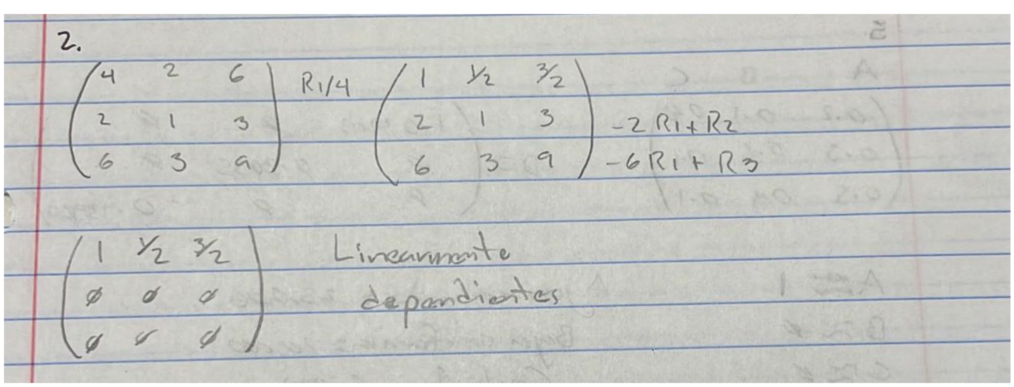
$c3 = -1$

$c_1 = 3$

$c_2 = 2$

2. Determina si el conjunto $A = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}$ es una base para R^3. Indica la base B.

Este conjunto no es una base, ya que para ser base necesita ser linealmente independientes y al usar la reducción de gauss jordan se puede apreciar que este conjunto es linealmente dependiente.



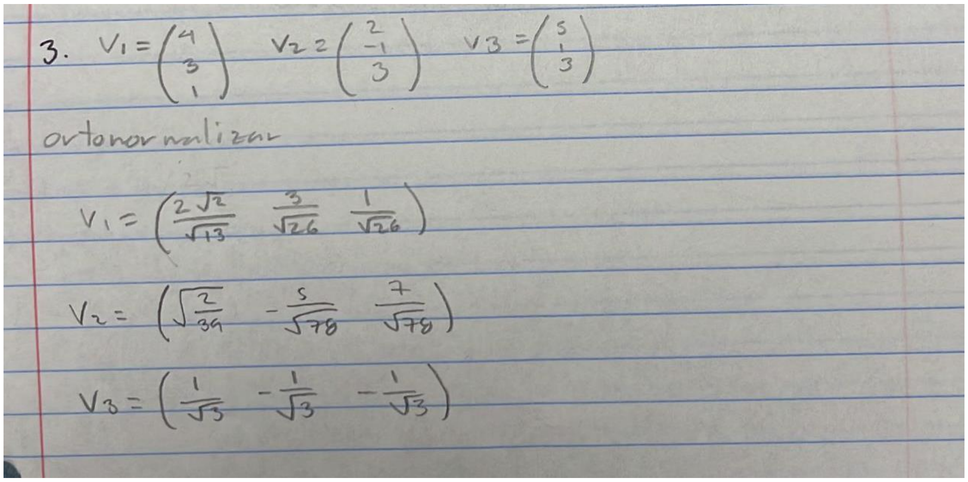
2.

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} R_1/4 \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -2R_1 + R_2 \\ -6R_1 + R_3 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ Linearmente dependientes

3. Encuentra una base ortogonal B y otra base ortonormal C para el conjunto $A = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix}4\\3\\1\end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix}5\\1\\3\end{pmatrix} \right\}$ e indica como podrías comprobar que si son ese tipo de bases ortogonal y ortonormal. Compruébalo.

Los valores ortonormales se pueden comprobar al sacar la magnitud de estos y ver que el resultado es igual a 1. Entonces al probar con las bases ortonormales de mis resultados puedo apreciar que todas las magnitudes son iguales a 1, lo que comprueba que son ortonormales. Y con las ortogonales se puede comprobar al ver que su producto escalar es igual a 0.


3. $V_1 = \begin{pmatrix}4\\3\\1\end{pmatrix}$ $V_2 = \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ $V_3 = \begin{pmatrix}5\\1\\3\end{pmatrix}$

ortonormalizar

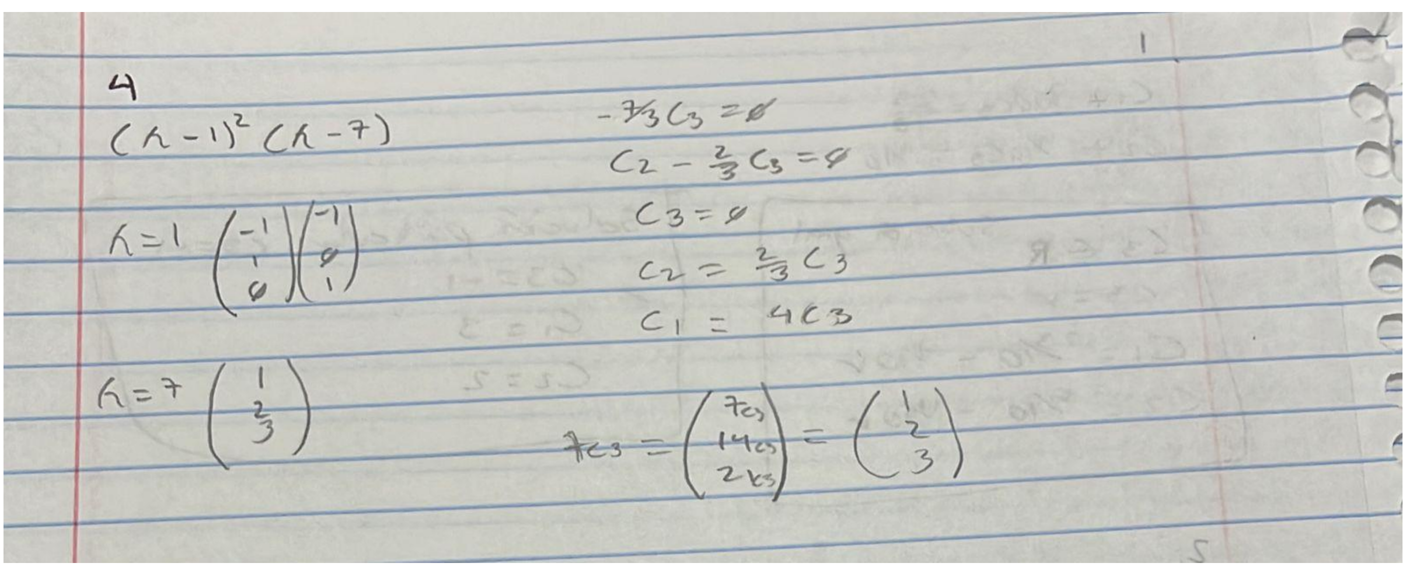
$V_1 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{13}} \quad \frac{3}{\sqrt{26}} \quad \frac{1}{\sqrt{26}}\right)$

$V_2 = \left(\sqrt{\frac{2}{39}} \quad -\frac{5}{\sqrt{78}} \quad \frac{7}{\sqrt{78}}\right)$

$V_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

4. Se tiene el conjunto de vectores $V = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix}1\\3\\3\end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} \right\}$. Muestra mediante la técnica vista, si el valor $\lambda = 7$ es un valor propio de V. Además, muestra mediante la técnica vista, si el vector $u = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ es un vector propio de V.

El valor de lamba=7 si es en un valor propio de V, ya que al usar la fórmula de eigenvalores se llega a la ecuación que (λ-1) (λ-1) (λ-7), con la cual se puede llegar a los resultados de λ=1, con multiplicidad algebraica de 2 y a λ=7. Además, se puede comprobar que λ=7 y u son valores y vectores propios, al comprobar la igualdad de que Vu= λu y ver que se satisface esta igualdad, confirmandos que este valor y vector si son propios.


4

$(\lambda-1)^2(\lambda-7)$

$\lambda = 1$ $\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

$\lambda = 7$ $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

$-\frac{7}{3}C_3 = 0$

$C_2 - \frac{2}{3}C_3 = 0$

$C_3 = 0$

$C_2 = \frac{2}{3}C_3$

$C_1 = 4C_3$

$7c_3 = \begin{pmatrix}7c_3\\14c_3\\21c_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

5. Un agente comercial realiza su trabajo en tres ciudades Aguascalientes, Baja California y Coahuila. Para evitar desplazamientos innecesarios está todo el día en la misma ciudad y allí pernocta, desplazándose a otra ciudad al día siguiente, si no tiene suficiente trabajo. Después de estar trabajando un día en Coahuila, la probabilidad de tener que seguir trabajando en ella al día siguiente es 0.8, la de tener que viajar a Baja california es 0.1 y la de tener que ir a Aguascalientes es 0.2. Si el viajante duerme un día en Baja California, con probabilidad de un 60% tendrá que seguir trabajando en la misma ciudad al día siguiente, en el 10% de los casos viajará a Coahuila, mientras que irá a Aguascalientes con probabilidad de 0.3. Por último, si el agente comercial trabaja todo un día en Aguascalientes, permanecerá en esa misma ciudad, al día siguiente, con una probabilidad 0.5, irá a Baja California con una probabilidad de 0.4 y a Coahuila con una probabilidad de 0.1. ¿Calcula el gasto estacionario de 20 días si el presupuesto es de $50,000?

Al usar el método de diagonalización y ver a futuro 20 días, se puede llegar a que el gasto estacionario va a ser de 0.5 en Aguascalientes, 0.4 en Baja California y 0.1 en Coahuila. Dándonos como resultados 25,000, 20,000 y 5,000 respectivamente.

5.

$$\begin{array}{ccc} A & B & C \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.8 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.5 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1.03205 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0.3055 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & -0.43960 \end{pmatrix}$$

$A \approx 1$
$B \approx \emptyset$
$C \approx \emptyset$

Aguascalientes = 25,000
Baja california = 20,000
Coahuila = 5,000