

Proyecto Final de Estudios

Cosechador de Lechugas Autónomo con Unidad de Detección por Inteligencia Artificial

> Brenda Gudiño Alan Vignolo

Fecha de presentación: XX/XX/2025

Índice general

Κŧ	esum	en .	3
1.	Intr	oducción	4
	1.1.	Contexto y Motivación	4
	1.2.	·	4
	1.3.	· · ·	4
			4
2 .	Mar	co Teórico	5
	2.1.	Sistemas de Control Jerárquico	5
	2.2.	Fundamentos de Visión Artificial y Aprendizaje Profundo	5
		2.2.1. Procesamiento Digital de Imágenes	5
		2.2.2. Detección y Análisis de Contornos	9
		2.2.3. Clasificación Basada en Análisis Morfológico	5
	2.3.	Robots Cartesianos y Robots serie	1
		2.3.1. Robots Cartesianos	1
		2.3.2. Robots Serie	3
		2.3.3. Comparación entre Robots Cartesianos y Serie	5
	2.4.	Sistemas de Transmisión Mecánica	6
		2.4.1. Sistemas de Transmisión	6
	2.5.	Control de Motores Paso a Paso	0
		2.5.1. Fundamentos de Motores Paso a Paso	0
		2.5.2. Modos de Excitación y Control	1
		2.5.3. Características de Desempeño	3
		2.5.4. Drivers y Electrónica de Control	4
		2.5.5. Generación de Perfiles de Movimiento	5
		2.5.6. Criterios de Selección de Motores Paso a Paso	
		2.5.7. Ejemplo de Aplicación del Proceso de Selección	
		2.5.8. Estrategias de Control Avanzadas	2
		2.5.9. Consideraciones Prácticas de Implementación	3
		2.5.10. Análisis de Fallos Comunes	
		2.5.11. Aplicaciones Típicas y Consideraciones Específicas	6
		2.5.12. Tendencias y Tecnologías Emergentes	
		2.5.13. Resumen de Especificaciones Clave	
		1	
3.	Des	arrollo del Sistema 50	0
	3.1.	Arquitectura General del Sistema	0
	3.2.	Modelado y Diseño Mecánico	0
		3.2.1. Especificaciones de Diseño y Restricciones	0
		3.2.2. Sistema de Movimiento Horizontal	2
		3.2.3. Sistema de Movimiento Vertical	5
		3.2.4. Brazo Robótico	8
	3.3.	Dimensionamiento de Servomotores	0
		3.3.1. Parámetros del Sistema	0
		3.3.2. Dimensionamiento del Motor del Codo	0

		3.3.3. Dimensionamiento del Motor del Hombro	61
		3.3.4. Resultados y Selección de Servomotores	63
		3.3.5. Consideraciones Adicionales	63
		3.3.6. Modelado CAD y Fabricación	64
	3.4.	Sistema de Control de Bajo Nivel (Nivel Regulatorio)	69
			69
			69
			69
			69
		<u> </u>	69
			69
	3.5.		69
	5.5.		
		<u>.</u>	69
		1 0	69
		1	69
		G Committee of the comm	69
	3.6.	v i	69
		1 " 1	69
			69
			69
		- v -	69
	3.7.	· ·	72
	3.8.	Montaje e Integración	72
4.	Pru	bas y Resultados	73
	4.1.	•	73
	4.2.		73
			73
	4.4.		73
			73
	4.0.	Análisis de Resultados	73
5.	Con	elusiones y Trabajo Futuro	7 4
	5.1.	Conclusiones Generales	74
	5.2.		74
	5.3.		74
Α.	Diag	ramas Eléctricos Completos	7 5
В.	Cód	go Fuente Relevante	76
			77
		r	
D.	Mar	ual de Usuario	78
$\mathbf{E}.$	Hoj	s de Datos	7 9
R	eferer	cias	80

Resumen

1. Introducción

- 1.1. Contexto y Motivación
- 1.2. Objetivos del Proyecto
- 1.3. Alcance y Limitaciones
- 1.4. Estructura del Documento

2. Marco Teórico

2.1. Sistemas de Control Jerárquico

2.2. Fundamentos de Visión Artificial y Aprendizaje Profundo

2.2.1. Procesamiento Digital de Imágenes

El procesamiento digital de imágenes constituye el fundamento tecnológico de los sistemas de visión artificial aplicados a robótica agrícola. Esta disciplina permite transformar datos visuales crudos capturados por cámaras en información estructurada y procesable por algoritmos de decisión, integrando conceptos de análisis matemático, álgebra lineal y teoría de señales.

Representación Digital de Imágenes

Una imagen digital se define matemáticamente como una función bidimensional discreta f(x, y), donde las coordenadas espaciales (x, y) representan posiciones en el plano de la imagen y el valor de la función indica la intensidad luminosa en cada punto. Para imágenes a color en formato RGB, esta representación se extiende a un espacio tridimensional:

$$\mathbf{I}(x,y) = \begin{bmatrix} R(x,y) \\ G(x,y) \\ B(x,y) \end{bmatrix} \in [0,255]^3$$
(2.1)

donde R, G y B representan los canales de color rojo, verde y azul respectivamente. Esta codificación permite representar aproximadamente 16.7 millones de colores distintos (256³), cubriendo ampliamente el espectro visible necesario para aplicaciones de agricultura de precisión.

La resolución espacial de una imagen determina la cantidad de información disponible para el análisis. Una imagen de dimensiones $M \times N$ píxeles contiene $M \cdot N$ elementos de información, cada uno representando el promedio de la radiancia incidente sobre el área del sensor correspondiente a ese píxel.

Espacios de Color y Transformaciones

El espacio de color RGB, aunque intuitivo y ampliamente utilizado en sistemas de captura, presenta limitaciones para ciertas tareas de procesamiento debido a su fuerte correlación entre canales y sensibilidad a variaciones de iluminación. Por esta razón, la conversión a espacios de color alternativos resulta fundamental en visión por computadora.

Espacio HSV (Hue, Saturation, Value)

El espacio HSV separa la información cromática (matiz y saturación) de la información de iluminación (valor), proporcionando robustez frente a cambios en las condiciones de luz. La transformación de RGB a HSV se define mediante:

$$V = \max(R, G, B) \tag{2.2}$$

$$S = \begin{cases} \frac{V - \min(R, G, B)}{V} & \text{si } V \neq 0\\ 0 & \text{si } V = 0 \end{cases}$$
 (2.3)

$$H = \begin{cases} 60^{\circ} \cdot \frac{G - B}{V - \min(R, G, B)} & \text{si } V = R \\ 60^{\circ} \cdot \left(2 + \frac{B - R}{V - \min(R, G, B)}\right) & \text{si } V = G \\ 60^{\circ} \cdot \left(4 + \frac{R - G}{V - \min(R, G, B)}\right) & \text{si } V = B \end{cases}$$

$$(2.4)$$

Esta descomposición resulta particularmente ventajosa para la detección de elementos basada en contraste y brillo.

El Canal V como Descriptor de Intensidad

El canal V (Value) captura la intensidad luminosa independientemente del color, representando el brillo máximo entre los tres canales RGB. Esta propiedad lo convierte en un descriptor ideal para detectar objetos oscuros contra fondos claros o viceversa.

Para la detección de elementos de contraste oscuro (como marcadores negros o cintas de cultivo), el canal V permite una segmentación robusta mediante umbralización:

Objeto oscuro
$$\Leftrightarrow V(x,y) < T_V$$
 (2.5)

donde T_V es un umbral empírico que depende de las condiciones de iluminación del entorno. En aplicaciones de cultivo hidropónico bajo iluminación controlada, valores típicos son $T_V \in [30, 70]$, permitiendo detectar elementos con baja reflectancia sin ser afectados por variaciones de color.

Ventajas del Canal V para Detección

La separación de la información de brillo en el canal V ofrece ventajas operativas críticas:

- Invariancia parcial a color: Elementos oscuros se detectan independientemente de su matiz (negro, azul oscuro, verde oscuro)
- Umbralización simple: Un único parámetro T_V define la separación
- Robustez ante variaciones uniformes: Cambios globales de iluminación afectan proporcionalmente todos los píxeles
- Eficiencia computacional: Operaciones sobre un único canal en lugar de tres

Matemáticamente, el canal V satisface:

$$V(\alpha \cdot \mathbf{I}_{RGB}) = \alpha \cdot V(\mathbf{I}_{RGB}) \quad \forall \alpha > 0$$
 (2.6)

donde α representa un factor de escala de iluminación global. Esta linealidad permite compensar variaciones uniformes de brillo mediante ajustes del umbral.

Umbralización y Segmentación

La umbralización constituye una técnica fundamental de segmentación que particiona una imagen en regiones de interés mediante la comparación de intensidades de píxeles contra valores de referencia.

Umbralización Binaria Inversa

En escenarios donde los elementos de interés presentan intensidades menores que el fondo, la umbralización inversa resulta esencial:

$$g(x,y) = \begin{cases} 255 & \text{si } f(x,y) < T \\ 0 & \text{si } f(x,y) \ge T \end{cases}$$
 (2.7)

Esta operación genera una imagen binaria donde los píxeles blancos (255) corresponden a regiones oscuras de la imagen original. Es la técnica empleada para detectar cintas de cultivo negras, tubos oscuros y marcadores de contraste en agricultura de precisión.

Aplicación al Canal V para Detección de Oscuros

La combinación de conversión HSV y umbralización inversa del canal V proporciona un método robusto para segmentar elementos oscuros:

$$\operatorname{Máscara}(x,y) = \begin{cases} 255 & \text{si } V(x,y) < T_V \\ 0 & \text{si } V(x,y) \ge T_V \end{cases}$$
 (2.8)

Por ejemplo, con $T_V = 50$, se destacan todos los píxeles con valor de brillo inferior a 50, típicamente correspondientes a superficies oscuras como:

- Cintas de identificación negras
- Tubos de cultivo sin contenido
- Tierra o sustrato oscuro
- Sombras pronunciadas

Selección Empírica del Umbral

A diferencia de métodos adaptativos como Otsu, en entornos controlados resulta más efectivo establecer umbrales fijos determinados experimentalmente. El procedimiento consiste en:

- 1. Capturar imágenes representativas del escenario operativo
- 2. Analizar histograma del canal V para objetos de interés
- 3. Identificar el rango de valores V que caracteriza consistentemente dichos objetos
- 4. Establecer T_V en el punto que maximiza separación entre objeto y fondo
- 5. Validar con conjunto de prueba diverso

Este enfoque aprovecha el conocimiento específico del entorno operativo, resultando en umbrales más robustos que métodos automáticos que no consideran la naturaleza del problema.

Operaciones Morfológicas

Las operaciones morfológicas manipulan la forma y estructura de objetos en imágenes binarias mediante la aplicación de elementos estructurantes. Se fundamentan en la teoría de conjuntos y permiten eliminar ruido, rellenar huecos y separar objetos conectados.

Erosión

La erosión reduce el tamaño de los objetos eliminando píxeles del perímetro:

$$(A \ominus B)(x,y) = \min_{(s,t) \in B} \{A(x+s,y+t)\}$$
 (2.9)

donde A es la imagen binaria y B es el elemento estructurante. Esta operación elimina pequeñas protuberancias y separa objetos débilmente conectados.

Dilatación

La dilatación expande los objetos añadiendo píxeles al perímetro:

$$(A \oplus B)(x,y) = \max_{(s,t) \in B} \{A(x+s,y+t)\}$$
 (2.10)

Esta operación rellena pequeños huecos y conecta regiones próximas.

Apertura y Cierre

Estas operaciones compuestas combinan erosión y dilatación para refinar máscaras:

Apertura:
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$
 (2.11)

Cierre:
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$
 (2.12)

La apertura elimina pequeños objetos y protuberancias manteniendo el tamaño aproximado de objetos grandes. El cierre rellena huecos pequeños y conecta componentes próximos, resultando esencial para consolidar regiones fragmentadas.

Elementos Estructurantes

La forma y tama \tilde{n} o del elemento estructurante B determina el comportamiento de las operaciones morfológicas:

- Cuadrado 3 × 3: Operaciones isotrópicas básicas
- Cuadrado 5 × 5: Mayor alcance, elimina ruido moderado
- Rectangular vertical 7 × 3: Conectividad preferencial vertical, útil para unir fragmentos de objetos alargados verticalmente

La secuencia típica de refinamiento morfológico en aplicaciones de cultivo es:

- 1. Apertura $(3 \times 3, 2 \text{ iteraciones})$ elimina ruido puntual
- 2. Cierre $(3 \times 3, 2 \text{ iteraciones})$ rellena huecos pequeños
- 3. Cierre $(5 \times 5, 2 \text{ iteraciones})$ conecta regiones próximas
- 4. Cierre vertical $(7 \times 3, 1 \text{ iteración})$ unifica objetos verticalmente fragmentados

Calibración y Transformación de Coordenadas

La calibración establece la correspondencia entre coordenadas píxel en la imagen y coordenadas físicas en el espacio de trabajo. Esta transformación es fundamental para convertir mediciones visuales en comandos de movimiento precisos.

Modelo de Transformación Lineal

Para configuraciones donde la cámara observa perpendicular al plano de trabajo a distancia constante, la transformación píxel-a-métrica puede aproximarse mediante un modelo lineal afín:

$$d_{mm} = a \cdot d_{px} + b \tag{2.13}$$

donde d_{px} es la distancia medida en píxeles, d_{mm} la distancia física en milímetros, y a, b son parámetros de calibración. El coeficiente a representa la escala (mm/píxel) y b un offset sistemático.

Para sistemas bidimensionales, la transformación se expresa como:

donde a_x, a_y son factores de escala independientes (permitiendo píxeles no cuadrados o perspectiva leve) y b_x, b_y son desplazamientos de origen.

Estimación de Parámetros por Mínimos Cuadrados

Los parámetros de calibración se estiman mediante regresión lineal a partir de pares de puntos de correspondencia conocidos. Dado un conjunto de N mediciones:

$$\{(d_{px,i}, d_{mm,i})\}_{i=1}^{N} \tag{2.15}$$

el problema de mínimos cuadrados minimiza el error cuadrático:

$$\min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} (d_{mm,i} - (a \cdot d_{px,i} + b))^2$$
(2.16)

La solución analítica se obtiene mediante las ecuaciones normales:

$$a = \frac{N \sum d_{px,i} d_{mm,i} - \sum d_{px,i} \sum d_{mm,i}}{N \sum d_{px,i}^2 - (\sum d_{px,i})^2}$$
(2.17)

$$b = \frac{\sum d_{mm,i} - a \sum d_{px,i}}{N} \tag{2.18}$$

Este método garantiza la solución óptima en el sentido de mínimos cuadrados, minimizando el error cuadrático medio.

Procedimiento de Calibración

El proceso de calibración consiste en:

- 1. Colocar marcadores de referencia en el espacio de trabajo en posiciones conocidas
- 2. Capturar imagen y detectar posiciones de marcadores en píxeles
- 3. Medir físicamente distancias entre marcadores (con calibre o regla)
- 4. Calcular distancias en píxeles entre los mismos marcadores en la imagen
- 5. Aplicar regresión lineal para estimar parámetros a, b
- 6. Validar con mediciones independientes

Validación Estadística

La precisión de la calibración se cuantifica mediante el error cuadrático medio (RMSE):

RMSE =
$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (d_{mm,i} - \hat{d}_{mm,i})^2}$$
 (2.19)

donde $\hat{d}_{mm,i} = a \cdot d_{px,i} + b$ son las predicciones del modelo. Valores de RMSE inferiores a 1-2mm resultan aceptables para aplicaciones de manipulación agrícola de precisión, considerando las tolerancias biológicas de los cultivos.

El coeficiente de determinación R^2 complementa la evaluación:

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum (d_{mm,i} - \hat{d}_{mm,i})^{2}}{\sum (d_{mm,i} - \bar{d}_{mm})^{2}}$$
(2.20)

donde \bar{d}_{mm} es la media de las distancias reales. Valores $R^2 > 0.99$ indican excelente ajuste lineal, validando la aproximación del modelo.

2.2.2. Detección y Análisis de Contornos

La detección de contornos constituye una técnica fundamental en visión por computadora para la identificación y caracterización de objetos en imágenes. Los contornos representan las fronteras entre regiones con propiedades visuales distintas, proporcionando información estructural esencial para el reconocimiento y clasificación de elementos.

Definición Matemática de Contorno

Un contorno se define como la secuencia ordenada de píxeles que forman el límite de una región conexa en una imagen binaria:

$$C = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n \quad \text{donde } (x_i, y_i) \in \partial R$$

$$(2.21)$$

siendo ∂R la frontera topológica de la región R. Formalmente, un punto (x,y) pertenece a ∂R si es parte de la región pero tiene al menos un vecino que no pertenece a ella:

$$(x,y) \in R \quad \land \quad \exists (x',y') \in \mathcal{N}(x,y) : (x',y') \notin R$$
 (2.22)

donde $\mathcal{N}(x,y)$ representa el vecindario del píxel. La definición de vecindario determina la conectividad del contorno:

- 4-conectividad: Vecinos arriba, abajo, izquierda, derecha
- 8-conectividad: Incluye diagonales, genera contornos más suaves

Algoritmo de Detección de Contornos de Suzuki-Abe

El algoritmo de Suzuki-Abe detecta simultáneamente contornos externos e internos (huecos), organizándolos jerárquicamente. Es el método implementado en OpenCV mediante la función findContours.

Principio de Funcionamiento

El algoritmo recorre la imagen binaria en orden raster (izquierda-derecha, arriba-abajo) y, al encontrar un píxel de objeto aún no visitado, inicia el rastreo del contorno. Define dos tipos de bordes:

- Contorno externo: Límite exterior de una región de objeto
- Contorno interno: Límite de un hueco dentro del objeto

La jerarquía se representa mediante relaciones padre-hijo:

$$Jerarquía_i = \{Siguiente, Previo, Primer Hijo, Padre\}$$
 (2.23)

donde cada elemento apunta al índice del contorno correspondiente en la lista.

Modos de Recuperación

Los modos de recuperación determinan qué contornos se extraen:

- RETR EXTERNAL: Solo contornos externos de nivel superior
- RETR LIST: Todos los contornos sin jerarquía
- RETR TREE: Jerarquía completa de contornos anidados

Para aplicaciones de cultivo donde interesa detectar objetos individuales sin relaciones jerárquicas complejas, **RETR EXTERNAL** resulta suficiente y eficiente.

Métodos de Aproximación

El parámetro de aproximación controla la representación del contorno:

- CHAIN APPROX NONE: Almacena todos los puntos del contorno
- CHAIN APPROX SIMPLE: Comprime segmentos horizontales/verticales

CHAIN_APPROX_NONE preserva toda la información geométrica, necesario para análisis morfológico detallado.

Descriptores Geométricos de Contornos

Los descriptores cuantifican propiedades estructurales de los contornos, permitiendo clasificación y reconocimiento de formas.

Área

El área encerrada por un contorno se calcula mediante la fórmula del Shoelace (algoritmo de Gauss):

$$A = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \right|$$
 (2.24)

donde $(x_n, y_n) = (x_0, y_0)$ para cerrar el contorno. Esta fórmula es eficiente computacionalmente $(\mathcal{O}(n))$ y proporciona el área exacta del polígono.

Perímetro

La longitud del contorno se calcula como:

$$P = \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$$
 (2.25)

El perímetro es sensible a la resolución de la imagen y al ruido del contorno.

Rectángulo Delimitador (Bounding Box)

El bounding box es el rectángulo alineado a ejes que contiene completamente al contorno:

$$BBox = (x_{min}, y_{min}, w, h)$$

$$(2.26)$$

donde:

$$x_{min} = \min_{i} x_i, \quad y_{min} = \min_{i} y_i \tag{2.27}$$

$$w = \max_{i} x_i - x_{min}, \quad h = \max_{i} y_i - y_{min}$$
 (2.28)

Centroide

El centro de masa del contorno se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$
 (2.29)

$$\bar{y} = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$
(2.30)

donde A es el área calculada previamente.

Filtrado de Contornos

En aplicaciones reales, las imágenes binarias contienen múltiples contornos, muchos correspondientes a ruido o elementos irrelevantes. El filtrado elimina contornos no deseados según criterios específicos del problema.

Filtrado por Área

Eliminar contornos cuya área esté fuera de un rango esperado:

Contorno válido
$$\Leftrightarrow A_{min} \le A_{contorno} \le A_{max}$$
 (2.31)

Los umbrales se establecen según el tamaño esperado de objetos de interés. Por ejemplo, para detectar plantas en tubos de cultivo de área conocida, se pueden establecer límites adaptativos:

$$A_{min} = 0.01 \cdot A_{imagen}, \quad A_{max} = 0.6 \cdot A_{imagen} \tag{2.32}$$

filtrando tanto ruido puntual como regiones que abarcan casi toda la imagen.

Filtrado por Posición

Descartar contornos que tocan los bordes de la imagen, ya que generalmente están incompletos:

To ca borde
$$\Leftrightarrow \exists (x_i, y_i) \in C : x_i < \delta \lor x_i > W - \delta \lor y_i < \delta \lor y_i > H - \delta$$
 (2.33)

donde W, H son dimensiones de la imagen y δ es un margen de tolerancia (típicamente 5 píxeles). Adicionalmente, se puede verificar proximidad a un margen interno:

Cerca de borde
$$\Leftrightarrow x_{min} < m_W \lor x_{max} > W - m_W \lor y_{min} < m_H \lor y_{max} > H - m_H$$
 (2.34)

donde $m_W = 0.12W$ y $m_H = 0.12H$ definen un margen del 12% desde cada borde.

Filtrado por Inclusión del Centro

Priorizar contornos que encierran el punto central de la imagen, asumiendo que el objeto de interés está centrado:

Encierra centro
$$\Leftrightarrow (W/2, H/2) \in Interior(C)$$
 (2.35)

Esto se verifica mediante el algoritmo de ray casting o la función pointPolygonTest de OpenCV.

Análisis de Regiones Parciales del Contorno

En muchas aplicaciones, el análisis de regiones específicas del contorno proporciona información más robusta que el contorno completo. Esto es particularmente útil cuando los objetos tienen geometría variable en diferentes zonas.

Extracción del Segmento Inferior

Para objetos verticales donde la base tiene geometría más consistente (como cintas de cultivo en tubos), analizar solo el 10 % inferior mejora la robustez:

Región base =
$$\{(x, y) \in C : y \ge y_{max} - 0.1 \cdot h\}$$
 (2.36)

donde $h = y_{max} - y_{min}$ es la altura del bounding box.

Ancho Efectivo de la Base

El ancho de la base se calcula como el rango horizontal de píxeles en la región inferior:

$$w_{base} = \max_{(x,y)\in base} x - \min_{(x,y)\in base} x + 1 \tag{2.37}$$

Este descriptor es más estable que el ancho del bounding box completo, especialmente cuando la parte superior del objeto es irregular.

Consistencia de Ancho

La varianza del ancho a lo largo de la región base cuantifica la regularidad geométrica:

Consistencia =
$$1 - \frac{\sigma_w}{\bar{w}}$$
 (2.38)

donde σ_w es la desviación estándar de anchos por fila y \bar{w} el ancho promedio. Valores cercanos a 1 indican bases rectangulares consistentes.

Ocupación de la Base

La proporción del rectángulo base ocupada por píxeles del contorno:

$$Ocupación = \frac{N_{pxeles_base}}{w_{base} \times h_{base}}$$
 (2.39)

Bases sólidas tienen ocupación >0.8, mientras formas irregulares tienen menor ocupación.

Métricas de Forma para Clasificación

Rectangularidad de la Base

Mide qué tan rectangular es la región inferior del contorno:

$$Rectangularidad = \frac{A_{contorno_base}}{A_{bbox_base}}$$
 (2.40)

donde $A_{contorno_base}$ es el área del contorno en la región base y A_{bbox_base} el área del rectángulo delimitador de esa región. Valores >0.9 indican bases casi rectangulares, típicas de cintas o marcadores fabricados.

Rectitud de la Base

Evalúa qué tan horizontal es el borde inferior:

$$Rectitud = 1 - \frac{\sigma_y}{h_{tolerancia}}$$
 (2.41)

donde σ_y es la desviación estándar de las coordenadas y de los píxeles de la base, y $h_{tolerancia}$ es un valor de referencia (ej. 5 píxeles). Bases perfectamente horizontales tienen $\sigma_y \approx 0$.

Análisis Estadístico de Píxeles Internos

Además de la geometría del contorno, el contenido interno proporciona información cromática para clasificación.

Creación de Máscara de Región

Dada una imagen multicanal \mathbf{I} y un contorno C, se crea una máscara binaria:

$$M(x,y) = \begin{cases} 255 & \text{si } (x,y) \in \text{Interior}(C) \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (2.42)

Ratios de Color

Para clasificar entre objetos con diferente composición cromática (ej. lechugas verdes vs. tubos negros), se calculan proporciones de píxeles de cada clase dentro del contorno.

Dadas máscaras de color verde M_G y negro M_B :

Ratio verde =
$$\frac{\sum_{(x,y)} M(x,y) \wedge M_G(x,y)}{\sum_{(x,y)} M(x,y)}$$
(2.43)

Ratio negro =
$$\frac{\sum_{(x,y)} M(x,y) \wedge M_B(x,y)}{\sum_{(x,y)} M(x,y)}$$
(2.44)

donde \wedge denota operación AND bit a bit.

Intensidad Promedio

El brillo medio de píxeles internos:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{(x,y):M(x,y)>0} I_{gray}(x,y)}{\sum_{(x,y)} M(x,y)}$$
(2.45)

Esta métrica complementa los ratios de color para mejorar la discriminación.

Score Combinado para Selección

Cuando múltiples contornos cumplen filtros básicos, se requiere un criterio cuantitativo para seleccionar el más relevante. Un score combinado pondera múltiples descriptores:

$$S_{total} = w_1 S_{ancho} + w_2 S_{consistencia} + w_3 S_{ocupacin} + w_4 S_{rectitud} + S_{bonus}$$
 (2.46)

donde cada $S_i \in [0,1]$ es un score normalizado y w_i son pesos que reflejan importancia relativa.

Normalización de Scores

Los descriptores se normalizan a [0,1]:

$$S_{ancho} = \min\left(\frac{w_{base}}{w_{ref}}, 1\right) \tag{2.47}$$

$$S_{consistencia} = \max\left(0, 1 - \frac{\sigma_w}{100}\right) \tag{2.48}$$

$$S_{ocupacin} = \min\left(\frac{N_{pxeles}}{w_{base} \cdot h_{base}}, 1\right) \tag{2.49}$$

Ejemplo de Ponderación

Para detección de cintas de cultivo:

$$S_{total} = 0.40 \cdot S_{ancho} + 0.30 \cdot S_{consistencia} + 0.20 \cdot S_{ocupacin} + 0.10 \cdot S_{rectitud} + S_{bonus}$$
 (2.50)

El ancho base tiene mayor peso (40 %) por ser el descriptor más discriminativo. El bonus adicional puede otorgarse por criterios secundarios (ej. estar centrado en la imagen).

Componentes Conectados

Antes de la detección de contornos, identificar componentes conectados permite filtrar regiones por propiedades antes de extraer contornos detallados.

Algoritmo de Etiquetado

El algoritmo de componentes conectados asigna una etiqueta única a cada región conexa:

$$L: \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{N} \tag{2.51}$$

donde L(x,y) es la etiqueta del píxel en (x,y).

Estadísticas de Componentes

Para cada componente i, se extraen:

- Área: $A_i = \sum_{(x,y)} \mathbb{1}[L(x,y) = i]$
- Bounding box: (x_i, y_i, w_i, h_i)
- Centroide: (\bar{x}_i, \bar{y}_i)

Filtrado Pre-Contorno

Eliminar componentes por área antes de extraer contornos reduce carga computacional:

Imagen filtrada
$$(x, y) = \begin{cases} 255 & \text{si } L(x, y) = i \land A_{min} \le A_i \le A_{max} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$
 (2.52)

Este pre-filtrado es especialmente útil cuando hay cientos de componentes pequeños de ruido.

2.2.3. Clasificación Basada en Análisis Morfológico

La clasificación morfológica de objetos utiliza características geométricas y estadísticas extraídas de contornos e imágenes para asignar categorías a elementos detectados. A diferencia de métodos de aprendizaje profundo, este enfoque se fundamenta en reglas explícitas derivadas del conocimiento del dominio y análisis estadístico de datos representativos.

Fundamentos de Clasificación por Umbrales

El método más directo de clasificación morfológica establece límites de decisión basados en valores de descriptores geométricos. Para un descriptor d y un conjunto de clases $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, ..., c_n\}$, la regla de clasificación se define como:

$$Clase(x) = c_i \quad \text{si} \quad t_{i-1} < d(x) \le t_i \tag{2.53}$$

donde $t_0, t_1, ..., t_n$ son umbrales que particionan el espacio de características.

Clasificación por Área

Para objetos que se diferencian principalmente por tamaño, el área en píxeles constituye un descriptor efectivo:

$$\operatorname{Clase}(C) = \begin{cases} \operatorname{Peque\~no} & \operatorname{si} A < t_1 \\ \operatorname{Mediano} & \operatorname{si} t_1 \leq A < t_2 \\ \operatorname{Grande} & \operatorname{si} A \geq t_2 \end{cases}$$
 (2.54)

La robustez del método depende de la separabilidad entre clases. La distancia entre centroides de clases adyacentes debe ser significativa respecto a la dispersión intra-clase.

Análisis Estadístico para Determinación de Umbrales

La selección óptima de umbrales requiere análisis estadístico de una base de datos representativa de cada clase.

Parámetros Estadísticos por Clase

Para cada clase c_i , se calculan la media y desviación estándar del descriptor de interés:

$$\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} d_j \tag{2.55}$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} (d_j - \mu_i)^2}$$
 (2.56)

donde N_i es el número de muestras de la clase i, μ_i es la media y σ_i la desviación estándar del descriptor d.

Determinación de Umbrales mediante Análisis de Distribuciones

Asumiendo distribuciones normales para cada clase:

$$P(d|c_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(d-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right)$$
 (2.57)

Para distribuciones con igual varianza ($\sigma_i = \sigma_{i+1} = \sigma$), el umbral óptimo entre clases consecutivas es:

$$t_i^* = \frac{\mu_i + \mu_{i+1}}{2} \tag{2.58}$$

Este umbral minimiza la probabilidad de error cuando las clases tienen igual probabilidad a priori y varianzas similares.

Clasificación Multi-Criterio con Ratios de Color

Cuando un único descriptor geométrico no proporciona separabilidad suficiente, se emplean múltiples características simultáneamente. En el contexto de agricultura de precisión, los ratios de color resultan particularmente efectivos.

Espacio de Características de Color

Dado un contorno, se calculan ratios que cuantifican la proporción de diferentes componentes cromáticos:

$$r_{verde} = \frac{N_{pxeles_verdes}}{N_{pxeles_totales}} \tag{2.59}$$

$$r_{negro} = \frac{N_{pxeles_negros}}{N_{pxeles_totales}}$$
 (2.60)

 $\label{eq:normalization} \mbox{donde} \ N_{pxeles_totales} = N_{pxeles_verdes} + N_{pxeles_negros} + N_{pxeles_otros}.$

Cada objeto se representa como un vector en el espacio de características:

$$\mathbf{x} = [r_{verde}, r_{negro}, I_{media}]^T \tag{2.61}$$

donde I_{media} es la intensidad promedio de píxeles internos.

Prototipos de Clase

Para cada clase c_i , se define un prototipo mediante las medias de los descriptores:

$$\boldsymbol{\mu}_i = [\mu_{verde,i}, \mu_{negro,i}, \mu_{intensidad,i}]^T \tag{2.62}$$

Desviaciones Estándar por Clase

Las variaciones dentro de cada clase se cuantifican mediante:

$$\boldsymbol{\sigma}_{i} = \left[\sigma_{verde,i}, \sigma_{negro,i}, \sigma_{intensidad,i}\right]^{T}$$
(2.63)

Distancia Euclidiana Normalizada

Para clasificar un objeto nuevo, se calcula su distancia a cada prototipo de clase. La normalización por desviación estándar garantiza que descriptores con diferentes rangos contribuyan equitativamente.

Distancia Normalizada

La distancia de un objeto \mathbf{x} al prototipo de la clase c_i se define como:

$$D_i(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{k=1}^m \left(\frac{x_k - \mu_{k,i}}{\sigma_{k,i} + \epsilon}\right)^2}$$
 (2.64)

donde:

- m es el número de descriptores (ej. 3 para verde, negro, intensidad)
- x_k es el valor del descriptor k para el objeto
- $\mu_{k,i}$ es la media del descriptor k para la clase i
- ullet $\sigma_{k,i}$ es la desviación estándar del descriptor k para la clase i

• ϵ es un término pequeño (ej. 10^{-6}) para evitar división por cero

Regla de Clasificación por Mínima Distancia

El objeto se asigna a la clase con menor distancia normalizada:

$$Clase(\mathbf{x}) = \arg\min_{i} D_i(\mathbf{x}) \tag{2.65}$$

Este criterio implementa un clasificador de vecino más cercano en el espacio normalizado.

Cálculo de Confianza

La confianza de la clasificación se deriva de las distancias relativas:

$$Confianza = 1 - \frac{D_{min}}{D_{max} + D_{min}}$$
 (2.66)

donde D_{min} es la distancia a la clase predicha y D_{max} la distancia a la clase más lejana. Valores cercanos a 1 indican alta confianza; valores cercanos a 0.5 sugieren ambigüedad.

Para mejorar robustez, la confianza se limita:

$$Confianza_{final} = máx(0,3, mín(1,0, Confianza))$$
(2.67)

garantizando un rango [0,3,1,0].

Ejemplo: Clasificación de Cultivos

Para un sistema de clasificación de tubos de cultivo con tres clases:

- **LECHUGAS**: Alto ratio verde $(r_{verde} > 0.40)$
- PLANTINES: Ratio verde moderado, alto ratio negro
- VASOS (vacíos): Muy bajo ratio verde, alto ratio negro

Prototipos Estimados

A partir de un dataset de entrenamiento:

$$\mu_{LECHUGAS} = [0.65, 0.35, 120]^T, \quad \sigma_{LECHUGAS} = [0.15, 0.15, 30]^T$$
 (2.68)

$$\boldsymbol{\mu}_{PLANTINES} = [0.45, 0.55, 90]^T, \quad \boldsymbol{\sigma}_{PLANTINES} = [0.15, 0.15, 25]^T$$
 (2.69)

$$\boldsymbol{\mu}_{VASOS} = [0.05, 0.95, 50]^T, \quad \boldsymbol{\sigma}_{VASOS} = [0.10, 0.10, 20]^T$$
 (2.70)

Clasificación de Muestra

Dado un objeto con descriptores $\mathbf{x} = [0,60,0,40,115]^T$:

$$D_{LECHUGAS} = \sqrt{\left(\frac{0.60 - 0.65}{0.15}\right)^2 + \left(\frac{0.40 - 0.35}{0.15}\right)^2 + \left(\frac{115 - 120}{30}\right)^2} = 0.47$$
 (2.71)

$$D_{PLANTINES} = \sqrt{\left(\frac{0.60 - 0.45}{0.15}\right)^2 + \left(\frac{0.40 - 0.55}{0.15}\right)^2 + \left(\frac{115 - 90}{25}\right)^2} = 1.52 \tag{2.72}$$

$$D_{VASOS} = \sqrt{\left(\frac{0,60 - 0,05}{0,10}\right)^2 + \left(\frac{0,40 - 0,95}{0,10}\right)^2 + \left(\frac{115 - 50}{20}\right)^2} = 8,56$$
 (2.73)

La clase predicha es LECHUGAS ($D_{min} = 0.47$) con confianza:

Confianza =
$$1 - \frac{0.47}{8.56 + 0.47} = 0.95$$
 (2.74)

Análisis de Separabilidad de Clases

La efectividad de un conjunto de descriptores para clasificación se cuantifica mediante métricas de separabilidad.

Criterio de Fisher

Mide la razón entre varianza inter-clase e intra-clase para un descriptor d:

$$J_F = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \tag{2.75}$$

Valores altos de J_F indican buena separabilidad. Para múltiples clases:

$$J_F = \frac{\sum_{i=1}^{C} N_i (\mu_i - \mu_{global})^2}{\sum_{i=1}^{C} N_i \sigma_i^2}$$
 (2.76)

donde μ_{qlobal} es la media global ponderada.

Índice de Solapamiento

Para distribuciones gaussianas, el solapamiento entre clases i y j se aproxima:

Overlap_{i,j}
$$\approx 2\Phi \left(-\frac{|\mu_i - \mu_j|}{2\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}} \right)$$
 (2.77)

donde Φ es la función de distribución acumulada normal estándar. Valores cercanos a 0 indican separación perfecta; valores cercanos a 1 indican fuerte solapamiento.

Validación Estadística del Clasificador

Exactitud Estimada

La exactitud de un clasificador se define como:

Exactitud =
$$\frac{N_{correctas}}{N_{total}}$$
 (2.78)

donde $N_{correctas}$ es el número de clasificaciones correctas y N_{total} el tamaño del conjunto de prueba.

Intervalo de Confianza

El intervalo de confianza al 95 % para la exactitud es:

$$IC_{95\%} = \hat{p} \pm 1,96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$
 (2.79)

donde \hat{p} es la exactitud observada y n el tamaño de la muestra de prueba.

Tamaño de Muestra Requerido

Para estimar la exactitud con error máximo E y nivel de confianza del 95%:

$$n_{min} = \left(\frac{1,96 \cdot \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{E}\right)^2 \tag{2.80}$$

Por ejemplo, para E=0.05 (error de 5%) y $\hat{p}=0.9$:

$$n_{min} = \left(\frac{1,96 \cdot \sqrt{0,9 \cdot 0,1}}{0,05}\right)^2 \approx 139 \tag{2.81}$$

Se requieren al menos 139 muestras de prueba.

Robustez y Generalización

Validación Cruzada k-fold

Para evaluar la generalización del clasificador, se emplea validación cruzada:

- 1. Dividir dataset en k particiones de igual tamaño (típicamente k=5 o k=10)
- 2. Para i = 1 a k:
 - Usar partición i como conjunto de prueba
 - Usar restantes k-1 particiones para calcular prototipos $(\boldsymbol{\mu}_i, \, \boldsymbol{\sigma}_i)$
 - Evaluar exactitud en partición i
- 3. Calcular exactitud promedio

La exactitud estimada por validación cruzada es:

$$\operatorname{Exactitud}_{CV} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \operatorname{Exactitud}_{i}$$
 (2.82)

Esta métrica proporciona una estimación más realista del desempeño en datos nuevos que la evaluación en un único conjunto de prueba.

Sensibilidad a Variaciones

La robustez ante ruido se evalúa añadiendo perturbaciones controladas a los descriptores:

$$d_{ruidoso} = d_{verdadero} + \mathcal{N}(0, \sigma_{ruido}^2)$$
(2.83)

donde $\mathcal{N}(0, \sigma_{ruido}^2)$ es ruido gaussiano con desviación estándar σ_{ruido} .

Un clasificador robusto mantiene exactitud alta incluso con σ_{ruido} moderado. La degradación de desempeño se cuantifica como:

$$\Delta \text{Exactitud} = \text{Exactitud}_{limpio} - \text{Exactitud}_{ruidoso}$$
 (2.84)

Degradaciones Δ Exactitud < 0,1 (10 %) indican robustez aceptable.

Ventajas y Limitaciones del Enfoque Morfológico

Ventajas:

- Interpretabilidad: Reglas de decisión explícitas y comprensibles basadas en características físicas medibles
- Eficiencia computacional: Cálculos geométricos y estadísticos simples, ejecución en tiempo real en hardware embebido
- Pocos datos requeridos: Decenas a cientos de muestras por clase, vs. miles requeridos por aprendizaje profundo
- Control explícito: Ajuste directo de umbrales y pesos según requerimientos operativos
- Depuración sencilla: Fallas identificables mediante inspección de valores de descriptores
- Sin dependencias externas: No requiere frameworks de deep learning ni GPUs

Limitaciones:

- Diseño manual de características: Requiere conocimiento experto del dominio para identificar descriptores relevantes
- Limitada a características medibles: No captura patrones visuales complejos o texturas sutiles
- Sensibilidad a condiciones: Variaciones significativas de iluminación o perspectiva pueden afectar descriptores
- Separabilidad lineal: Dificultad con clases no linealmente separables en el espacio de características
- Escalabilidad a muchas clases: Desempeño puede degradar con >10 clases

Aplicabilidad en Agricultura de Precisión

El enfoque morfológico resulta particularmente adecuado para clasificación de cultivos cuando:

- 1. Existe diferenciación clara por tamaño, forma o color (plantines vs. plantas maduras vs. tubos vacíos)
- 2. El entorno es controlado (cultivo hidropónico con iluminación artificial)
- 3. Se requiere operación en hardware con recursos limitados (Raspberry Pi, microcontroladores)
- 4. La interpretabilidad del sistema es crítica para validación agronómica
- 5. El número de clases es limitado (2-5 categorías)
- 6. Se dispone de conocimiento experto para diseñar descriptores relevantes

La combinación con análisis estadístico robusto permite alcanzar exactitudes >90 % en escenarios donde las características geométricas y cromáticas son discriminativas, sin la complejidad y requisitos computacionales de métodos de aprendizaje profundo.

Técnicas Adicionales para Robustez

Normalización de Descriptores

Antes de calcular distancias, normalizar descriptores al rango [0, 1] evita que características con rangos grandes dominen:

$$d_{norm} = \frac{d - d_{min}}{d_{max} - d_{min}} \tag{2.85}$$

donde d_{min} y d_{max} son los valores mínimo y máximo observados en el dataset de entrenamiento.

Umbral de Rechazo

Para evitar clasificaciones erróneas en objetos anómalos, se establece un umbral máximo de distancia:

$$Clase(\mathbf{x}) = \begin{cases} \arg\min_{i} D_i(\mathbf{x}) & \text{si } D_{min} < T_{rechazo} \\ DESCONOCIDO & \text{si } D_{min} \ge T_{rechazo} \end{cases}$$
 (2.86)

Objetos con $D_{min} \geq T_{rechazo}$ son rechazados como no pertenecientes a ninguna clase conocida.

Actualización de Prototipos

En aplicaciones donde las características de las clases evolucionan (ej. crecimiento de plantas), los prototipos pueden actualizarse incrementalmente:

$$\boldsymbol{\mu}_{i}^{nuevo} = \alpha \cdot \boldsymbol{\mu}_{i}^{viejo} + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{x}_{nuevo}$$
(2.87)

donde $\alpha \in [0,9,0,99]$ controla la tasa de adaptación.

2.3. Robots Cartesianos y Robots serie

2.3.1. Robots Cartesianos

Los robots cartesianos, también conocidos como robots pórtico o robots de coordenadas rectangulares, son sistemas robóticos cuya estructura mecánica está compuesta por tres juntas prismáticas ortogonales entre sí. Estos robots realizan movimientos lineales en las tres direcciones del espacio cartesiano (X, Y, Z), lo que los hace especialmente adecuados para aplicaciones que requieren movimientos precisos y repetibles en trayectorias rectilineas.

Configuración y Estructura

La configuración típica de un robot cartesiano consiste en tres actuadores lineales dispuestos perpendicularmente, formando un sistema de coordenadas cartesianas tridimensional. La notación cinemática común para este tipo de robots es PPP (Prismático-Prismático-Prismático), indicando que las tres juntas son de tipo prismático. Esta disposición permite que el efector final se mueva de manera independiente en cada uno de los tres ejes principales.

Grados de Libertad

Un robot cartesiano básico posee tres grados de libertad (GDL), correspondientes a los movimientos de traslación en los ejes X, Y y Z. Cada grado de libertad está asociado a una junta prismática que proporciona movimiento lineal:

■ Primer GDL: Traslación en el eje X

• Segundo GDL: Traslación en el eje Y

■ Tercer GDL: Traslación en el eje Z

En aplicaciones que requieren orientación del efector final, se pueden añadir juntas rotacionales adicionales (típicamente en la muñeca), incrementando los grados de libertad total del sistema hasta 6 GDL, permitiendo así posicionamiento y orientación completos en el espacio tridimensional.

Espacio de Trabajo

El espacio de trabajo de un robot cartesiano es un paralelepípedo rectangular cuyas dimensiones están determinadas por los límites de desplazamiento de cada junta prismática. Si denotamos los rangos de movimiento como $[x_{\min}, x_{\max}], [y_{\min}, y_{\max}]$ y $[z_{\min}, z_{\max}]$, el espacio de trabajo \mathcal{W} puede expresarse como:

$$\mathcal{W} = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x_{\min} \le x \le x_{\max}, y_{\min} \le y \le y_{\max}, z_{\min} \le z \le z_{\max} \}$$
 (2.88)

Una característica fundamental de los robots cartesianos es que su espacio de trabajo es regular y completamente accesible, sin singularidades cinemáticas en su interior. El volumen del espacio de trabajo se calcula simplemente como:

$$V_{\mathcal{W}} = (x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}) \times (y_{\text{máx}} - y_{\text{mín}}) \times (z_{\text{máx}} - z_{\text{mín}})$$
(2.89)

Cinemática

La cinemática de los robots cartesianos es excepcionalmente simple debido a la correspondencia directa entre las coordenadas de las juntas y las coordenadas cartesianas del efector final.

Cinemática Directa: La posición del efector final en el espacio cartesiano se obtiene directamente de las variables de junta:

donde q_1 , q_2 y q_3 son los desplazamientos de las juntas prismáticas en los ejes X, Y y Z respectivamente.

Cinemática Inversa: La solución del problema de cinemática inversa es trivial y única:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{2.91}$$

Esta simplicidad cinemática es una ventaja significativa en aplicaciones que requieren control preciso y cálculos en tiempo real.

Planificación de Trayectorias

Debido a la naturaleza cartesiana del espacio de trabajo, la planificación de trayectorias en estos robots es intuitiva y directa. Las trayectorias más comunes incluyen:

- Trayectorias punto a punto: Movimiento desde una posición inicial hasta una posición final, generalmente siguiendo perfiles de velocidad trapezoidales o de aceleración limitada para cada eje.
- Trayectorias lineales: Interpolación lineal entre dos puntos en el espacio cartesiano, donde la posición en función del tiempo se expresa como:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + \frac{t}{T}(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0), \quad t \in [0, T]$$
(2.92)

donde \mathbf{p}_0 es la posición inicial, \mathbf{p}_f es la posición final, y T es el tiempo total de trayectoria.

■ Trayectorias rectangulares: Secuencias de movimientos lineales paralelos a los ejes principales, particularmente útiles en aplicaciones de pick-and-place y ensamblaje.

Ventajas y Aplicaciones

Las principales ventajas de los robots cartesianos incluyen:

- Alta precisión y repetibilidad posicional
- Cinemática simple sin singularidades
- Alta rigidez estructural y capacidad de carga
- Facilidad de programación y control

• Escalabilidad en dimensiones del espacio de trabajo

Estos robots encuentran aplicación en manufactura automatizada, impresión 3D, máquinas CNC, manipulación de materiales, ensamblaje electrónico y sistemas de almacenamiento automatizado.

2.3.2. Robots Serie

Los robots serie, también denominados robots en cadena cinemática abierta, son aquellos en los que los eslabones están conectados secuencialmente mediante juntas, formando una cadena cinemática desde la base hasta el efector final. Cada eslabón está conectado al anterior mediante una única junta, que puede ser rotacional (R) o prismática (P).

Configuración y Estructura

En un robot serie, la configuración puede describirse mediante una secuencia de juntas. Las configuraciones más comunes en aplicaciones industriales incluyen:

- Configuración antropomórfica (RRR): Tres juntas rotacionales que emulan el hombro, codo y muñeca humanos
- Configuración cilíndrica (RPP): Una junta rotacional seguida de dos prismáticas
- Configuración esférica (RRP): Dos juntas rotacionales y una prismática
- Configuración SCARA (RRP horizontal): Especializada para movimientos en planos horizontales
- Configuración 6-DOF (RRRRRR): Seis juntas rotacionales para manipulación completa

Grados de Libertad

El número de grados de libertad de un robot serie corresponde al número de juntas activas en la cadena cinemática. Para manipulación completa en el espacio tridimensional (posición y orientación arbitrarias), se requieren 6 GDL. Un robot con n juntas tiene n grados de libertad:

- Si n < 6: El robot tiene movilidad limitada y no puede alcanzar poses arbitrarias
- Si n = 6: El robot puede alcanzar cualquier posición y orientación dentro de su espacio de trabajo
- Si n > 6: El robot es redundante, ofreciendo múltiples configuraciones para una misma pose del efector final

Espacio de Trabajo

El espacio de trabajo de un robot serie es generalmente más complejo que el de un robot cartesiano y depende fuertemente de la configuración específica de juntas. Típicamente, el espacio de trabajo tiene forma de cáscara esférica, toroidal, o cilíndrica, con regiones inaccesibles y posibles singularidades.

Para un robot con n juntas, donde cada junta i tiene límites $q_i \in [q_{i,\min}, q_{i,\max}]$, el espacio de trabajo alcanzable se define como:

$$W = \{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{p} = f(\mathbf{q}), \, \mathbf{q} \in \mathcal{Q} \}$$
 (2.93)

donde $f(\mathbf{q})$ es la función de cinemática directa y \mathcal{Q} es el espacio de configuraciones:

$$Q = \{ \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n \mid q_{i,\min} \le q_i \le q_{i,\max}, \ i = 1, \dots, n \}$$
(2.94)

El espacio de trabajo se subdivide en:

- Espacio alcanzable: Conjunto de puntos que el efector final puede alcanzar desde al menos una orientación
- Espacio diestro: Conjunto de puntos alcanzables desde múltiples orientaciones
- Singularidades: Configuraciones donde se pierde un grado de libertad instantáneo

Cinemática

Cinemática Directa: La cinemática directa de robots serie se resuelve mediante la convención de Denavit-Hartenberg (DH), que establece un sistema de coordenadas en cada junta y describe la transformación entre eslabones consecutivos mediante cuatro parámetros: a_i (longitud del eslabón), α_i (ángulo de torsión), d_i (offset), y θ_i (ángulo de junta).

La matriz de transformación homogénea entre los eslabones i-1 e i se expresa como:

$$^{i-1}T_{i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i} & -\sin\theta_{i}\cos\alpha_{i} & \sin\theta_{i}\sin\alpha_{i} & a_{i}\cos\theta_{i} \\ \sin\theta_{i} & \cos\theta_{i}\cos\alpha_{i} & -\cos\theta_{i}\sin\alpha_{i} & a_{i}\sin\theta_{i} \\ 0 & \sin\alpha_{i} & \cos\alpha_{i} & d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.95)

La pose del efector final respecto a la base se obtiene mediante la composición de transformaciones:

$${}^{0}T_{n} = {}^{0}T_{1} \cdot {}^{1}T_{2} \cdot \dots \cdot {}^{n-1}T_{n} \tag{2.96}$$

Cinemática Inversa: El problema de cinemática inversa consiste en determinar las variables de junta **q** que posicionan el efector final en una pose deseada. A diferencia de los robots cartesianos, este problema puede tener:

- Múltiples soluciones (hasta 16 para robots de 6 GDL)
- Una única solución
- Ninguna solución (pose fuera del espacio de trabajo)

Los métodos de solución incluyen técnicas geométricas, algebraicas, y numéricas como el método de Newton-Raphson o el Jacobiano inverso.

Jacobiano y Singularidades

El Jacobiano del robot relaciona las velocidades de las juntas con las velocidades del efector final:

$$\dot{\mathbf{x}} = J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{2.97}$$

donde $\dot{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^6$ representa las velocidades lineales y angulares del efector final, y $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ son las velocidades de las juntas.

Las singularidades ocurren cuando $\det(J(\mathbf{q})) = 0$, resultando en pérdida de movilidad o control. Se clasifican en:

- Singularidades de frontera: En los límites del espacio de trabajo
- Singularidades internas: Dentro del espacio de trabajo, donde dos o más ejes se alinean

Planificación de Trayectorias

La planificación de trayectorias en robots serie es más compleja debido a la naturaleza no lineal de su cinemática. Las estrategias comunes incluyen:

Trayectorias en el espacio de juntas: Interpolación directa entre configuraciones de junta inicial \mathbf{q}_0 y final \mathbf{q}_f :

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0 + s(t)(\mathbf{q}_f - \mathbf{q}_0) \tag{2.98}$$

donde s(t) es una función de sincronización temporal, típicamente polinomial de grado 3 o 5 para garantizar continuidad en velocidad y aceleración.

Trayectorias en el espacio cartesiano: Requieren cinemática inversa en cada punto de la trayectoria. Para una trayectoria lineal en el espacio cartesiano:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + s(t)(\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_0) \tag{2.99}$$

seguida de la resolución del problema inverso: $\mathbf{q}(t) = f^{-1}(\mathbf{x}(t))$.

Evitación de singularidades: La planificación debe considerar las singularidades del robot, modificando trayectorias o añadiendo restricciones para evitar configuraciones problemáticas donde el control se vuelve inestable.

Dinámica

La dinámica de robots serie se describe mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange, resultando en el modelo dinámico:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + G(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}$$
(2.100)

donde $M(\mathbf{q})$ es la matriz de inercia, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ representa las fuerzas de Coriolis y centrífugas, $G(\mathbf{q})$ es el vector de torques gravitacionales, y $\boldsymbol{\tau}$ son los torques aplicados en las juntas.

Ventajas y Aplicaciones

Las ventajas de los robots serie incluyen:

- Gran versatilidad y flexibilidad de movimiento
- Espacio de trabajo amplio relativo a su tamaño
- Capacidad de alcanzar posiciones en espacios confinados
- Variedad de configuraciones para diferentes aplicaciones

Se utilizan extensivamente en soldadura robotizada, pintura, ensamblaje automotriz, cirugía asistida, manipulación de piezas, paletizado, y aplicaciones colaborativas con humanos.

2.3.3. Comparación entre Robots Cartesianos y Serie

La selección entre un robot cartesiano y uno serie depende fundamentalmente de los requisitos de la aplicación específica, considerando factores como el espacio disponible, precisión requerida, complejidad de trayectorias, y restricciones de carga.

Cuadro 2.1: Comparación de características principales

Aspecto	Robot Cartesiano	Robot Serie
Cinemática directa	Trivial, relación 1:1	Compleja, no lineal
Cinemática inversa	Trivial, única solución	Compleja, múltiples soluciones
Espacio de trabajo	Rectangular, regular	Esférico/toroidal, irregular
Precisión	Muy alta, uniforme	Variable, depende de configu-
		ración
Singularidades	Ninguna	Presentes, requieren planifica-
		ción
Versatilidad	Limitada a movimientos recti-	Alta, movimientos complejos
	líneos	
Rigidez	Muy alta	Menor, depende de configura-
		ción
Escalabilidad	Excelente en dimensiones	Limitada por longitud de esla-
		bones
Aplicaciones típicas	CNC, impresión 3D, pick-and-	Soldadura, ensamblaje, pintu-
	place	ra

2.4. Sistemas de Transmisión Mecánica

2.4.1. Sistemas de Transmisión

El sistema mecánico del cosechador emplea dos tipos principales de transmisión para convertir el movimiento rotacional de los motores en movimiento lineal y rotacional según los requerimientos de cada eje:

Transmisión por Correa Dentada y Poleas

Principio de funcionamiento La transmisión por correa dentada consiste en una correa flexible con dientes en su superficie interna que engranan con poleas dentadas solidarias a los ejes motor y conducido. Este sistema permite transmitir potencia y movimiento entre ejes paralelos con alta eficiencia y sin deslizamiento.

Ventajas del sistema

- Transmisión sincrónica: Los dientes de la correa engranan positivamente con las poleas, eliminando el deslizamiento y garantizando una relación de transmisión exacta
- Alta eficiencia: Eficiencia típica del 96-98 %, superior a sistemas de correas trapezoidales
- Bajo mantenimiento: No requiere lubricación y presenta mínimo desgaste en condiciones normales de operación
- Operación silenciosa: El engrane de los dientes minimiza vibraciones y ruido
- Flexibilidad de diseño: Permite implementar diferentes relaciones de transmisión mediante la selección de poleas de distintos diámetros
- Bajo momento de inercia: La correa es liviana, lo que facilita arranques y paradas rápidas

Componentes del sistema

- 1. **Polea motriz:** Montada en el eje del motor, transmite el movimiento rotacional a la correa. Su diámetro primitivo determina la velocidad de salida junto con el diámetro de la polea conducida.
- 2. **Polea conducida:** Montada en el eje a accionar, recibe el movimiento desde la correa. La relación de diámetros entre ambas poleas define la relación de transmisión:

$$i = \frac{D_2}{D_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \tag{2.101}$$

donde D son los diámetros primitivos, n las velocidades angulares y z el número de dientes de las poleas motriz (1) y conducida (2).

- 3. Correa dentada: Elemento flexible con perfil dentado estandarizado. Los perfiles más comunes son:
 - GT2 (2 mm de paso): Utilizado en aplicaciones de precisión como impresoras 3D y CNC
 - GT3 (3 mm de paso): Mayor capacidad de carga que GT2
 - HTD (High Torque Drive): Para aplicaciones de alta potencia
 - T-series y AT-series: Perfiles trapezoidales para uso general

Cálculo de la relación de transmisión Para un sistema con polea motriz de z_1 dientes y polea conducida de z_2 dientes:

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} \tag{2.102}$$

La longitud de correa requerida para una distancia entre centros C se calcula como:

$$L = 2C + \frac{\pi(D_1 + D_2)}{2} + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4C}$$
 (2.103)

Tensado de la correa El tensado adecuado es crítico para el funcionamiento correcto:

- Tensión insuficiente: Produce saltos de dientes y pérdida de sincronismo
- Tensión excesiva: Incrementa el desgaste de la correa y aumenta la carga sobre los rodamientos

La tensión estática recomendada se calcula como:

$$T_s = \frac{1.5 \cdot P}{v} + m \cdot v^2 \tag{2.104}$$

donde P es la potencia transmitida, v la velocidad lineal de la correa y m la masa por unidad de longitud.

Aplicación en el sistema En el movimiento horizontal del cosechador, la transmisión por correa dentada se emplea para:

- Transferir el movimiento del motor al husillo de movimiento
- Permitir la ubicación del motor en una posición que optimice el balance de masas
- Reducir o amplificar la velocidad según los requerimientos cinemáticos
- Minimizar las vibraciones transmitidas entre motor y carro móvil

Transmisión por Varilla Roscada (Husillo)

Principio de funcionamiento La transmisión por varilla roscada, también conocida como sistema tornillo-tuerca, convierte el movimiento rotacional en movimiento lineal mediante el principio de la rosca helicoidal. Cuando la varilla roscada gira, la tuerca acoplada a ella se desplaza linealmente a lo largo del eje de la varilla.

Tipos de roscas

1. Rosca trapezoidal (ACME o TR):

- Perfil trapezoidal con ángulo de flanco de 30° (ACME) o 15° (TR métrica)
- Alta resistencia al desgaste
- Buena capacidad de carga axial
- Eficiencia típica: 30-50 %
- Auto-frenante en la mayoría de configuraciones (ángulo de hélice bajo)
- Aplicación: Movimiento vertical del sistema

2. Husillo de bolas:

- Recirculación de bolas entre la rosca y la tuerca
- Mínima fricción (contacto rodante vs. deslizante)
- Eficiencia típica: 90-95 %
- No es auto-frenante
- Mayor precisión y vida útil
- Costo significativamente mayor

Relación de transmisión El desplazamiento lineal por revolución está determinado por el paso de la rosca:

$$\Delta x = n \cdot p \tag{2.105}$$

donde n es el número de revoluciones y p es el paso de la rosca.

Para rosca de múltiples entradas:

$$p_{\text{efectivo}} = N_e \cdot p_{\text{nominal}} \tag{2.106}$$

donde N_e es el número de entradas.

Análisis de fuerzas y torque El torque necesario para mover una carga F mediante una varilla roscada incluye dos componentes:

1. Torque de subida:

$$T_{\text{subida}} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot k_R + \frac{F \cdot \mu_c \cdot d_c}{2} \tag{2.107}$$

2. Torque de bajada:

$$T_{\text{bajada}} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot k_L + \frac{F \cdot \mu_c \cdot d_c}{2} \tag{2.108}$$

El torque total resulta:

$$T_{\text{total}} = T_{\text{subida}} + T_{\text{bajada}} \tag{2.109}$$

donde:

- F: Carga a desplazar.
- d_m : diámetro medio de la rosca
- d_c : diámetro medio del collarín
- μ_c :coeficiente de fricción del collarín
- k_R : factor de rosca para subida, incluye efecto de cuña y fricción
- k_L : factor de rosca para bajada

Eficiencia del sistema La eficiencia de la transmisión se define como:

$$\eta = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\alpha + \phi)} \tag{2.110}$$

Para roscas trapezoidales típicas con $\mu \approx 0.1-0.2$ (lubricadas), la eficiencia varía entre 30 % y 50 %.

Condición de auto-frenado Un sistema de tornillo-tuerca es auto-frenante (la carga no puede hacer girar la varilla) cuando:

$$\alpha < \phi \quad \Rightarrow \quad \tan(\alpha) < \mu \tag{2.111}$$

Esto es deseable en aplicaciones verticales donde se requiere mantener la posición sin energía en el motor.

Carga crítica y pandeo Para varillas largas trabajando a compresión, debe verificarse la carga crítica de Euler:

$$P_{\rm cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(K \cdot L)^2} \tag{2.112}$$

donde E es el módulo de Young, I el momento de inercia de la sección, L la longitud y K el factor de longitud efectiva según las condiciones de apoyo.

Vida útil y desgaste El desgaste en roscas trapezoidales depende de:

- Presión de contacto entre rosca y tuerca
- Velocidad de deslizamiento
- Calidad de la lubricación
- Material de la tuerca (bronce, polímeros, acero)

La vida útil se estima mediante:

$$L_{10} = \left(\frac{C_a}{F}\right)^3 \cdot 10^6 \quad [\text{mm de recorrido}] \tag{2.113}$$

donde C_a es la capacidad de carga dinámica de la tuerca y F la carga aplicada.

Aplicación en el sistema En el movimiento vertical del cosechador, la transmisión por varilla trapezoidal TR16×4 se emplea debido a:

- Auto-frenado: Mantiene la posición vertical sin consumo energético continuo
- Simplicidad: No requiere sistemas de bloqueo adicionales
- Costo: Significativamente menor que husillos de bolas
- Robustez: Tolera mejor condiciones adversas (polvo, humedad)
- Precisión suficiente: Con 200 pasos/mm se logra la resolución requerida para el posicionamiento

El sistema trabaja principalmente a tracción (varilla fija superior, carga colgante) lo que minimiza problemas de pandeo, aunque se verifica la estabilidad estructural para garantizar seguridad ante cualquier eventualidad.

2.5. Control de Motores Paso a Paso

2.5.1. Fundamentos de Motores Paso a Paso

Los motores paso a paso (stepper motors) son actuadores electromecánicos que convierten pulsos eléctricos digitales en movimientos angulares discretos y precisos. A diferencia de los motores de corriente continua convencionales, los motores paso a paso se mueven en incrementos angulares fijos llamados pasos, lo que permite un control de posición en lazo abierto sin necesidad de retroalimentación encoders, aunque estos pueden añadirse para aplicaciones críticas.

Principio de Funcionamiento

El funcionamiento de un motor paso a paso se basa en la conmutación secuencial de las corrientes en sus bobinas estatóricas, generando campos magnéticos que interactúan con el rotor magnetizado o dentado. Cada pulso de control provoca un movimiento angular discreto del rotor hacia la siguiente posición de equilibrio magnético estable.

El ángulo de paso α define la resolución angular del motor y se expresa como:

$$\alpha = \frac{360^{\circ}}{N_p} \tag{2.114}$$

donde N_p es el número de pasos por revolución. Los valores típicos de pasos por revolución son 200 (1,8° por paso), 400 (0,9° por paso), aunque mediante técnicas de microstepping se pueden alcanzar resoluciones mucho mayores.

Tipos de Motores Paso a Paso

Motor de Reluctancia Variable (VR): Posee un rotor multipolar de hierro dulce (no magnetizado permanentemente) y un estator con bobinas. El rotor tiende a alinearse con el campo magnético del estator para minimizar la reluctancia del circuito magnético. Características principales:

- Ángulos de paso típicos: 7,5° a 15°
- No produce torque residual (holding torque) sin corriente
- Menor costo pero menor precisión
- Mayor tendencia a resonancia

Motor de Imán Permanente (PM): El rotor está compuesto por un imán permanente cilíndrico magnetizado radialmente. El número de polos del rotor determina el ángulo de paso. Características:

- Ángulos de paso típicos: 7,5° a 90°
- Produce torque de retención sin alimentación
- Menor resolución que motores híbridos
- Costo moderado

Motor Híbrido (HY): Combina las ventajas de los motores de reluctancia variable y de imán permanente. El rotor contiene un imán permanente axialmente magnetizado con dientes en sus extremos. Es el tipo más utilizado en aplicaciones industriales y de precisión. Características:

- Ángulos de paso típicos: 0,9° a 3,6° (más comúnmente 1,8°)
- Alto torque de retención y dinámico
- Excelente precisión y repetibilidad
- Mayor costo pero mejor desempeño

2.5.2. Modos de Excitación y Control

El modo de excitación define cómo se energizan las bobinas del motor, afectando directamente el torque, la precisión, el consumo de energía y la suavidad del movimiento.

Excitación de Paso Completo (Full Step)

Modo de Una Fase (Wave Drive): Solo una bobina se energiza a la vez. La secuencia de activación para un motor bipolar de dos fases es:

Cuadro 2.2: Secuencia de excitación Wave Drive

Paso	Fase A	Fase B
1	+I	0
2	0	+I
3	-I	0
4	0	-I

Características:

- Menor consumo de corriente (50 % respecto a dos fases)
- Torque reducido (aproximadamente 70 % del torque nominal)
- Mayor resonancia a ciertas velocidades

Modo de Dos Fases (Full Step): Dos bobinas se energizan simultáneamente. La secuencia de activación es:

Características:

- Máximo torque disponible (100 % del torque nominal)
- Mayor consumo de corriente y generación de calor
- Mejor estabilidad posicional

Cuadro 2.3: Secuencia de excitación Full Step

Paso	Fase A	Fase B
1	+I	+I
2	-I	+I
3	-I	-I
4	+I	-I

Excitación de Medio Paso (Half Step)

Alterna entre la energización de una y dos fases, duplicando la resolución del motor. La secuencia combina los modos anteriores:

Cuadro 2.4: Secuencia de excitación Half Step

Paso	Fase A	Fase B
1	+I	0
2	+I	+I
3	0	+I
4	-I	+I
5	-I	0
6	-I	-I
7	0	-I
8	+I	-I

Para un motor de 200 pasos/rev (1,8°), el half stepping proporciona 400 pasos/rev (0,9°). Características:

- Resolución duplicada respecto al full step
- Torque variable entre pasos (70-100 %)
- Mayor suavidad de movimiento
- Reducción de resonancia

Microstepping

El microstepping es una técnica avanzada que subdivide cada paso completo en múltiples micropasos mediante la modulación sinusoidal de las corrientes en las bobinas. Las corrientes en las fases A y B se controlan según:

$$I_A(\theta) = I_{\text{máx}} \cos(\theta)$$

$$I_B(\theta) = I_{\text{máx}} \sin(\theta)$$
(2.115)

donde θ es el ángulo eléctrico deseado e $I_{\text{máx}}$ es la corriente máxima nominal.

Para M micropasos por paso completo, el ángulo de micropaso es:

$$\alpha_{\mu} = \frac{\alpha}{M} = \frac{360^{\circ}}{N_{\nu} \cdot M} \tag{2.116}$$

Niveles comunes de microstepping incluyen 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, hasta 1/256 pasos.

Ventajas del Microstepping:

- Resolución extremadamente alta (hasta 51,200 pasos/rev con 1/256)
- Movimiento muy suave y silencioso
- Eliminación virtual de resonancia a bajas velocidades
- Mejor precisión en posicionamiento fino

Limitaciones del Microstepping:

- La resolución teórica no garantiza precisión posicional debido a no linealidades
- Reducción de torque en micropasos intermedios
- Mayor complejidad del driver y procesamiento requerido
- Sensibilidad a fricción y errores mecánicos

2.5.3. Características de Desempeño

Curvas de Torque

El desempeño de un motor paso a paso se caracteriza principalmente mediante dos curvas de torque:

Torque de Retención (Holding Torque): Es el torque máximo que el motor puede ejercer cuando está energizado pero estacionario. Representa la capacidad de mantener la posición contra cargas externas. Se expresa en N·m o kg·cm y es un parámetro fundamental de selección.

Torque Dinámico (Pull-out Torque): Es el torque máximo disponible durante el movimiento a una velocidad dada. Esta curva es crítica para determinar si el motor puede acelerar y mantener una carga específica a la velocidad deseada.

La relación entre torque y velocidad se aproxima por:

$$T(\omega) = T_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{máx}}}\right)^2} \tag{2.117}$$

donde T_0 es el torque a velocidad cero (aproximadamente el holding torque), ω es la velocidad angular, y $\omega_{\text{máx}}$ es la velocidad máxima sin carga.

Inercia del Rotor

La inercia rotacional del rotor J_r es crucial para la dinámica del sistema. El torque requerido para acelerar el motor con una carga es:

$$T_{reg} = (J_r + J_L)\alpha + T_L + T_f$$
 (2.118)

donde:

- J_r : Inercia del rotor
- J_L : Inercia de la carga reflejada al eje del motor

- α: Aceleración angular deseada
- T_L : Torque de carga
- T_f : Torque de fricción

Para optimizar el desempeño dinámico, se recomienda que la inercia total no exceda 10 veces la inercia del rotor:

$$J_L \le 10 \cdot J_r \tag{2.119}$$

Resonancia

Los motores paso a paso exhiben resonancia mecánica a ciertas velocidades, típicamente entre 100-300 Hz, donde el sistema puede perder pasos o vibrar excesivamente. Las frecuencias de resonancia natural se calculan mediante:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s}{J_r + J_L}} \tag{2.120}$$

donde K_s es la rigidez torsional del sistema.

Estrategias de mitigación incluyen:

- Utilizar microstepping
- Implementar perfiles de aceleración rampeados
- Añadir amortiguadores mecánicos o viscosos
- Evitar velocidades resonantes mediante control de velocidad

2.5.4. Drivers y Electrónica de Control

Tipos de Drivers

Driver Unipolar: Diseñado para motores unipolares (generalmente con 5 o 6 cables). Utiliza transistores simples para conmutar las corrientes. Ventajas: simplicidad y bajo costo. Desventajas: menor eficiencia y torque (aproximadamente 70 % del equivalente bipolar).

Driver Bipolar: Para motores bipolares (4 cables). Requiere puentes H para invertir la polaridad de las corrientes. Mayor complejidad pero mejor desempeño. Topologías comunes:

- L/R Drive: Control de voltaje simple, genera calor excesivo
- Chopper Drive: Modulación PWM de corriente, mayor eficiencia
- Bipolar con control de corriente: Regulación precisa mediante sensado de corriente

Control de Corriente por Chopping

El método de chopping mantiene la corriente en las bobinas mediante modulación PWM, comparando la corriente medida con una referencia:

$$D = \frac{t_{on}}{T_{PWM}} = \frac{R \cdot I_{ref} + L\frac{di}{dt}}{V_{supply}}$$
(2.121)

donde D es el ciclo de trabajo, R y L son la resistencia e inductancia de la bobina, I_{ref} es la corriente de referencia, y V_{supply} es el voltaje de alimentación.

Modos de chopping:

- Fast decay: Ambos transistores del puente H se apagan, corriente decae rápidamente
- Slow decay: Un transistor permanece encendido, decaimiento lento
- Mixed decay: Combinación de ambos para optimizar desempeño

Interfaces de Control

Step/Direction: La interfaz más común. Dos señales digitales:

- STEP: Cada pulso produce un paso (o micropaso)
- **DIRECTION**: Define el sentido de rotación (HIGH/LOW)

Adicionalmente pueden incluirse señales ENABLE (habilitar motor) y FAULT (indicación de error).

Control por Pulsos y Sentido: Variante donde pulsos en dos líneas diferentes determinan dirección:

- Pulsos en CW: Rotación horaria
- Pulsos en CCW: Rotación antihoraria

Comunicación Serial/Bus: Drivers avanzados incorporan interfaces RS-485, CANbus, o Ether-CAT para configuración de parámetros, diagnóstico y control centralizado en sistemas multi-eje.

2.5.5. Generación de Perfiles de Movimiento

Perfil Trapezoidal

El perfil de velocidad trapezoidal es el más utilizado por su simplicidad y efectividad. Consta de tres fases:

- 1. Aceleración: Incremento lineal de velocidad desde reposo hasta velocidad objetivo
- 2. Velocidad constante: Mantenimiento de la velocidad máxima
- 3. Deceleración: Reducción lineal hasta detenerse

Para un desplazamiento angular θ_{total} , con aceleración α y velocidad máxima ω_{max} : Tiempo de aceleración:

$$t_{acc} = \frac{\omega_{max}}{\alpha} \tag{2.122}$$

Ángulo durante aceleración:

$$\theta_{acc} = \frac{1}{2}\alpha t_{acc}^2 = \frac{\omega_{max}^2}{2\alpha} \tag{2.123}$$

Si el movimiento permite alcanzar ω_{max} :

$$\theta_{cruise} = \theta_{total} - 2\theta_{acc} \tag{2.124}$$

Tiempo total:

$$t_{total} = 2t_{acc} + \frac{\theta_{cruise}}{\omega_{max}} \tag{2.125}$$

Para movimientos cortos donde no se alcanza ω_{max} , la velocidad pico es:

$$\omega_{peak} = \sqrt{\alpha \cdot \theta_{total}} \tag{2.126}$$

Perfil S-Curve

Para reducir vibraciones y mejorar la suavidad, se utilizan perfiles con aceleración variable (jerk limitado). El perfil S-curve tiene siete fases: incremento de aceleración, aceleración constante, decremento de aceleración, velocidad constante, y las fases simétricas de deceleración.

El jerk máximo j_{max} determina la suavidad:

$$\alpha(t) = \begin{cases} j_{max} \cdot t & 0 \le t < t_1 \\ \alpha_{max} & t_1 \le t < t_2 \\ \alpha_{max} - j_{max}(t - t_2) & t_2 \le t < t_3 \end{cases}$$
 (2.127)

2.5.6. Criterios de Selección de Motores Paso a Paso

La selección adecuada de un motor paso a paso requiere un análisis sistemático de los requisitos de la aplicación y las características del motor. El proceso se estructura en los siguientes pasos:

Paso 1: Definición de Requisitos de la Aplicación

Requisitos Cinemáticos:

■ Resolución angular requerida (α_{req}): Determina el ángulo de paso básico y nivel de microstepping necesario

$$\alpha_{req} = \frac{\text{resolución lineal}}{\text{radio efectivo}} \quad \text{(para sistemas rotativos)}$$
(2.128)

- Velocidad máxima (ω_{max}): Velocidad de operación en RPM o rad/s
- Aceleración requerida (α_{req}): Para cumplir tiempos de ciclo especificados
- Rango de movimiento: Total de desplazamiento angular o lineal

Requisitos Dinámicos:

- Torque de carga (T_L) : Torque resistivo durante operación normal
- Inercia de carga (J_L) : Momento de inercia de todos los componentes móviles Para sistemas lineales con masa m y radio de polea/husillo r:

$$J_L = m \cdot r^2 \tag{2.129}$$

Para sistemas con reducción de transmisión con relación N:

$$J_{L,ref} = \frac{J_L}{N^2} {(2.130)}$$

• Fricción (T_f) : Torque de fricción estática y dinámica

Requisitos Ambientales y Operacionales:

- Temperatura de operación
- Nivel de protección requerido (IP rating)
- Ciclo de trabajo (continuo o intermitente)
- Vida útil esperada
- Restricciones de espacio y peso

Paso 2: Cálculo de Torque Requerido

El torque total requerido incluye componentes estáticos y dinámicos:

$$T_{rea,total} = T_{acc} + T_L + T_f + T_{safety} \tag{2.131}$$

Torque de Aceleración:

$$T_{acc} = (J_r + J_L) \cdot \alpha \tag{2.132}$$

donde α es la aceleración angular en rad/s².

Torque de Carga: Para aplicaciones lineales con fuerza resistiva F y radio r:

$$T_L = F \cdot r \cdot \frac{1}{\eta} \tag{2.133}$$

donde η es la eficiencia del sistema de transmisión (típicamente 0.85-0.95 para sistemas con rodamientos de bolas).

Para elevación vertical:

$$T_L = m \cdot g \cdot r \cdot \frac{1}{\eta} \tag{2.134}$$

Margen de Seguridad: Se recomienda aplicar un factor de seguridad de 1.5 a 2.0:

$$T_{motor,min} = T_{reg,total} \cdot SF \tag{2.135}$$

donde SF es el factor de seguridad (típicamente 1.5-2.0).

Paso 3: Verificación de Torque-Velocidad

Utilizando las curvas torque-velocidad del fabricante, verificar que:

$$T_{available}(\omega_{max}) \ge T_{reg}(\omega_{max})$$
 (2.136)

El torque disponible debe ser suficiente a la velocidad máxima de operación. Si no se cumple, considerar:

- Seleccionar un motor de mayor tamaño
- Implementar reducción mecánica
- Reducir la velocidad de operación
- Utilizar un driver con mayor voltaje de alimentación

Paso 4: Verificación de Relación de Inercias

Calcular la relación de inercias:

$$R_J = \frac{J_L}{J_r} \tag{2.137}$$

Criterios recomendados:

- $R_J \leq 5$: Excelente respuesta dinámica
- $5 < R_J \le 10$: Aceptable para la mayoría de aplicaciones
- $R_J > 10$: Considerar motor de mayor inercia o reducción mecánica

Si R_J es excesivo, las opciones incluyen:

- Selectionar motor con mayor frame size (mayor J_r)
- Implementar reducción de transmisión (reduce J_L por N^2)
- Rediseñar componentes móviles para reducir masa/inercia

Paso 5: Selección de Driver y Voltaje de Alimentación

Corriente del Driver: El driver debe soportar la corriente nominal del motor con margen:

$$I_{driver} > 1.2 \cdot I_{motor,nominal}$$
 (2.138)

Voltaje de Alimentación: Un voltaje mayor permite mejor desempeño a altas velocidades. La regla empírica para voltaje óptimo:

$$V_{supply,opt} = 32\sqrt{L_{phase}} \tag{2.139}$$

donde L_{phase} es la inductancia de fase en mH, y V_{supply} resulta en voltios.

Alternativamente, utilizar:

$$V_{supply} = (10 \text{ a } 20) \times V_{rated} \tag{2.140}$$

donde V_{rated} es el voltaje nominal del motor.

Nivel de Microstepping: Seleccionar según resolución requerida:

$$M = \frac{\alpha_{full}}{\alpha_{req}} \tag{2.141}$$

Niveles comunes: 1 (full step), 2 (half step), 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256.

Paso 6: Consideraciones Térmicas

Verificar que la disipación térmica del motor sea adecuada:

Potencia Disipada:

$$P_{diss} = I_{RMS}^2 \cdot R_{phase} \cdot N_{phases} \tag{2.142}$$

Para operación continua:

$$P_{diss} \le P_{max,cont} \tag{2.143}$$

Para operación intermitente con ciclo de trabajo DC:

$$P_{avg} = P_{diss} \cdot DC \le P_{max,cont} \tag{2.144}$$

Elevación de Temperatura: La temperatura del motor no debe exceder:

$$T_{motor} = T_{ambient} + \Delta T_{rise} \le T_{max,rated}$$
 (2.145)

Típicamente, $T_{max,rated} = 80\text{--}100^{\circ}\text{C}$ para motores estándar.

Si el análisis térmico indica sobrecalentamiento:

- Reducir corriente de operación (sacrificando torque)
- Añadir disipadores o ventilación forzada
- Reducir ciclo de trabajo
- Seleccionar motor de mayor frame size

Paso 7: Validación del Sistema de Transmisión

Si se utiliza transmisión mecánica (poleas, husillos, reductores):

Para Sistemas con Husillo de Bolas: Paso del husillo p (mm/rev), la velocidad lineal es:

$$v_{linear} = \omega_{motor} \cdot \frac{p}{2\pi} \tag{2.146}$$

La fuerza disponible:

$$F_{available} = \frac{T_{motor} \cdot 2\pi \cdot \eta}{p} \tag{2.147}$$

Para Sistemas de Poleas/Correas: Con diámetro de polea D y relación de transmisión N:

$$v_{linear} = \omega_{motor} \cdot \frac{D}{2N} \tag{2.148}$$

$$F_{available} = \frac{2 \cdot T_{motor} \cdot N \cdot \eta}{D} \tag{2.149}$$

Paso 8: Verificación de Resonancia

Estimar frecuencias críticas y planificar estrategias de mitigación:

$$f_{step,resonance} = \frac{\omega_{resonance} \cdot N_p}{2\pi} \tag{2.150}$$

Si la velocidad operativa coincide con resonancia, implementar:

- Microstepping para suavizar excitación
- Perfiles de aceleración S-curve
- Cambio de velocidad de crucero
- Amortiguadores mecánicos

2.5.7. Ejemplo de Aplicación del Proceso de Selección

Especificaciones de Diseño:

- Sistema de posicionamiento lineal mediante husillo de bolas
- Masa de carga: m = 5 kg
- Recorrido: 300 mm
- Velocidad máxima: 100 mm/s
- Tiempo de aceleración: 0.2 s
- Paso de husillo: p = 5 mm/rev
- Eficiencia del husillo: $\eta = 0.9$
- Precisión requerida: ±0,01 mm

Paso 1 - Resolución:

$$\alpha_{req} = \frac{0.01 \text{ mm}}{5 \text{ mm/rev}} \times 360^{\circ} = 0.72^{\circ}$$
 (2.151)

Motor de 1.8° con microstepping de 1/4 proporciona: $1.8^{\circ}/4 = 0.45^{\circ}$ (suficiente).

Paso 2 - Velocidad del Motor:

$$\omega_{max} = \frac{v_{max}}{p} = \frac{100 \text{ mm/s}}{5 \text{ mm/rev}} = 20 \text{ rev/s} = 1200 \text{ RPM}$$
(2.152)

Paso 3 - Aceleración:

$$a_{linear} = \frac{v_{max}}{t_{acc}} = \frac{0.1 \text{ m/s}}{0.2 \text{ s}} = 0.5 \text{ m/s}^2$$
 (2.153)

$$\alpha_{motor} = \frac{a_{linear}}{p/(2\pi)} = \frac{0.5}{0.005/(2\pi)} = 628.3 \text{ rad/s}^2$$
 (2.154)

Paso 4 - Torque de Carga: Considerando elevación vertical máxima (peor caso):

$$T_L = \frac{m \cdot g \cdot p}{2\pi \cdot \eta} = \frac{5 \times 9.81 \times 0.005}{2\pi \times 0.9} = 0.043 \text{ N} \cdot \text{m}$$
 (2.155)

Paso 5 - Inercia Reflejada:

$$J_L = m \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 = 5 \times \left(\frac{0,005}{2\pi}\right)^2 = 3,16 \times 10^{-6} \text{ kg·m}^2$$
 (2.156)

Paso 6 - Torque de Aceleración: Asumiendo motor NEMA 23 con $J_r = 5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$:

$$T_{acc} = (J_r + J_L) \times \alpha = (5 \times 10^{-5} + 3.16 \times 10^{-6}) \times 628.3 = 0.033 \text{ N} \cdot \text{m}$$
 (2.157)

Paso 7 - Torque Total con Factor de Seguridad: Estimando $T_f = 0.01 \text{ N} \cdot \text{m}$:

$$T_{reg} = (0.043 + 0.033 + 0.01) \times 1.5 = 0.129 \text{ N} \cdot \text{m}$$
 (2.158)

Paso 8 - Selección del Motor: Se selecciona un motor NEMA 23 con las siguientes especificaciones:

■ Holding torque: 1.9 N·m

■ Ángulo de paso: 1,8°

• Corriente nominal: 2.8 A por fase

• Resistencia de fase: 1.2Ω

■ Inductancia de fase: 3.2 mH

■ Inercia del rotor: $5.4 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Paso 9 - Verificación de Relación de Inercias:

$$R_J = \frac{J_L}{J_r} = \frac{3.16 \times 10^{-6}}{5.4 \times 10^{-5}} = 0.059$$
 (2.159)

Excelente relación $(R_J < 1)$, garantiza respuesta dinámica óptima.

Paso 10 - Verificación de Curva Torque-Velocidad: A 1200 RPM, según curva del fabricante con alimentación de 48V, el torque disponible es aproximadamente 0.5 N·m, lo cual excede ampliamente el requerimiento de 0.129 N·m. Margen de seguridad real:

$$MS = \frac{T_{available}}{T_{reg}} = \frac{0.5}{0.129} = 3.88 \tag{2.160}$$

Paso 11 - Selección del Driver: Driver con las siguientes características:

- Corriente máxima: 4.0 A (cumple $4.0 > 1.2 \times 2.8 = 3.36$ A)
- Voltaje de alimentación: 48 V DC
- Microstepping: hasta 1/256 (se configurará en 1/4)
- Interfaz: Step/Direction

Verificación de voltaje óptimo:

$$V_{opt} = 32\sqrt{L_{phase}} = 32\sqrt{3.2} = 57.3 \text{ V}$$
 (2.161)

El voltaje de 48V es adecuado (dentro del rango recomendado).

Paso 12 - Análisis Térmico: Potencia disipada en operación continua:

$$P_{diss} = 2 \times (2.8)^2 \times 1.2 = 18.8 \text{ W}$$
 (2.162)

Si el motor tiene capacidad de disipación de 25 W en operación continua, el sistema operará dentro de límites térmicos seguros con margen del 33 %.

2.5.8. Estrategias de Control Avanzadas

Control en Lazo Cerrado

Aunque los motores paso a paso tradicionalmente operan en lazo abierto, las aplicaciones críticas implementan control en lazo cerrado mediante:

Encoders: Proporcionan retroalimentación de posición real. Tipos comunes:

- Encoders incrementales: Generan pulsos proporcionales al movimiento
- Encoders absolutos: Proporcionan posición única en todo el rango

El error de seguimiento se define como:

$$e(t) = \theta_{desired}(t) - \theta_{actual}(t) \tag{2.163}$$

Control PID: Un controlador PID ajusta la velocidad de comando basado en el error:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$
 (2.164)

donde K_p , K_i y K_d son las ganancias proporcional, integral y derivativa.

Detección de Pérdida de Pasos: Comparación continua entre pasos comandados y posición real del encoder:

$$\Delta \theta = |\theta_{commanded} - \theta_{encoder}| > \theta_{threshold} \tag{2.165}$$

Si $\Delta\theta$ excede el umbral, se activa alarma o procedimiento de recuperación.

Control de Torque y Corriente

Los drivers avanzados implementan control dinámico de corriente para optimizar eficiencia y reducir calentamiento:

Reducción Automática de Corriente en Reposo: Cuando el motor está estacionario, la corriente se reduce a un porcentaje del valor nominal (típicamente 30-50 %):

$$I_{hold} = \beta \cdot I_{nominal}, \quad 0.3 \le \beta \le 0.5 \tag{2.166}$$

Esto mantiene el holding torque necesario mientras reduce disipación térmica.

Control Adaptativo de Corriente: La corriente se ajusta dinámicamente según la velocidad y carga:

$$I_{dynamic}(\omega) = I_{nominal} \times \left(1 - k \frac{\omega}{\omega_{max}}\right)$$
 (2.167)

donde k es un factor de ajuste (típicamente 0.2-0.4).

Compensación de Resonancia

Técnicas avanzadas para mitigar resonancia incluyen:

Frequency Hopping: Variación automática de la frecuencia de pasos al detectar resonancia:

$$f_{adjusted} = f_{target} \pm \Delta f_{hop} \tag{2.168}$$

Damping Electrónico: Inyección de componentes de corriente que generan amortiguamiento artificial:

$$I_{damping} = -K_d \cdot \omega_{rotor} \tag{2.169}$$

donde K_d es la constante de amortiguamiento y ω_{rotor} es la velocidad angular del rotor.

2.5.9. Consideraciones Prácticas de Implementación

Conexionado y Cableado

Identificación de Bobinas: Para motores bipolares de 4 cables, identificar pares de bobinas mediante medición de resistencia:

- Entre cables del mismo par: $R = R_{phase}$ (típicamente 1-10 Ω)
- Entre cables de pares diferentes: $R = \infty$ (circuito abierto)

Longitud de Cables: Cables largos aumentan inductancia y resistencia parásitas. Límites recomendados:

- Cables de potencia del motor: <10 m
- Señales Step/Direction: <5 m (o usar señales diferenciales para distancias mayores)

La caída de voltaje en cables debe ser mínima:

$$V_{drop} = I_{motor} \times R_{cable} < 0.05 \times V_{supply} \tag{2.170}$$

Apantallamiento y Tierra: Para reducir EMI (interferencia electromagnética):

- Usar cable apantallado para señales de control
- Conectar el apantallamiento a tierra en un solo punto
- Separar cables de potencia de cables de señal
- Implementar ferrites en cables de motor

Protecciones y Diagnóstico

Protecciones del Driver: Los drivers modernos incorporan:

- Protección de sobrecorriente: Desconexión si $I > I_{max}$
- Protección térmica: Shutdown si temperatura excede límite
- Protección de bajo voltaje: Alarma si $V_{supply} < V_{min}$
- Protección de cortocircuito: Detección de cortocircuitos fase-fase o fase-tierra

Señales de Diagnóstico: Monitoreo continuo de:

Alarmas =
$$\{V_{supply}, I_{phase}, T_{driver}, \text{Fault codes}\}\$$

Status = $\{\text{Enable}, \text{Position error}, \text{Motor stall}\}\$ (2.171)

Configuración Inicial y Puesta en Marcha

Procedimiento de Configuración:

1. Configurar corriente del motor: Ajustar mediante potenciómetro o software

$$V_{ref} = \frac{I_{desired} \times R_{sense} \times 8}{K_{driver}} \tag{2.172}$$

donde R_{sense} es la resistencia de sensado y K_{driver} es la ganancia del driver (consultar datasheet).

- 2. Seleccionar nivel de microstepping: Mediante DIP switches o configuración digital
- 3. Ajustar decay mode: Fast, slow o mixed según aplicación
- 4. Configurar señales de control: Polaridad de Step/Direction, lógica de Enable

Pruebas de Validación:

- 1. Test de rotación libre: Sin carga, verificar rotación suave sin vibraciones excesivas
- 2. Test de holding torque: Aplicar torque manual y verificar que el motor mantiene posición
- 3. Test de velocidad: Rampear velocidad gradualmente hasta máxima operativa
- 4. Test de aceleración: Verificar que no hay pérdida de pasos durante aceleración máxima
- 5. **Test térmico**: Operar en ciclo representativo y medir temperatura después de 30 min
- 6. Test de precisión: Verificar repetibilidad posicional mediante múltiples ciclos

2.5.10. Análisis de Fallos Comunes

Pérdida de Pasos

Causas:

- Torque requerido excede torque disponible
- Aceleración excesiva
- Resonancia mecánica
- Voltaje de alimentación insuficiente a alta velocidad
- Carga mecánica variable o impactos

Diagnóstico: Verificar mediante encoder o test repetitivo:

$$N_{cycles} = 100$$
, error final $> N_{steps} \times 0.01$ (2.173)

Soluciones:

- Aumentar corriente del motor (si térmicamente posible)
- Reducir aceleración máxima
- Implementar microstepping
- Incrementar voltaje de alimentación
- Seleccionar motor de mayor torque
- Añadir reducción mecánica

Resonancia y Vibración

Identificación: Realizar barrido de frecuencias y detectar velocidades donde vibración es máxima:

Vibration amplitude =
$$f(\omega) \rightarrow \text{peak at } \omega_{resonance}$$
 (2.174)

Mitigación:

- Cambiar a microstepping (mínimo 1/8)
- Evitar velocidades resonantes en trayectorias
- Implementar perfiles S-curve
- Añadir masa o amortiguadores mecánicos
- Utilizar drivers con anti-resonance features

Sobrecalentamiento

Límites Térmicos: La temperatura superficial del motor no debe exceder:

$$T_{surface} < T_{ambient} + \Delta T_{rated}$$
 (2.175)

Típicamente, $\Delta T_{rated} = 80^{\circ}$ C sobre ambiente.

Soluciones:

- Reducir corriente en configuración del driver (sacrificando torque)
- Implementar reducción de corriente en reposo
- Mejorar ventilación o añadir disipadores
- Reducir ciclo de trabajo
- Seleccionar motor de mayor frame size con mejor capacidad térmica

Ruido Acústico Excesivo

Causas:

- Frecuencia de pasos en rango audible (<20 kHz)
- Resonancia estructural
- Modo full step sin suavizado
- Componentes mecánicos sueltos

Reducción de Ruido:

- Implementar microstepping alto ($\geq 1/16$)
- Utilizar perfiles de aceleración suaves
- Verificar y ajustar fijaciones mecánicas
- Añadir materiales de amortiguamiento
- Reducir corriente si el torque lo permite

2.5.11. Aplicaciones Típicas y Consideraciones Específicas

Impresoras 3D y Máquinas CNC

Requisitos:

- Alta precisión (típicamente ± 0.01 ± 0.1 mm)
- Operación continua por períodos prolongados
- Sincronización precisa de múltiples ejes
- Bajo ruido

Configuración Típica:

- Motores NEMA 17 o NEMA 23
- Microstepping 1/16 o superior
- Control por firmware (Marlin, GRBL)
- Drivers con control de corriente por chopper

Telescopios y Sistemas de Seguimiento

Requisitos:

- Movimiento extremadamente suave
- Velocidades muy bajas con alta precisión
- Minimización de vibraciones
- Operación silenciosa

Configuración Típica:

- Microstepping 1/64 a 1/256
- Engranajes de reducción de alta calidad
- Drivers con decay modes optimizados
- Control en lazo cerrado para tracking preciso

Automatización Industrial y Pick-and-Place

Requisitos:

- Alta velocidad y aceleración
- Repetibilidad (típicamente ±0,05 mm)
- Ciclos de trabajo intensivos
- Confiabilidad a largo plazo

Configuración Típica:

- Motores NEMA 23 o NEMA 34 de alto torque
- Voltajes de alimentación elevados (48-80V)
- Encoders para verificación de posición
- Sistemas de enfriamiento activo si es necesario

Sistemas Médicos y de Laboratorio

Requisitos:

- Precisión extrema ($< 1\mu m$ en algunos casos)
- Movimiento suave y libre de vibraciones
- Operación silenciosa
- Cumplimiento de normativas médicas

Configuración Típica:

- Motores de alta resolución con encoders de alta precisión
- Microstepping máximo disponible
- Control en lazo cerrado obligatorio
- Componentes con certificaciones médicas apropiadas

2.5.12. Tendencias y Tecnologías Emergentes

Motores Paso a Paso en Lazo Cerrado

Los servomotores híbridos combinan las ventajas de motores paso a paso tradicionales con control en lazo cerrado:

- Encoder integrado en el motor
- Drivers con control digital avanzado
- Eliminación completa de pérdida de pasos
- Optimización dinámica de corriente y eficiencia
- Auto-tuning de parámetros de control

Comunicación Industrial

Integración con protocolos de comunicación industrial:

- ullet EtherCAT: Comunicación en tiempo real con latencias <100 μs
- CANopen: Comunicación robusta en ambientes industriales
- Modbus RTU/TCP: Integración con PLCs
- IO-Link: Configuración y diagnóstico simplificados

Drivers Inteligentes

Nueva generación de drivers con características avanzadas:

- Detección automática de parámetros del motor
- Compensación de resonancia adaptativa
- Monitoreo predictivo de mantenimiento
- Perfiles de movimiento programables internamente
- Interfaces de configuración gráficas

2.5.13. Resumen de Especificaciones Clave

Cuadro 2.5: Comparación de tamaños NEMA comunes

NEMA	Holding Torque	Corriente	Inercia	Aplicaciones
\mathbf{Size}	$(\mathbf{N} \cdot \mathbf{m})$	(\mathbf{A})	$(kg \cdot m^2)$	Típicas
11	0.08-0.15	0.5-1.0	5×10^{-7}	Micro-posicionamiento
14	0.15-0.25	0.8-1.5	1×10^{-6}	Cámaras, óptica
17	0.20-0.55	1.0-2.0	3×10^{-6}	Impresoras 3D
23	0.50-3.00	1.5-4.0	5×10^{-5}	CNC, automatización
34	3.00-12.0	3.0-8.0	5×10^{-4}	Robótica, industrial
42	12.0-40.0	5.0-15.0	3×10^{-3}	Alta carga

Los motores paso a paso continúan siendo una solución óptima para aplicaciones que requieren posicionamiento preciso, control digital directo, y operación confiable sin sistemas de retroalimentación complejos. La selección adecuada mediante un proceso sistemático, combinada con configuración apropiada del driver y técnicas de control avanzadas, garantiza un desempeño óptimo y vida útil prolongada del sistema.

3. Desarrollo del Sistema

3.1. Arquitectura General del Sistema

3.2. Modelado y Diseño Mecánico

3.2.1. Especificaciones de Diseño y Restricciones

Descripción General del Sistema

El sistema robótico diseñado para la manipulación automatizada de lechugas en cultivos hidropónicos verticales presenta una configuración cartesiana de dos ejes (XZ), con dimensiones de 3 m de ancho por 2 m de alto. El robot está equipado con un brazo robótico serie que posee un efector final tipo pinza con dos grados de libertad para la sujeción y traslado de las lechugas.

Configuración Estructural

El diseño estructural se basa en dos subsistemas de movimiento perpendiculares, cada uno optimizado según los requerimientos de carga y precisión:

El eje horizontal implementa un sistema de transmisión por correa dentada y poleas, accionado mediante motor paso a paso. La característica distintiva de este diseño es que la carga móvil se soporta mediante un perfil tipo poli-V equipado con ruedas de desplazamiento. Esta configuración permite que la correa de transmisión trabaje prácticamente sin carga de peso, funcionando únicamente como elemento de tracción, lo cual mejora significativamente la precisión del posicionamiento y reduce el desgaste del sistema.

El conjunto incluye un tensor de correa ajustable que mantiene la tensión óptima durante la operación, compensando elongaciones del material y garantizando transmisión sin deslizamiento. Además cuenta con un perfil guia, en el lateral del suporte superior, paralelo al perfil de soporte superior. Esto da rigidez lateral al sistema y anula la oscilación alrededor del perfil horizontal.



(a) Barra lateral.



(b) Carro para deslizamiento sobre barra lateral.

Figura 3.1: Sistema de rigidez horizontal.

El movimiento vertical se realiza mediante transmisión por tornillo de potencia, proporcionando capacidad de carga superior y autobloqueo mecánico. Para garantizar la rigidez del sistema y evitar

rotaciones indeseadas del carro móvil, se incorporan dos varillas lisas de acero dispuestas en paralelo a la varilla roscada. Esta configuración de tres varillas paralelas asegura un movimiento vertical estable y preciso: la varilla roscada transmite el movimiento mientras que las dos varillas lisas actúan como guías lineales, proporcionando rigidez lateral y evitando giros del soporte, especialmente bajo cargas asimétricas.

Por otro lado, el robot cuenta con tres soportes estructurales principales fabricados mediante impresión 3D:

- Soporte inferior: Fijación de las varillas verticales y montaje del motor del eje Z
- Soporte superior: Permite el acoplamiento cinemático de los dos movimientos perpendiculares (horizontal y vertical), actuando como elemento de unión entre ambos subsistemas
- Soporte medio: Sostiene el brazo robótico y la cámara y se mueve cuando gira la varilla.

Cargas del Sistema

Las cargas consideradas en el diseño se distribuyen según su función operativa:

Cargas del eje horizontal: Es la suma del peso de las varillas, la varilla roscada, la carga, los soportes y el brazo. Considerando que aproximademente toda la carga la sostiene el perfil superior, se tiene que la carga aproximada que debe mover el motor es de aproximadamente 2kg

Cargas del eje vertical: Es la suma del peso de la lechuga y el brazo. Además el motor debe vencer la fricción que se genera entre la tuerca y la varilla.

Especificaciones Cinemáticas

Las especificaciones de velocidad, aceleración y resolución de los actuadores se detallan en la Tabla 3.1.

Cuadro 3.1: Especificaciones cinemáticas de los ejes de movimiento

Parámetro	Eje Horizontal	Eje Vertical
Velocidad máxima $\left[\frac{mm}{s}\right]$	250	75
Velocidad mínima $\left[\frac{mm}{s}\right]$	12.5	2.5
Aceleración $\left[\frac{mm}{s^2}\right]$	187.5	45
Avance por revolución $\left[\frac{mm}{rev}\right]$	40	8
Resolución $\left[\frac{pasos}{mm}\right]$	40	200
Micropasos	8	8

La diferencia en resolución entre ambos ejes responde a los requisitos operativos: el eje horizontal requiere mayor velocidad de desplazamiento con precisión moderada, mientras que el eje vertical necesita mayor precisión de posicionamiento con velocidades menores debido a las operaciones de elevación de carga.

3.2.2. Sistema de Movimiento Horizontal

Selección del perfil de movimiento horizontal

El perfil horizontal soporta la mayor parte de la carga total del sistema, compuesta por el peso de la lechuga, las varillas (lisas y roscadas), y los soportes medio e inferior.

Se selecciona un perfil de aluminio V-Slot con ruedas de precisión, que ofrece:

- Capacidad de carga de hasta 50 kg
- Sistema de ajuste para eliminación de juego mecánico
- Alta precisión de movimiento

Cálculo de deflexión Para verificar la rigidez del perfil, se analiza como una viga simplemente apoyada bajo carga centrada:

$$\delta = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \tag{3.1}$$

donde:

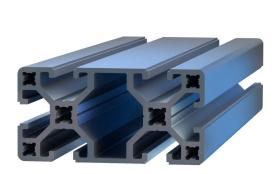
- $E = 69\,000\,\mathrm{N/mm^2}$ (módulo de Young del aluminio)
- $L = 3000 \,\mathrm{mm}$ (longitud del perfil)
- I = momento de inercia del perfil
- F = carga aplicada

Para un perfil V-Slot $20 \times 80 \text{ mm}$, con $I = 350\,000 \text{ mm}^4$, la deflexión calculada es:

$$\delta = 0.87 \, \mathrm{mm}$$

Este valor es aceptable considerando que representa menos del 0.03 % de la longitud total del perfil, cumpliendo con criterios de rigidez para aplicaciones de precisión moderada.

Como complemento, se seleccionan dos carros lineales estándar de 100 mm de ancho, cada uno equipado con 4 ruedas tipo DELRIN que se desplazan sobre el perfil V-Slot.



(a) Perfil v-slot.



(b) Sistema de ruedas para deslizamiento sobre perfil v-slot.

Figura 3.2: Sistema de deslizamiento con perfil v-slot.

Sistema de transmisión por correa

El sistema utiliza correa dentada GT2 con poleas de igual diámetro en ambos extremos. La longitud de correa necesaria se calcula como:

$$L = 2C + \pi D = 6,06 \,\mathrm{m} \tag{3.2}$$

donde C es la distancia entre centros de las poleas y D el diámetro de las mismas.

Distribución de cargas en el sistema La carga total de 12.8 kg se distribuye entre dos subsistemas mecánicos:

- Carga soportada por el perfil V-Slot (≈70%): El perfil y los carros lineales soportan directamente el peso vertical de la carga (8.96 kg) a través de las ruedas DELRIN. Esta carga genera únicamente esfuerzos de compresión y flexión en el perfil, sin afectar directamente al sistema de transmisión.
- Carga dinámica del motor (≈30 %): El motor debe vencer las fuerzas necesarias para acelerar y mover horizontalmente la masa efectiva del sistema (3.84 kg). Esta masa efectiva es menor que la carga total debido a que:
 - 1. Las ruedas del carro transforman el rozamiento estático en rodadura, reduciendo significativamente la resistencia al movimiento
 - 2. El perfil V-Slot absorbe las cargas verticales, dejando al motor únicamente las fuerzas inerciales horizontales y las fricciones residuales del sistema

Esta distribución asume un coeficiente de fricción por rodadura de $\mu_{\rm rod} \approx 0{,}001$ para ruedas DELRIN sobre aluminio, lo que implica que la fuerza horizontal necesaria es aproximadamente el 30 % del peso total.

Verificación del porcentaje adoptado Para validar el porcentaje del 30 %, se analiza la relación entre la fuerza de fricción por rodadura y el peso total:

$$\frac{F_{\text{fricción}}}{W_{\text{total}}} = \mu_{\text{rod}} = \frac{F_{\text{rod}}}{m \cdot g}$$

Con un coeficiente de fricción por rodadura típico de $\mu_{\rm rod} = 0{,}001$ (DELRIN sobre aluminio):

$$F_{\rm rod} = 0.001 \cdot 12.8 \,\mathrm{kg} \cdot 9.81 \,\mathrm{m/s^2} \approx 0.125 \,\mathrm{N}$$

Esta fuerza representa solo el 0.1 % de la carga. Sin embargo, al incluir la aceleración, fricciones de rodamientos, tensión de correa y un factor de seguridad, la fuerza total aumenta significativamente. El 30 % de la masa total es una estimación conservadora que incluye todos estos efectos y proporciona un margen adecuado para variaciones en las condiciones de operación.

Análisis de fuerzas Para determinar el torque motor requerido, se consideran las siguientes fuerzas resistivas:

1. Fricción por rodadura:

$$F_{\text{rod}} = \mu_{\text{rodadura}} \cdot m \cdot g \cdot \frac{1}{r_{\text{rueda}}}$$
(3.3)

donde μ_{rodadura} depende del material de las ruedas DELRIN sobre aluminio.

2. Fuerza de aceleración:

$$F_{\text{acel}} = (m_{\text{carga}} + m_{\text{correa}}) \cdot a_{\text{max}} \tag{3.4}$$

Incluye la masa de la carga útil y la masa lineal de la correa GT2.

3. Fricción en rodamientos de poleas:

$$F_{\text{friccion rod}} = T_{\text{correa}} \cdot \mu_{\text{rodamientos}} \cdot n$$
 (3.5)

con n=2 (polea conducida y tensor).

4. Fuerza interna de la correa:

$$F_{\text{correa}} = 0.5 \,\text{N} \tag{3.6}$$

Valor empírico para correas GT2 según especificaciones del fabricante.

5. Otras pérdidas:

$$F_{\text{otras}} = 0.1 \cdot (F_{\text{acel}} + F_{\text{rod}}) \tag{3.7}$$

Se estima un 10 % adicional para pérdidas no modeladas.

Cálculo del torque motor Considerando la distribución de cargas analizada anteriormente, donde el motor debe mover efectivamente el 30 % de la masa total (3.84 kg), la fuerza total requerida en la base del sistema es:

$$F_{\text{tbase}} = 1,46 \,\text{N} \tag{3.8}$$

Aplicando un factor de seguridad de 2.5 para contemplar condiciones adversas de operación y degradación del sistema con el uso, el torque motor necesario resulta:

$$T_{\text{motor}} = F_{\text{tbase}} \cdot 2.5 \cdot r_{\text{polea}} \approx 0.04 \,\text{Nm}$$
 (3.9)

Selección del motor Se selecciona un motor paso a paso NEMA 17. Analizando la curva dinámica torque-velocidad (Figura 3.5), se verifica que para la velocidad máxima de operación de 250 mm/s (239 rpm), el torque disponible supera ampliamente el requerimiento calculado de 0.04 Nm, garantizando un margen de seguridad adecuado para la operación continua del sistema.

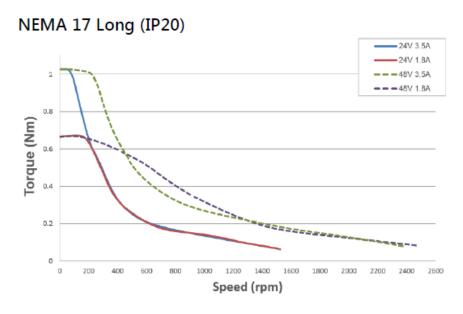


Figura 3.3: Curva dinámica torque-velocidad del motor paso a paso NEMA 17.

3.2.3. Sistema de Movimiento Vertical

Selección de varilla trapezoidal

Datos de diseño El sistema de elevación vertical debe soportar una carga total de 1.2 kg (lechuga y accesorios) a lo largo de una varilla de 2 m de longitud. La varilla está fijada por su extremo superior y la carga se desplaza a lo largo de ella mediante una tuerca, trabajando por lo tanto a tracción. Se adopta un factor de seguridad de 4 para contemplar cargas dinámicas, desalineaciones y degradación del sistema con el uso.

Análisis de pandeo por carga crítica de Euler Aunque la varilla trabaja principalmente a tracción, es necesario verificar la estabilidad estructural frente a posibles cargas de compresión durante maniobras o situaciones no previstas. Considerando que la varilla tiene ambos extremos empotrados, la carga crítica de Euler se calcula como:

$$P_{\rm cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(K \cdot L)^2} \tag{3.10}$$

donde:

- $E = 200 \,\mathrm{GPa} = 200 \,000 \,\mathrm{N/mm^2}$ (módulo de Young del acero)
- \blacksquare I= momento de inercia de la sección transversal de la varilla
- $L = 2000 \,\mathrm{mm}$ (longitud de la varilla)
- K = 0.5 (factor de longitud efectiva para ambos extremos empotrados)

La carga admisible debe satisfacer:

$$P_{\rm adm} = \frac{P_{\rm cr}}{FS} > W \tag{3.11}$$

donde $W=m\cdot g=1.2\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s}^2=11.77\,\mathrm{N}$ es el peso a soportar, y FS=4 es el factor de seguridad adoptado.

Por lo tanto:

$$P_{\rm adm} > 11,77 \,\mathrm{N} \cdot 4 = 47,08 \,\mathrm{N}$$

Selección del diámetro Tras evaluar diferentes diámetros comerciales de varillas trapezoidales de acero, se selecciona una varilla TR16×4 (diámetro nominal 16 mm, paso 4 mm).

Para una varilla de diámetro exterior $d_e=16\,\mathrm{mm},$ el momento de inercia de la sección circular es:

$$I = \frac{\pi \cdot d_e^4}{64} = \frac{\pi \cdot 16^4}{64} = 3217 \,\text{mm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación (3.10) con K = 0.5 para extremos empotrados:

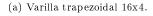
$$P_{\rm cr} = \frac{\pi^2 \cdot 200\,000\,{\rm N/mm}^2 \cdot 3\,217\,{\rm mm}^4}{(0.5 \cdot 2\,000\,{\rm mm})^2} = \frac{6\,341\,481\,520}{1\,000\,000} = 6\,341\,{\rm N}$$

La carga admisible resulta:

$$P_{\text{adm}} = \frac{6341 \,\text{N}}{4} = 1585 \,\text{N} > 47,08 \,\text{N}$$

Se verifica que la varilla seleccionada cumple ampliamente con los requerimientos de resistencia, proporcionando un margen de seguridad de aproximadamente 33.7 veces la carga mínima requerida, garantizando la integridad estructural del sistema incluso ante condiciones adversas.







(b) Varilla de acero maciza de 16mm de diametro.

Figura 3.4: Sistema de transmisión vertical.

Cálculo de torque motor para accionamiento vertical

Selección del tipo de motor Se selecciona un motor paso a paso (PaP) debido a:

- Alta precisión de posicionamiento sin necesidad de encoder
- Capacidad de mantener torque en reposo (holding torque)
- Control de velocidad preciso para movimientos verticales controlados
- Compatibilidad con la resolución requerida de 200 pasos/mm

Parámetros de operación El sistema debe operar con los siguientes parámetros:

■ Velocidad lineal máxima: 75 mm/s

■ Resolución: 200 pasos/mm

■ Paso de varilla: 4 mm

• Velocidad angular correspondiente: $\omega = \frac{v_{\rm lineal}}{\rm paso} \cdot 60 = \frac{75 \, {\rm mm/s}}{4 \, {\rm mm}} \cdot 60 \approx 1\,125 \, {\rm rpm}$

Sin embargo, considerando microstepping y factores operacionales, la velocidad nominal de trabajo se establece en aproximadamente 563 rpm.

Análisis de torque en varillas trapezoidales El torque requerido para mover una carga mediante una varilla trapezoidal se compone de dos componentes: el torque necesario para vencer la fricción en la rosca y el torque para vencer la fricción en el collarín del soporte. Dicho torque se calcula a partir de la ecuación 2.109

donde:

•
$$F = 1.2 \,\mathrm{kg} \cdot 9.81 \,\mathrm{m/s}^2 = 11.77 \,\mathrm{N}$$

•
$$d_m = 14 \, \text{mm}$$

- $d_c \approx 26 \,\mathrm{mm}$
- $\mu_c = 0.2$
- $k_R = 1.3$
- $k_L = 0.6$

Sustituyendo valores en las ecuaciones (2.107) y (2.108):

$$T_{\text{subida}} = \frac{11,77 \cdot 14}{2} \cdot 1,3 + \frac{11,77 \cdot 0,2 \cdot 26}{2} = 107,2 + 30,6 = 137,8 \text{ Nmm}$$

$$T_{\rm bajada} = \frac{11,77 \cdot 14}{2} \cdot 0,6 + \frac{11,77 \cdot 0,2 \cdot 26}{2} = 49,4 + 30,6 = 80,0 \, \text{Nmm}$$

El torque de diseño se toma como el mayor de ambos:

$$T_{\text{base}} = \text{máx}(T_{\text{subida}}, T_{\text{bajada}}) = 137.8 \,\text{Nmm} = 0.138 \,\text{Nm}$$

Aplicación de factores de seguridad Se aplican los siguientes factores correctivos:

- 1. Factor por fricción adicional en roscas trapezoidales ($f_1 = 2.5$): Las roscas trapezoidales presentan pérdidas significativas por fricción que no están completamente capturadas en las ecuaciones simplificadas. Estas pérdidas se deben a:
 - La geometría de los canales trapezoidales, que generan mayor área de contacto y fricción entre los flancos de la rosca y la tuerca
 - El efecto de acuñamiento de la rosca durante el movimiento, especialmente pronunciado en roscas trapezoidales comparado con roscas de bolas
 - El roce continuo metal-metal entre la tuerca y toda la longitud de la rosca, que genera calentamiento y puede aumentar la fricción
 - Pérdidas adicionales por desalineación a lo largo de los 2 m de varilla
 - Variaciones en la calidad de la lubricación durante la vida útil del sistema

Este factor es consistente con valores reportados en literatura técnica para transmisiones por tornillo trapezoidal de longitud considerable.

2. Factor de seguridad por caída de torque con velocidad ($f_2 = 1,3$): Los motores paso a paso experimentan una reducción significativa del torque disponible al aumentar la velocidad de rotación, como se observa en las curvas dinámicas. Este factor garantiza torque suficiente a 563 rpm.

El torque motor requerido resulta:

$$T_{\text{motor}} = T_{\text{base}} \cdot f_1 \cdot f_2 = 0.138 \cdot 2.5 \cdot 1.3 = 0.45 \,\text{Nm}$$
 (3.12)

Selección del motor paso a paso Considerando la velocidad de operación de 563 rpm, se verifica en la curva dinámica torque-velocidad (Figura 3.5) que se requiere un torque disponible de al menos 0.45 Nm.

Se selecciona un motor NEMA 34 Medium con las siguientes especificaciones:

- Alimentación: 24 V / 4.5 A
- Torque de retención (holding torque): > 3 Nm
- Torque a 563 rpm: ≈ 0.88 Nm (según curva dinámica)

El motor seleccionado proporciona un margen de seguridad de aproximadamente 1.96 veces el torque requerido a la velocidad de operación, garantizando movimientos suaves y seguros durante toda la operación del sistema, incluyendo situaciones de carga máxima y fricción elevada.

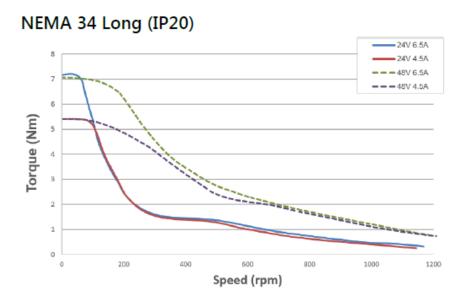


Figura 3.5: Curva dinámica torque-velocidad del motor paso a paso NEMA 34 Medium. Se observa que a 563 rpm el torque disponible es de aproximadamente 0.88 Nm, superando el requerimiento calculado de 0.45 Nm.

3.2.4. Brazo Robótico

Se cuenta con un brazo de dos grados de libertad controlables para el posicionamiento del efector final que es de tipo pinza.

Descripción del Sistema

El brazo robótico consiste en una configuración planar de dos eslabones articulados mediante juntas rotacionales, con un efector final tipo gripper de pinza. Este sistema posee dos grados de libertad en el plano, definidos por los ángulos de rotación θ_1 y θ_2 de cada articulación.

Parámetros Geométricos

- L_1 : Longitud del primer eslabón (eslabón proximal)
- L₂: Longitud del segundo eslabón (eslabón distal)
- θ_1 : Ángulo de la primera articulación (base)
- θ_2 : Ángulo de la segunda articulación (codo)

Cinemática Directa

La cinemática directa establece la relación entre las coordenadas articulares (θ_1, θ_2) y la posición del efector final (x, y) en el plano.

La posición del efector final se calcula mediante:

$$x = L_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.13}$$

$$y = L_1 \cdot \sin(\theta_1) + L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.14}$$

La orientación del efector final está dada por:

$$\phi = \theta_1 + \theta_2 \tag{3.15}$$

Cinemática Inversa

La cinemática inversa determina los ángulos articulares necesarios para alcanzar una posición deseada (x_d, y_d) . Este problema presenta dos soluciones posibles (configuración de codo arriba y codo abajo).

Primero se calcula el ángulo θ_2 :

$$\cos(\theta_2) = \frac{x_d^2 + y_d^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2} \tag{3.16}$$

$$\theta_2 = \pm \arccos\left(\frac{x_d^2 + y_d^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2}\right) \tag{3.17}$$

Luego se determina θ_1 :

$$\theta_1 = \arctan 2(y_d, x_d) - \arctan 2(L_2 \cdot \sin(\theta_2), L_1 + L_2 \cdot \cos(\theta_2)) \tag{3.18}$$

Espacio de Trabajo

El espacio de trabajo accesible para el efector final es un anillo circular con:

- Radio máximo: $R_{max} = L_1 + L_2$ (brazo completamente extendido)
- Radio mínimo: $R_{min} = |L_1 L_2|$ (brazo completamente plegado)

Jacobiano

El Jacobiano relaciona las velocidades articulares con las velocidades del efector final:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$
 (3.19)

Donde:

$$J_{11} = -L_1 \cdot \sin(\theta_1) - L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.20}$$

$$J_{12} = -L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.21}$$

$$J_{21} = L_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.22}$$

$$J_{22} = L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.23}$$

Gripper Tipo Pinza

El gripper se ubica en el extremo del segundo eslabón y posee un grado de libertad adicional (no considerado en los 2 GDL principales) para la apertura/cierre de las mandíbulas, controlado por el parámetro d (distancia entre mandíbulas).

Singularidades

El sistema presenta singularidades cuando el determinante del Jacobiano es cero:

$$\det(J) = L_1 \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2) = 0 \tag{3.24}$$

Esto ocurre cuando $\theta_2=0^\circ$ o $\theta_2=180^\circ$, es decir, cuando el brazo está completamente extendido o plegado.

3.3. Dimensionamiento de Servomotores

El brazo robótico diseñado para la cosecha de lechugas cuenta con dos grados de libertad, equivalentes a una articulación de hombro y una de codo. El sistema debe ser capaz de extenderse horizontalmente para alcanzar y tomar la carga (lechuga), para luego contraerse y transportarla de manera eficiente.

3.3.1. Parámetros del Sistema

Los parámetros físicos y operacionales del brazo robótico se detallan en la Tabla 3.2.

Parámetro	Valor	Unidad
Longitud eslabón 1 (L_1)	16	cm
Longitud eslabón 2 (L_2)	12.5	cm
Masa del brazo (m_{brazo})	300	g
Masa de la carga (m_{carga})	400	g
Velocidad angular máxima $(\omega_{\text{máx}})$	45	$^{\circ}/\mathrm{s}$
Tiempo de aceleración (t_{ac})	0.5	s

Cuadro 3.2: Parámetros del brazo robótico

El movimiento del brazo involucra tanto desplazamiento horizontal como elevación vertical, partiendo desde una posición horizontal hasta una posición elevada para transportar la carga. Por lo tanto, el análisis debe considerar tanto el torque dinámico necesario para acelerar las masas como el torque estático requerido para sostener el brazo contra la gravedad.

3.3.2. Dimensionamiento del Motor del Codo

El servomotor del codo es responsable del movimiento de la carga ubicada en el extremo del segundo eslabón y debe soportarla contra la gravedad.

Torque Estático (Gravitacional)

En la posición horizontal, el torque necesario para sostener la carga es:

$$\tau_{est,codo} = m_{carga} \cdot g \cdot \frac{L_2}{2} \tag{3.25}$$

donde se considera el centro de masa de la carga en el punto medio del eslabón. Sustituyendo valores:

$$\tau_{est,codo} = 0.4 \,\mathrm{kg} \cdot 9.81 \,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.0625 \,\mathrm{m} = 0.245 \,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$
 (3.26)

Momento de Inercia

El momento de inercia de la carga con respecto al eje del codo se calcula como:

$$I_{codo} = m_{carga} \cdot L_2^2 \tag{3.27}$$

Sustituyendo valores:

$$I_{codo} = 0.4 \,\mathrm{kg} \cdot (0.125 \,\mathrm{m})^2 = 6.25 \times 10^{-3} \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$
 (3.28)

Aceleración Angular

La aceleración angular necesaria para alcanzar la velocidad máxima en el tiempo especificado es:

$$\alpha = \frac{\omega_{max}}{t_{ac}} = \frac{0.785 \,\text{rad/s}}{0.5 \,\text{s}} = 1.57 \,\text{rad/s}^2$$
 (3.29)

donde $\omega_{max} = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = 0.785 \, \text{rad/s}.$

Torque Dinámico

El torque dinámico requerido se obtiene mediante:

$$\tau_{din,codo} = I_{codo} \cdot \alpha = 6.25 \times 10^{-3} \cdot 1.57 = 9.8 \times 10^{-3} \,\text{N} \cdot \text{m}$$
 (3.30)

Torque Total

El torque total necesario suma los componentes estático y dinámico:

$$\tau_{codo,total} = \tau_{est,codo} + \tau_{din,codo} = 0.245 + 0.0098 = 0.255 \,\text{N} \cdot \text{m}$$
 (3.31)

Aplicando un factor de seguridad de 1.5 para considerar fricciones, pérdidas y variaciones en la carga:

$$\tau_{codo} = 1.5 \cdot \tau_{codo,total} = 0.38 \,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \approx 39 \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{cm}$$
 (3.32)

3.3.3. Dimensionamiento del Motor del Hombro

El servomotor del hombro debe proporcionar el torque necesario para mover el brazo completo, soportar su peso y el de la carga contra la gravedad, especialmente en la posición horizontal.

Torque Estático (Gravitacional)

En la posición horizontal (peor caso), el torque gravitacional resulta de la suma de los momentos de todas las masas:

$$\tau_{est,hombro} = m_{brazo} \cdot g \cdot \frac{L_1}{2} + m_{carga} \cdot g \cdot L_{total}$$
(3.33)

Sustituyendo valores:

$$\tau_{est,hombro} = 0.3 \cdot 9.81 \cdot 0.08 + 0.4 \cdot 9.81 \cdot 0.285 = 0.235 + 1.118 = 1.353 \,\text{N} \cdot \text{m} \tag{3.34}$$

Momento de Inercia Total

El momento de inercia total respecto al eje del hombro se compone de tres contribuciones:

a) Inercia del primer eslabón: Considerando una distribución uniforme de masa:

$$I_{eslabn1} = \frac{m_{brazo}}{2} \cdot \frac{L_1^2}{3} = 0.15 \cdot \frac{(0.16)^2}{3} = 1.28 \times 10^{-3} \,\mathrm{kg \cdot m^2}$$
 (3.35)

b) Inercia del segundo eslabón: Aproximando su masa concentrada en el codo:

$$I_{eslabn2} = \frac{m_{brazo}}{2} \cdot L_1^2 = 0.15 \cdot (0.16)^2 = 3.84 * 10^{-3} \,\mathrm{kg \cdot m^2}$$
(3.36)

c) Inercia de la carga: Con el brazo completamente extendido ($L_{total} = L_1 + L_2 = 0.285 \text{ m}$):

$$I_{carga,hombro} = m_{carga} \cdot L_{total}^2 = 0.4 \cdot (0.285)^2 = 3.25 \times 10^{-2} \,\mathrm{kg \cdot m^2}$$
 (3.37)

El momento de inercia total resulta:

$$I_{hombro} = I_{eslabn1} + I_{eslabn2} + I_{carga,hombro} = 3.76 \times 10^{-2} \,\mathrm{kg \cdot m^2}$$
(3.38)

Torque Dinámico

Utilizando la misma aceleración angular calculada anteriormente:

$$\tau_{din,hombro} = I_{hombro} \cdot \alpha = 3.76 \times 10^{-2} \cdot 1.57 = 5.9 \times 10^{-2} \,\text{N} \cdot \text{m}$$
 (3.39)

Torque Total

El torque total combina los componentes estático y dinámico:

$$\tau_{hombro,total} = \tau_{est,hombro} + \tau_{din,hombro} = 1,353 + 0,059 = 1,412 \,\text{N} \cdot \text{m}$$
 (3.40)

Con factor de seguridad de 1.5:

$$\tau_{hombro} = 1.5 \cdot \tau_{hombro,total} = 2.12 \,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \approx 216 \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{cm}$$
 (3.41)

Cuadro 3.3: Torques mínimos requeridos

Articulación	Torque Estático	Torque Total	Con Seguridad
	$(\mathrm{kg} \cdot \mathrm{cm})$	$(\mathbf{kg} \cdot \mathbf{cm})$	$(\mathbf{kg} \cdot \mathbf{cm})$
Codo	25	26	39
Hombro	138	144	216

3.3.4. Resultados y Selección de Servomotores

La Tabla 3.3 resume los torques mínimos requeridos para cada articulación. En base a estos requerimientos, se proponen las siguientes opciones de servomotores: Motor del Codo (39 kg·cm):

- Dynamixel MX-28: 24 kg·cm @ 12V (requiere reducción 2:1)
- Dynamixel MX-64: 60 kg·cm @ 12V (opción recomendada)
- Servo industrial con reductor: torque nominal >40 kg·cm

Motor del Hombro (216 kg·cm):

- Dynamixel MX-106: 84 kg·cm @ 12V (requiere reducción 3:1)
- Servomotor industrial Nema 23 con reductor planetario
- Sistema de poleas/engranajes con motor de menor torque (relación 4:1 o 5:1)

Dada la magnitud del torque requerido, especialmente en el hombro, se recomienda implementar un sistema de reducción mecánica mediante poleas dentadas o reductores planetarios, lo que permitirá utilizar motores más económicos y con mejor respuesta dinámica.

3.3.5. Consideraciones Adicionales

El análisis presentado considera el peor caso operacional, con el brazo en posición horizontal donde el torque gravitacional es máximo. Durante la operación:

- Posición inicial (horizontal): Requiere el máximo torque para sostener y mover la carga.
- Posición elevada: Al contraer el brazo verticalmente, el momento gravitacional disminuye significativamente, ya que el brazo de palanca se reduce al elevarse.
- Estrategia de movimiento: Se recomienda una trayectoria que minimice el tiempo en posición horizontal, elevando el brazo lo más rápido posible después de tomar la carga.

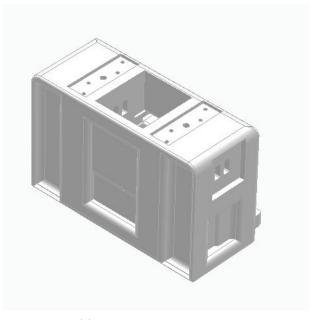
El componente de torque estático representa aproximadamente el 96% del torque total en el hombro y el 94% en el codo, lo que indica que el sistema está dominado por cargas gravitacionales más que por requisitos dinámicos. Esto sugiere que velocidades de movimiento moderadas son apropiadas para esta aplicación.

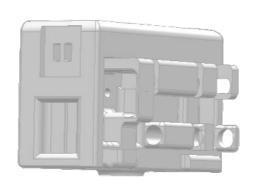
Se recomienda el uso de servomotores con retroalimentación de posición y corriente para implementar control de torque, permitiendo detectar colisiones durante el agarre y optimizar el consumo energético ajustando el torque según la posición del brazo.

3.3.6. Modelado CAD y Fabricación

Suporte superior

El soporte superior (fig. 3.6) es el que recibe la mayor carga en la estructura, ya que debe soportar el peso de la estructura vertical (soportes, brazo robótico, varillas). Para ello se debe realizar un analisis de carga y deformación previos para verificar si la forma del soporte es la adecuada para tolerar los esfuerzos.





(a) Frente del soporte superior.

(b) Posterior del soporte superior.

Figura 3.6: Soporte superior.

Para realizar el análisis de esfuerzos y deformación se simplificó la pieza ya que el solver del software utilizado no podía procesar y analizar geometrías tan complejas como la planteada. Además se tomaron las propiedades del filamento plástico PETG de impresión 3D para hacer un correcto analisis.

En la siguiente figura se pueden observar las fuerzas aplicadas, las mismas contemplan una carga máxima de 3.5kg. Las fuerzas son aplicadas en las secciones indicadas en la imagen y dividas en dos para la parte superior y en tres para la parte inferior.

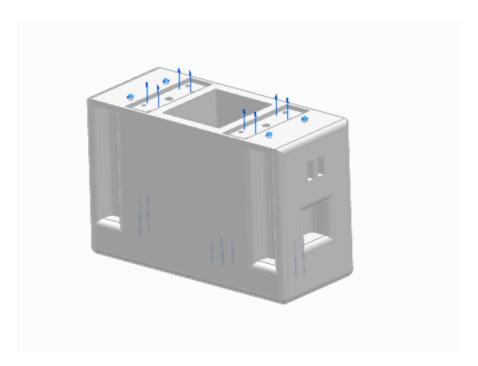


Figura 3.7: Fuerzas aplicadas para el análisis

A continuación se muestran los resultados obtenidos.

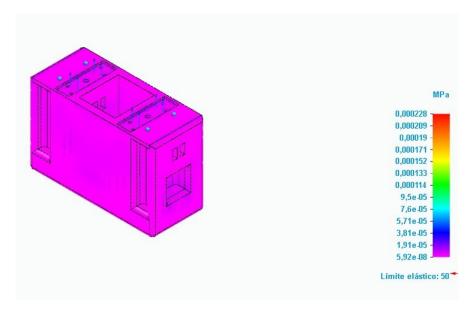


Figura 3.8: Análisis de tensión de Von Misses.

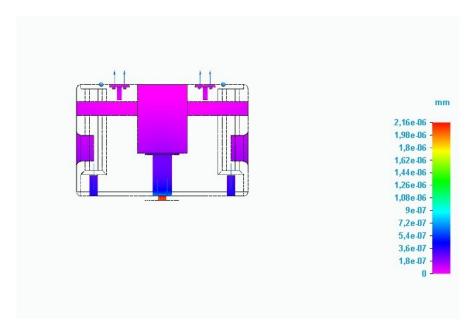
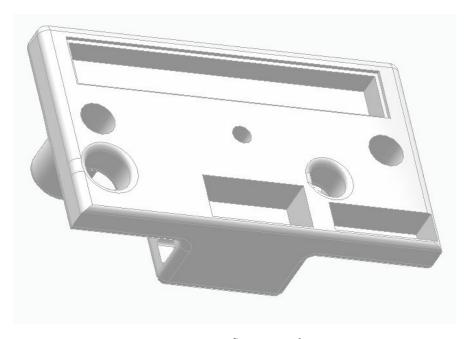


Figura 3.9: Análisis de deformación.

Como se puede observar en las imágenes, la tensión está muy por debajo de la tensión de rotura y las deformaciones son prácticamente insignificantes, por lo que se puede concluir que el diseño es aplicable.

Suporte medio

Este soporte se desplaza por el movimiento de la varilla, además es en donde se encuentra el brazo robótico y la cámara. Cuenta con canales internos para el montaje de los cables.



 ${\bf Figura~3.10};~Soporte~medio.$

Suporte inferior

Este soporte cierra la estructura vertical, en el van los extremos de las varillas trefiladas y la varilla roscada y el final de carrera correspondiente. También cuenta con canales internos para el montaje de los cables.



Figura 3.11: Soporte inferior.

Brazo robótico

Para el diseño del brazo robótico se tienen 2 partes principales, el cuerpo del brazo y el efector final o gripper.

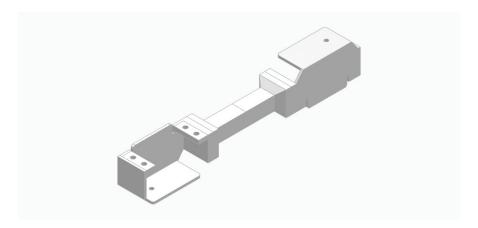


Figura 3.12: Cuerpo del brazo.

El diseño del gripper tiene en cuenta un sistema de transmisión piñon-cremallera para el agarre.

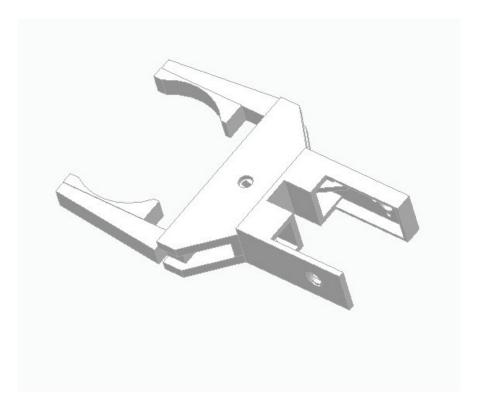


Figura 3.13: Gripper.

3.4. Sistema de Control de Bajo Nivel (Nivel Regulatorio)

- 3.4.1. Arquitectura del Nivel Regulatorio
- 3.4.2. Hardware de Control Arduino Mega 2560
- 3.4.3. Selección y Dimensionamiento de Actuadores
- 3.4.4. Sensores de Seguridad
- 3.4.5. Control de Movimiento
- 3.4.6. Protocolo de Comunicación UART
- 3.5. Sistema de Supervisión y Alta Gestión (Nivel Supervisor)
- 3.5.1. Arquitectura del Nivel Supervisor
- 3.5.2. Hardware Supervisor Raspberry Pi 4
- 3.5.3. Máquina de Estados Supervisora
- 3.5.4. Coordinación con Nivel Regulatorio
- 3.6. Inteligencia Artificial y Visión por Computadora
- 3.6.1. Arquitectura y Pipeline de Procesamiento
- 3.6.2. Sistema de Posicionamiento Visual
- 3.6.3. Sistema de Clasificación de Cultivos
- 3.6.4. Mapeo y Optimización de Rutas

Formulación del Problema de Optimización

Una vez completado el mapeo del entorno y habiendo identificado las estaciones que contienen lechugas disponibles para cosecha, el sistema debe determinar la secuencia óptima de visita que minimice el tiempo total de operación. Este problema se modela formalmente como una variante del problema del viajante (Travelling Salesman Problem, TSP) adaptada a las características específicas del robot cartesiano.

Sea $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, ..., P_N\}$ el conjunto de N estaciones objetivo identificadas durante el mapeo, donde cada $P_i = (x_i, y_i)$ representa las coordenadas de una estación con lechuga. El objetivo es encontrar una permutación $\pi = [\pi_1, \pi_2, ..., \pi_N]$ que defina la secuencia de visita y minimice el tiempo total de recorrido.

El tiempo total de operación se compone de dos términos: el tiempo acumulado de desplazamiento entre estaciones consecutivas y el tiempo acumulado de operación en cada estación. Formalmente:

$$J_{total}(\pi) = \sum_{i=1}^{N-1} t_{mov}(P_{\pi_i}, P_{\pi_{i+1}}) + \sum_{i=1}^{N} t_{op}(P_{\pi_i})$$
(3.42)

El tiempo de operación en cada estación t_{op} incluye la corrección visual de posición, la verificación de presencia de lechuga, la ejecución de la cosecha y el depósito del producto. Este tiempo es aproximadamente constante (alrededor de 8 segundos) independientemente de la posición de la estación. Por lo tanto, el término $\sum_{i=1}^{N} t_{op}(P_{\pi_i})$ es constante para cualquier permutación π , y la optimización se reduce a:

$$\min_{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} t_{mov}(P_{\pi_i}, P_{\pi_{i+1}})$$
(3.43)

Este problema es NP-difícil en su formulación general, lo que significa que no existe algoritmo conocido que garantice encontrar la solución óptima en tiempo polinomial para instancias arbitrarias. Sin embargo, para los tamaños de instancia relevantes para este sistema (típicamente $N \leq 50$ estaciones con lechuga), es factible emplear heurísticas que producen soluciones de alta calidad en tiempos de cómputo aceptables.

Modelo de Tiempo de Movimiento

El cálculo del tiempo de desplazamiento entre dos estaciones debe considerar que el robot tiene velocidades características diferentes en cada eje. El eje horizontal (X) emplea transmisión por correa dentada y alcanza velocidad de 100 mm/s, mientras que el eje vertical (Y) emplea husillo de bolas y alcanza velocidad de 50 mm/s.

Dado que ambos ejes se mueven simultáneamente, el tiempo de desplazamiento entre dos puntos $P_i = (x_i, y_i)$ y $P_j = (x_j, y_j)$ está determinado por el eje que requiere mayor tiempo:

$$t_{mov}(P_i, P_j) = \max\left(\frac{|\Delta x|}{v_x}, \frac{|\Delta y|}{v_y}\right)$$
(3.44)

donde $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$, $v_x = 100 \text{ mm/s y } v_y = 50 \text{ mm/s}$.

Esta expresión asume que el tiempo está dominado por el movimiento puro, despreciando aceleración y deceleración. Esta aproximación es razonable dado que las distancias típicas entre estaciones (150 mm horizontal, 200 mm vertical) son suficientes para alcanzar velocidad de régimen permanente.

Sin embargo, para la optimización se emplea una función de costo modificada que considera el desgaste diferencial de los actuadores. El husillo del eje Y presenta mayor desgaste mecánico que la correa del eje X debido a las cargas verticales que soporta. Para balancear el uso de ambos ejes y prolongar la vida útil del sistema, se introduce ponderación en la función de costo:

$$C_{mov}(P_i, P_j) = \alpha \cdot \frac{|\Delta x|}{v_x} + \beta \cdot \frac{|\Delta y|}{v_y}$$
(3.45)

Los factores de ponderación se establecen como $\alpha=0.6$ y $\beta=1.0$, otorgando mayor peso a los movimientos verticales. Esta ponderación incentiva al algoritmo de optimización a preferir rutas que minimicen desplazamientos en Y, reduciendo el desgaste del husillo sin comprometer significativamente el tiempo total.

Algoritmo Heurístico del Vecino Más Cercano

El algoritmo del vecino más cercano constituye una heurística constructiva que genera soluciones de buena calidad con complejidad computacional manejable. El algoritmo construye la ruta incrementalmente, en cada paso seleccionando la estación no visitada más cercana a la posición actual según la función de costo definida.

El procedimiento inicia en la posición actual del robot, que típicamente corresponde a la última posición alcanzada durante el mapeo. En cada iteración, se calculan los costos de desplazamiento

desde la posición actual hacia todas las estaciones no visitadas. Se selecciona la estación con menor costo, se agrega a la ruta y se marca como visitada. La posición actual se actualiza a las coordenadas de la estación recién agregada. El proceso se repite hasta que todas las estaciones han sido visitadas.

Formalmente, el algoritmo se describe como:

Inicializar la posición actual P_{actual} como la posición del robot. Inicializar el conjunto de estaciones restantes $\mathcal{R} = \mathcal{P}$. Inicializar la ruta π como vacía.

Mientras $\mathcal{R} \neq \emptyset$:

$$P_{prximo} = \arg\min_{P \in \mathcal{R}} C_{mov}(P_{actual}, P)$$
(3.46)

Agregar P_{prximo} a π . Eliminar P_{prximo} de \mathcal{R} . Actualizar $P_{actual} = P_{prximo}$. La complejidad computacional de este algoritmo es $O(N^2)$ donde N es el número de estaciones, dado que en cada una de las N iteraciones se evalúan los costos hacia las estaciones restantes. Para N=50, esto representa 2500 evaluaciones de costo, operación completada en menos de 10 milisegundos en la Raspberry Pi 4.

Refinamiento mediante Optimización 2-opt

La solución generada por el vecino más cercano puede mejorarse mediante optimización local 2-opt. Esta técnica considera pares de aristas en la ruta y evalúa si intercambiarlas reduce el costo total. Específicamente, dada una ruta $\pi = [P_1, P_2, ..., P_N]$, se consideran aristas (P_i, P_{i+1}) y (P_i, P_{i+1}) con i < j. Se calcula el costo actual de estas aristas:

$$C_{actual} = C_{mov}(P_i, P_{i+1}) + C_{mov}(P_j, P_{j+1})$$
(3.47)

Y el costo alternativo si se intercambian las conexiones:

$$C_{alternativo} = C_{mov}(P_i, P_j) + C_{mov}(P_{i+1}, P_{j+1})$$
 (3.48)

Si $C_{alternativo} < C_{actual}$, la ruta se mejora invirtiendo el segmento entre i+1 y j. Este proceso se repite iterativamente sobre todos los pares de aristas hasta que no se encuentren mejoras adicionales.

La optimización 2-opt puede reducir el costo de la ruta en 5 a 15 por ciento comparada con la solución del vecino más cercano, con tiempo de ejecución adicional típicamente inferior a 100 milisegundos para instancias de 50 estaciones.

Heurística Específica de Agrupamiento por Filas

Una estrategia alternativa explota la geometría estructurada del sistema de cultivo. Dado que las estaciones se organizan en filas horizontales bien definidas, se implementa una heurística que agrupa estaciones por fila y planifica la ruta como secuencia de barridos horizontales.

El algoritmo identifica primero todas las filas únicas presentes en el conjunto de estaciones objetivo. Para cada estación (x_i, y_i) , se calcula su fila correspondiente redondeando la coordenada Y al múltiplo de 200 más cercano, dado que las filas están separadas 200 milímetros. Las estaciones se agrupan por fila, y las filas se ordenan por su coordenada Y.

Para cada fila, las estaciones se ordenan por coordenada X. La dirección de ordenamiento alterna entre filas: las filas con índice par se ordenan de menor a mayor X (izquierda a derecha), mientras que las filas con índice impar se ordenan de mayor a menor X (derecha a izquierda). Esta alternancia implementa el patrón serpiente que minimiza movimientos verticales de retorno.

La ruta final concatena las estaciones de todas las filas en el orden establecido. Este método garantiza que todos los movimientos largos ocurren en dirección horizontal (eje rápido), mientras que los movimientos verticales (eje lento) son mínimos e inevitables: solamente los necesarios para transitar entre filas.

Experimentalmente, esta heurística produce rutas con costo típicamente 30 a 40 por ciento menor que el vecino más cercano simple, y frecuentemente iguales o superiores a las rutas obtenidas mediante vecino más cercano seguido de 2-opt. Su ventaja adicional es la simplicidad conceptual y la predictibilidad del patrón de movimiento resultante.

Resultados Comparativos

Se evaluaron los tres enfoques de planificación en múltiples instancias representativas. Para una instancia típica de 30 estaciones distribuidas uniformemente en el espacio de trabajo, los resultados fueron:

Orden aleatorio (sin optimización): tiempo estimado de 285 segundos.

Vecino más cercano: tiempo estimado de 198 segundos, representando mejora de 30 por ciento respecto al orden aleatorio.

Vecino más cercano con refinamiento 2-opt: tiempo estimado de 175 segundos, mejora de 39 por ciento respecto al orden aleatorio.

Agrupamiento por filas: tiempo estimado de 165 segundos, mejora de 42 por ciento respecto al orden aleatorio.

La implementación final emplea el método de agrupamiento por filas dado su desempeño superior y menor complejidad computacional. El tiempo de cómputo para planificar la ruta de 50 estaciones es inferior a 50 milisegundos, despreciable comparado con el tiempo de ejecución de la ruta que típicamente supera los 400 segundos.

Eficiencia Operativa Global

El tiempo total de operación del sistema comprende tres fases: mapeo del entorno, planificación de la ruta, y ejecución de la cosecha. Para un sistema completo de 72 estaciones donde aproximadamente 40 contienen lechugas, los tiempos son:

Mapeo completo: 210 segundos (3.5 minutos).

Planificación de ruta para 40 estaciones: 0.15 segundos (despreciable).

Ejecución de cosecha: 40 estaciones multiplicadas por 8 segundos por estación resulta en 320 segundos.

Tiempo total: aproximadamente 530 segundos, equivalente a 8.8 minutos.

Esta eficiencia representa una mejora significativa comparada con operación manual, donde un operador humano requiere típicamente 25 a 30 minutos para cosechar la misma cantidad de lechugas. El sistema automatizado opera aproximadamente 3.4 veces más rápido que un operador humano, demostrando el valor de la optimización de trayectorias en la eficiencia global del sistema.

3.7. Interfaz de Usuario y Supervisión

3.8. Montaje e Integración

4. Pruebas y Resultados

- 4.1. Metodología de Pruebas
- 4.2. Pruebas del Sistema Mecánico
- 4.3. Pruebas del Sistema de Control
- 4.4. Pruebas del Sistema de IA
- 4.5. Pruebas de Integración
- 4.6. Análisis de Resultados

5. Conclusiones y Trabajo Futuro

- 5.1. Conclusiones Generales
- 5.2. Aportes del Proyecto
- 5.3. Trabajo Futuro

A. Diagramas Eléctricos Completos

B. Código Fuente Relevante

C. Especificaciones Técnicas de Componentes

D. Manual de Usuario

E. Hojas de Datos

Referencias

1. Módulo 04: Uniones Roscadas - Cátedra: Tenconología de contrucción y diseño mecánico - ng. Sebastián Lazo - Ing. Gabriel Mallon -ITU