

第一章 状态空间表达式

要求内容：

- 动力系统的状态，状态变量，状态空间表达式的基本概念；状态空间表达式的模拟结构图；状态空间表达式的建立及其线性变换（对角标准形和约当标准形）；由状态空间表达式传递函数阵
- 完整理解建立状态空间表达式的基本方法
- 同一系统在线性等价变换下的不同表达
- 与传递函数的关系

相关概念：

- 状态，状态空间表达式、状态方程、输出方程、模拟结构图、实现问题、友矩阵、线性变换（坐标变换）、特征值、（独立）特征向量、约当矩阵、传递函数阵等



第一章复习要点

1. 建立连续时间系统的状态空间表达式

■ 系统结构图建立

- 转化为有积分号的模拟图，取状态变量，根据变量关系写出一阶微分方程组，状态空间表达式

■ 系统机理（电气系统、动力学系统）

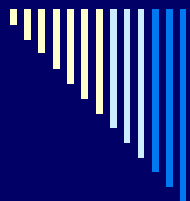
- 取状态变量，建立微分方程，整理，写出状态空间表达式

■ 传递函数

- 能控标准I型(直接写出)，能观标准I型（B计算系数）

■ 微分方程

- 左端最高次项，左右两端积分，取变量，整理
- 转化为传递函数，写出状态空间表达式。



第一章复习要点

□ 2. 状态空间表达式之间的变换

- 特殊的两种矩阵：对角阵、约当阵

- 矩阵变换：设 $x = Tz$,

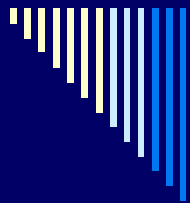
 - $A' = T^{-1}AT$; $B' = T^{-1}B$; $C' = CT$; D 不变。

- 特征值不变化

- 将任意矩阵转化为特殊矩阵

 - A 特征值互异: $\Lambda = T^{-1}AT$; T 为特征值对应的特征向量;

 - A 特征值有重根: $J = T^{-1}AT$; T 为特征值对于的特征向量及广义特征向量构成;



第一章复习要点

□ 2. 状态空间表达式之间的变换（续）

■ 系统并联实现

□ 特征值互异：递函数分部分式： $\sum_{i=1}^n \frac{c_i}{s - \lambda_i}$

$$A = \Lambda, B = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T; C = (c_1, \dots, c_n)$$

$$A = \Lambda, B = (c_1, \dots, c_n)^T; C = (1 \ 1 \ \dots \ 1).$$

□ 特征值有重复：（参考书上内容）

□ 3. 状态方程与传递函数的关系

■ 特殊形式的状态矩阵：能控标准I、能观标准II直接写出传递函数

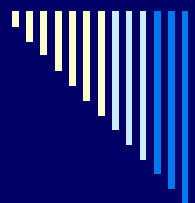
■ 公式： $W = C(SI - A)^{-1}B + D$



第一章复习要点

□ 4、离散时间系统的状态空间表达式

- $X(k+1) = G X(k) + H u(k)$
- $Y(k) = C X(k) + D u(k)$
- 微分方程→差分方程；传递函数→脉冲传递函数；
- G, H, C, D 与连续线性系统确定的方法一致。



第二章 系统解的表达式

要求内容：

- 包括线性定常系统状态方程齐次解，矩阵指数函数和状态转移矩阵的概念及其计算方法，线性定常系统状态方程的非齐次解，离散系统状态方程解，连续时间系统状态方程离散化
- 自由运动的解
- 受迫运动的解
- 解的基本特征

相关概念：

- 矩阵指数函数、状态转移矩阵、齐次状态方程（非其次状态方程）的解、离散时间系统状态方程的解



第二章复习要点

□ 1. 线性定常齐次状态方程的解 (自由运动)

- $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X}$

- $\mathbf{x}(t) = \Phi(t-t_0) \mathbf{x}(t_0) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0), t \geq t_0$

- $\Phi(t) = e^{\mathbf{A}t}$: 状态转移矩阵

□ 2、状态转移矩阵

- 性质;

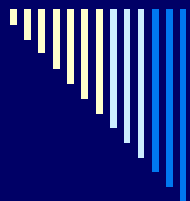
- 计算:

- 特殊的状态转移矩阵: $\mathbf{A} = \mathbf{\Lambda}$? $\mathbf{A} = \mathbf{J}$?

- 利用特殊的状态转移矩阵: $e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{T} e^{\mathbf{\Lambda}t} \mathbf{T}^{-1}$; $e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{T} e^{\mathbf{J}t} \mathbf{T}^{-1}$

- 拉式变换: $e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{L}^{-1} [(\mathbf{S}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]$

- 凯莱哈密顿定理: $e^{\mathbf{A}t} = \alpha_0 \mathbf{I} + \alpha_1 \mathbf{A} + \dots + \alpha_n \mathbf{A}^{n-1}$



第二章复习要点

□ 2、状态转移矩阵(续)

- α 系数的求法：特征值互异；特征值有重复

□ 3、线性定常非齐次方程的解（自由运动+受迫运动）

- $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$

- $\mathbf{x}(t) = ?$

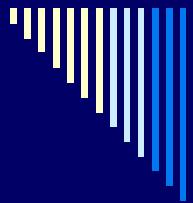
□ 4、离散时间系统状态方程的解

- $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G} \mathbf{x}(k) + \mathbf{H} \mathbf{u}(k)$

- $\mathbf{x}(k) = ?$

- \mathbf{G}^k 难求，转化为： $\mathbf{G}^k = \mathbf{T} \mathbf{\Lambda}^k \mathbf{T}^{-1}$

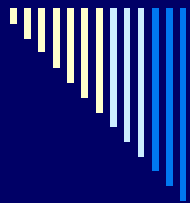
- Z变换法： $\mathbf{x}(k) = \mathbf{Z}^{-1} [(\mathbf{Z}\mathbf{I} - \mathbf{G})^{-1} (\mathbf{Z}\mathbf{x}(0) + \mathbf{H}\mathbf{u}(z))]$



第二章复习要点

□ 5、连续时间系统空间表达式的离散化

- $\mathbf{x}' = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du};$
- $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Gx}(k) + \mathbf{Hu}(k); \mathbf{y}(k) = \mathbf{Cx}(k) + \mathbf{Du}(k)$
- $\mathbf{G} = ?$
- $\mathbf{H} = ?$



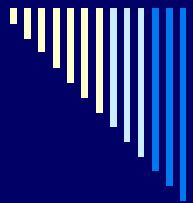
第三章 能控性和能观性

要求内容：

- 线性连续定常系统能控性定义，判据，能观测性定义，判据；线性离散时间系统能控性和能观测性定义，判据；能控性和能观测性的对偶关系，能控标准形，线性系统的传递函数（阵）中零极点对消与状态能控性，能观测性的关系
- 对偶原理
- 标准型和结构分解
- 与极/零相消的关系

相关概念：

- 能控性、能观性、能控性（能观性）判据、对偶原理、能控标准型、能观标准型、结构分解、最小实现、零极点对消



第三章复习要点

- 1、能控、能观性的定义

- 2、能控、能观性的判别

- 能控

- 特殊情况判别：对角线，特征值互异；约当阵，特征值有重复

- M 满秩， $M=?$ 注意矩阵维数

- 能观

- 特殊情况判别：对角线，特征值互异；约当阵，特征值有重复

- N 满秩， $N=?$ 注意矩阵维数

- 离散时间系统的能控能观性判别 $M, N \rightarrow G, H$ 。



第三章复习要点

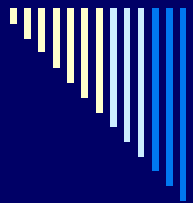
□ 3、标准型及转化 (单输入单输出，系统能控)

■ 标准型：

- 能控标准I型 A (I 在右上角), $B=(0, \dots 0, 1)^T$, C
- 能控标准II型 A (I 在左下角), $B=(1, 0, \dots 0)^T$, C
- 能观标准I型 A (I 在右上角), $B, C=(1, 0, \dots, 0)$
- 能观标准II型 A (I 在左下角), $B, C=(0, \dots, 0, 1)$
- 直接写出传递函数： 能控I，能观II

■ 转化

- 能控标准I型(I 在右上角) : $T_{c1}=?$
- 能控标准II型(I 在左下角): $T_{c2}=M$
- 能观标准I型(I 在右上角) : $T_{o1}^{-1}=N$
- 能观标准II型(I 在左下角): $T_{o2}^{-1}=?$

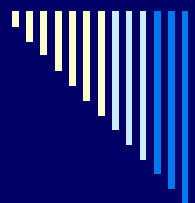


第三章复习要点

□ 4、对偶

□ 5、能控、能观性分解

- 能控性分解：不完全能控， $A_{21}=0$ ， $R_c=?$
- 能观性分解：不完全能观， $A_{12}=0$ ， $R_o=?$
- 能控能观性分解：
 - 既不完全能控，也不完全能观；
 - $A=?$ ， $B=?$ ， $C=(C_1, 0, C_2, 0)$
 - 两阶段法：先能控分解，后能观分解，此方法不一定保证所有情况都能分解。

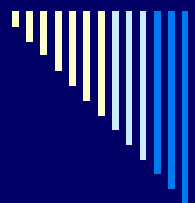


第三章复习要点

□ 6、实现

- $W(s) \rightarrow$ 状态空间表达式
- 转化为真分式
- (β_0, β_{n-1}) 向量， mr （ m 输出= W 的行数， r 输入= W 的列数）
- 按能控形式实现
- 按能观形式实现
- 最小实现（初选系统中既能控有能观部分）

□ 7、传递函数极/零相消与系统能控能观的关系



第四章 系统稳定性

要求内容：

- 李亚普诺夫稳定性的定义，李亚普诺夫稳定性第二方法，线性系统的李亚普诺夫稳定性分析，李亚普诺夫第二方法在线性系统设计中的应用，非线性系统的李亚普诺夫稳定性分析
- 李亚普诺夫第一方法
- 雅可比方法

相关概念：

- 平衡状态（平衡点）、稳定性的定义（不同层次的定义）、（半）正定（负定）矩阵、二次型、能量函数、李亚普诺夫方程



第四章复习要点

□ 1、相关基本概念

- 平衡状态 x_e

- 稳定性的定义：

- 李亚普诺夫意义下的稳定； 渐近稳定； 大范围渐近稳定

- 不稳定

□ 2、判稳方法

- 第一方法：

- 线性系统： A 的特征值具有负实部

- 非线性系统：在 x_e 处泰勒级数展开， $x' = A(x - x_e) + R(x)$

判断 A 雅克比矩阵(在 $x = x_e$ 处，对 x 的偏导函数值)：

全部负实部；至少一个正实部；至少一个实部为零，判断高阶。

第四章复习要点

- 第二方法：平衡状态 x_e ，满足 $f(x_e)=0$ 。
若存在标量函数 $V(x)$ ，满足：
 - $V(x)$ 对所有 x 都具有连续的一阶偏导
 - $V(x)$ 正定，即当 $x=0$ ， $V(x)=0$ ； $x \neq 0$ ， $V(x) > 0$ ； $V(x)$ 沿状态轨迹方向计算的时间导数 $V'(x)$ 满足条件：
 - $V'(x)$ 半负定(≤ 0)： x_e 李亚普诺夫意义下稳定；
 - $V'(x)$ 负定，或 $V'(x)$ 半负定(≤ 0)但除 $x=0$ 外 $V'(x)$ 不恒为零： x_e 渐近稳定。
 - 渐近稳定时，若 $\|x\| \rightarrow \infty$ 时， $V(x) \rightarrow \infty$ ： x_e 大范围渐近稳定。
 - $V'(x)$ 正定(> 0)， x_e 不稳定。



第四章复习要点

□ 3、李亚普诺夫方法判别线性系统的稳定性

- $\mathbf{x}' = \mathbf{Ax}$, $\mathbf{x}_e = 0$

- 第一方法: \mathbf{x}_e 大范围渐近稳定的条件: \mathbf{A} 的特征值具有负实部。

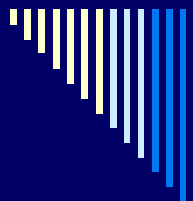
- 第二方法:

- $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ (\mathbf{P} 为正定对阵矩阵)

- $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}$ (\mathbf{Q} 为正定实对称矩阵)

- 选取正定实对称矩阵 \mathbf{Q} , 计算 \mathbf{P} , 若 \mathbf{P} 正定, 则系统在 \mathbf{x}_e 大范围渐近稳定;

- \mathbf{Q} 通常选择单位阵 \mathbf{I} ; 当 $V'(\mathbf{x})$ 沿任一轨迹不恒等于零, 则 \mathbf{Q} 可取半正定的。



第五章反馈综合

要求内容：

- 理解线性系统反馈设计的基本方法和步骤
- 状态/输出/动态反馈
- 能控/能观性的保持
- 极点配置

相关概念：

- 状态/输出反馈（能控性、能观性影响）、极点配置



第五章复习要点

□ 1、状态反馈

- 原理：状态反馈增益矩阵 K ...
- 结构图？
- 特点：改变闭环系统的特征值，可配置极点

□ 2、输出反馈

- 原理：输出反馈增益矩阵 H ...
- 结构图？
- 特点：

□ 3、闭环系统的能控性、能观性

- 状态反馈不改变系统的能控性，但不保证能观性不变
- 输出反馈不改变系统的能控性和能观性



第五章复习要点

□ 4、极点配置

■ 状态反馈：前提：系统完全能控

□ 直接方法：

1) $f(\lambda I - (A+BK))$

2) $f^*(\lambda)$

3) $f(\lambda)$ 与 $f^*(\lambda)$ 比较得出 K ；

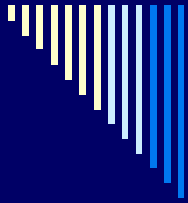
□ 间接方法：

1) A 变换为能控标I型， $Tc1, A', \rightarrow (a'_0, \dots a'_{n-1})$ ；

2) 闭环系统新的多项式： $f^*(\lambda)$ ；

3) 计算 $K=K' Tc1^{-1}$,

$$K'_i = a'_i - a^*_i$$



祝各位同学考出好成绩！