初始位姿：

[ 0 0 1 0.4246

0 -1 0 0

1 0 0 0.6297

0 0 0 1.0000;]

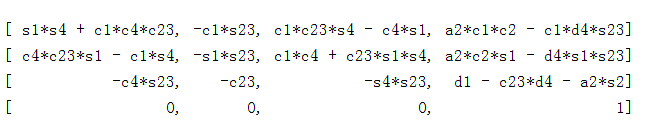
反解出的角度应该是[0,0,0,0,0,0];

计算过程

**1肘部关节角求解（θ1，θ2，θ3）**

腕部分离机器人的位置和位姿是解耦的，也即前三个关节决定位置，后三个决定位姿。

腕部中心的位置实际是4号坐标系的原点，首先根据相邻连杆坐标关系计算



1. T(4) = (0)T(1)…(3)T(4) = [\*…;\*…;\*…; a2c1c2 - d4c1s23;

\*…;\*…;\*…; a2s1c2 - d4s1s23;

\*…;\*…;\*…; d1 - a2s2 - d4c23;

0 0 0 1;] ——（式2-222）

可知，4号坐标系原点位置仅与前三个关节角有关

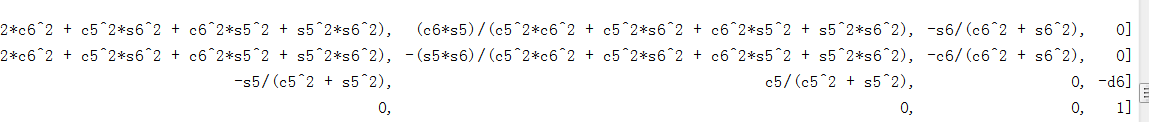
(4)T(6) = [c5\*c6 -c5\*s6 s5 d6\*s5;

s5\*c6 -s5\*s6 -c5 -d6\*c5;

s6 c6 0 0;

0 0 0 1;]——（式2-223）

通过matlab计算得出：



( (4)T(6) )(-1) = [\*…;\*…;\*…; 0 0 –d6 1;]（2-223的逆）

又(0)T(4) = (0)T(6) ( (4)T(6) )(-1)——（2-224）

将式（2-223）及式（2-221）（标准位姿矩阵）带入（2-224）有：

(0) T(4) = (0)T(1)…(3)T(4) = [ \*…;\*…;\*…; px – d6ax;

\*…;\*…;\*…; py – d6ay;

\*…;\*…;\*…; pz – d6az;

0 0 0 1;] ——（2-225）

结合式（2-222）和式（2-225）有：

px – d6ax = a2c1c2 - d4c1s23 = c1(a2c2 - d4s23);

py – d6ay = a2s1c2 - d4s1s23 = s1(a2c2 - d4s23);

pz – d6az = d1 - a2s2 - d4c23; ——（2-226）

根据式（2-226）解出前三个关节角。

首先得出s3（利用关系s3 = c2s23 – s2c23）

通过反三角函数得出θ3（有两个解）：

θ3 = -arcsin{

((px – d6ax)^2 + (py – d6ay)^2 + (pz – d6az – d1)^2 – a2^2 – d4^2) / 2a2d4 }

θ3 = π + arcsin{

((px – d6ax)^2 + (py – d6ay)^2 + (pz – d6az – d1)^2 – a2^2 – d4^2) / 2a2d4 }

解出θ3后，带入式（2-226）第三个式子，有(利用c23 = c2c3 – s2s3)：

(a2 - d4s3)s2 + (d4c3)c2 = d1 – pz + d6az ——(2-229)

根据（2-229）解得：

θ2 = arcsin(C/(sqrt(A^2 + B^2)) – Φ)

π - arcsin(C/(sqrt(A^2 + B^2)) – Φ) ——（2-230）

其中 A = (a2 - d4s3) B = (d4c3) C = d1 – pz + d6az Φ = arctan2(B,A)

由（2-230）知相应于θ3每个取值，都可以得到两个θ2的值。当θ2、θ3解出后，代入（2-226）前两个式子，有：

c1 = {(px – d6ax) / (a2c2 - d4s23)}

s1 = {(py – d6ay) / (a2c2 - d4s23)}

因此θ1 = arctan2(s1,c1) =

arctan2( (py – d6ay) / (a2c2 - d4s23) , (px – d6ax) / (a2c2 - d4s23) )

= arctan2( (py – d6ay)(a2c2 - d4s23) , (px – d6ax)(a2c2 - d4s23) )

**2腕部关节角求解**

前三个关节角确定之后（即(0)T(3)确定），再结合已知的(0)T(6)即可得到(0)T(4)

(3)R(6) = (0)R(3)^T \* (0)R(6) = （6系相对于0系的旋转左乘0系到3系的旋转矩阵的转置，则等于3系到6系的旋转）（R-1等于RT——正交矩阵的性质）

[ nx ox ax;

ny oy ay;

nz oz az;]

[ c1\*c23, c23\*s1, -s23;

s1, -c1, 0;

\*

-c1\*s23, -s1\*s23, -c23;]

解得：

\*nx=

\*ox=

\*ax=

\*ny=

\*oy=

\*ay=

\*nz=

\*oz=

\*az=

c1\*c23\*nx - nz\*s23 + c23\*ny\*s1

c1\*c23\*ox - oz\*s23 + c23\*oy\*s1

ax\*c1\*c23 - az\*s23 + ay\*c23\*s1

nx\*s1 - c1\*ny

ox\*s1 - c1\*oy

ax\*s1 - ay\*c1

- c23\*nz - c1\*nx\*s23 - ny\*s1\*s23

- c23\*oz - c1\*ox\*s23 - oy\*s1\*s23

- az\*c23 - ax\*c1\*s23 - ay\*s1\*s23 ——（2-234）

上式即(3)R(6)记为[ \*nx \*ox \*ax;

\*ny \*oy \*ay;

\*nz \*oz \*az;]

另，根据腕部3个关节的角度，可得如下表达式：

(3)R(6) =

[ c4\*c5\*c6 - s4\*s6 , - c6\*s4 - c4\*c5\*s6 , -c4\*s5]

[ c4\*s6 + c5\*c6\*s4 , c4\*c6 - c5\*s4\*s6 , -s4\*s5]

[ c6\*s5 , -s5\*s6 , c5]——（2-235）

根据（2-234）和（2-235）可解出θ4 ~ θ6

θ5 = ±arccos(\*az)

if(\*az = ±1)

θ5 = 0， or π

θ4 ± θ6 = arctan2(-\*ox,\*oy)

else

θ5 = arcos(\*az)，or θ5 = -arcos(\*az)

θ4 = arctan2(\*ay/s5,\*ax/s5) = arctan2(-\*ay\*s5,-\*ax\*s5)

θ6 = arctan2(\*oz/s5,-\*nz/s5) = arctan2(-\*oz\*s5,\*nz\*s5)

(0)T(6)

θ3 θ3

θ2 θ2 θ2 θ2

θ1 θ1 θ1 θ1

θ5 θ5 θ5 θ5 θ5 θ5 θ5 θ5

θ4 θ4 θ4 θ4 θ4 θ4 θ4 θ4

θ6 θ6 θ6 θ6 θ6 θ6 θ6 θ6