

3.2 二叉树及存储结构

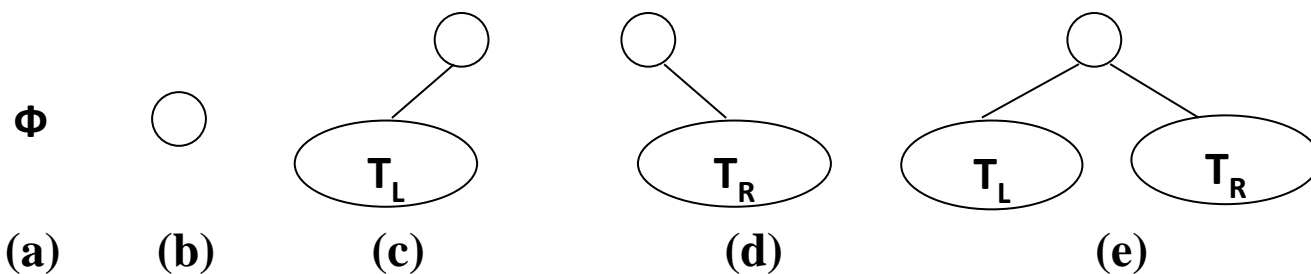
二叉树的定义

二叉树T：一个有穷的结点集合。

这个集合**可以为空**

若不为空，则它是由**根结点**和称为其**左子树 T_L** 和**右子树 T_R** 的两个不相交的二叉树组成。

□ 二叉树具体五种基本形态

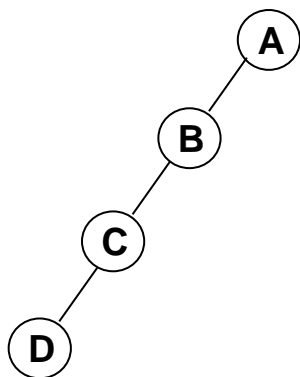


□ 二叉树的子树有左右顺序之分

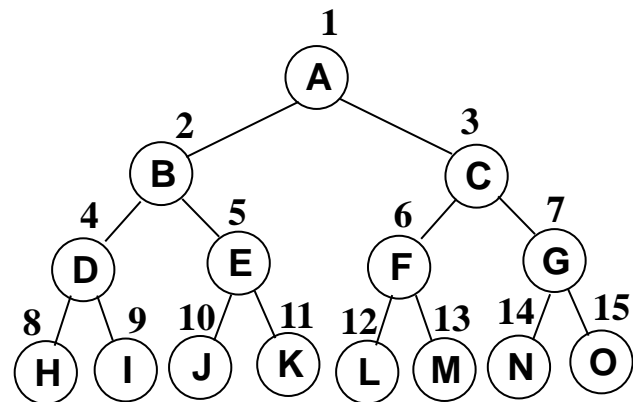


❖ 特殊二叉树

□ 斜二叉树(Skewed Binary Tree)



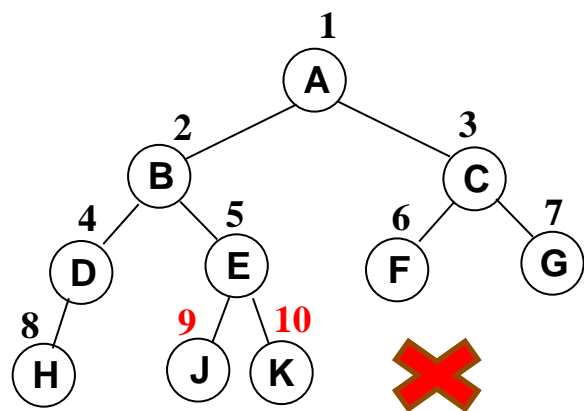
□ 完美二叉树(Perfect Binary Tree) 满二叉树(Full Binary Tree)



□ 完全二叉树

(Complete Binary Tree)

有 n 个结点的二叉树，对树中结点按从上至下、从左到右顺序进行编号，编号为 i ($1 \leq i \leq n$) 结点与满二叉树中编号为 i 结点在二叉树中位置相同。也就是满二叉树最后一层从右往左减去部分叶子节点。



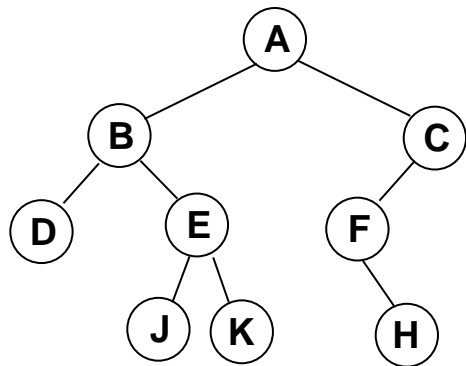
二叉树几个重要性质

□ 一个二叉树第 i 层的最大结点数为: 2^{i-1} , $i \geq 1$ 。

□ 深度为 k 的二叉树有最大结点总数为: $2^k - 1$, $k \geq 1$ 。

$$1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{(k-1)} = 2^k - 1$$

□ 对任何非空二叉树 T , 若 n_0 表示叶结点的个数、 n_2 是度为 2 的非叶结点个数, 那么两者满足关系 $n_0 = n_2 + 1$ 。



总的节点数: $n_0 + n_1 + n_2$

总的边数: $n_0 + n_1 + n_2 - 1 = 0 \cdot n_0 + 1 \cdot n_1 + 2 \cdot n_2$

不同节点对边的贡献度

◆ $n_0 = 4$, $n_1 = 2$

◆ $n_2 = 3$;

◆ $n_0 = n_2 + 1$

二叉树的抽象数据类型定义

类型名称：二叉树

数据对象集：一个有穷的结点集合。

若不为空，则由根结点和其左、右二叉子树组成。

操作集： $BT \in \text{BinTree}$, $\text{Item} \in \text{ElementType}$ ，重要操作有：

- 1、**Boolean IsEmpty(BinTree BT)**： 判别BT是否为空；
- 2、**void Traversal(BinTree BT)**： 遍历，按某顺序访问每个结点；
- 3、**BinTree CreatBinTree()**： 创建一个二叉树。

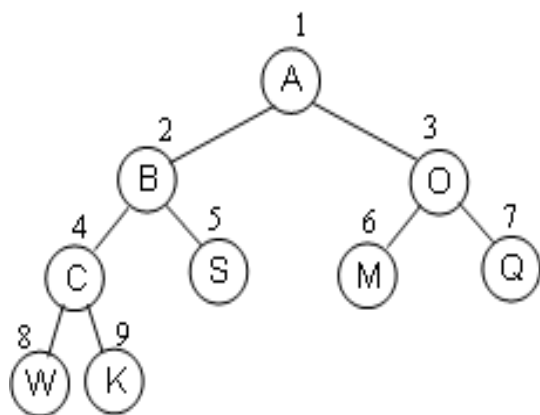
常用的遍历方法有：

- ◆ **void PreOrderTraversal(BinTree BT)**： 先序---根、左子树、右子树；
- ◆ **void InOrderTraversal(BinTree BT)**： 中序---左子树、根、右子树；
- ◆ **void PostOrderTraversal(BinTree BT)**： 后序---左子树、右子树、根
- ◆ **void LevelOrderTraversal(BinTree BT)**： 层次遍历，从上到下、从左到右

二叉树的存储结构

1. 顺序存储结构

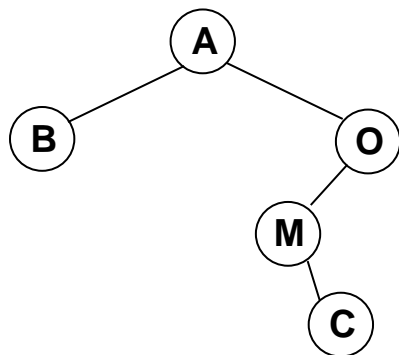
完全二叉树：按从上至下、从左到右顺序存储
 n 个结点的完全二叉树的结点父子关系：



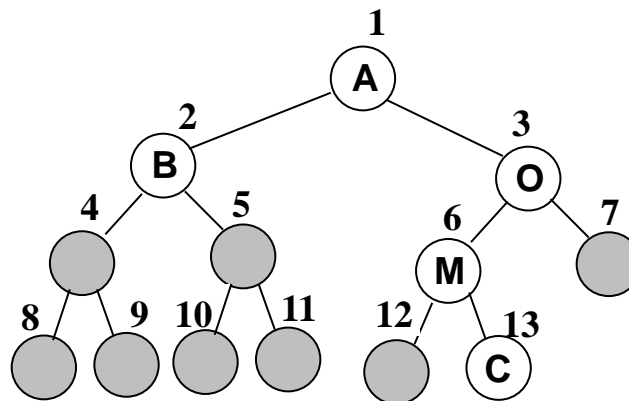
- 非根结点（序号 $i > 1$ ）的父结点的序号是 $\lfloor i/2 \rfloor$;
地板除（向下取整）
- 结点（序号为 i ）的左孩子结点的序号是 $2i$,
（若 $2i \leq n$ ，否则没有左孩子）；
- 结点（序号为 i ）的右孩子结点的序号是 $2i+1$,
（若 $2i+1 \leq n$ ，否则没有右孩子）；

结点	A	B	O	C	S	M	Q	W	K
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9

□ 一般二叉树也可以采用这种结构，但会造成空间浪费.....



(a)一般二叉树



(b) 对应的完全二叉树
用空的元素补齐

结点	A	B	O	∧	∧	M	∧	∧	∧	∧	∧	∧	C
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

造成空间浪费!

2. 链表存储

```
typedef struct TreeNode *BinTree;  
typedef BinTree Position;  
struct TreeNode{  
    ElementType Data;  
    BinTree Left;  
    BinTree Right;  
}
```

