普通物理学 1 (H) 期中考试

2025 年 4 月 16 日

Problem1. 考虑点源势能场 $V=-\frac{a}{r^{\alpha}}$，有一质点 m ，其绕原点转动的半径 r_0

1. 给出质点的能量 E ，动能 K ，势能 V，动量 p ，角动量 L，问上面哪个是运动中的不变量
2. 给出质点和源点距离 r 和其对时间的导数 $\dot{r}$，用它们和第一问中的不变量表示能量 E
3. 考虑轨道的扰动，即关于 r 的一维振动，求在轨道 r_0 处的振动频率 ω_r
4. 记质点绕原点转动频率为 ω_{orb}，求 α 使得 $\frac{\omega_r}{\omega_{orb}}$ 分别为 1 和 2

Problem2. 考虑质量为 M 的均匀质量的柱子，在角度为 θ 高度为 h 的斜坡上，初始在斜坡最高处，且斜坡上半部分 ($\frac{h}{2}$ 处之上) 粗糙，下半部分光滑。M 在上半部分时运动均为纯滚。

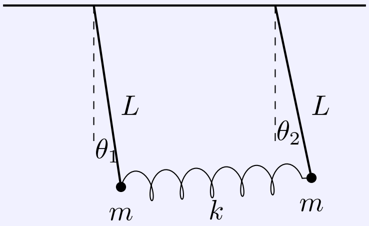
1. 求 M 的转动惯量
2. 求在上半部分时的摩擦力
3. 求 M 到一半时的速度
4. M 在下半部分可以不滑动吗，解释
5. 求 M 到底的速度

Problem3. 有一个由一根弹性系数为 k 的弹簧链接的耦合摆，两个质点质量均为 m ，二者所在绳长均为 L，记两根绳子偏移角度分别为 $\theta_1\theta_2$

1. 求 $\ddot{\theta}_1,\ddot{\theta}_2$ 满足的方程，其中忽略 θ_i^2 的高阶项
2. 我们考虑 $\theta_1+\theta_2$ 和 $\theta_1-\theta_2$ ，现在求这两个振动角频率 ω_1,ω_2
3. 摆的初始条件为 $\theta_1=\theta_0$，$\theta_2=0$ 且都是无初速度释放。我们知道 $\theta_1.\theta_2$ 满足

$$\theta_1=A\cos\omega_1 t+B\cos\omega_2 t \quad \theta_2=C\cos\omega_1 t+D\cos\omega_2 t$$

现在请求出 $\theta_1\theta_2$ 的表达式



Problem4. 我们考虑线上一维的波动，其中 x 为波传播方向，y 为振动方向。

1. 给出波 $y_1 = A\cos(kx - \omega t), y_2 = A\cos(kx + \omega t)$

   (a) 我们有波振动满足的方程

   $$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

   现在证明 y_1, y_2 为上面方程的解，其求 v, k, ω 之间的色散关系

   (b) 线上还有一个波 y_3 ，在线上有一个静止的波感应器 A，我们现在知道 A 的输出为

   $$y_{tot} = 4A\cos kx \cos\frac{\omega t}{10}\cos\frac{11\omega t}{10}$$

   求出 y_3 的振动方程。y_3 是不是驻波？请说明

   (c) 现假设线密度均匀，求线单位长度上的动能

2. 现在有另一个波感应器 B，我们记其记录的时间仍为 t ，距离坐标为 x'，它在 $t=0$ 时在 $x=0$，且以 v_0 的匀速沿 x 轴正方向运动

   (a) 求 B 中由 t, x' 表示的 $y_1(x', t)$

   (b) 现在我们发现 B 中 y_1 的振动频率为 A 中记录的 $\frac{2}{3}$ ，求 B 运动速度 v_0