

2024 级数学分析甲 II(H) 第二次小测

Grapesea 整理自: <https://www.cc98.org/topic/6181373>

2025 年 5 月 8 日

Multiple-Choice: 单项选择; Multiple-Answer: 多项选择
--

1. Multiple-Answer (10 Points)

设 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x+y)\sin(xy)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$, 则下述正确的有 ().

- A. f 在 $(0,0)$ 处连续.
- B. f 在 $(0,0)$ 处不连续.
- C. f 在 $(0,0)$ 处可微.
- D. f 在 $(0,0)$ 处不可微.

2. Multiple-Answer (10 Points)

关于函数 $f(x,y) = \sqrt{|xy|}$, 下述描述正确的有 ().

A. $f'_x(0,0) = 0$.

B. $f'_y(0,0) = 0$.

C. f 在 $(0,0)$ 处可微.

D. f 在 $(0,0)$ 处连续.

3. Multiple-Choice (10 Points)

设 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 的某邻域内有定义. 则下述关于二重极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y)$ 与累次极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} \lim_{y \rightarrow y_0} f(x,y)$ 的描述正确的是 ().

- A. 二重极限存在时, 累次极限必存在.
- B. 累次极限存在时, 二重极限必存在.
- C. 两个极限都存在时, 它们必相等.
- D. 若两个极限都存在时, 则累次极限 $\lim_{y \rightarrow y_0} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x,y)$ 也必存在.

4. Multiple-Choice (10 Points)

平面上直线 $4x + 3y = 16$ 到椭圆 $18x^2 + 5y^2 = 45$ 上点的距离中最小的距离是 ().

A. $\frac{27}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{5}$.

D. 其余三个选项都不对.

5. Multiple-Choice (10 Points)

设二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的某邻域内有定义, 有下述四个命题:

(P1) 若 f 在 (x_0,y_0) 处的所有方向导数都存在, 则 f 在 (x_0,y_0) 处可微.

(P2) 若 f 在 (x_0,y_0) 处的所有方向导数都存在, 则 f 在 (x_0,y_0) 处的两个偏导数 $f'_x(x_0,y_0), f'_y(x_0,y_0)$ 存在.

(P3) 若 f 在 (x_0,y_0) 处的所有方向导数都存在, 则 f 在 (x_0,y_0) 处连续.

(P4) 若 f 在 (x_0,y_0) 处可微, 则 f 在 (x_0,y_0) 处的所有方向导数都存在.

则上述命题中正确的有 () 个.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

6. Multiple-Choice (10 Points)

下述二重极限存在的有 ().

A. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \sin \frac{1}{y}.$

B. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x+y+1}-1}.$

C. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2}.$

D. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}.$

7. Multiple-Choice (10 Points)

函数 $f(x,y) = xe^{3y}$ 在点 $P(1,0)$ 处的沿 $P(1,0)$ 到 $Q(4,4)$ 方向的方向导数为 ().

A. 3.

B. 15.

C. $\frac{7}{5}$.

D. 其余三个选项均不正确.

8. Multiple-Choice (10 Points)

设 $f(x, y)$ 在 \mathbb{R}^2 上具有连续偏导数, 且 $f(1, 1) = 1, f'_x(1, 1) = 1, f'_y(1, 1) = 2$. 令 $\varphi(x) = f(x, f(2x - 1, x^3))$, 则 $\varphi'(1) = (\quad)$.

- A. 9
- B. 11
- C. 15
- D. 17

9. Multiple-Answer (10 Points)

设 f 是平面有界闭集 D 上的连续实值函数. 则以下命题正确的有 ().

A. f 在 D 上可以取到最大值与最小值.

B. f 在 D 上具有介值性.

C. f 在 D 上具有一致连续性.

D. 如果再添加“ D 是闭区域”这一条件, 则 $f(D)$ 是闭区间.

10. Multiple-Choice (10 Points)

以下命题不正确的有 ().

- A. 曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 20$ 在点 $(3, 2, 1)$ 处的切平面方程为 $3x + 4y + 3z = 20$.
- B. 平面曲线 $x^2 + xy + y^2 = 7$ 在点 $(1, 2)$ 的法线方程为 $4x - 5y + 6 = 0$.
- C. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, -2, 1)$ 处的法平面方程为 $x - z = 0$.
- D. 曲面 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 1$ 上任一点的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 1 .