Conceptos conocidos sobre los bonos:

Duración : $D = \sum_{t=1}^{T} t\, W_t$

$W_t = \dfrac{\frac{FC_t}{(1+r)^t}}{B}$

B: Precio Bono

r: tasa int.

FC_t : Flujo en t

Precio Bono : $B = \sum_{t=1}^{T} \dfrac{FC_t}{(1+r)^t}$

Duración Modificada:

$$D^* = \frac{D}{1+I} \longrightarrow -D^* = \frac{\Delta B}{B\, \Delta I}$$

La duración modificada permite ver como la relación que hay entre la tasa de int. y el precio (en términos del cambio).

Entonces el VaR:

Sea $W = B_{t+1} - B_t$

Sabemos que el VaR está dado por: $P[W < VaR]$

VaR de bonos : Representa la mayor pérdida posible si decido vender mi bono en un momento dado.

Cálculo del VaR:

$$\begin{aligned} P[W < VaR] &= P[B_{t+1} - B_t < VaR] \leq \alpha \\ &= P[\Delta B < VaR] \leq \alpha \\ &= P[-D^* B \underbrace{\Delta I}_{\text{No se puede calcular}} < VaR] \leq \alpha \end{aligned}$$

$$P\left[-\Delta I < \frac{VaR}{D^* B}\right] \leqslant \alpha$$

Consideramos que conocemos la distribución de la tasa de interés

↳ Asumimos normalidad (Metodología paramétrica):

$$N\left(\mu_I, \sigma_I^2\right) \text{ de } \boxed{\frac{\Delta I}{I}}$$

$$\to P\left[-\frac{\Delta I}{I} < \frac{VaR}{I D^* B}\right] \leqslant \alpha$$

$$P\left[Z < \frac{\frac{VaR}{I D^* B} + \mu_I}{\sigma_I}\right] \leqslant \alpha$$

$$\frac{\frac{VaR}{I D^* B} + \mu_I}{\sigma_I} = Z_\alpha$$

$$VaR = \left(Z_\alpha \sigma_I - \mu_I\right) I D^* B$$

$\uparrow$ $\approx \emptyset$ "Tiende a $\emptyset$"

$$\downarrow$$

$$VaR = Z_\alpha \underbrace{\sigma_I \, I D^*}_{\sigma_B} B$$

Periodicidad $= t \to \sigma_I$