$$R_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} = \frac{\Delta S}{S}$$

$$\sigma^2_{anual} = \frac{1}{m} \sum (R_i - \mu)^2 \cdot 252$$, donde :

- m = # rendimientos (días)
- μ = media rendimientos

$$\sigma_{anual} = \underbrace{\sqrt{\frac{1}{m} \sum (R_i - \mu)^2}}_{\sigma \text{ diaria}} \cdot \sqrt{252}$$

$$\sigma_{anual} = \sigma_{diaria} \sqrt{252} \longrightarrow \sigma_{diaria} = \frac{\sigma_{anual}}{\sqrt{252}}$$

$$dS = S\mu \, dt + S\sigma \, dW$$

$$dS = S\mu \, dt + S\sigma \, \varepsilon \sqrt{dt}$$

I. 1 día, σ anual & μ anual :

$$dS = S\mu \frac{1}{252} + S \underbrace{\sigma \sqrt{\frac{1}{252}}}_{\text{llamamos a esto } K} \varepsilon$$

$$dS = S\mu \frac{1}{252} + S K \varepsilon$$

II. a 2 días :

$$dS = S\mu \frac{2}{252} + S\sigma \sqrt{\frac{2}{252}} \varepsilon$$

$$dS = S\mu \frac{2}{252} + S\sigma \sqrt{\frac{1}{252}} \sqrt{2} \varepsilon$$

tal que ...

$$dS = S\mu \frac{2}{252} + S K \sqrt{2} \varepsilon$$

III. a n días :

$$dS = S\mu \frac{n}{252} + S k \sqrt{n}\, \mathcal{E}_e$$

"La varianza crece de manera constante"

$\sqrt{n}$ una constante k

Ponderación Constante :

$$\sigma^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} (R_i - \mu)^2$$

$$= \frac{1}{m}(R_1 - \mu)^2 + \frac{1}{m}(R_2 - \mu)^2 + \dots + \frac{1}{m}(R_m - \mu)^2$$

"Dado a que μ diario es estadísticamente $= \emptyset$..."

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{m} R_1^2 + \frac{1}{m} R_2^2 + \dots \frac{1}{m} R_m^2$$

"Asume que todos los rendimientos tienen la misma importancia"

R_1 = importante que R_m (ej. hace 20 años)

Soluciones :

I. Usar menos datos ponderado constante

→ Media móvil acorde a indicadores del error

II. Usa muchos datos y pondera diferente

\+ importante, + reciente

\- importante, + antiguo

$\Big\}$ EWMA, ARCH, GARCH

Promedio Móvil con Ponderaciones Constantes

Partimos de la ec. tradicional :

$$\sigma^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} R_i^2$$

P Móvil :

$$\Rightarrow \sigma^2_{t,m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} R^2_{t-i}$$

ej. Si $t = 8$, $m = 5$:

$$\sigma^2_{8,5} = \frac{1}{m} \left[R_7^2 + R_6^2 + R_5^2 + R_4^2 + R_3^2 \right]$$

"Estimación para el día t usando los m datos anteriores"

¿m? Sólo puede ser = 5, 10, 20 ó 40

Indicador I. : RMSE

"Raiz Media Errores al Cuadrado

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{H} \sum_{i=1}^{n} \left(R_i^2 - \hat{\sigma}_i^2 \right)^2}$$

donde H = # ventanas en las que se hizo la estimación (n, # de estimaciones)

"Seleccionar el valor de m que me dé el menor error (RMSE)"