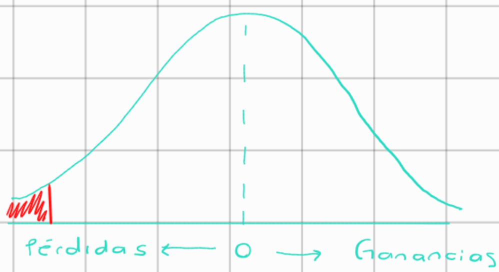
Valor en Riesgo (VaR) - Pérdida Máxima Esperada

- Probabilidad — confianza
- tiempo

Medición del Riesgo del Mercado, a partir de: (Metodologia General)

- Valor Portafolio hoy – V_0
- Valor Futuro – V_t (ya sea con D.P. ó simulaciones)
- Encontrar las pérdidas / ganancias en ese dia – W (ex. $W = V_{t_1} - V_0$) ⟶ Dist. Normal
- Encontrar distribución de W



* VaR al $1-\alpha$ nivel de confianza

Tipos de VaR:

- Paramétrico – Cuando V_t se calcula con una dist. de probabilidad. ⟶ Asume normalidad
- No paramétrico – V_t se calcula con simulaciones ⟶ No asume comportamiento (Más realista)
  - Simulación Montecarlo
  - Simulación Histórica

VaR Paramétrico:

- Portafolio 1 tipo de acciones
- 1 día

Datos:

- V_0
- $R_{t+1} \Rightarrow$ Rendimientos Futuros $\sim N(\mu, \sigma^2)$
- $V_{t+1} = V_0 (R_{t+1} + 1)$
- $E[V_{t+1}] = V_0 \mu + V_0 = V_0 (\mu + 1)$
- $V[V_{t+1}] = V_0^2 \sigma^2$

$$\therefore \; V_{t+1} \sim N\left(V_0(\mu+1),\, V_0^2 \sigma^2\right)$$

$$W = V_{t+1} - V_0$$

Encontrar : $P(W < VaR) \leq \alpha$

$$P(V_{t+1} - V_0 < VaR) \leq \alpha$$

$$P(V_{t+1} < VaR + V_0) \leq \alpha$$

$$P(V_{t+1} < VaR + V_0) = P\left(Z < \frac{VaR + V_0 - V_0(\mu + 1)}{\sqrt{V_0^2 \sigma^2}}\right) \leq \alpha$$

$$P\left(Z < \frac{VaR - V_0 \mu}{V_0 \sigma}\right) \leq \alpha$$

$$\frac{VaR - V_0 \mu}{V_0 \sigma} \leq Z_\alpha$$

$$VaR = Z_\alpha V_0 \sigma + V_0 \mu \quad \leftarrow \mu \approx \varnothing$$

$$VaR = Z_\alpha V_0 \sigma$$

VaR Paramétrico :

- Portafolio n tipos de acciones
- 1 día

$$VaR = Z_\alpha V_0 \sigma$$

$$\sigma = \sqrt{\vec{w}\, C\, \vec{w}^T}$$, donde : $\vec{w}$: Vector de pesos

C : Matriz de covarianzas ex. $C = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$

VaR más de un día $\Rightarrow$ n días

$$VaR_{n\ días} = Z_\alpha V_0 \sigma \sqrt{n}$$

Ejemplito : Considera el siguiente portafolio ...

- $V_0 = 50,000$

	Inversión	Vol diaria
Activo A :	20,000	1.5 %
Activo B :	30,000	2 %

Correlación A y B : 30 %

Determina el VaR a 3 días con los sig. niveles de confianza:

- 90 %
- 95 %
- 99 %

$$Cov = Corr\,(\sigma_1)(\sigma_2)$$

$$Cov = 0.3\,(0.015)(0.02)$$

$$= 9 \times 10^{-5}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0.015^2 & Cov \\ Cov & 0.02^2 \end{bmatrix}$$

$\sigma = 0.0149 \sim$ Matlab

- 90 % $\rightarrow z = -1.285$: $VaR = (-1.285)(50,000)(0.0149)\sqrt{3} = \underline{-1658.14}$
- 95 % $\rightarrow z = -1.645$: $VaR = (-1.645)(50,000)(0.0149)\sqrt{3} = \underline{-2122.67}$
- 99 % $\rightarrow z = -2.325$: $VaR = (-2.325)(50,000)(0.0149)\sqrt{3} = \underline{-3000.13}$

$$\text{Var Proporcional} = \frac{V_0}{VaR} \quad ó \quad z_\alpha\, \sigma \sqrt{n}$$