

# OTRAS MEDIDAS DE REND Y RIESGO

PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN

MTRO. SEAN NICOLÁS GONZÁLEZ VÁZQUEZ

Departamento de Matemáticas y Física

# MEDIA ARITMÉTICA (PROMEDIO)

La media aritmética, o promedio, es la medida de tendencia central más simple y comúnmente utilizada para evaluar el rendimiento a lo largo de múltiples períodos.

Como se discutió durante el parcial, la media aritmética es fácil de calcular y posee propiedades estadísticas bien conocidas.

Sin embargo, su principal inconveniente es que puede verse afectada por valores extremos (outliers), lo que genera un sesgo y la convierte en una medida inadecuada para evaluar el rendimiento de un activo financiero en tales situaciones.

$$R_{act} = rac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i$$

# MEDIA GEOMÉTRICA

La media geométrica es una medida de tendencia central que ofrece una mejor representación del crecimiento de un portafolio a lo largo del tiempo, ya que, debido a su método de cálculo, se considera una medida de rendimiento "compuesto".

Es especialmente útil cuando se reinvierte tanto el capital como los intereses durante un período determinado.

Sin embargo, uno de sus inconvenientes es que también puede verse sesgada por valores extremos, especialmente cuando existen diferencias importantes entre los rendimientos.

$$R_G = \left(\prod_{i=1}^n \left(1+r_n
ight)
ight)^{rac{1}{n}} - 1$$

# EJERCICIO MEDIA GEOMÉTRICA

Un analista observa las siguientes tasas anuales de rendimiento para dos hedge funds.

Calcula la media aritmética y geométrica para ambos fondos. Explica las diferencias.

| Año  | Fondo A | Fondo B |
|------|---------|---------|
| 2020 | 22%     | 5%      |
| 2021 | -12%    | 6%      |
| 2022 | 11%     | 3%      |
| 2023 | -5%     | 6%      |

## EJERCICIO MEDIA GEOMÉTRICA

Un analista observa las siguientes tasas anuales de rendimiento para dos hedge funds.

Calcula la media aritmética y geométrica para ambos fondos. Explica las diferencias.

| Año  | Fondo A | Fondo B |
|------|---------|---------|
| 2020 | 22%     | 5%      |
| 2021 | -12%    | 6%      |
| 2022 | 11%     | 3%      |
| 2023 | -5%     | 6%      |

Consideraciones.

La media geométrica siempre es menor a la media aritmética.

Esta diferencia se vuelve más grande conforme la varianza de los datos aumenta.

# MEDIA ARMÓNICA

La media armónica es una medida de tendencia central, cuyo nombre proviene de un tipo de series especiales que usan el recíproco, conocidas como series armónicas.

Esta medida puede interpretarse como una media ponderada, donde el peso de cada observación es inversamente proporcional a su magnitud. Por ejemplo:

• Si consideramos un conjunto de observaciones que va de 1, 2, 3,..., hasta 1000, la media armónica es 2.8560, mientras que la media aritmética es 145.85.

Por esta razón, la media armónica es especialmente útil cuando se trata de datos con valores extremos (outliers), ya que mitiga su influencia en el resultado final.

Curiosidad: ¿Qué es un black swan en finanzas?

$$R_H=rac{n}{\sum\limits_{i=1}^nrac{1}{1+r}}-1$$

# EJERCICIO MEDIA ARMÓNICA

Continuando con el ejercicio, calcula ahora la media armónica para los mismos dos hedge funds presentados previamente. ¿Que sucede con la media armónica?

| Año  | Fondo A | Fondo B |
|------|---------|---------|
| 2020 | 22%     | 5%      |
| 2021 | -12%    | 6%      |
| 2022 | 11%     | 3%      |
| 2023 | -5%     | 6%      |

# EJERCICIO MEDIA ARMÓNICA

Continuando con el ejercicio, calcula ahora la media armónica para los mismos dos hedge funds presentados previamente. ¿Que sucede con la media armónica?

| Año  | Fondo A | Fondo B |
|------|---------|---------|
| 2020 | 22%     | 5%      |
| 2021 | -12%    | 6%      |
| 2022 | 11%     | 3%      |
| 2023 | -5%     | 6%      |

#### Consideraciones.

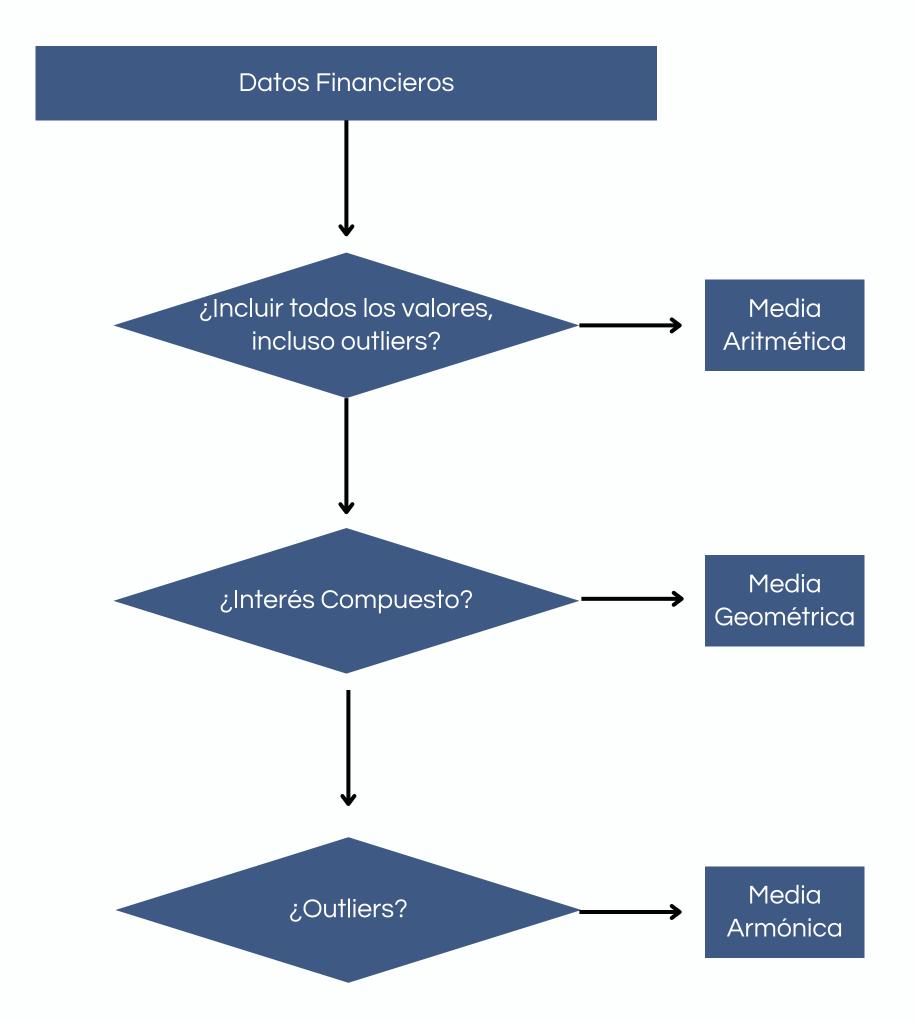
La media armónica siempre es menor a la media geométrica, que a su vez siempre es menor a la media aritmética.

Nótese que la diferencia entre medias aumenta cuando la varianza de los datos es elevada y disminuye cuando la varianza es baja.

### CASOS DE APLICACIÓN

Antes de seleccionar la medida adecuada para calcular el rendimiento, es crucial entender la naturaleza, la distribución de los datos y el problema a resolver.

A continuación, se muestra un gráfico que resume cuándo utilizar las distintas medidas de tendencia central mencionadas previamente.



# MEDIDAS PROBABILÍSTICAS DE REND Y RIESGO

Supongamos que eres un analista de mercado en JP Morgan.

Al realizar un análisis del estado actual de la economía, identificas tres posibles escenarios del mercado, cada uno con su probabilidad correspondiente.

A partir de esto, calcula el rendimiento y riesgo potencial de tu posición en Apple para el próximo año dados los posibles escenarios.

¿Cómo puedes cuantificar el rendimiento y riesgo esperado para el siguiente año?

| Apple             |              |             |
|-------------------|--------------|-------------|
| Escenario         | Probabilidad | Rendimiento |
| Bajista (Bearish) | 25%          | -10%        |
| Neutral           | 30%          | 5%          |
| Alcista (Bullish) | 45%          | 20%         |

# MEDIDAS PROBABILÍSTICAS DE REND Y RIESGO

Para cuantificar el rendimiento basado en probabilidades podemos utilizar el valor esperado, mientras que para el riesgo la varianza esperada.

Para una variable aleatoria X, el valor esperado se denota como E[X] y la varianza esperada como V[X].

Estos conceptos reflejan una proyección hacia el futuro, basada en las probabilidades de ocurrencia de los posibles escenarios y los valores que la variable puede tomar en cada uno de ellos.



#### RENDIMIENTO ESPERADO

El rendimiento esperado es el promedio ponderado de los rend. con sus probabilidades asociadas en los distintos escenarios.

Es fundamental diferenciar el valor esperado probabilístico de conceptos como el rendimiento histórico o la media de una muestra.

Mientras que el valor esperado probabilístico calcula un promedio proyectado hacia el futuro según las probabilidades de los posibles escenarios, la media histórica sintetiza los valores históricos en un solo número, representando la tendencia central observada en la muestra.

$$E[R] = p(R_1)R_1 + \ldots + p(R_n)R_n$$

$$E\left[R
ight] = \sum\limits_{i=1}^{n} p\left(R_{n}
ight)R_{n}$$

#### VARIANZA ESPERADA

La varianza esperada es el promedio ponderado, según las probabilidades, de los cuadrados de las desviaciones con respecto al valor esperado del rendimiento.

Su interpretación es similar a la de la varianza clásica, así como la de la desviación estándar.

La diferencia radica en que la varianza estadística mide las desviaciones respecto a la media histórica, mientras que la varianza esperada mide las desviaciones respecto al valor esperado, siendo una proyección hacia el futuro.

$$\sigma^{2}[R] = p(R_{1})(R_{1} - E[R])^{2} + \dots + p(R_{n})(R_{n} - E[R])^{2}$$

$$\sigma^{2}\left[R
ight] = \sum\limits_{i=1}^{n} p\left(R_{n}
ight)\left(R_{n} - E\left[R
ight]
ight)^{2}$$

# EJERCICIO MEDIDAS PROBABILÍSTICAS I

Supongamos que eres un analista de mercado en JP Morgan.

Al realizar un análisis del estado actual de la economía, identificas tres posibles escenarios del mercado, cada uno con su probabilidad correspondiente.

A partir de esto, calcula el rendimiento y riesgo potencial de tu posición en Apple para el próximo año dados los posibles escenarios.

| Apple             |              |             |
|-------------------|--------------|-------------|
| Escenario         | Probabilidad | Rendimiento |
| Bajista (Bearish) | 25%          | -10%        |
| Neutral           | 30%          | 5%          |
| Alcista (Bullish) | 45%          | 20%         |

# EJERCICIO MEDIDAS PROBABILÍSTICAS II

Como analista de deuda en Citi, se te ha solicitado estimar la expectativa del mercado respecto a la tasa de interés de la Reserva Federal para el próximo año.

Tras revisar los pronósticos de varios analistas en Bloomberg, encontraste lo siguiente:

- El mercado asigna un 70% de probabilidad a un escenario dovish, en el que la tasa de interés se situaría en 2%.
- Hay un 20% de probabilidad de un escenario neutral, con una tasa del 3%.
- Existe un 10% de probabilidad de un escenario hawkish, en el cual la tasa se quedaría en 5.5%.

Con esta información, calcula el valor y la volatilidad esperada por el mercado para la tasa de interés.



#### CASOS DE APLICACIÓN

La media (promedio) se emplea para resumir los datos pasados, proporcionando una medida de tendencia central basada en observaciones históricas. Es útil cuando se analiza el comportamiento pasado de un activo financiero para obtener una referencia de su rendimiento.

El valor esperado se utiliza cuando se busca proyectar rendimientos futuros, ponderando los posibles escenarios según sus probabilidades de ocurrencia. Es útil en situaciones de incertidumbre, donde se tienen diferentes escenarios con probabilidades asignadas, como en el análisis de tasas de interés o rendimientos esperados.

