

# Exercice pour montrer qu'un nombre complexe est réel

Loïc ALAVOINE

**Mathématiques**

—

**Techniques de calculs**

—

**Nombres complexes**

—

**Exercices**

## Exercice :

Soit  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$ , montrer que  $\frac{1-z}{1+z} \in \mathbb{R} \iff z \in \mathbb{R}$ .

## Exercice :

Soit  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$ , montrer que  $\frac{1-z}{1+z} \in \mathbb{R} \iff z \in \mathbb{R}$ .

Soit  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$ , nous avons alors :

$$\begin{aligned} \frac{1-z}{1+z} \in \mathbb{R} &\iff \Im\left(\frac{1-z}{1+z}\right) = 0 \iff \frac{1-z}{1+z} = \overline{\left(\frac{1-z}{1+z}\right)} \iff \frac{1-z}{1+z} = \frac{1-\bar{z}}{1+\bar{z}} \\ &\iff (1-z)(1+\bar{z}) = (1+z)(1-\bar{z}) \iff 1+\bar{z}-z-|z|^2 = 1-\bar{z}+z-|z|^2 \\ &\iff 2\bar{z} = 2z \iff z = \bar{z} \iff \Im(z) = 0 \iff \boxed{z \in \mathbb{R}}. \end{aligned}$$