**Анализ на задача РОТАЦИЯ**

От дефиницията на ротация веднага следва, че дясната страна **M** на уравнението трябва да се дели на *b*‑1:

Като означим с *C*, получаваме

(1)

Тъй като лявата страна се дели на *b*-1, следва, че необходимо условие за съществуване на решение e делимостта на **M** на (*b*-1). Това условие се оказва и достатъчно.

***Един начин за решаване, след като е установено съществуване на решение***

Ако разгледаме равенството **rot**(**A**)-**A**=**M**, то може да бъде записано като **rot**(**A**)-**М**=**А** или по цифри:

\_

където с {*ai*} са означени цифрите на **M**. Тогава, извършвайки изваждането в *b*-ична бройна система от дясно наляво, получаваме цифрите на A (с ***b*** е означена заемката от предишен разред):

*d*0🡨 *dn*-1-*a*0; *d*1🡨*d*0-*a*1-***b***; *d*2🡨 *d*1-*a*2-***b***; … ; *dn*-2🡨 *dn*-3-*an*-2-***b***.

Като положим *dn*-1=1 (заради минималността на решението), описаният алгоритъм еднозначно определя резултата.

*За намиране на търсеното решение могат да се използват още следните съображения:*

1. A>*b*+1. Едноцифрените числа и 11b не се променят при ротация, а rot(10b)=1<10b.
2. *dn*-2> *dn*-1. При *dn*-2< *dn*-1 ще имаме rot(A)<A. При *dn*-2= *dn*-1 rot(A) и A ще имат една и съща старша цифра и разликата им ще бъде същата, както ако първата цифра на A я няма, т.е., за решение с такова свойство би имало и по-малко решение (без първата цифра).
3. *dn*-1=1. Наистина, ако съществува решение с *dn*-1=*d*>1, можем да намерим и с *dn*-1=1, като положим в (1) .
4. Може да се организира изчерпване, което да работи за малки дължини на **M**. Ако забележим растящите резултати в диапазона от b до b, може да се организира двоично търсене в двата съседни диапазона. В този случай може да се мине дори и без да се забележи необходимото условие за делимост: просто решение в тези диапазони няма да се намери. Изчисленията могат да се извършват със стандартната аритметика (в десетична бройна система, всъщност, компютърът ще работи в двоична) и могат да се постигнат 60% от точките (примерите, за които типът long long събира входните **M**).
5. За пълно решаване можем да изследваме връзката на решенията с редицата от числата M/(*b*-1) и да забележим правила, основани, например, на ключовата роля в нея на числата

За *b*=10, например, това са числата, съставени от *m*-1 осмици, *m*-тата цифра на които е 9: . Минималното решение за тях е , а решенията за следващите **M**/9 са последователни, чак до , което е решението за . Така стигаме до следния друг алгоритъм за окончателно решение:

* Ако **M** не се дели на *b*-1, задачата няма решение.
* Изчисляваме T=**M**/(*b*-1); нека то има *m* цифри.
* Съставяме числото .
* Ако T≥*p* , резултатът е .
* Иначе работим с и резултатът е .

Записаните действия извършваме директно в *b*-ична бройна система.

*Автор: Павлин Пеев*