**ЕСТЕТИКА**

Тази задача е давана преди доста години, като ограниченията за броя на дърветата N, по спомени, беше до 1000.

Тогавашното решение е динамично оптимиране:

Намираме отляво-надясно за всяко дърво колко е най-дългата подредица вляво от него, за която то е най-високо.

Ако височините са h[i], и дължината на гореспоменатата подредица я означим с L[i], то алгоритъмът е:

FOR J=1 TO I-1

IF h[i]>h[J]

IF L[I]<L[J]+1

L[I]=L[J]+1

Сложността е N.N/2, т.е. O(N2).

Аналогично търсим нарастваща подредица отдясно-наляво в масива L[i]:

FOR J=I+1 TO N

IF h[i]>h[J]

IF R[I]<R[J]+1

R[I]=R[J]+1

Отговорът е max(L[i], R[i], L[i]+R[i] -1) за всяко i: 1≤i≤N.

Решение със сложност O(NlogN) е с използване на двоично дърво. Ще разгледаме дървото на Фенуик. Знаем, че то връща максимум в интервала [0;K], т.е. ако променяме стойностите на някакъв масив, то всеки момент може да отговорим кой е най-големия елемент от първия до К-я.

Точно това ни трябва в задачата.

Нека височините на дърветата са h[1],h[2], …, h[N], вървим отляво-надясно и сме стигнало до h[K]. Интересува ни максималната нарастваща подредица, завършваща на число, по-малко от К.

За онагледяване, ще използваме следния пример:

Дадена е редицата:

3 1 4 2 6 3 7 5 8 6

В горната редица на таблицата са индексите, т.е. числата от 1 до максималната височина на дървото, която от ограниченията на задачата е до 100000.

Във втората редица са стойностите на масива от дървото на Фенуик - под числото I ще пишем дължината на максималната нарастваща редица, която завършва на I.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | …… | 100000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | …… |  |

Четем първото число 3 /в синьо/. От дървото на Фенуик питаме колко е максимума в интервала [0;2] /в жълто/. Той е 0, значи няма до този момент нарастваща подредица, която завършва на 3. Пишем под 3 сумата 0+1=1.

**3** 1 4 2 6 3 7 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |

Аналогично за второто число 1: в [0;0] максимумът е 0, пишем под 1 числото 0+1=1.

3 **1** 4 2 6 3 7 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 |  | 1 |  |  |  |  |  |  |

За третото число 4, от дървото на Фенуик вземаме колко е максимума в интервала [0;3], да го означим с **max[0;3].** Отговорът е 1, което значим че преди 4 има подредица от 1 число. Следователно за 4 попълваме 2.

3 1 **4** 2 6 3 7 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 |  | 1 | 2 |  |  |  |  |  |

За числото 2: До 2 имаме max[0;1]=1, следователно под 2 пишем 2:

3 1 4 **2** 6 3 7 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 1 | 2 |  |  |  |  |  |

Следва числото 6. max[1;5]=2, увеличаваме с 1 и пишем полученото 3 под шестицата:

3 1 4 2 **6** 3 7 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 1 | 2 |  | 3 |  |  |  |

Наред е числото 3: max[0;2]=2, пишем под 3 числото 2+1=3:

3 1 4 2 6 **3** 7 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 2 |  | 3 |  |  |  |

За следващото число 7: до 6 максимумът е 3, значи под 7 е 4:

3 1 4 2 6 3 **7** 5 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 2 |  | 3 | 4 |  |  |

Числото 5 е следващото, аналогично в интервала [1;4] от Фенуик ще получим максимум 3 и под 5 ще е 3+1=4.

3 1 4 2 6 3 7 **5** 8 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 2 | 4 | 3 | 4 |  |  |

За предпоследното число 8: max[1;7]=4, значи под 8 е 5:

3 1 4 2 6 3 7 5 **8** 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 2 | 4 | 3 | 4 | 5 |  |

И за последното число 6: В [1;5] максимумът е 4, под 6 променяме на 5.

3 1 4 2 6 3 7 5 8 **6**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 2 | 4 | 5 | 4 | 5 |  |

Нека означим с L[i] масива от втория реда на таблицата. Това са отговорите за растяща редица отляво-надясно.

Аналогични намираме R[i] – височините за растяща редица отдясно-наляво.

Тогава отговорът на задачата е max(max(L[i]), max(R[i]), max(L[i]+R[i]-1)),

В estet1.cpp е решението за 100 т., а в estet2.cpp – решението със сложност O(N2).

*Автор тестове, решение и анализ:*

*Павел Петров*