**高斯过程公式推导**

假设有一个训练集，其中，我们用来表示输入向量，用来表示一个标量输出，其中的尺寸为，的尺寸为，那么相应的。

以标准的线性模型为例，对于：

是输入向量，是权重向量，是观察到的目标值，一般来说在中会有偏置向量，但是因为偏置部分可通过来完成，因此此处将偏置隐去。其中为在上的噪声，我们假设它是独立分布的，相应的均值为0，方差为，那么对应的分布符合：

相应的分布如下：

即：

在贝叶斯分布中，我们需要对于参数设置一个先验分布，对于权重，我们假设它的分布为：

根据贝叶斯定律：

那么：

由于边际概率与权重无关，因此相当于的一个常系数，于是：

由于：

令，有，并记上式为：

即：

那么有，即：

值得注意的是，当我们用传统神经网络MSE的方式来表示误差：

那么对于loss求导之后：

这样求得的与高斯分布中对应的均值相同。

综上分析可以看出：

那么相应的

以上所有分析都基于线性模型，那么当我们先把输入向量通过函数映射到维的特征空间:

相应的分布为：

进一步推导可知，相应的核函数为：

那么对应的协方差矩阵为：

那么对应的概率分布为：

根据《Gaussian Processes for Machine Learning》书中Appendix.3可知：

令，有：