Matemáticas Discretas, Ejercicios de Lógica Proposicional

1) Escriba cada proposición en forma simbólica, use p: "Salió electo Presidente de la República", q:"El crecimiento anual fue del 7%"

   No salió electo presidente de la República y el crecimiento anual fue del 7%
   $A = \neg p \wedge q$

   Salió electo presidente de la República y el crecimiento anual fue del 7%
   $B = p \wedge q$

   Si el crecimiento anual fue del 7% no salió electo presidente de la República
   $C = q \to p$

2) Niegue cada proposición anterior (completa). Escriba el resultado como enunciado y de forma simbólica.

   Salió electo presidente de la República y no fue el crecimiento anual del 7%
   $\neg A = \neg(\neg p \wedge q)$ ó $(p \vee \neg q)$

   No salió electo presidente de la República y no fue crecimiento anual fue del 7%
   $\neg B = \neg(p \wedge a)$ ó $\neg p \wedge \neg q$

   Si el crecimiento anual fue del 7% no salió electo presidente de la República
   $\neg C = q \wedge \neg p$

3) Escriba en forma simbólica la siguiente proposición: "Si compro una bicicleta o me levanto más temprano, entonces, no llegaré tarde a la escuela".

   A = $(p \vee q) \to r$

   Elabore la tabla de verdad de la proposición anterior.

Tabla

p	q	r	$(p \vee q)$	$(p \vee q) \to r$
F	F	F	F	V
F	F	V	F	V
F	V	F	V	F
F	V	V	V	V
V	F	F	V	F
V	F	V	V	V
V	V	F	V	F
V	V	V	V	V

4) Sean los conjuntos:

   U= $\{z | z\ es\ una\ persona\}$

   A= $\{x | x\ es\ un\ artista\}$

   B= $\{y | y\ es\ un\ político\}$

   A$\subseteq U\ \ y\ \ B \subseteq U$

   Y la proposición p: Son ricos, q: son corruptos

   Escriba las siguientes proposiciones en forma simbólica:

   - Todas las personas son ricas = $\forall z \rho(z)$
   - Algunos políticos son corruptos = $\exists y q(y)$

5) Represente cada enunciado en forma simbólica.
"No es cierto que algunas elecciones son limpias"
$\neg(\exists x \in A)p(x)$

"Todas las elecciones son limpias"
$(\forall x \in A)p(x)$

6) Niegue cada proposición anterior. Escriba el resultado como enunciado y de forma simbólica.

"Algunas elecciones son limpias"
$(\exists x \in A)p(x)$

"No todas las elecciones son limpias"
$\neg(\forall x \in A)p(x)$

7) Prueba la validez del siguiente argumento.
Por definición
Si tomamos "Estudio" como "p", a "Juego basquetbol" como "q" y "reprobare" como "r"
Podemos obtener la siguiente forma simbólica
Si q, entonces p
Si p, entonces ¬r
Por lo tanto, si q, entonces ¬r
El argumento no es válido, ya que se contradice a si mismo

Usando el teorema $(P_1 \wedge P_1 \ldots \wedge P_n) \rightarrow Q$

Si estudio, entonces no reprobaré matemáticas
Si juego basquetbol, entonces estudiaré
Pero reprobé matemáticas

Por tanto, debo haber jugado basquetbol

Al hacer la tabla podemos comprobar que este q no es una tautología y, por lo tanto, el argumento es invalido.

8) Sean A = {x|x es un ladrón de Madrid}, B = {y|y es una persona que ha sido asaltada en Madrid}, p: "asaltaron a", plantear de manera simbólica.

- Todos los ladrones de Madrid asaltaron a algunas víctimas de asalto en Madrid.
- $\forall x \in A, p(y)$
- Algunas víctimas de asalto de Madrid asaltaron a algunos ladrones de Madrid.
- $\exists y \in B, p(x)$

9) Sean p, q y r los enunciados:

p: Se han visto osos pardos en la zona
q: Es seguro caminar por el sendero
r: Las bayas del sendero están maduras

Exprese el siguiente texto usando notación simbólica: "No es seguro caminar por el sendero cuando se han visto osos pardos por la zona y las bayas del sendero están maduras".

$(p \wedge r) \rightarrow \neg q$

10) Roberto está agobiado porque no sabe cómo aprovechar su mañana libre: Si va a nadar, no puede estudiar, pero si no estudia entonces puede dormir. Si se queda dormido, ya no puede ir a correr, pero si no va a correr entonces puede lavar. De lo que sí está seguro es que irá a nadar. Represente el argumento anterior como teorema: $(P_1, P_2, \ldots, P_n) \rightarrow Q$. ¿De acuerdo al teorema anterior, en cuáles de las actividades sí puede Roberto aprovechar su mañana libre? Demuestre.

Sustituyendo

"Va a nadar" por "p"

"Puede estudiar" por "q"

"Puede dormir" por "r"

"Puede ir a correr" por "s"

Y "puede lavar" por "t"

El argumento quedaría

p -> ¬q, ¬q -> r, r -> ¬s, ¬s> u

Utilizando la ley del silogismo podemos reducirla a (p -> u) ^ p

p	u	(p->u)^p
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

Roberto puede aprovechar su mañana libre en nadar, dormir y lavar