

OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

1. Una onda transversal de amplitud 0,8 m, frecuencia de 250 Hz y velocidad de propagación de 150 m/s, se propaga hacia valores positivos de x . Determina:
 - a) Escribe la ecuación de la onda [0,75 PUNTOS], si en el instante inicial $y(0, 0) = 0.2$ m, determina la fase inicial [0,25 PUNTOS].
 - b) [1 PUNTO] ¿A qué distancia se encuentran dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 60° ?

2. Si tenemos una lente convergente de 20 dioptrías.
 - a) [0,5 PUNTOS] ¿Con qué tamaño se vería un objeto de 2 mm de altura si la lente se pone a 3,4 cm de distancia?
 - b) [0,5 PUNTOS] Características de la imagen.
 - c) [1 PUNTO] Realiza el diagrama de rayos cualitativo correspondiente.

3. El trabajo de extracción para el aluminio es de 4,2 eV ($6,72 \cdot 10^{-19}$ J). Si se ilumina una superficie de este material con radiación de $15 \cdot 10^{-9}$ m. Determina:
 - a) [0,5 PUNTOS] La longitud de onda umbral para el aluminio.
 - b) [1 PUNTO] La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
 - c) [0,5 PUNTOS] Enuncia la explicación cuántica postulada por Einstein.

4. Cuatro masas idénticas de 3 kg cada una están situadas sobre los vértices de un cuadrado de 1 m de lado.
 - a) [1 PUNTO] Calcula la fuerza gravitatoria que se ejerce sobre la que se halla en el vértice inferior derecho y represéntalo.
 - b) [1 PUNTO] El potencial gravitatorio que hay en ese vértice debido a las otras tres masas.

5. Una bobina de 200 espiras circulares de 3 cm de radio se halla inmersa en un campo magnético uniforme $B = 0,1$ T en la dirección del eje de la bobina. Determina la f.e.m. media inducida en el circuito y el sentido de la corriente inducida si en un intervalo de tiempo $t = 0,05$ s:
 - a) [0,75 PUNTOS] El campo magnético se anula.
 - b) [0,75 PUNTOS] El campo invierte su sentido.
 - c) [0,5 PUNTOS] Enuncia la ley de Lenz.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Radio de la Tierra	$R_T = 6370 \text{ km}$	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- Una onda transversal de amplitud 0,8 m, frecuencia de 250 Hz y velocidad de propagación de 150 m/s, se propaga hacia valores positivos de x. Determina:

- a) Escribe la ecuación de la onda (**0,75 p**), si en el instante inicial $y(0;0) = 0,2 \text{ m}$, determina la fase inicial (**0,25 p**).

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje X:

$$y(x;t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}\left(2\pi f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \varphi_0\right)$$

Por el enunciado sabemos:

$$f = 250 \text{ Hz}; \quad A = 0,8 \text{ m}; \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{150}{250} = 0,6 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$y(x;t) = 0,8 \cdot \text{sen}\left(2\pi \cdot 250 \cdot t - \frac{2\pi}{0,6} \cdot x + \varphi_0\right) = 0,8 \cdot \text{sen}\left(500\pi \cdot t - \frac{10\pi}{3} \cdot x + \varphi_0\right) \text{ (m;s)}$$

Para establecer el valor de φ_0 , sabemos:

$$y(x=0;t=0) = 0,2 \quad \Rightarrow \quad 0,2 = 0,8 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \quad \Rightarrow \quad \text{sen}(\varphi_0) = 0,25 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = \begin{cases} 0,253 \text{ rad} \\ 2,9 \text{ rad} \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0,253 \text{ rad}$, la ecuación de la onda es:

$$y(x;t) = 0,8 \cdot \text{sen}\left(500\pi \cdot t - \frac{10\pi}{3} \cdot x + 0,253\right) \text{ (m;s)}$$

- b) (**1 p**) ¿A qué distancia se encuentran dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 60° ?

$$\Delta\varphi = \left(500\pi \cdot t - \frac{10\pi}{3} \cdot x_2\right) - \left(500\pi \cdot t - \frac{10\pi}{3} \cdot x_1\right) = \frac{10\pi}{3} \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{\Delta\varphi}{\frac{10\pi}{3}} = \frac{\pi/3}{\frac{10\pi}{3}} = 0,1 \text{ m}$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{\lambda \cdot \Delta\varphi}{2\pi} = \frac{0,6 \cdot \pi/3}{2\pi} = 0,1 \text{ m}$$

2.- Si tenemos una lente convergente de 20 dioptrías.

- a) (1 p) ¿Con qué tamaño se vería un objeto de 2 mm de altura si la lente se pone a 3,4 cm de distancia?

Calculamos la distancia focal imagen de la lente:

$$P = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-3,4} = \frac{1}{5} \Rightarrow s' = -10,625 \text{ cm}$$

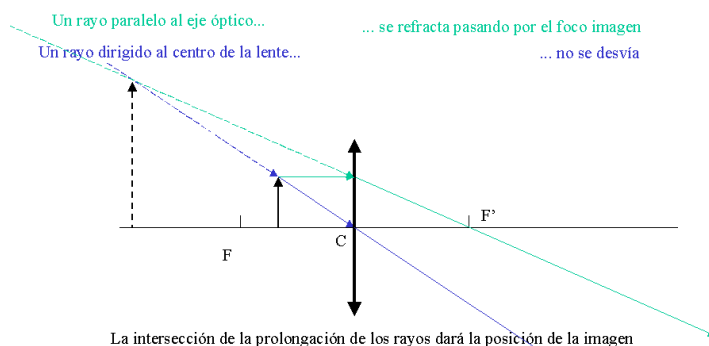
Para una lente delgada, el aumento lateral es:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{s'}{s}\right) = 2 \cdot \left(\frac{-10,625}{-3,4}\right) = 6,25 \text{ mm}$$

- b) (0,5 p) Características de la imagen.

La imagen es virtual ($s' < 0$), derecha y de mayor tamaño que el objeto. Al estar situado el objeto entre el foco objeto y la lente convergente, esta actúa como lupa.

- c) (0,5 p) Realiza el trazado de rayos cualitativo correspondiente.



3.- El trabajo de extracción del aluminio es de 4,2 eV ($6,72 \cdot 10^{-19}$ J). Si se ilumina una superficie de este material con radiación de $15 \cdot 10^{-9}$ m. Determina:

- a) (0,5 p) La longitud de onda umbral para el aluminio.

El trabajo de extracción, W_0 , se corresponde con la energía mínima necesaria para arrancar el electrón. Si la energía del fotón incidente es mayor que el trabajo de extracción, el electrón escapa del metal con una determinada energía cinética. Este trabajo de extracción se corresponde con una frecuencia mínima de la radiación (frecuencia umbral) o una longitud de onda máxima (longitud de onda umbral) necesaria para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

$$W_0 = h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_0} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,72 \cdot 10^{-19}} = 2,95 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 295 \text{ nm}$$

- b) (1 p) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_0 + (E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow (E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} = E_{\text{fotón incidente}} - W_0$$

$$(E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} = \left(h \cdot \frac{c}{\lambda}\right) - W_0 = \left(6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{15 \cdot 10^{-9}}\right) - 6,72 \cdot 10^{-19} = 1,253 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

c) (0,5 p) Enuncia la explicación cuántica postulada por Einstein.

Según Einstein el efecto fotoeléctrico puede explicarse de la siguiente forma:

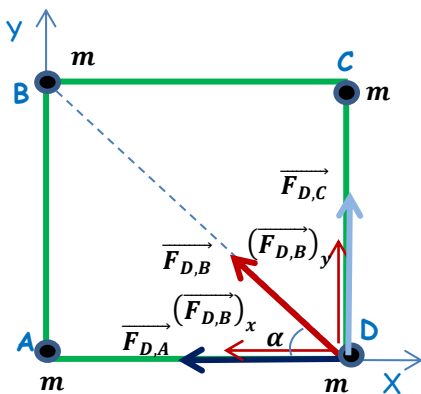
- La luz incidente está formada por un conjunto de partículas, denominadas fotones, sin masa y sin carga eléctrica, que transportan una energía $E = h \cdot f$, conforme a la hipótesis de Planck.
- Toda la energía de un fotón se transmite a un electrón del metal, y cuando este salta de la superficie posee una energía cinética.
- Un electrón necesita una energía mínima para escapar de la superficie del metal. Esta energía mínima recibe el nombre de trabajo de extracción o función trabajo (W_e).
- Si la energía del fotón incidente es menor que el trabajo de extracción, no se produce efecto fotoeléctrico.
- Si la energía del fotón es igual al trabajo de extracción, estamos ante la frecuencia umbral, cumpliéndose: $W_e = h \cdot f_0$. El trabajo de extracción, y la frecuencia umbral, son distintos para cada metal.
- Si la energía del fotón incidente es mayor que el trabajo de extracción, el electrón escapa del metal con una determinada velocidad, es decir, con una determinada energía cinética, cumpliéndose:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_e + E_{c,\text{máx}}$$

- Al aumentar la intensidad de la radiación aumenta el número de fotones que llega a la superficie, de modo que si estos tienen energía suficiente, aumenta la intensidad de la corriente fotoeléctrica.

4.- Cuatro masas idénticas de 3 kg cada una están situadas sobre los vértices de un cuadrado de 1 m de lado.

- a) (1 p) Calcula la fuerza gravitatoria que se ejerce sobre la que se halla en el vértice inferior derecho y represéntalo.



Calculo cada una de las tres fuerzas por separado y luego hago la suma vectorial.

$$\vec{F}_{D,A} = G \cdot \frac{m \cdot m}{(r_{A,D})^2} \cdot (-\vec{i}) = -6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3^2}{1} \cdot \vec{i} = -6,03 \cdot 10^{-10} \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{D,C} = G \cdot \frac{m \cdot m}{(r_{C,D})^2} \cdot (\vec{j}) = 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3^2}{1} \cdot \vec{j} = 6,03 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{D,B} = G \cdot \frac{m \cdot m}{(r_{B,D})^2} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j}) = 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3^2}{(\sqrt{2})^2} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_{D,B} = (-2,12 \cdot 10^{-10} \vec{i} + 2,12 \cdot 10^{-10} \vec{j}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{D,A} + \vec{F}_{D,B} + \vec{F}_{D,C} = (-8,15 \cdot 10^{-10} \vec{i} + 8,15 \cdot 10^{-10} \vec{j}) \text{ N}$$

- b) (1 p) El potencial gravitatorio que hay en ese vértice debido a las otras tres masas.

$$V_D = V_{D,A} + V_{D,B} + V_{D,C} = \left(-G \cdot \frac{m}{r_{D,A}} \right) + \left(-G \cdot \frac{m}{r_{D,B}} \right) + \left(-G \cdot \frac{m}{r_{D,C}} \right) = -G \cdot m \cdot \left(\frac{1}{r_{D,A}} + \frac{1}{r_{D,B}} + \frac{1}{r_{D,C}} \right)$$

$$V_D = -6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{1} \right) = -5,44 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$$

5.- Una bobina de 200 espiras circulares de 3 cm de radio se halla inmersa en un campo magnético uniforme $B = 0,1 \text{ T}$ en la dirección del eje de la bobina. Determina la f.e.m. media inducida en el circuito y el sentido de la corriente inducida si en un intervalo de tiempo $t = 0,05 \text{ s}$:

a) (0,75 p) El campo magnético se anula.

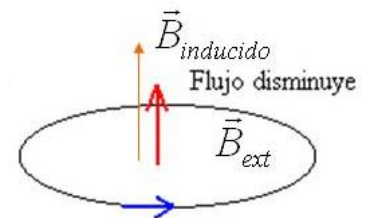
Inicialmente el campo magnético es perpendicular al eje de la espira, por lo que el flujo es máximo, ya que los vectores campo y superficie forman un ángulo de 0° :

$$\phi_0 = B \cdot S = B \cdot \pi \cdot R^2 = 0,1 \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 2,83 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Posteriormente, al anularse el campo, el flujo se hace nulo. De modo que la f.e.m. media inducida es:

$$\mathcal{E}_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -200 \cdot \left[\frac{(0 - 2,83 \cdot 10^{-4})}{0,05} \right] = 1,132 \text{ V}$$

Como ha disminuido el flujo que atraviesa la bobina, de acuerdo a la ley de Lenz la corriente inducida circulará en la bobina en el sentido que haga aumentar el flujo, creando un campo magnético en el mismo sentido del campo original, es decir en sentido horario si miramos en el sentido del campo original.



b) (0,75 p) El campo invierte su sentido.

Al invertir el campo su sentido, varía el ángulo entre los vectores intensidad de campo y superficie, siendo ahora de 180° , por lo que el flujo es igual al inicial pero con signo contrario.

\mathcal{E}_{ind} = Al invertir el campo su sentido, varía el ángulo entre los vectores intensidad de campo y superficie, siendo ahora de 180° , por lo que el flujo es igual al inicial pero con signo contrario.

$$\mathcal{E}_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -200 \cdot \left[\frac{(-2,83 \cdot 10^{-4} - 2,83 \cdot 10^{-4})}{0,05} \right] = 2,264 \text{ V}$$

Como ha disminuido el flujo que atraviesa la bobina, de acuerdo a la ley de Lenz la corriente inducida circulará en la bobina en el sentido que haga aumentar el flujo, creando un campo magnético en el mismo sentido del campo original, es decir en sentido horario si miramos en el sentido del campo original.

c) (0,5 p) Enuncia la ley de Lenz.

"La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina." Es decir si la corriente se crea por un aumento de flujo el sentido de la corriente inducida es aquel que hace disminuir el flujo al crear un campo magnético de sentido contrario al original, y si se crea por una disminución de flujo el sentido de la corriente inducida es aquel que hace aumentar el flujo al crear un campo magnético del mismo sentido del original.

