

## ELECTROMAGNETISMO (RESUELTOS)

CONSTANTES FISICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Radio de la Tierra	$R_T = 6370 \text{ km}$	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

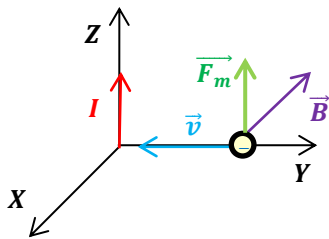
Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

### SEPTIEMBRE 2018

Un electrón se dirige, en el vacío, con velocidad  $\vec{v} = -8 \cdot 10^7 \vec{j} \text{ m/s}$  hacia un conductor rectilíneo infinito, perpendicular a su trayectoria por el que circula una corriente en sentido ascendente de 2 A. Determina:

**DATO:**  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$

- a) (1 p) El vector campo magnético que crea el conductor a una distancia del conductor de 2 metros.



Aplicando la ley de Biot-Savart, y teniendo en cuenta que el sentido está determinado por la regla de la mano derecha (cogemos el conductor con la mano derecha de modo que la dirección del dedo pulgar coincida con el sentido de la corriente, las líneas de campo coinciden con la del resto de dedos al cerrarse en torno al conductor):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d} \cdot (-\vec{i}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 2} \cdot (-\vec{i}) = -2 \cdot 10^{-7} \vec{i} \text{ T}$$

- b) (1 p) La fuerza magnética que el conductor ejerce sobre el electrón cuando está en ese punto.

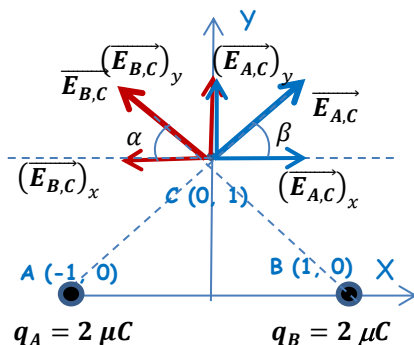
Calculamos la fuerza magnética, fuerza de Lorentz sobre el electrón:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -8 \cdot 10^7 & 0 \\ -2 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (-16 \vec{k}) = 2,56 \cdot 10^{-18} \vec{k} \text{ N}$$

### SEPTIEMBRE 2018

Dos partículas cargadas  $Q_1 = Q_2 = +2\mu\text{C}$ , están situadas en los puntos  $Q_1: (1,0)$  y  $Q_2: (-1,0)$ . Todas las coordenadas están expresadas en metros.

- a) (0,75 p) Expresa correctamente el valor del campo eléctrico en el punto (0,1).



$$r_A = r_B = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = \arctg \frac{1}{1} = 45^\circ$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes horizontales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes verticales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2 \cdot (\vec{E}_{A,C})_y = 2 \cdot K \cdot \frac{q}{(r_{A,C})^2} \cdot (\text{sen } \alpha \cdot \vec{j})$$

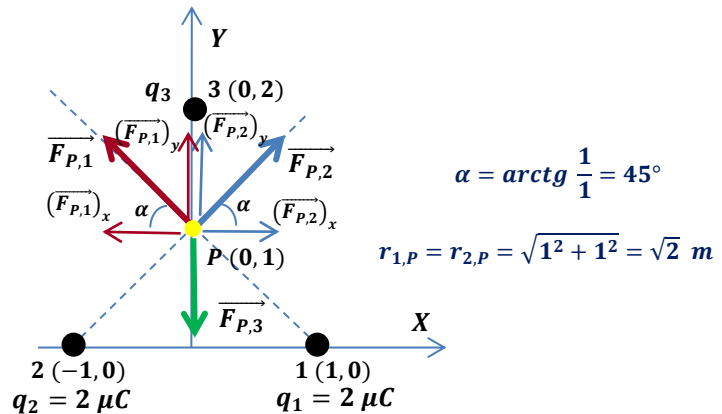
$$\vec{E}_C = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} \cdot (\text{sen } 45^\circ \cdot \vec{j}) = 1,27 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

- b) (0,75 p) ¿Qué valor debe tener una carga  $Q_3$  situada en (0,2) para que una carga situada en el punto (0,1) no experimente ninguna fuerza neta?

La condición pedida es:

$$\vec{F}_P = \vec{F}_{P,1} + \vec{F}_{P,2} + \vec{F}_{P,3} = 0$$

Vamos a suponer que la carga ( $q$ ) situada en el punto P es positiva (el resultado es el mismo si suponemos que la carga es negativa). Las intensidades de las fuerzas creadas por las cargas 1 y 2 son iguales (misma carga y misma distancia). Al descomponer estas dos fuerzas, las componentes horizontales se anulan entre sí, quedando como resultante la suma de las componentes verticales (en sentido Y positivo). Por lo tanto la carga 3 tiene que realizar una fuerza en el sentido Y negativo, que compense la resultante de las fuerzas 1 y 2, por lo que la carga 3 tiene que ser positiva. A la misma conclusión hubiésemos llegado si la carga situada en P fuese negativa (solo cambiarían los sentidos de las fuerzas).



$$|\vec{F}_3| = |(\vec{F}_1)_y| + |(\vec{F}_2)_y| = 2 \cdot |(\vec{F}_1)_y|$$

$$K \cdot \frac{Q_3 \cdot q}{(r_{3,P})^2} = 2 \cdot K \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{(r_{1,P})^2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{Q_3}{1} = 2 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} \cdot \text{sen } 45^\circ \Rightarrow Q_3 = 1,41 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

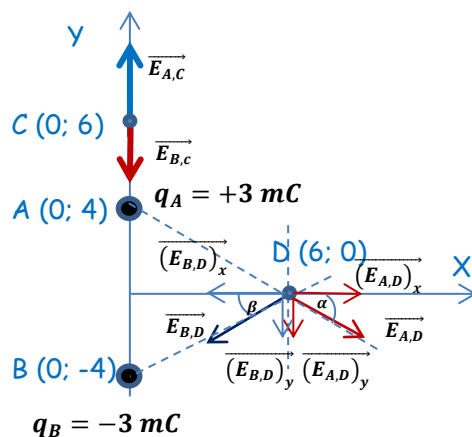
- c) (0,5 p) En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0,1) debido a las cargas  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ ?

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} + V_{3,P} = K \cdot \left( \frac{q_1}{r_{1,P}} + \frac{q_2}{r_{2,P}} + \frac{q_3}{r_{3,P}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{1,41 \cdot 10^{-6}}{1} \right) = 38146 \text{ V}$$

## JUNIO 2018

Dos cargas eléctricas puntuales de valor 3 mC y -3 mC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (0; 4) y (0; -4), respectivamente, estando las distancias expresadas en m.

- a) (1 p) Calcular y representar gráficamente la intensidad de campo en (0; 6) y (6; 0).



$$r_{A,C} = 2 \text{ m}$$

$$r_{B,C} = 10 \text{ m}$$

$$r_{A,D} = r_{B,D} = r = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = \arctg\left(\frac{4}{6}\right) = 33,7^\circ$$

### Punto C

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,D} = K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,C})^2} \cdot (\vec{j}) + K \cdot \frac{q_B}{(r_{B,C})^2} \cdot (-\vec{j}) = K \cdot q \cdot \left( \frac{1}{(r_{A,C})^2} - \frac{1}{(r_{B,C})^2} \right) \vec{j}$$

$$\vec{E}_C = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{1}{(2)^2} - \frac{1}{(10)^2} \right) \vec{j} = 6,48 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ N/C}$$

### Punto D

En el punto D se da una situación de simetría, ya que al ser  $q_A = q_B$  (en módulo) y  $r_{A,D} = r_{B,D}$ , el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes horizontales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes verticales, que también son iguales.

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A,D} + \vec{E}_{B,D} = 2 \cdot (\vec{E}_{A,D})_y = -2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,D})^2} \cdot \cos \alpha \vec{j} = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{(\sqrt{52})^2} \cdot \sin 33,7^\circ \vec{j}$$

$$\vec{E}_D = -5,76 \cdot 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

- b) (1 p) ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre un protón cuando se desplaza desde el punto (0; 6) hasta el punto (6; 0)?

Calculamos el potencial gravitatorio en ambos puntos:

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}} \right) = K \cdot q \cdot \left( \frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \right) = 1,08 \cdot 10^7 \text{ V}$$

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,D}} + \frac{q_B}{r_{B,D}} \right) = K \cdot \frac{q}{r} \cdot (1 + (-1)) = 0 \text{ V}$$

$$(W_{C \rightarrow D})_{F \text{ eléctrica}} = q' \cdot (V_C - V_D) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (1,08 \cdot 10^7 - 0) = 1,728 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Proceso espontáneo. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar la carga supone una disminución de la energía potencial electrostática de ésta. El resultado es lógico ya que estamos alejando una carga positiva (el protón) de otra carga positiva y la estamos acercando a la carga positiva.

### JUNIO 2018

Una bobina de 200 espiras circulares de 3 cm de radio se halla inmersa en un campo magnético uniforme  $B = 0,1 \text{ T}$  en la dirección del eje de la bobina. Determina la f.e.m. media inducida en el circuito y el sentido de la corriente inducida si en un intervalo de tiempo  $t = 0,05 \text{ s}$ :

- a) (0,75 p) El campo magnético se anula.

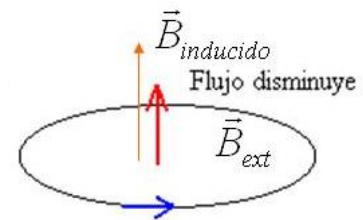
Inicialmente el campo magnético es perpendicular al eje de la espira, por lo que el flujo es máximo, ya que los vectores campo y superficie forman un ángulo de  $0^\circ$ :

$$\phi_0 = B \cdot S = B \cdot \pi \cdot R^2 = 0,1 \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 2,83 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Posteriormente, al anularse el campo, el flujo se hace nulo. De modo que la f.e.m. media inducida es:

$$\mathcal{E}_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -200 \cdot \left[ \frac{(0 - 2,83 \cdot 10^{-4})}{0,05} \right] = 1,132 \text{ V}$$

Como ha disminuido el flujo que atraviesa la bobina, de acuerdo a la ley de Lenz **la corriente inducida circulará en la bobina en el sentido que haga aumentar el flujo, creando un campo magnético en la misma dirección y el mismo sentido del campo original, es decir en sentido horario** si miramos en la dirección y en el sentido del campo original.



b) (0,75 p) El campo invierte su sentido.

Al invertir el campo su sentido, varía el ángulo entre los vectores intensidad de campo y superficie, siendo ahora de  $180^\circ$ , por lo que el flujo es igual al inicial pero con signo contrario.

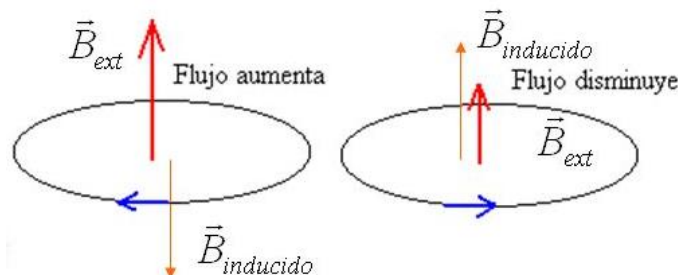
$\varepsilon_{ind}$  = A invertir el campo su sentido, varía el ángulo entre los vectores intensidad de campo y superficie, siendo ahora de  $180^\circ$ , por lo que el flujo es igual al inicial pero con signo contrario.

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -200 \cdot \left[ \frac{(-2,83 \cdot 10^{-4} - 2,83 \cdot 10^{-4})}{0,05} \right] = 2,264 \text{ V}$$

Como ha disminuido el flujo que atraviesa la bobina, de acuerdo a la ley de Lenz **la corriente inducida circulará en la bobina en el sentido que haga aumentar el flujo, creando un campo magnético en el mismo sentido del campo original, es decir en sentido horario** si miramos en el sentido del campo original.

c) (0,5 p) Enuncia la ley de Lenz.

"La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina." Es decir si la corriente se crea por un aumento de flujo el sentido de la corriente inducida es aquel que hace disminuir el flujo al crear un campo magnético de la misma dirección pero de sentido contrario al original, y si se crea por una disminución de flujo el sentido de la corriente inducida es aquel que hace aumentar el flujo al crear un campo magnético de la misma dirección o del mismo sentido del original.



## SEPTIEMBRE 2017

Un protón con velocidad  $\vec{v} = 5 \cdot 10^6 \vec{i}$ , en m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético  $\vec{B} = 1 \vec{j} \text{ T}$ .

a) (0,75 p) Obtén la fuerza que actúa sobre el protón.

La fuerza de Lorentz ejercida sobre el protón es:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (5 \cdot 10^6 \vec{k}) = 8 \cdot 10^{-13} \vec{k} \text{ N}$$

b) (0,75 p) Obtén el radio de la trayectoria.

El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del protón. Debido a esto último, la

fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al protón a seguir una trayectoria circular.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{centrípeta}} = m \cdot a_n \Rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot \sin \alpha}$$

$$R = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot \sin 90^\circ} = 0,053 \text{ m} = 5,3 \text{ cm}$$

- c) (0,5 p) Calcula el tiempo que tardaría en realizar una vuelta.

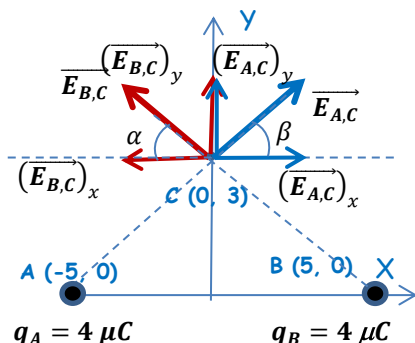
El tiempo que tarda el electrón en describir una órbita completa, con velocidad constante, es el período.

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,053}{5 \cdot 10^6} = 6,66 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

### SEPTIEMBRE 2017

Dos cargas positivas idénticas de valor  $q_1 = q_2 = 4,0 \mu\text{C}$  ( $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ ) están situadas sobre el eje X en las posiciones  $x_1 = -5 \text{ cm}$  y  $x_2 = 5 \text{ cm}$ .

- a) (1 p) Calcular el vector campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto ( $x = 0, y = 3 \text{ cm}$ ). Representarlo gráficamente.



$$r_A = r_B = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} \text{ cm}$$

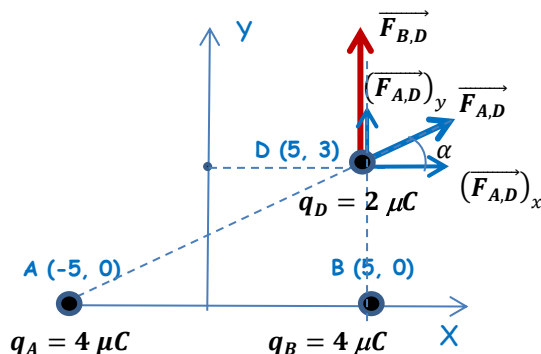
$$\alpha = \beta = \arctg \frac{3}{5} = 31^\circ$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes horizontales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes verticales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2 \cdot (\vec{E}_{A,C})_y = 2 K \cdot \frac{q}{(5)^2} \cdot (\sin \alpha \cdot \vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{34} \cdot 10^{-2})^2} \cdot (\sin 31^\circ \cdot \vec{j}) = 1,09 \cdot 10^7 \vec{j} \text{ N/C}$$

- b) (0,5 p) ¿Cuál es la fuerza que experimentaría una carga de  $2 \mu\text{C}$  colocada en las coordenadas ( $x = 5, y = 3$ ) en cm?



$$r_{A,D} = \sqrt{10^2 + 3^2} = \sqrt{109} \text{ cm}$$

$$r_{B,D} = 3 \text{ cm}$$

$$\alpha = \beta = \arctg \frac{3}{10} = 16,7^\circ$$

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{A,D} + \vec{F}_{B,D}$$

$$\vec{F}_D = K \cdot \frac{q_D \cdot q_A}{(r_{A,D})^2} \cdot (\cos 16,7^\circ \vec{i} + \sin 16,7^\circ \vec{j}) + K \cdot \frac{q_D \cdot q_B}{(r_{B,D})^2} \cdot (\vec{j})$$

$$\vec{F}_D = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{109} \cdot 10^{-2})^2} \cdot (\cos 16,7^\circ \vec{i} + \sin 17,6^\circ \vec{j}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \cdot (\vec{j})$$

$$\vec{F}_D = 6,3 \vec{i} + 81,9 \vec{j} \text{ N}$$

c) (0,5 p) Explica brevemente el "principio de superposición".

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico,  $\vec{E}$ , en un punto debido a un sistema de cargas puntuales es igual a la suma de las intensidades de campo debidos a cada una de las cargas  $q_i$  del sistema. Además, el campo creado en dicho punto por cada carga  $q_i$  es el mismo que si las demás cargas del sistema no existieran:

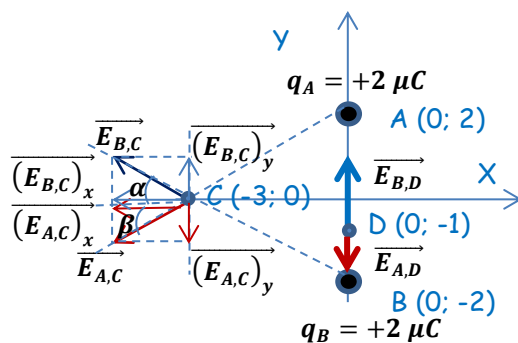
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E}_i$$

Este principio puede ser aplicado también a la fuerza electrostática, al potencial electrostático y a la energía potencial electrostática, siendo en estos últimos dos casos una suma escalar.

### JUNIO 2017

Dos cargas puntuales iguales de  $+2 \mu\text{C}$  se encuentran en los puntos A (0; 2) m y B (0; -2) m. Calcula:

a) (1 p) El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3; 0) m y D (0; -1) m.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ m}$$

$$r_{A,D} = 3 \text{ m}$$

$$r_{B,D} = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = \arctg\left(\frac{2}{3}\right) = 33,7^\circ$$

### Punto C

En el punto C se da una situación de simetría, ya que al ser  $q_A = q_B$  y  $r_{A,C} = r_{B,C}$ , el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes verticales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes horizontales que también son iguales.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2 \cdot (\vec{E}_{A,C})_x = -2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,C})^2} \cdot \cos \alpha \vec{i} = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{13})^2} \cdot \cos 33,7^\circ \vec{i}$$

$$\vec{E}_C = -2303,9 \vec{i} \text{ N/C}$$

A la hora del cálculo del potencial eléctrico también se da la misma simetría, cargas iguales y distancias iguales.

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = 2 \cdot V_{A,C} = 2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{r_{A,C}} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} = 9984,6 \text{ V}$$

### Punto D

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A,D} + \vec{E}_{B,D} = K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,D})^2} \cdot (-\vec{j}) + K \cdot \frac{q_B}{(r_{B,D})^2} \cdot (\vec{j}) = K \cdot q \cdot \left( \frac{-1}{(r_{A,D})^2} + \frac{1}{(r_{B,D})^2} \right) \vec{j}$$

$$\vec{E}_D = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{-1}{(3)^2} + \frac{1}{(1)^2} \right) \vec{j} = 16000 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}} \right) = K \cdot q \cdot \left( \frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{1} \right) = 24000 \text{ V}$$

- b) (1 p) Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de +3  $\mu\text{C}$  desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C?

$$(W_{\infty \rightarrow C})_{\text{Eléctrica}} = q' \cdot (V_{\infty} - V_C) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (0 - 9984,6) = -0,03 \text{ J}$$

Proceso no espontáneo. Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

$$(W_{D \rightarrow C})_{\text{Eléctrica}} = q' \cdot (V_D - V_C) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (24000 - 9984,6) = 0,042 \text{ J}$$

Proceso espontáneo. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar la carga supone una disminución de la energía potencial electrostática de ésta.

### JUNIO 2017

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión  $B(t) = 2,4 \cdot \cos(4t)$  (en unidades del S.I.) atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 15 cm.

- a) (1 p) Determinar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie, que en este caso es de  $0^\circ$  al ser el campo magnético perpendicular a la superficie de la espira.

$$\phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B(t) \cdot S \cdot \cos \theta = B(t) \cdot L^2 \cdot \cos 0^\circ = 2,4 \cdot \cos(4t) \cdot 0,15^2 \cdot 1 = 0,054 \cdot \cos(4t) \text{ Wb}$$

- b) (0,5 p) Hallar la fuerza electromotriz máxima.

De acuerdo a la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -1 \cdot \frac{d(0,054 \cdot \cos(4 \cdot t))}{dt} = 0,216 \cdot \sin(4 \cdot t) \text{ V}$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando  $\sin(4 \cdot t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} = \pm 0,216 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Explicar brevemente el principio de inducción de Faraday.

Toda variación de flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente eléctrica inducida, que solo existe mientras exista dicha variación de flujo.

Esta corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es proporcional a la rapidez con que varía el flujo y al número de espiras del inducido.

$$\varepsilon_{\text{ind}} \propto N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$



## SEPTIEMBRE 2016

Una espira circular de sección  $50 \text{ cm}^2$  se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo  $B = 30 \text{ T}$ , siendo el eje perpendicular al plano de la espira y que pasa por el centro de la misma inicialmente paralelo a las líneas del campo magnético.

- a) (1 p) Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de  $40 \text{ Hz}$ , determínese la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi \cdot f \cdot t = 80\pi \cdot t \quad (\text{rad/s})$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 30 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(80\pi \cdot t) = 0,15 \cdot \cos(80\pi \cdot t) \quad (\text{Wb})$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ind} &= -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(0,15 \cdot \cos(80\pi \cdot t))}{dt} = -1(0,15 \cdot 80\pi \cdot -\sin(80\pi \cdot t)) = 12\pi \cdot \sin(80\pi \cdot t) \quad (\text{V}) \\ (\varepsilon_{ind})_{\max} &\Rightarrow \sin(80\pi \cdot t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{ind})_{\max} = \pm 12\pi \text{ V} = \pm 37,7 \text{ V} \end{aligned}$$

- b) (1 p) Si la espira está inmóvil, con su círculo perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en  $0,02 \text{ s}$ , determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

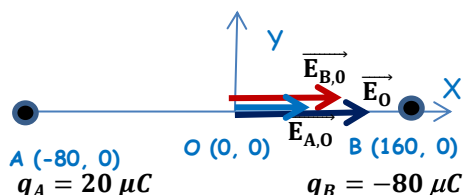
Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{(0 - B \cdot S \cdot \cos 0^\circ)}{\Delta t} = -1 \cdot \left[ \frac{0 - (30 \cdot 5 \cdot 10^{-3})}{0,02} \right] = 7,5 \text{ V}$$

## SEPTIEMBRE 2016

Dos cargas eléctricas de  $+20 \mu\text{C}$  (positiva) y  $-80 \mu\text{C}$  (negativa) están fijas en los puntos  $(-80; 0)$  y  $(160; 0)$  del plano  $(X,Y)$ . Todas las coordenadas se dan en metros.

- a) (1 p) Calcular el campo eléctrico en el punto  $(0,0)$  de dicho plano.



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = K \cdot \left( \frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{BO})^2} \right) \cdot \vec{i} \quad \text{N/C}$$

$$\vec{E}_O = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{20 \cdot 10^{-6}}{(80)^2} + \frac{80 \cdot 10^{-6}}{(160)^2} \right) \cdot \vec{i} = 56,25 \vec{i} \quad \text{N/C}$$

- b) (1 p) Calcular el potencial electrostático en el punto  $(0,0)$ .

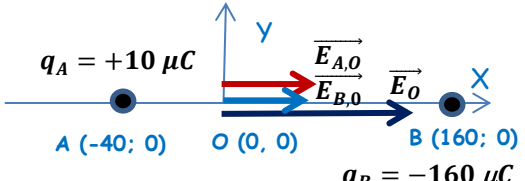
$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{20 \cdot 10^{-6}}{80} + \frac{(-80 \cdot 10^{-6})}{160} \right) = -2250 \text{ V}$$



### JUNIO 2016

Dos cargas de  $+10 \mu\text{C}$  (positiva) y  $-160 \mu\text{C}$  (negativa) están fijas en los puntos  $(-40; 0)$  y  $(160; 0)$  del plano XY. Todas las coordenadas se dan en metros.

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto  $(0; 0)$


$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = K \cdot \left( \frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{BO})^2} \right) \cdot \vec{i} \text{ N/C}$$
$$\vec{E}_O = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{10 \cdot 10^{-6}}{(40)^2} + \frac{160 \cdot 10^{-6}}{(160)^2} \right) \cdot \vec{i} = 112,5 \vec{i} \text{ N/C}$$

- b) (1 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto  $(0; 0)$

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{10 \cdot 10^{-6}}{40} + \frac{(-160 \cdot 10^{-6})}{160} \right) = -6750 \text{ V}$$

### JUNIO 2016

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión,  $B(t) = 10 \cdot \text{sen}(5t)$ , en unidades del S.I. atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm.

- a) (1 p) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

El flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B(t) \cdot S \cdot \cos \theta = 10 \cdot \text{sen}(5 \cdot t) \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot \cos 0^\circ = 10\pi \cdot \text{sen}(5 \cdot t) \text{ Wb}$$

Al estar la espira perpendicular al campo magnético el ángulo que forman entre  $\vec{B}$  y  $\vec{S}$  es de  $0^\circ$ .

- b) (0,5 p) Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.

De acuerdo a la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(10\pi \cdot \text{sen}(5 \cdot t))}{dt} = -50\pi \cdot \cos(5 \cdot t) \text{ V}$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando  $\cos(5 \cdot t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{ind})_{\text{máx}} = \pm 50\pi \text{ V} = \pm 157,8 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Explicar brevemente el "principio de inducción de Faraday"

Toda variación de flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente eléctrica inducida, que solo existe mientras exista dicha variación de flujo.

Esta corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es proporcional a la rapidez con que varía el flujo y al número de espiras del inducido.

$$\varepsilon_{ind} \propto N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

## SEPTIEMBRE 2015

Una espira circular de sección  $100 \text{ cm}^2$  se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo dado por  $B = 1,5 \text{ T}$ .

- a) (1 p) Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de  $15 \text{ Hz}$ , determínese la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi \cdot f \cdot t = 30\pi \cdot t \quad (\text{rad/s})$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(30\pi \cdot t) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(30\pi \cdot t) \quad (\text{Wb})$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(1,5 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(30\pi \cdot t))}{dt} = -1(1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 30\pi \cdot -\sin(30\pi \cdot t))$$

$$\varepsilon_{\text{ind}} = 0,45\pi \cdot \sin(30\pi \cdot t) \quad (\text{V})$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando  $\sin(30\pi \cdot t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} = \pm 0,45\pi \text{ V} = \pm 1,41 \text{ V}$$

- b) (1 p) Si la espira está inmóvil, con su círculo perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en  $0,5 \text{ s}$ , determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira en ese intervalo de tiempo.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

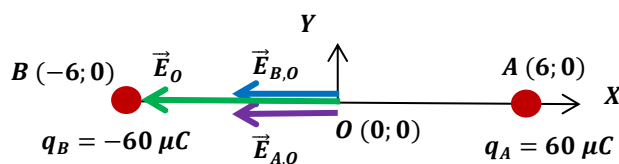
$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{(0 - B \cdot S \cdot \cos 0^\circ)}{\Delta t} = -1 \cdot \left[ \frac{0 - (1,5 \cdot 10^{-2})}{0,5} \right] = 0,03 \text{ V}$$

## SEPTIEMBRE 2015

Una carga puntual de  $60 \mu\text{C}$  se sitúa en el punto  $(6, 0)$  de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de  $-60 \mu\text{C}$  se fija en el punto  $(-6, 0)$ .

DATOS:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ .

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto  $(0, 0)$ .



$$r_{AO} = r_{BO} = r = 6 \text{ m}$$

El campo solo tiene componente horizontal negativa y además, los campos creados por ambas cargas son iguales ya que las dos cargas tienen el mismo valor absoluto y están a la misma distancia del punto O.

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = -2 \cdot K \cdot \frac{|q|}{r^2} \cdot \vec{i} = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-6}}{6^2} \cdot \vec{i} = -3 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

- b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (0, 0).

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = \frac{K}{r} \cdot (q_A + q_B) = \frac{9 \cdot 10^9}{6} \cdot (60 \cdot 10^{-6} + (-60 \cdot 10^{-6})) = 0 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Se define el vector campo eléctrico (o intensidad de campo eléctrico),  $\vec{E}$ , en cualquier punto del espacio como la fuerza eléctrica  $\vec{F}$  que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Toda carga situada dentro de un campo eléctrico es sometida a una fuerza:

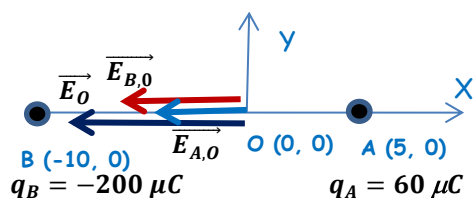
$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

De modo que si la carga es positiva la fuerza y el campo son de la misma dirección y sentido, y si la carga es negativa, la fuerza y el campo son de la misma dirección pero de sentidos contrario. Si el campo es constante, la fuerza a la que se ve sometida la carga  $q$  es constante, por lo que ésta se mueve con m.r.u.a.

### JUNIO 2015

Una carga puntual de  $50 \mu\text{C}$  se sitúa en el punto (5, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de  $-200 \mu\text{C}$  se fija en el punto (-10, 0).

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (0; 0)



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = -K \cdot \left( \frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{BO})^2} \right) \cdot \vec{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_O = -9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{50 \cdot 10^{-6}}{(5)^2} + \frac{200 \cdot 10^{-6}}{(10)^2} \right) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{E}_O = -3,6 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

- b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0).

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,O}} + \frac{q_B}{r_{B,O}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{50 \cdot 10^{-6}}{5} + \frac{(-200 \cdot 10^{-6})}{10} \right) = -90000 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Describir brevemente el "principio de superposición" para fuerzas eléctricas.

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la fuerza eléctrica,  $\vec{F}$ , sobre una carga eléctrica puntual, debida a una distribución de cargas eléctricas puntuales es igual a la suma vectorial de las fuerzas debidos a cada una de las cargas  $q_i$  del sistema. Además, la fuerza eléctrica sobre dicha carga por cada carga  $q_i$  es la misma que si las demás cargas puntuales del sistema no existieran:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i$$

## JUNIO 2015

Una espira circular de sección  $50 \text{ cm}^2$  se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo  $B = 10 \text{ T}$ , siendo el eje perpendicular a la espira, y que pasa por el centro de la misma, paralelo a las líneas del campo magnético.

- a) (1 p) Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de  $50 \text{ Hz}$ , determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi \cdot f \cdot t = 100\pi \cdot t \quad (\text{rad/s})$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(100\pi \cdot t) = 0,05 \cdot \cos(100\pi \cdot t) \quad (\text{Wb})$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(0,05 \cdot \cos(100\pi \cdot t))}{dt} = -1(0,05 \cdot 100\pi \cdot -\text{sen}(100\pi \cdot t))$$
$$\varepsilon_{\text{ind}} = 5\pi \cdot \text{sen}(100\pi \cdot t) \quad (\text{V})$$

- b) (1 p) Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en  $0,05 \text{ s}$ , determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

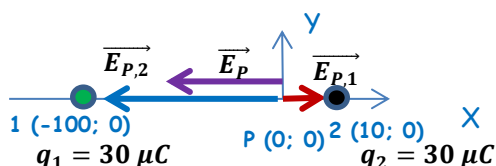
$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{(0 - B \cdot S \cdot \cos 0^\circ)}{\Delta t} = -1 \cdot \left[ \frac{0 - (10 \cdot 5 \cdot 10^{-3})}{0,05} \right] = 1 \text{ V}$$

## SEPTIEMBRE 2014

En cada punto  $(-100; 0)$  y  $(10; 0)$  de un sistema de coordenadas, con las distancias en metros, se fija una carga eléctrica puntual de carga  $30 \mu\text{C}$ .

DATO:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto  $(0; 0)$ .



$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P,1} + \vec{E}_{P,2} = K \cdot \frac{q_1}{(r_{P1})^2} \cdot (\vec{i}) + K \cdot \frac{q_2}{(r_{P2})^2} \cdot (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_P = K \cdot q \cdot \left( \frac{1}{(r_{P1})^2} - \frac{1}{(r_{P2})^2} \right) \cdot (\vec{i})$$

$$\vec{E}_P = 9 \cdot 10^9 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{1}{(100)^2} - \frac{1}{(10)^2} \right) \cdot (\vec{i}) = -2673 \vec{i} \text{ N/C}$$

- b) (1 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto  $(0; 0)$ .

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} = K \cdot \frac{q_1}{r_{1A}} + K \cdot \frac{q_2}{r_{2A}} = K \cdot q \cdot \left( \frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{1}{100} + \frac{1}{10} \right)$$

$$V_P = 29700 \text{ V}$$

## SEPTIEMBRE 2014

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión,  $B(t) = 5,8 \cdot \text{sen}(3t)$ , en unidades del S.I., atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 100 cm.

- a) (1 p) Halla el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso  $\theta = 0 \text{ rad}$ , por lo que el flujo será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = B \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \cos 0^\circ = 5,8 \cdot \text{sen}(3t) \cdot \pi \cdot 1^2 = 18,22 \cdot \text{sen}(3t) \text{ (Wb)}$$

- b) (0,5 p) Hallar la fuerza electromotriz máxima de la corriente inducida.

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(18,22 \cdot \text{sen}(3t))}{dt} = -1(18,22 \cdot 3 \cdot \cos(3t)) = -54,66 \cdot \cos(3t) \text{ (V)}$$

$$(\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} \Rightarrow \cos(3t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} = \pm 54,66 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Explicar brevemente el "principio de inducción de Faraday".

La inducción electromagnética se basa en dos principios fundamentales:

- Toda variación de flujo que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente inducida.
- La corriente inducida es una corriente instantánea, pues sólo dura mientras dura la variación de flujo.

La inducción electromagnética se rige por dos leyes:

- Ley de Faraday

"La corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez con la que varía el flujo y directamente proporcional al número de espiras del inducido"

$$\varepsilon \propto N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

- Ley de Lenz

"La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina"

## JUNIO 2014

Una espira circular de sección  $100 \text{ cm}^2$  se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo  $B = 1,5 \text{ T}$ , siendo el eje perpendicular a la espira, y que pasa por su centro, paralelo a las líneas del campo magnético.

- a) (1 p) Si la espira gira alrededor de uno de sus diámetros, perpendicular a su eje, con una frecuencia de 25 Hz, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi \cdot f \cdot t = 50\pi \cdot t \quad (\text{rad/s})$$

Por lo tanto, el flujo es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 1,5 \cdot 0,01 \cdot \cos(50\pi \cdot t) = 0,015 \cdot \cos(50\pi \cdot t) \quad (\text{Wb})$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(0,015 \cdot \cos(50\pi \cdot t))}{dt}$$

$$\varepsilon_{ind} = -1(0,015 \cdot 50\pi \cdot -\text{sen}(50\pi \cdot t)) = 2,36 \cdot \text{sen}(50\pi \cdot t) \quad (\text{V})$$

- b) (1 p) Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,01 s, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira en ese intervalo de tiempo.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

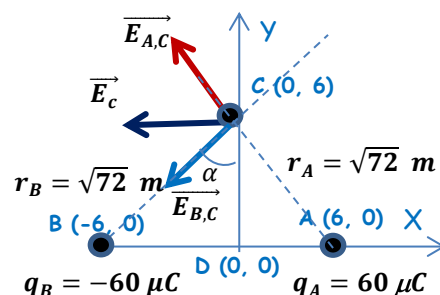
$$\varepsilon_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{(0 - B \cdot S \cdot \cos 0^\circ)}{\Delta t} = -1 \cdot \left[ \frac{0 - (1,5 \cdot 0,01)}{0,01} \right] = 1,5 \text{ V}$$

#### JUNIO 2014

Una carga puntual de  $60 \mu\text{C}$  se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de  $-60 \mu\text{C}$  se fija en el punto (-6,0).

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0,6).

$$\alpha = \arctg \frac{6}{6} = 45^\circ$$



Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes verticales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes horizontales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2 \cdot (\vec{E}_{A,C})_x = -2 K \cdot \frac{q}{(5)^2} \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{i})$$

$$\vec{E}_C = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-5}}{(\sqrt{72})^2} \cdot (\text{sen } 45^\circ \cdot \vec{i}) = -1,06 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

- b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0).

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = \frac{K}{r} \cdot (q_A + q_B) = \frac{9 \cdot 10^9}{6} \cdot (6 \cdot 10^{-5} + (-6 \cdot 10^{-5})) = 0 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Se define el vector campo  $\vec{E}$  o intensidad de campo eléctrico en cualquier punto como la fuerza eléctrica  $\vec{F}$  que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Toda carga situada dentro de un campo eléctrico es sometida a una fuerza:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

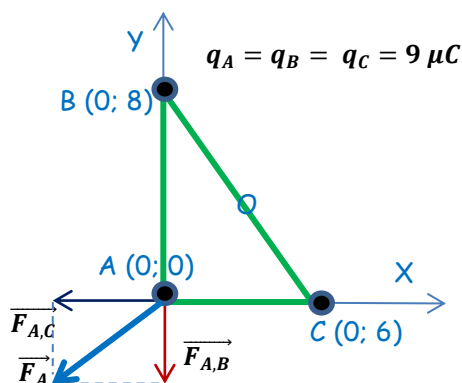
De modo que si la carga es positiva la fuerza y el campo son de la misma dirección y sentido, y si la carga es negativa, la fuerza y el campo son de la misma dirección pero de sentidos contrario. Si el campo es constante, la fuerza a la que se ve sometida la carga  $q$  es constante, por lo que ésta se mueve con m.r.u.a.

### SEPTIEMBRE 2013

Tres cargas iguales, de  $9 \mu\text{C}$  cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm.

DATOS:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

- a) (1 p) Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.



$$\vec{F}_A = \vec{F}_{A,C} + \vec{F}_{A,B} = K \cdot \frac{q_C \cdot q_A}{(r)^2} \cdot (-\vec{i}) + K \cdot \frac{q_B \cdot q_A}{(r')^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{A,B} + \vec{F}_{A,C} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(9 \cdot 10^{-9})^2}{(0,06)^2} \cdot (-\vec{i}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(9 \cdot 10^{-9})^2}{(0,08)^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_A = -2,025 \cdot 10^{-4} \vec{i} - 1,14 \cdot 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_A| = \sqrt{(-2,025 \cdot 10^{-4})^2 + (-1,14 \cdot 10^{-4})^2} = 2,32 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

- b) (1 p) Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.

$$(E_p)_A = (E_p)_{A,C} + (E_p) = K \cdot q_A \cdot \left( \frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9} \cdot \left( \frac{9 \cdot 10^{-9}}{0,06} + \frac{9 \cdot 10^{-9}}{0,08} \right) = 2,126 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$(E_p)_O = (E_p)_{O,C} + (E_p)_{O,B} = K \cdot q_A \cdot \left( \frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9} \cdot \left( \frac{9 \cdot 10^{-9}}{0,05} + \frac{9 \cdot 10^{-9}}{0,05} \right) = 2,916 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$(W_{A \rightarrow O})_{\text{Eléctrica}} = -\Delta E_p = (E_p)_A - (E_p)_O = 2,126 \cdot 10^{-5} - 2,916 \cdot 10^{-5} = -7,9 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

### SEPTIEMBRE 2013

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión:  $B(t) = 3,7 \cdot \cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)$  (en unidades del SI), atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 30 cm.

- a) (1 p) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que  $\theta = 0^\circ$ .



$$\phi(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 3,7 \cdot \cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right) \cdot (0,3)^2 \cdot \cos 0^\circ = 0,333 \cdot \cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (Wb)}$$

- b) (0,5 p) Hallar la fuerza electromotriz inducida en la espira. En caso de que dicha fuerza electromotriz sea una función periódica, hallar su periodo.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{0,333 \cdot \cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)}{dt} = 2,664 \cdot \sin\left(8t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (V)}$$

La f.e.m. inducida es periódica, con un período

$$\omega = 8 \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 8 \Rightarrow T = \frac{\pi}{4} \text{ s} = 0,785 \text{ s}$$

- c) (0,5 p) Enunciar y discutir brevemente los posibles efectos de un campo magnético sobre una carga en movimiento.

Las cargas eléctricas que se mueven dentro de campos magnéticos experimentan la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

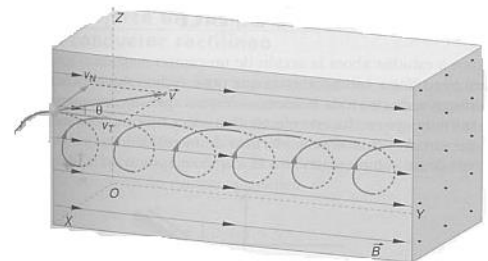
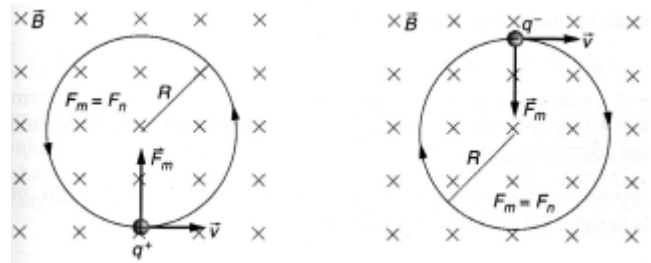
Según la orientación relativa de los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{v}$  pueden presentarse los siguientes casos:

- Velocidad paralela a  $\vec{B}$ : Sobre la partícula cargada no aparece ninguna fuerza, por lo que la partícula cargada se moverá con movimiento rectilíneo uniforme de velocidad  $\vec{v}$
- Velocidad perpendicular a  $\vec{B}$ : Sobre la partícula actúa una fuerza de módulo constante ( $F = q \cdot v \cdot B$ ) y de dirección perpendicular a  $\vec{B}$  y  $\vec{v}$  en todo momento (el sentido viene dado por la regla del sacacorchos si la carga es positiva, y de sentido contrario a la regla del sacacorchos si la carga es negativa).

La partícula efectúa un movimiento circular uniforme donde la fuerza magnética (fuerza de Lorentz) es la fuerza centrípeta:

$$F_c = m \cdot a_n \Rightarrow q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

- Velocidad que forma un ángulo  $\theta$  con  $\vec{B}$ : En este caso sobre la partícula actúa una fuerza  $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$ . La velocidad se descompone en una componente paralela a  $\vec{B}$  responsable del avance de la partícula ( $v_T = v \cdot \cos \theta$ ), no afectada por la fuerza magnética y una componente perpendicular a  $\vec{B}$  responsable del giro de la misma ( $v_N = v \cdot \sin \theta$ ). La partícula seguirá una trayectoria helicoidal.



## JUNIO 2013

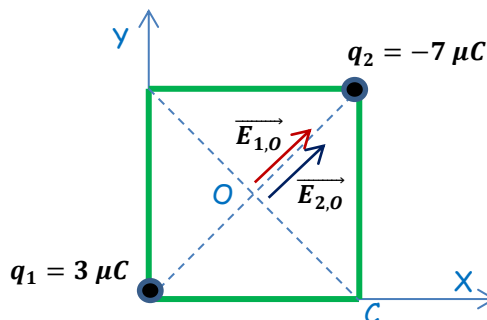
Dos cargas eléctricas, 1 y 2, de cargas  $+3.0 \mu\text{C}$  y  $-7.0 \mu\text{C}$ , respectivamente, se encuentran fijas y situadas en dos vértices opuestos de un cuadrado de lado igual a 50 cm.

DATOS:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

- a) (1 p) Hallar y dibujar el campo eléctrico en el centro del cuadrado.

La distancia entre los vértices del cuadrado y el centro es:

$$r = \frac{\sqrt{0,5^2 + 0,5^2}}{2} = 0,353 \text{ m}$$



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{1,O} + \vec{E}_{2,O} = K \cdot \frac{q_1}{(r)^2} \cdot (\cos 45^\circ \cdot \vec{i} + \sin 45^\circ \cdot \vec{j}) + K \cdot \frac{q_2}{(r)^2} \cdot (\cos 45^\circ \cdot \vec{i} + \sin 45^\circ \cdot \vec{j})$$

$$\vec{E}_O = K \cdot \frac{(q_1 + q_2)}{(r)^2} \cdot (\cos 45^\circ \cdot \vec{i} + \sin 45^\circ \cdot \vec{j})$$

$$\vec{E}_O = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-5}}{(0,353)^2} \cdot (\cos 45^\circ \cdot \vec{i} + \sin 45^\circ \cdot \vec{j}) = 5,11 \cdot 10^5 \vec{i} + 5,11 \cdot 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$|\vec{E}_O| = \sqrt{(5,11 \cdot 10^5)^2 + (5,11 \cdot 10^5)^2} = 7,23 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

NOTA: Las componentes vectoriales del campo dependen de los vértices elegidos, no el módulo.

- b) (0,5 p) Hallar el trabajo necesario para llevar una carga de  $0,6 \mu\text{C}$  desde el punto anterior hasta uno de los vértices libres del cuadrado.

$$V_O = V_{1,O} + V_{2,O} = K \cdot \left( \frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r} \right) = \frac{K}{r} \cdot (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{0,353} \cdot (3 \cdot 10^{-6} + -7 \cdot 10^{-6}) = -1,02 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_C = V_{1,C} + V_{2,C} = K \cdot \left( \frac{q_1}{L} + \frac{q_2}{L} \right) = \frac{K}{L} \cdot (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{0,5} \cdot (3 \cdot 10^{-6} + -7 \cdot 10^{-6}) = -7,2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$(W_{O \rightarrow C})_{F_{el\u00e9ctrica}} = q' \cdot (V_O - V_C) = 0,6 \cdot 10^{-6} \cdot (-1,02 \cdot 10^5 - (-7,2 \cdot 10^4)) = -0,018 \text{ J}$$

Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

- c) (0,5 p) Enunciar y explicar el principio de superposición.

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico,  $\vec{E}$ , en un punto debido a un sistema de cargas puntuales es igual a la suma de las intensidades de campo debidos a cada una de las cargas  $q_i$  del sistema. Además, el campo creado en dicho punto por cada carga  $q_i$  es el mismo que si las demás cargas del sistema no existieran:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E}_i$$

Este principio puede ser aplicado también a la fuerza electrostática, al potencial electrostático y a la energía potencial electrostática, siendo en estos últimos dos casos una suma escalar.

## JUNIO 2013

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión,  $B(t) = 1,8 \cdot \text{sen}(8t)$  (en unidades del SI), atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 40 cm.

- a) (1 p) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que  $\theta = 0^\circ$ .

$$\phi(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 1,8 \cdot \text{sen}(8t) \cdot \pi \cdot (0,4)^2 \cdot \cos 0^\circ = 0,9 \cdot \text{sen}(8 \cdot t) \text{ (Wb)}$$

- b) (1 p) Hallar la fuerza electromotriz máxima.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{\text{ind}} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d(0,9 \cdot \text{sen}(8 \cdot t))}{dt} = -7,2 \cdot \cos(8 \cdot t) \text{ (V)}$$

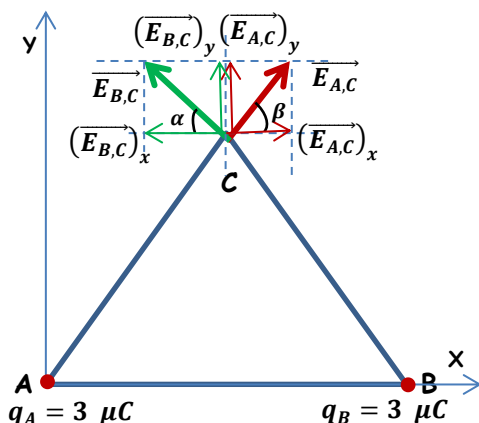
$$(\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} \Rightarrow \cos(8 \cdot t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} = \pm 7,2 \text{ V}$$

## SEPTIEMBRE 2012

En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 9 m se sitúan dos cargas eléctricas puntuales iguales de carga  $3 \mu\text{C}$ .

DATOS:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el vértice libre C del triángulo.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = 9 \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = 60^\circ$$

Por simetría el campo tendrá solo componente  $\vec{j}$ , ya que las componentes  $\vec{i}$  se anulan entre sí. Además las componentes  $\vec{j}$  de los campos creados por ambas cargas serán iguales.

Por lo tanto:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = 2 \cdot K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot (\text{sen } 60^\circ \vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{9^2} \cdot 0,87 \vec{j} = 577,35 \vec{j} \text{ N/C} \Rightarrow |\vec{E}_C| = 577,35 \text{ N/C}$$

Las componentes del vector cambian según el vértice elegido, pero el módulo no.

- b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en dicho vértice libre C.

El potencial creado por ambas cargas es igual, ya que ambas son del mismo valor y se encuentran a la misma distancia.

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = 2 \cdot K \cdot \frac{q}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{9} = 6 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El valor del potencial es el mismo sea cual sea el vértice elegido.

- c) (0,5 p) Hallar el trabajo que debe realizarse para llevar una partícula puntual de carga  $-2 \mu\text{C}$  desde el punto C hasta el infinito e interpretar físicamente su signo.

Teniendo en cuenta que el potencial eléctrico en el infinito es cero, el trabajo necesario es:

$$(W_{A \rightarrow \infty})_{\text{eléctrica}} = q' \cdot (V_A - V_{\infty}) = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (6 \cdot 10^3 - 0) = -0,012 \text{ J}$$

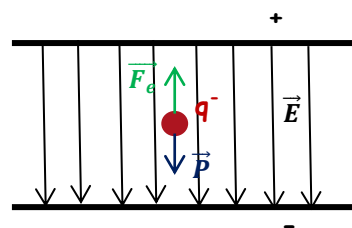
El signo negativo indica que el proceso no es espontáneo, es necesaria una fuerza externa para trasladar la carga. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

### SEPTIEMBRE 2012

Dos placas metálicas cargadas eléctricamente están dispuestas horizontalmente separadas una distancia de 20 cm, creando en su interior un campo eléctrico uniforme de  $2,50 \cdot 10^4 \text{ N.C}^{-1}$ . Una microgota de aceite de masa igual a  $5,1 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$  de masa, cargada negativamente, se encuentra en equilibrio suspendida de un punto equidistante de ambas placas.

- a) (1 p) Hallar la diferencia de potencial entre las placas, indicando cuál de ellas está cargada positivamente.

Necesitamos una fuerza eléctrica en sentido hacia arriba para compensar el peso de la microgota. Teniendo en cuenta que la relación entre la fuerza eléctrica y el campo eléctrico es:  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ , y que la carga es negativa, el campo debe estar dirigido hacia abajo. Por lo tanto la placa positiva debe ser la de arriba.



$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = E \cdot d = 2,5 \cdot 10^4 \cdot 0,2 = 5000 \text{ V}$$

- b) (0,5 p) Hallar la carga eléctrica depositada en la gota.

$$F_e = P \Rightarrow q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{5,1 \cdot 10^{-14} \cdot 9,8}{2,5 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 2 \text{ nC}$$

Como sabemos, la gota está cargada negativamente, por lo tanto:  $q = -2 \text{ nC}$

- c) (0,5 p) Describir brevemente el efecto de un campo magnético sobre una carga eléctrica en reposo y sobre la misma carga en movimiento.

Un campo magnético no tiene ningún efecto sobre una partícula cargada eléctricamente si está en reposo.

Las cargas eléctricas que se mueven dentro de campos magnéticos experimentan la fuerza de Lorentz. Esta fuerza depende de los siguientes factores:

- Del valor de la carga  $q$  y de la velocidad  $v$  con que esta carga se mueve.
- De la inducción de campo magnético,  $\vec{B}$
- Del ángulo que formen entre sí la dirección del movimiento con la dirección del campo. La fuerza es máxima cuando la partícula se mueve perpendicularmente al campo y nula cuando la partícula se mueve paralelamente al campo.

Además se puede observar que:

- La fuerza magnética es perpendicular tanto a  $\vec{v}$  como a  $\vec{B}$ . Por consiguiente es perpendicular al plano formado por estos dos vectores.
- La fuerza magnética sobre una carga positiva tiene sentido opuesto al de la fuerza que actúa sobre una carga negativa que se mueve en el mismo sentido en el mismo campo.

Todos estos factores quedan englobados en la siguiente expresión matemática, conocida como Ley de Lorentz:

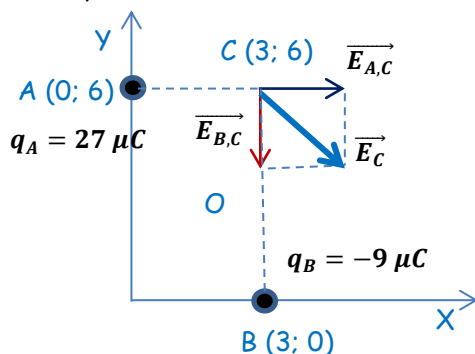
$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{cuyo módulo es } F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

### JUNIO 2012

Una carga puntual de  $27 \mu\text{C}$  se sitúa en el punto (0, 6) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de  $-9 \mu\text{C}$  se fija en el punto (3, 0).

DATOS:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ .

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (3, 6).



$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,C})^2} \cdot \vec{i} + K \cdot \frac{q_B}{(r_{B,C})^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{27 \cdot 10^{-6}}{(3)^2} \cdot \vec{i} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-6}}{(6)^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 27000 \vec{i} - 2250 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$|\vec{E}_C| = \sqrt{(27000)^2 + (-2250)^2} = 27093,6 \text{ N/C}$$

- b) (1 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (3, 6).

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{27 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{(-9 \cdot 10^{-6})}{6} \right) = 67500 \text{ V}$$

### JUNIO 2012

Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión,  $B(t) = 0,7 \cdot \sin(6t)$  (unidades S.I.), atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 20 cm.

- a) (0,5 p) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo  $\theta$  el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que  $\theta = 0^\circ$ .

$$\phi(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 0,7 \cdot \sin(6t) \cdot \pi \cdot (0,2)^2 \cdot \cos 0^\circ = 0,088 \cdot \sin(6 \cdot t) \text{ (Wb)}$$

- b) (1 p) Hallar la fuerza electromotriz máxima.

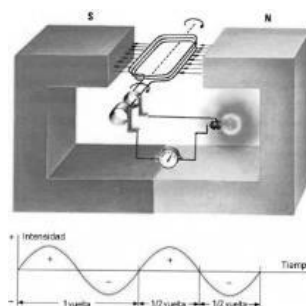
Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d(0,088 \cdot \sin(6 \cdot t))}{dt} = -0,528 \cdot \cos(6 \cdot t) \text{ (V)}$$

$$(\varepsilon_{ind})_{\max} \Rightarrow \cos(6 \cdot t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{ind})_{\max} = \pm 0,528 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Describa los fundamentos de la obtención de energía eléctrica mediante el principio de inducción de Faraday.

Los generadores industriales de corriente emplean bobinas que giran dentro de un campo magnético. Conforme giran, el flujo a través de dichas bobinas cambia, originándose entre ellas una corriente eléctrica.



Para una bobina de N espiras:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(B \cdot S \cdot \cos \alpha)}{dt} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\varepsilon_{\text{máx}} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega = N \cdot B \cdot S \cdot 2\pi \cdot f$$

Donde  $\omega$  y  $f$  son, respectivamente la velocidad angular y la frecuencia de giro de la bobina.

## SEPTIEMBRE 2011

- a) (1 p) Explicar en qué condiciones una partícula situada dentro de un campo magnético no sufre una fuerza magnética sobre ella.

Cuando una partícula cargada entra en una zona del espacio donde existe un campo magnético experimenta una fuerza, conocida como fuerza de Lorentz, dada por la expresión:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Para que la fuerza sea nula debe darse una de estas tres condiciones:

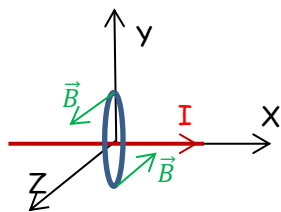
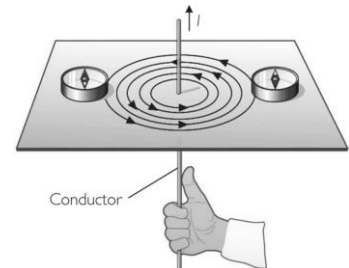
- La partícula no tiene que tener carga eléctrica.
- La partícula, aunque tenga carga eléctrica, esté en reposo.
- La dirección del vector velocidad de la partícula cargada eléctricamente debe ser paralela a la del vector intensidad de campo magnético.

- b) (0,5 p) Una corriente eléctrica de 3 A circula por un cable muy largo que coincide con el eje X. ¿Cuál es la dirección del campo magnético que crea en cualquier punto del eje Y?

El campo creado por una corriente rectilínea en los puntos de su entorno, está dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}$$

Las líneas de campo son concéntricas y su sentido se determina mediante la regla de la mano derecha: se coge el conductor con la mano derecha de manera que el pulgar apunte en el sentido de la corriente, los demás dedos rodearán el conductor en el mismo sentido que las líneas de campo.



Si el conductor coincide con el eje X y la corriente circula en sentido positivo, el campo magnético en los puntos del eje Y positivo es perpendicular al papel (eje Z) y sentido saliente (Z+), mientras que para los puntos del eje Y negativo, es perpendicular al papel (eje Z) y sentido entrante (Z-).

- c) (0,5 p) ¿Cuál es el valor del campo magnético en un punto del eje Y a 2 m del origen?

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 2} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

## SEPTIEMBRE 2011

Una espira circular se conecta a un amperímetro.  
Razonar las respuestas.

- a) (0,5 p) ¿Se induce una corriente eléctrica al acercar un imán a la espira?

Se induce corriente en un conductor siempre que se produce una variación del flujo magnético que lo atraviesa con el tiempo. El flujo magnético se define como:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

En este caso si se produce corriente inducida ya que al acercar el imán aumenta el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (aumenta la intensidad de campo), por lo que aumenta el flujo con el tiempo.

- b) (0,5 p) ¿Y al alejarlo?

En este caso también se produce corriente inducida ya que al alejar el imán disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (disminuye la intensidad de campo), con lo que disminuye el flujo con el tiempo. La corriente inducida tiene sentido contrario al del caso anterior.

- c) (0,5 p) ¿Influye la velocidad a la que se mueve el imán en la intensidad que marca el amperímetro?

Sí, ya que según la ley de Faraday-Henry la f.e.m. inducida, y por lo tanto la intensidad de la corriente inducida, depende del ritmo al que varía el flujo magnético:

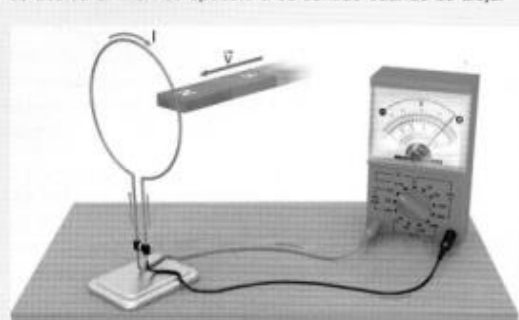
$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

El signo negativo indica que La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina.

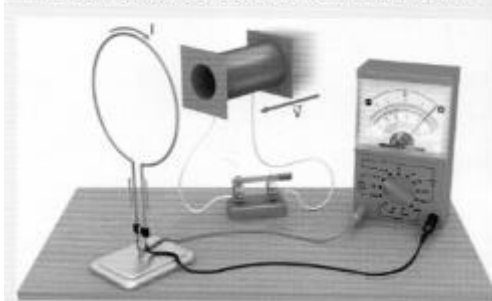
- d) (0,5 p) Y si se mueve la espira pero permanece fijo el imán, ¿se inducirá una corriente en la espira?

En este caso también se produce corriente inducida ya que al acercar o alejar la espira del imán aumenta o disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (aumenta o disminuye la intensidad de campo), con lo que se produce una variación del flujo con el tiempo.

Si se acerca o se aleja un imán a la espira, el galvanómetro detectará el paso de corriente eléctrica por ella mientras el imán está en movimiento. El sentido de la corriente cuando se acerca el imán es opuesto a su sentido cuando se aleja.



Si se mantiene fijo el imán y se mueve la espira, el resultado es el mismo: aparece una corriente inducida mientras haya un movimiento relativo entre la espira y el imán. Si se sustituye el imán por un solenoide, se obtienen los mismos resultados.





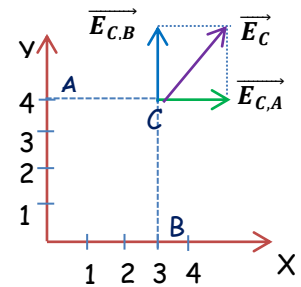
## JUNIO 2011

Una carga puntual de 9 nC se sitúa fija en el punto (0,4) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de 16 nC se sitúa fija en el punto (3,0).

**DATOS:**  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$      $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$   
Considerar el origen de potenciales en el infinito.

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (3,4).

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = K \cdot \frac{q_1}{(r_{AC})^2} \cdot (\vec{i}) + K \cdot \frac{q_2}{(r_{BC})^2} \cdot (\vec{j})$$
$$\vec{E}_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-9}}{(3)^2} \cdot (\vec{i}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{16 \cdot 10^{-9}}{(4)^2} \cdot (\vec{j}) = 9 \vec{i} + 9 \vec{j} \text{ N/C}$$

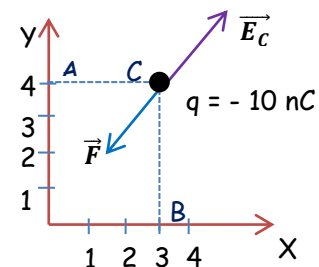


- b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (4,3).

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{9 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{16 \cdot 10^{-9}}{4} \right) = 63 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga  $q = -10 \text{ nC}$  situada en el punto (4,3).

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -10^{-8} \cdot (9 \vec{i} + 9 \vec{j}) = -9 \cdot 10^{-8} \vec{i} - 9 \cdot 10^{-8} \vec{j} \text{ N}$$



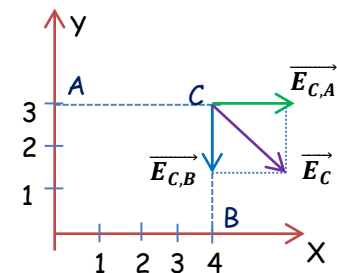
## SEPTIEMBRE 2010

Una carga puntual de 16 nC se sitúa fija en el punto (0,3) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de -9 nC se sitúa fija en el punto (4,0).

**DATOS:**  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$      $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$   
Considerar el origen de potenciales en el infinito.

- a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (4,3).

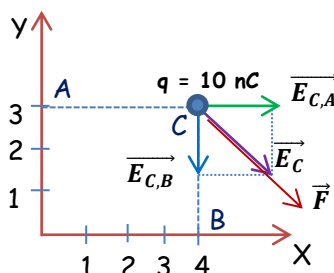
$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = K \cdot \frac{q_1}{(r_{AC})^2} \cdot (\vec{i}) + K \cdot \frac{q_2}{(r_{BC})^2} \cdot (-\vec{j})$$
$$\vec{E}_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{16 \cdot 10^{-9}}{(4)^2} \cdot (\vec{i}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-9}}{(3)^2} \cdot (-\vec{j}) = 9 \vec{i} - 9 \vec{j} \text{ N/C}$$



- b) (0,5 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (4,3).

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{16 \cdot 10^{-9}}{4} + \frac{-9 \cdot 10^{-9}}{3} \right) = 9 \text{ V}$$

- c) (0,5 p) Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga  $q = 10 \text{ nC}$  situada en el punto (4,3).



$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = 10^{-8} \cdot (9 \vec{i} - 9 \vec{j}) = 9 \cdot 10^{-8} \vec{i} - 9 \cdot 10^{-8} \vec{j} \text{ N/C}$$

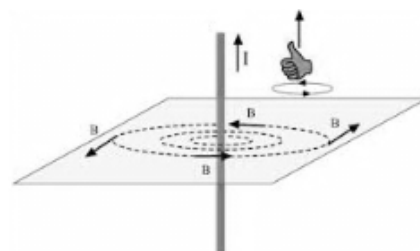
## SEPTIEMBRE 2010

Por un hilo de cobre muy largo y rectilíneo circulan 10 A.

DATOS: permeabilidad magnética del vacío =  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}$

- a) (0,5 p) Dibujar las líneas del campo magnético generado por el hilo.

Las líneas de campo son concéntricas y su sentido se determina mediante la regla de la mano derecha: se coge el conductor con la mano derecha de manera que el pulgar apunte en el sentido de la corriente, los demás dedos rodearán el conductor en el mismo sentido que las líneas de campo.



- b) (1 p) Calcular el valor del campo magnético a 1 m del hilo.

Según la ley de Biot-Savart el campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia d del conductor es:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

- c) (0,5 p) Si se coloca a 1 m del hilo una espira cuadrada de 1 cm de lado, ¿se inducirá una corriente eléctrica en la espira? Razonar la respuesta.

No, ya que el flujo total que la atraviesa es constante con el tiempo. Aunque el campo magnético sobre la espira no es uniforme (ya que depende de la distancia al conductor), en todo momento la espira es atravesada por el mismo flujo.

## JUNIO 2010

Un electrón se mueve en línea recta con velocidad constante  $\vec{v} = 5\vec{i} \text{ m/s}$  bajo la acción de un campo magnético y un campo eléctrico uniformes. El campo magnético es  $\vec{B} = 0,1\vec{j} \text{ T}$ .

DATOS:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

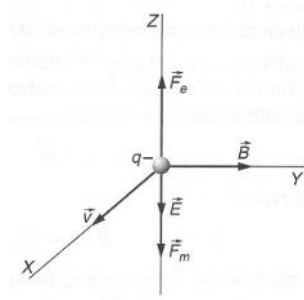
- a) (1 p) Calcula el valor y la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre el electrón

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \end{vmatrix} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,5\vec{k}) = -8 \cdot 10^{-20} \vec{k} \text{ N}$$

- b) (1 p) Calcula el valor y la dirección del campo eléctrico

Para que el electrón se mueva en línea recta la fuerza neta sobre él debe ser nula. Por lo que la fuerza eléctrica debe tener el mismo módulo y dirección que la fuerza magnética, pero sentido contrario.

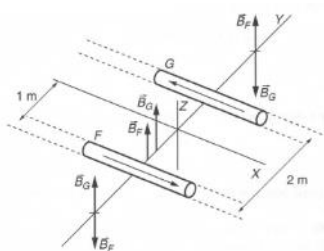
$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m \Rightarrow q \cdot \vec{E} = -\vec{F}_m \Rightarrow \vec{E} = \frac{-\vec{F}_m}{q} = \frac{-(-8 \cdot 10^{-20} \vec{k})}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = -0,5 \vec{k} \text{ N/C}$$



## JUNIO 2009

Sean dos cables conductores rectilíneos, situados en el plano OXY, paralelos al eje OX y tan largos que se pueden considerar indefinidos. La distancia entre los cables es de 2 m y ambos distan 1 m del eje OX, como indica la figura. Por el cable F circulan 10 A, y por el G, 20 A en sentido contrario:

- a) (0,5 p) ¿Cuál es la dirección del campo magnético total creado por los cables en cualquier punto del eje OY?



- b) (1 p) Halla en qué punto del eje OY el campo magnético total es nulo

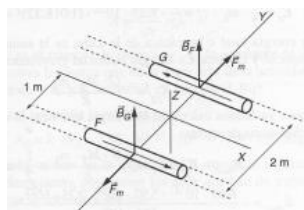
El campo sólo puede anularse a la izquierda del conductor F. Aunque a la derecha del conductor G los campos son de sentido contrario,  $B_G$  es siempre mayor que  $B_F$ , ya que la corriente que circula por G es mayor y el punto se encuentra más cerca de G.

Por lo tanto:

$$B_F = B_G \Rightarrow \frac{\mu_0 \cdot I_F}{2\pi \cdot x} = \frac{\mu_0 \cdot I_G}{2\pi \cdot (2 + x)} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{20}{(2 + x)} \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

**El campo es nulo 2 m a la izquierda del conductor F**

- c) (0,5 p) ¿Es la fuerza magnética que cada conductor ejerce sobre el otro atractiva o repulsiva?



Entre ambos conductores se ejercen **fuerzas repulsivas**, como puede verse en el diagrama, debido a que las corrientes circulan en sentido contrario.

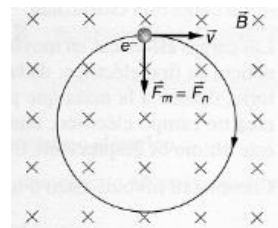
## SEPTIEMBRE 2009

Un protón (p+) y un electrón (e-) describen sendas órbitas circulares en el plano OXY con igual velocidad, bajo la acción de un campo magnético uniforme de valor  $B = 0,1 \text{ T}$  y dirección OZ. El radio de la órbita del protón es de 20 cm.

**DATOS:** carga del protón = - carga del electrón =  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; masa del electrón =  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; masa del protón =  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

- a) (0,5 p) Hallar la velocidad del protón.

El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del electrón. Debido a esto último, la fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al electrón a seguir una trayectoria circular.



$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{centrípeta}} = m \cdot a_n \Rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R \cdot \sin \alpha}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot \sin 90^\circ}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 1,92 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- b) (0,5 p) Hallar el radio de la órbita del electrón.

El electrón también se ve sometido a la fuerza de Lorentz y describe un movimiento circular uniforme, cuyo radio es:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot \sin \alpha} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,92 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1 \cdot \sin 90^\circ} = 1,09 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

- c) (1 p) Hallar el periodo del movimiento del protón y el del electrón.

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow \begin{cases} T_p = \frac{2\pi \cdot R_p}{v_p} = \frac{2\pi \cdot 0,2}{1,92 \cdot 10^6} = 6,54 \cdot 10^{-7} \text{ s} \\ T_e = \frac{2\pi \cdot R_e}{v_e} = \frac{2\pi \cdot 1,09 \cdot 10^{-4}}{1,92 \cdot 10^6} = 3,57 \cdot 10^{-10} \text{ s} \end{cases}$$

### SEPTIEMBRE 2009

Dos cargas se encuentran en el vacío, fijas en la posición que indica la figura. El campo eléctrico total que crean las dos cargas en el punto A es  $9\vec{i} + 1,08\vec{j} \text{ N/C}$  y el valor de  $q_1$  es 5 nC.

DATOS:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$   $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$ .

- a) (0,5 p) Calcular el valor de  $q_2$ .

La carga 2 solo crea campo en la componente X, por lo que la componente X del campo total tiene que ser la suma de las componentes X de los campos creados por ambas cargas:

$$\vec{E}_x = \vec{E}_{x1} + \vec{E}_{x2}$$

$$9\vec{i} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{25} \cdot \cos 36,87^\circ \vec{i} + \vec{E}_{x2} \Rightarrow \vec{E}_{x2} = 7,56 \vec{i} \text{ N/C}$$

Por lo tanto la carga  $q_2$  es positiva. Su valor es:

$$E_{2x} = K \cdot \frac{q_2}{(r_{2A})^2} \Rightarrow q_2 = r_{2A} \cdot \sqrt{\frac{E_{2x}}{K}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{7,56}{9 \cdot 10^9}} = 8,7 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

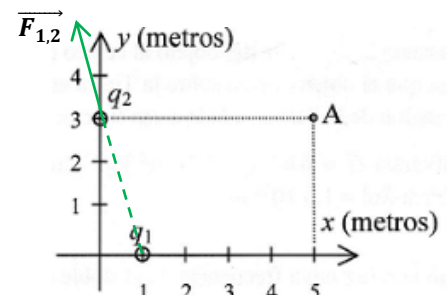
- b) (0,5 p) Calcular el valor y la dirección de la fuerza que la carga  $q_1$  ejerce sobre  $q_2$ .

$$\vec{F}_{1,2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{1,2}^2} (-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j})$$

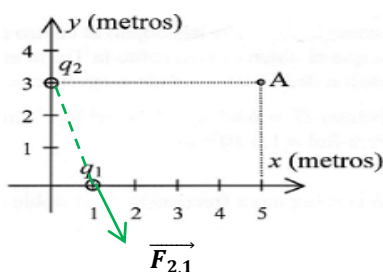
$$\vec{F}_{1,2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 8,7 \cdot 10^{-5}}{10} (-\cos 71,56^\circ \vec{i} + \sin 71,56^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_{1,2} = -1,24 \cdot 10^{-4} \vec{i} + 3,71 \cdot 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_{1,2}| = 3,91 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$



- c) (0,5 p) Calcular el valor y la dirección de la fuerza que la carga  $q_2$  ejerce sobre  $q_1$ .



Debido al principio de acción y reacción la fuerza es igual pero en sentido contrario:

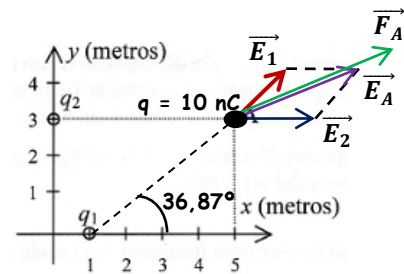
$$\vec{F}_{2,1} = 1,24 \cdot 10^{-4} \vec{i} - 3,71 \cdot 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_{2,1}| = 3,91 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

(0,5 p) Calcular la fuerza total sobre una carga de 10 nC situada en el punto A.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = 10^{-8} \cdot (9\vec{i} + 1,08\vec{j}) = 9 \cdot 10^{-8} \vec{i} + 1,08 \cdot 10^{-8} \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}| = 9,06 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$



### JUNIO 2009

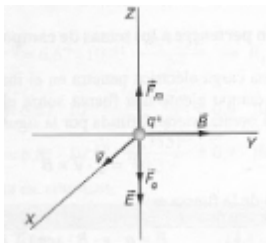
Una carga puntual de 2  $\mu\text{C}$  realiza un movimiento rectilíneo uniforme con velocidad  $\vec{v} = 2\vec{i} \text{ m/s}$  en una región donde existen un campo eléctrico y un campo magnético uniformes. El campo magnético es  $\vec{B} = 5\vec{j} \text{ T}$ .

a) (0,5 p) Calcula el valor y la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre la carga.

La partícula se ve sometida a la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (10\vec{k}) = 2 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ N}$$

b) (1 p) Calcula el valor y la dirección del campo eléctrico.



Para que el electrón se mueva en línea recta la fuerza neta sobre él debe ser nula. Por lo que la fuerza eléctrica debe tener el mismo módulo y dirección que la fuerza magnética, pero sentido contrario.

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m \Rightarrow q \cdot \vec{E} = -\vec{F}_m \Rightarrow \vec{E} = \frac{-\vec{F}_m}{q} = \frac{-(2 \cdot 10^{-5} \vec{k})}{2 \cdot 10^{-6}} = -10 \vec{k} \text{ N/C}$$

c) (0,5 p) Calcula el trabajo que el campo eléctrico realiza sobre la carga cuando esta se desplaza desde el origen al punto ( $x = 5$ ;  $y = 0$ ;  $z = 0$ ) m.

La fuerza eléctrica es en todo momento perpendicular al desplazamiento, por lo tanto:

$$W = \vec{F}_e \cdot \vec{\Delta x} = 0 \text{ J}$$