



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2016

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

- Dos cuerpos, A y B, de masas 7000 kg y 28000 kg, respectivamente, se encuentran fijos y situados en dos vértices contiguos de un cuadrado de lado igual a 200 m.
 - [1 PUNTO] Hallar el campo gravitatorio en el centro del cuadrado.
 - [1 PUNTO] Hallar el trabajo necesario para llevar una masa de 10^8 kg desde el centro del cuadrado hasta el vértice libre del cuadrado más próximo al cuerpo B.
- Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $2.0 \cdot 10^2 \text{ N m}^{-1}$ y un cuerpo de masa 5 kg.
 - [1 PUNTO] Si el desplazamiento del cuerpo viene descrito por la ecuación
$$x(t) = 2 \cos(\omega t + \phi)$$
hallar los valores del periodo de oscilación T y de ϕ , sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ su velocidad es máxima $v(t=0) = v_{\max}$.
 - [1 PUNTO] La velocidad que tiene la masa en el punto central de la trayectoria.
- El índice de refracción del diamante es de 2.5 y el índice de refracción de la glicerina es de 1.47.
 - [1 PUNTO] Hallar el ángulo límite entre el diamante y la glicerina.
 - [0,5 PUNTOS] Si la glicerina se sustituye por aire, hallar si el nuevo ángulo límite es mayor o menor que el anterior.
 - [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el fundamento físico del funcionamiento de la fibra óptica.
- Una espira circular de sección 50 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo $B = 30 \text{ T}$, siendo el eje perpendicular al plano de la espira y que pasa por el centro de la misma inicialmente paralelo a las líneas del campo magnético.
 - [1 PUNTO] Si la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con una frecuencia de 40 Hz, determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.
 - [1 PUNTO] Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme hasta hacerse nulo en 0.02 s, determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.

Datos: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$.

- Luz ultravioleta de longitud de onda 170 nm incide sobre una superficie pulida de zinc cuya función de trabajo es de 4.31 eV.
 - [1 PUNTO] Hallar, en su caso, la velocidad máxima de los electrones emitidos.
 - [1 PUNTO] Hallar la frecuencia umbral del zinc.

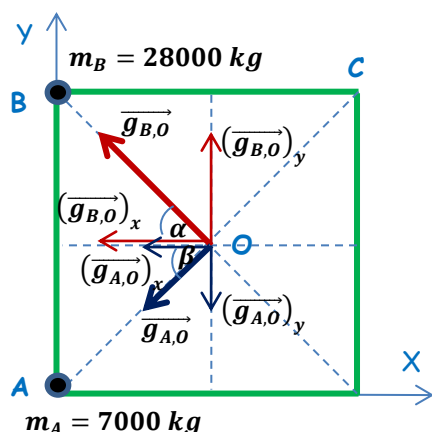
Datos: Equivalencia eV-J $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Dos cuerpos, A y B, de masas 7000 kg y 28000 kg, respectivamente, se encuentran fijos y situados en dos vértices contiguos de un cuadrado de lado igual a 200 m.

a) (1 p) Hallar el campo gravitatorio en el centro del cuadrado.



La distancia entre los vértices del cuadrado y el centro es:

$$r = \frac{\sqrt{200^2 + 200^2}}{2} = 141,42 \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = 45^\circ$$

$$\vec{g}_O = \vec{g}_{A,O} + \vec{g}_{B,O}$$

$$\vec{g}_O = G \cdot \frac{m_A}{r^2} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + G \cdot \frac{m_B}{r^2} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j})$$

$$\vec{g}_O = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7000}{(141,42)^2} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{28000}{(141,42)^2} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j})$$

$$\vec{g}_O = -8,25 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 4,95 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N/C}$$

$$|\vec{g}_O| = \sqrt{(-8,25 \cdot 10^{-11})^2 + (4,95 \cdot 10^{-11})^2} = 9,62 \cdot 10^{-11} \text{ N/C}$$

Las componentes del vector cambian en función de los vértices elegidos, pero el módulo no.

b) (1 p) Hallar el trabajo necesario para llevar una masa de 10^8 kg desde el centro del cuadrado hasta el vértice libre del cuadrado más próximo al cuerpo B.

Calculamos el potencial gravitatorio que las masas A y B crean en ambos puntos (también se puede hacer con las energías potenciales):

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = -G \cdot \left(\frac{m_1}{r} + \frac{m_2}{r} \right) = -\frac{G}{r} \cdot (m_1 + m_2) = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{141,42} \cdot (35000) = -1,65 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}$$

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = -G \cdot \left(\frac{m_1}{d} + \frac{m_2}{L} \right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{7000}{282,84} + \frac{28000}{200} \right) = -1,1 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}$$

$$(W_{O \rightarrow C})_{F \text{ gravitatoria}} = m' \cdot (V_O - V_C) = 10^8 \cdot (-1,65 \cdot 10^{-8} - (-1,1 \cdot 10^{-8})) = -0,55 \text{ J}$$

Para trasladar la masa es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la masa trasladada en forma de energía potencial gravitatoria.

2.- Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $2,0 \cdot 10^2 \text{ N.m}^{-1}$ y un cuerpo de masa 5 kg.

- a) (1 p) Si el desplazamiento del cuerpo viene descrito por la ecuación: $x(t) = 2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$. Hallar los valores del periodo de oscilación, T, y de φ_0 , sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ su velocidad, es máxima: $v(t = 0) = v_{\text{máx}}$.

Para una masa unida a un muelle se cumple:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_R &= -K \cdot \vec{x} \\ \vec{F} &= m \cdot \vec{a} = m \cdot (-\omega^2 \cdot \vec{x}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow K = m \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{5}{2,0 \cdot 10^2}} = 1 \text{ s}$$

Derivando la ecuación de la elongación obtenemos la velocidad de vibración:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -2\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0); \quad v_{\text{máx}} \Rightarrow \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = \pm 1 \Rightarrow v_{\text{máx}} = \pm 2\omega$$

Sabemos que:

$$v(t = 0) = v_{\text{máx}} \Rightarrow -2\omega \cdot \sin(\varphi_0) = \pm 2\omega \Rightarrow \sin(\varphi_0) = \pm 1 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} \pi/2 \text{ rad} \\ 3\pi/2 \text{ rad} \end{cases}$$

- b) (1 p) La velocidad que tiene la masa en el punto central de la trayectoria.

La variación de la velocidad con la posición en un m.a.s. está dada por la expresión:

$$v(x) = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v(x = 0) = \pm \omega \cdot A = \pm \frac{2\pi}{T} \cdot A = \pm \frac{2\pi}{1} \cdot 2 = \pm 12,57 \text{ m/s}$$

3.- El índice de refracción del diamante es de 2,5 y el índice de refracción de la glicerina es de 1,47.

- a) (1 p) Hallar el ángulo límite entre el diamante y la glicerina.

Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90° . Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90° . Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total. Aplicamos la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow 2,5 \cdot \sin \hat{i}_l = 1,47 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \hat{i}_l = 36^\circ$$

- b) (0,5 p) Si la glicerina se sustituye por aire, hallar si el nuevo ángulo límite es mayor o menor que el anterior.

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow n_1 \cdot \sin \hat{i}_l = n_2 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \hat{i}_l = \arcsen \frac{n_2}{n_1}$$

Como el índice de refracción del aire ($n_2 = 1$) es menor que el de la glicerina ($n_2 = 1,47$), el ángulo límite con el aire será menor.

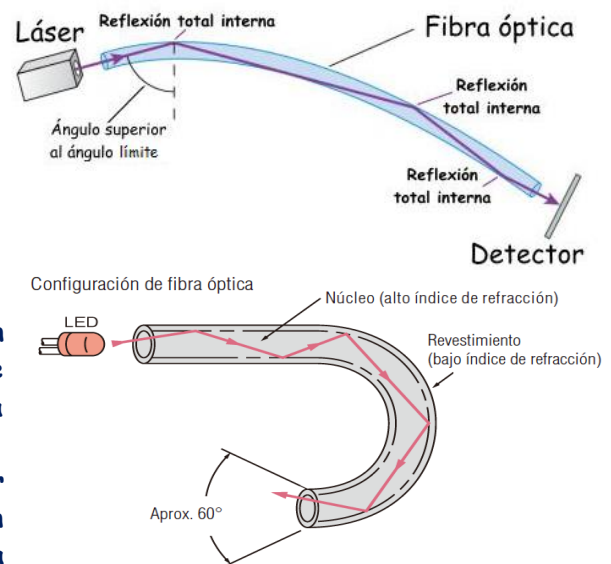
$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow 2,5 \cdot \sin \hat{i}_l = 1 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \hat{i}_l = 23,6^\circ$$

- c) (0,5 p) Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.

Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90° . Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90° . Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total.

La fibra óptica es un medio de transmisión empleado habitualmente en redes de datos; un hilo muy fino de material transparente, vidrio o materiales plásticos, con un índice de refracción mayor que el del aire o del recubrimiento, por el que se envían pulsos de luz que representan los datos a transmitir. El haz de luz queda completamente confinado y se propaga por el interior de la fibra con un ángulo de reflexión por encima del ángulo límite de reflexión total, en función de la ley de Snell. La fuente de luz puede ser láser o un LED. Entre las ventajas de la fibra óptica podemos destacar:

- La velocidad de transmisión de datos por fibra óptica es mucho más rápida. Si en un sistema normal podemos alcanzar una velocidad máxima de apenas 100 Mb/s, en uno de fibra óptica se ha llegado tradicionalmente a 10 Gb/s.
- Mejor ancho de banda (cantidad de información que se puede enviar en una misma unidad de tiempo). Si conectas muchos equipos a la vez a una red inalámbrica o red por cable, obtendrías mucha menor velocidad para cada uno, mientras que con la fibra podrías conectar más equipos sin ver limitadas tus opciones.
- Las redes por fibra óptica evitan las interferencias electromagnéticas, lo que evitará problemas de bajada de la velocidad, cortes de la conexión, etc.
- Más seguridad de red: en una de fibra óptica el intrusismo se detecta con mucha facilidad, por el debilitamiento de la energía lumínica en recepción, de modo que no resulta nada sencillo el robo o intervención en las transmisiones de datos.



4.- Una espira circular de sección 50 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo $B = 30 \text{ T}$, siendo el eje perpendicular al plano de la espira y que pasa por el centro de la misma inicialmente paralelo a las líneas del campo magnético.

- a) (1 p) Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de 40 Hz , determínese la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi \cdot f \cdot t = 80\pi \cdot t \quad (\text{rad/s})$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 30 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(80\pi \cdot t) = 0,15 \cdot \cos(80\pi \cdot t) \quad (\text{Wb})$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(0,15 \cdot \cos(80\pi \cdot t))}{dt} = -1(0,15 \cdot 80\pi \cdot -\text{sen}(80\pi \cdot t)) = 12\pi \cdot \text{sen}(80\pi \cdot t) \quad (\text{V})$$

$$(\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} \Rightarrow \text{sen}(80\pi \cdot t) = \pm 1 \Rightarrow (\varepsilon_{\text{ind}})_{\text{máx}} = \pm 12\pi \text{ V} = \pm 37,7 \text{ V}$$

- b) (1 p) Si la espira está inmóvil, con su círculo perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,02 s, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

$$\mathcal{E}_{ind} = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{(0 - B \cdot S \cdot \cos 0^\circ)}{\Delta t} = -1 \cdot \left[\frac{0 - (30 \cdot 5 \cdot 10^{-3})}{0,02} \right] = 7,5 \text{ V}$$

5.- Luz ultravioleta de longitud de onda 170 nm incide sobre una superficie pulida de zinc cuya función de trabajo es de 4,31 eV.

DATOS: 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J. 1 nm = 10^{-9} m.

- a) (1 p) Hallar, en su caso, la velocidad máxima de los electrones emitidos.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico debe cumplirse que: $E_{\text{fotón incidente}} > W_{\text{ext}}$

Si calculamos la energía del fotón incidente:

$$E_{\text{fotón incidente}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1,7 \cdot 10^{-7}} = 1,17 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 7,3125 \text{ eV}$$

Como la energía del fotón incidente es mayor que la función trabajo (trabajo de extracción) sí se produce efecto fotoeléctrico.

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_0 + (E_c)_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow E_c = E_{\text{fotón inc.}} - W_0 = 7,3125 - 4,31 = 3,0025 \text{ eV} = 4,804 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,804 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,027 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- b) (1 p) Hallar la frecuencia umbral del zinc.

$$W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4,31 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,04 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$