

## OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

1. Un pequeño satélite de masa 4500 kg describe una órbita circular alrededor de Saturno, a una altura de 25000 km sobre su superficie.

- a) [1 PUNTO] Hallar el periodo del movimiento orbital del satélite.
- b) [0,5 PUNTOS] Hallar la energía total del satélite.
- b) [0,5 PUNTOS] ¿Cómo se puede obtener la velocidad de escape de un planeta?

Datos: Masa de Saturno:  $M_S = 5.688 \cdot 10^{26}$  kg; Diámetro de Saturno:  $D_S = 1.205 \cdot 10^5$  km.

2. Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y(x, t) = 2 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{5} - \frac{x}{10} \right) \right]$$

- a) [1 PUNTO] Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.
- b) [1 PUNTO] Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de  $10\pi$  radianes.

3. Se dispone de una lente convergente delgada de distancia focal 30 cm. Determinése, efectuando un trazado de rayos cualitativo:

- a) [1 PUNTO] La posición y altura de la imagen formada por la lente si el objeto tiene una altura de 6 cm y se encuentra situado delante de ella, a una distancia de 40 cm.
- b) [1 PUNTO] La naturaleza (real o virtual) de la imagen formada.

4. Dos cargas eléctricas de  $+20 \mu\text{C}$  (positiva) y  $-80 \mu\text{C}$  (negativa) están fijas en los puntos  $(-80,0)$  y  $(160,0)$  del plano  $(X,Y)$ . Todas las coordenadas se dan en metros.

- a) [1 PUNTO] Calcular el campo eléctrico en el punto  $(0,0)$  de dicho plano.
- b) [1 PUNTO] Calcular el potencial electrostático en el punto  $(0,0)$ .

Datos:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6}$  C.

5. La actividad de una muestra de una sustancia queda dividida por 16 cuando han transcurrido 10 días.

- a) [1 PUNTO] Hallar la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia.
- b) [0,5 PUNTOS] Si cuando han transcurrido 2 días, la actividad de la sustancia es de  $10^{16}$  Bq, ¿cuántos átomos radiactivos había inicialmente?
- c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente un proceso de desintegración en el que se emite una partícula  $\alpha$  (alfa).

Datos: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Un pequeño satélite de masa 4500 kg describe una órbita circular alrededor de Saturno, a una altura de 25000 km sobre su superficie.

DATOS: Masa de Saturno:  $M_S = 5,688 \cdot 10^{26} \text{ kg}$       Diámetro de Saturno:  $D_S = 1,205 \cdot 10^5 \text{ km}$ .

a) (1 p) Hallar el periodo del movimiento orbital del satélite.

La fuerza gravitatoria del planeta actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$R = R_p + h = 6,025 \cdot 10^7 + 2,5 \cdot 10^7 = 8,525 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$G \cdot \frac{M_p \cdot m}{R^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_p}{R}} = \sqrt{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 5,668 \cdot 10^{26}}{8,525 \cdot 10^7}} = 2,11 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v_0} = \frac{2\pi \cdot 8,525 \cdot 10^7}{2,11 \cdot 10^4} = 25386 \text{ s} \cong 7,05 \text{ h}$$

b) (0,5 p) Hallar la energía total del satélite.

$$E_m = E_p + E_c = \frac{-G \cdot M_p \cdot m}{R} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{-G \cdot M_p \cdot m}{2 \cdot R} = \frac{-6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 5,668 \cdot 10^{26} \cdot 4500}{2 \cdot 8,525 \cdot 10^7} = -1 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

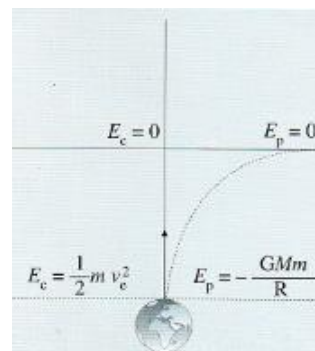
c) (0,5 p) ¿Cómo se puede obtener la velocidad de escape de un planeta?

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste.

La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, de modo que la energía mecánica se conserva.

Para que un cuerpo lanzado desde un punto dentro de un campo gravitatorio pueda abandonar éste, el cuerpo debe llegar a un punto suficientemente alejado con energía potencial gravitatoria nula (ya que hemos tomado como referencia potencial 0 un punto suficientemente alejado, el infinito, donde la influencia gravitatoria puede considerarse nula) y con energía cinética nula. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0, de modo que aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\frac{-G \cdot M \cdot m}{R} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$



2.- Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y(x, t) = 2 \cdot \text{sen} \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{t}{5} - \frac{x}{10} \right) \right]$$

- a) (1 p) Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y(x; t) = A \cdot \text{sen} (\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) = A \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi}{T} \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \varphi_0 \right)$$

Por identificación:

$$A = 2 \text{ m}; \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow T = 5 \text{ s}; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Hz}; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \lambda = 10 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f = 10 \cdot 0,2 = 2 \text{ m/s}$$

- b) (1 p) Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de  $10\pi$  radianes.

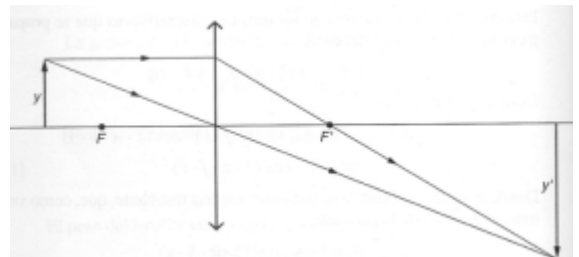
$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta \varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda \cdot \Delta \varphi}{2\pi} = \frac{10 \cdot 10\pi}{2\pi} = 50 \text{ m}$$

3.- Se dispone de una lente convergente delgada de distancia focal 30 cm. Determinése, efectuando un trazado de rayos cualitativo:

- a) (1 p) La posición y altura de la imagen formada por la lente si el objeto tiene una altura de 6 cm y se encuentra situado delante de ella, a una distancia de 40 cm.

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-40} = \frac{1}{30} \Rightarrow s' = 120 \text{ cm}$$



Para una lente delgada, el aumento lateral es:

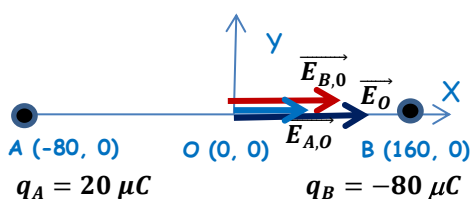
$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = y \cdot \left( \frac{s'}{s} \right) = 6 \cdot \left( \frac{120}{-40} \right) = -18 \text{ cm (imagen invertida)}$$

- b) (1 p) La naturaleza (real o virtual) de la imagen formada.

La imagen es real, ya que se forma por la intersección de los rayos refractados en la lente.

4.- Dos cargas eléctricas de  $+20 \mu\text{C}$  (positiva) y  $-80 \mu\text{C}$  (negativa) están fijas en los puntos  $(-80; 0)$  y  $(160; 0)$  del plano  $(X, Y)$ . Todas las coordenadas se dan en metros.

- a) (1 p) Calcular el campo eléctrico en el punto  $(0,0)$  de dicho plano.



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = K \cdot \left( \frac{q_A}{(r_{AO})^2} + \frac{|q_B|}{(r_{BO})^2} \right) \cdot \vec{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_O = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{20 \cdot 10^{-6}}{(80)^2} + \frac{80 \cdot 10^{-6}}{(160)^2} \right) \cdot \vec{i} = 56,25 \vec{i} \text{ N/C}$$

b) (1 p) Calcular el potencial electrostático en el punto (0,0).

$$V_o = V_{A,o} + V_{B,o} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,o}} + \frac{q_B}{r_{B,o}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{20 \cdot 10^{-6}}{80} + \frac{(-80 \cdot 10^{-6})}{160} \right) = -2250 \text{ V}$$

5.- La actividad de una muestra de una sustancia queda dividida por 16 cuando han transcurrido 10 días.

DATO: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

a) (1 p) Hallar la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia.

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{A_0}{16} = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln \left( \frac{1}{16} \right) = -\lambda \cdot t$$

$$\lambda = -\frac{\ln \left( \frac{1}{16} \right)}{t} = -\frac{-2,77}{10 \cdot 24 \cdot 3600} = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{3,2 \cdot 10^{-6}} = 2,17 \cdot 10^5 \text{ s} = 60,17 \text{ horas} \cong 2,5 \text{ días}$$

a) (0,5 p) Si cuando han transcurrido 2 días, la actividad de la sustancia es de  $10^{16}$  Bq, ¿cuántos átomos radiactivos había inicialmente?

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow A_0 = \frac{A}{e^{-\lambda \cdot t}} = \frac{10^{16}}{e^{-(3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 24 \cdot 3600)}} = 1,74 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$$

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,74 \cdot 10^{16}}{3,2 \cdot 10^{-6}} = 5,43 \cdot 10^{21} \text{ átomos}$$

b) (0,5 p) Describir brevemente un proceso de desintegración en el que se emite una partícula  $\alpha$  (alfa).

Los rayos  $\alpha$  están formados por núcleos de helio, es decir, átomos de helio que han perdido sus dos electrones y tienen dos cargas eléctricas positivas. Tienen un escaso poder de penetración y son frenados por unos pocos centímetros de aire, sin embargo, debido a su gran masa, son muy ionizantes, arrancando electrones a otros átomos.

Cuando un núcleo X emite una partícula  $\alpha$ , se convierte en otro, Y, con cuatro unidades menos de número másico y dos unidades menos de número atómico.

