

CASTILLA Y LEÓN 2018

TURNOS: 1, 2 Y 3 · EJERCICIO 3

R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

Una varilla metálica de masa $m = 10 \text{ g}$ se apoya sin rozamiento sobre dos conductores horizontales separados una distancia $L = 10 \text{ cm}$, alimentados por una fuente de corriente continua que suministra una intensidad $I = 1 \text{ A}$ al circuito, según la figura. Se activa un campo magnético uniforme $B = 1 \text{ mT}$ perpendicular a dicho circuito y dirigido hacia abajo.

- ¿En qué sentido se moverá la varilla? Justifíquese la respuesta. Si la varilla parte del reposo en $t = 0$, ¿cuál será su velocidad v en el instante 5 s ?
- Si el coeficiente de rozamiento entre la varilla y los conductores fuese $\mu = 0.1$, hállese el valor mínimo de la intensidad de campo magnético necesario para que la varilla comience a moverse.
- Si ahora los conductores están inclinados respecto de la horizontal un ángulo $\alpha = 30^\circ$ y no existe rozamiento con la varilla, ¿qué intensidad de campo magnético vertical se precisa para que la varilla no se deslice hacia abajo por los conductores? ¿Cuál será la aceleración de la varilla si B es el doble del valor anterior?

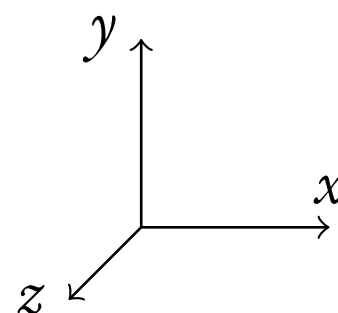
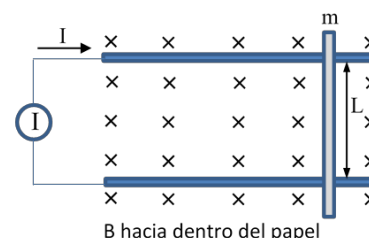


Figura 1: Sistema de ejes cartesiano. Notar que $\vec{L} = -L\hat{j}$ (I en sentido horario) y $\vec{B} = -B\hat{k}$.

¹ Notar que si razonamos a partir de la LEY DE LENZ, se inducirá una corriente eléctrica que tratará de disminuir el flujo magnético a través del circuito en la dirección $-z$. Esta corriente inducida tendrá por tanto SENTIDO ANTIHORARIO. Aplicando la LEY DE FARADAY-LENZ:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{A})}{dt} = -\frac{d(BA \cos 180^\circ)}{dt} \\ &= \frac{d(BA)}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = BLv\end{aligned}$$

La corriente inducida, I_{ind} , vendrá dada por la LEY DE OHM:

$$I_{\text{ind}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R}$$

Asumiendo una resistencia del orden de Ω , obtendríamos una intensidad inducida del orden de μA , por lo que podemos despreciar esta intensidad inducida a la hora de calcular la velocidad de la varilla.

Solución

- Para ver en qué sentido se moverá la varilla, podemos ver en qué sentido apuntará la fuerza que el campo magnético externo ejercerá sobre ella (FUERZA DE LORENTZ)¹:

$$\vec{F}_m = I\vec{L} \times \vec{B} = ILB[-\hat{j} \times (-\hat{k})] = ILB\hat{i},$$

por lo que la varilla se moverá hacia la derecha.

Aplicando la 2ª LEY DE NEWTON (obviando el carácter vectorial):

$$\begin{aligned}F_m &= ma \\ ILB &= ma \rightarrow a = \frac{ILB}{m}\end{aligned}$$

Como el campo magnético B es uniforme, la fuerza y la aceleración son constantes, por lo que asumimos un MRUA:

$$v = v_0 + a \cdot t = \frac{ILB}{m} \cdot t$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$\vec{v} = 5 \hat{i} \text{ cm/s}$$

- En este caso sobre la varilla actúa, además de la fuerza magnética F_m , la fuerza de rozamiento F_r . Para que la varilla comience a moverse, el campo magnético deberá tener suficiente intensidad como para que $F_m \geq F_r$:

$$\begin{aligned}F_m &\geq F_r \\ ILB &\geq \mu N \\ ILB &\geq \mu mg \rightarrow B \geq \frac{\mu mg}{IL}\end{aligned}$$

Sustituyendo valores:

$$B \geq 98 \text{ mT}$$

- c. Este caso es muy similar al apartado anterior, salvo que ahora, en vez de a la fuerza de rozamiento, la fuerza magnética tendrá que vencer a la componente del peso dirigida hacia abajo del plano ($P \sin \alpha$):

$$F_m \cos \alpha \geq P \sin \alpha$$

$$ILB \cos \alpha \geq mg \sin \alpha \rightarrow B \geq \frac{mg}{IL} \tan \alpha$$

Sustituyendo valores:

$$B \geq 565.8 \text{ mT}$$

Si ahora

$$B = 2 \frac{mg}{IL} \tan \alpha$$

entonces la varilla subirá hacia arriba con una aceleración a :

$$F_m \cos \alpha - P \sin \alpha = ma$$

$$ILB \cos \alpha - mg \sin \alpha = ma$$

$$2IL \frac{mg}{IL} \tan \alpha \cos \alpha - mg \sin \alpha = ma$$

$$2mg \sin \alpha - mg \sin \alpha = ma$$

$$mg \sin \alpha = ma \rightarrow a = g \sin \alpha$$

Sustituyendo valores:

$$a = 4.9 \text{ m/s}^2$$

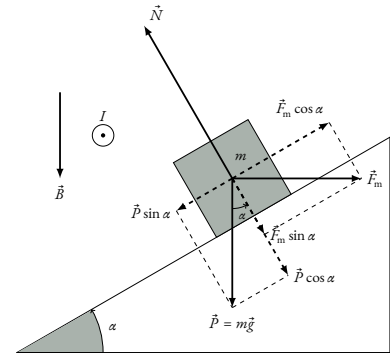


Figura 2: Diagrama de fuerzas que actúan sobre la varilla apoyada sobre los conductores inclinados.