ONDAS ARMÓNICAS

Física 2.° Bach

Marta Rada Arias y Rodrigo Alcaraz de la Osa

Introducción

Definición de onda

Perturbación (o variación de alguna propiedad del medio, como la presión, el campo eléctrico, magnético, etc.) que se propaga en el espacio y en el tiempo, transportando energía sin transportar materia. El punto inicial en el que se produce se denomina foco.

Clasificación de las ondas

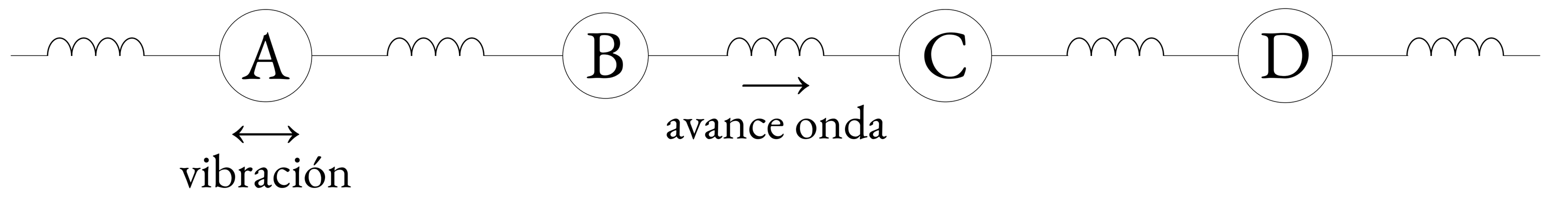
Si se consideran las dimensiones de propagación
- Unidimensionales: se propagan en una sola dirección (ej. cuerdas).
- Bidimensionales: se propagan en dos direcciones (ej. ondas en la superficie del agua).
- Tridimensionales: se propagan en todas direcciones (ej. sonido o luz).

Según la dirección de propagación
- Longitudinales: la vibración es paralela a la propagación (ej. sonido).
- Transversales: la vibración es perpendicular a la propagación (ej. ondas electromagnéticas).

Según su naturaleza
- Mecánicas: necesitan un medio material para propagarse (ej. sonido, ondas en cuerdas). El transporte de energía se produce en forma de energía mecánica (cinética y potencial) de las partículas del medio.
- Electromagnéticas: no necesitan medio material para propagarse, por lo que también pueden propagarse por el vacío (ej. luz). El transporte de energía se produce mediante campos eléctricos y magnéticos dependientes del tiempo (ondas electromagnéticas).

Definición de medio elástico

Es aquel formado por partículas en equilibrio entre las cuales existen fuerzas de atracción y repulsión, comportándose como un sistema masa-muelle:



Se supone que las partículas del medio están unidas por muelles. Estos se oponen tanto a la compresión como a la extensión y por eso sirven para representar las fuerzas de atracción y repulsión entre las partículas.

Supongamos que se produce una perturbación en la partícula A (foco), que comienza a vibrar en torno a su posición de equilibrio, transmitiendo este movimiento con cierto retraso a las partículas adyacentes, y así sucesivamente. Por lo tanto, la energía se propaga pero las partículas no se desplazan.

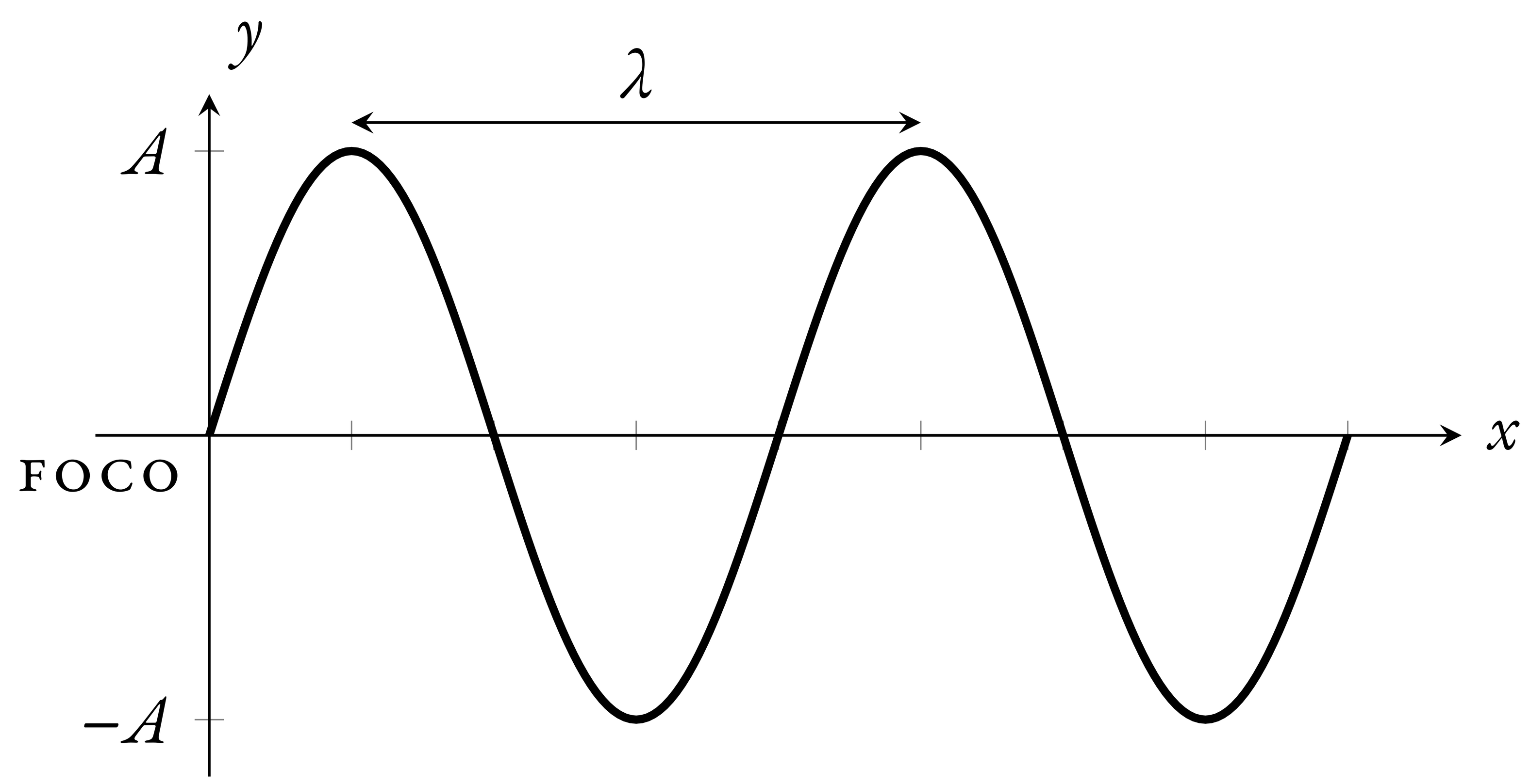
Definición y ecuación general de una onda armónica

Una **onda armónica** es una onda que se propaga en un medio elástico y cuya perturbación es armónica, es decir, que se puede describir mediante una función **sinusoidal** (la fuente que genera la onda describe un **MAS** con periodo T).

La **ecuación general** de una onda armónica unidimensional (propagándose en el eje x) es:

$$y(x,t) = A\sin\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right)$$
$$y(x,t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Esta ecuación nos dice dónde se encuentra cada punto x del medio en cada instante de tiempo t. Si consideramos cierto instante de tiempo t (equivalente a sacar una foto de la onda):



Magnitudes características

Periodicidad espacial y temporal

Las ondas armónicas presentan una doble periodicidad:

Espacial Representada por la longitud de onda λ. Es la distancia entre dos puntos que se encuentran en el mismo estado de vibración (*en fase*). En el SI se mide en metros (m). Debe cumplirse que $y(x+n\lambda, t) = y(x,t)$, es decir, que la perturbación en un punto x se repite cada λ metros:

$$\begin{aligned} y(x+n\lambda,t) &= A\sin\left[\omega t \pm k(x+n\lambda) + \varphi_0\right] = A\sin\left(\omega t \pm kx \pm nk\lambda + \varphi_0\right) \\ &= A\sin\left(\omega t \pm kx \pm n2\pi + \varphi_0\right) = A\sin\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right) = y(x,t) \end{aligned}$$

Temporal Representada por el periodo T, tiempo que tarda cada punto en realizar una oscilación completa. En el SI se mide en segundos (s). Debe cumplirse que $y(x, t+nT) = y(x,t)$, es decir, que la perturbación en un punto x se repite cada T segundos:

$$\begin{aligned} y(x,t+nT) &= A\sin\left[\omega(t+nT) \pm kx + \varphi_0\right] = A\sin\left(\omega t + n\omega T \pm kx + \varphi_0\right) \\ &= A\sin\left(\omega t + n2\pi \pm kx + \varphi_0\right) = A\sin\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right) = y(x,t) \end{aligned}$$

Frecuencia $f = 1/T$

Número de oscilaciones completas que realiza un punto en la onda en un segundo. Se mide en hertzios (Hz).

Pulsación $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$

Número de oscilaciones de cada punto en 2π s. Coincide con el número de ondas que pasan por un punto en 2π s.

Número de onda $k = 2\pi/\lambda$

Número de longitudes de onda que hay en 2π m. Se mide en radianes por metro (rad/m).

Fase $\varphi = \omega t \pm kx + \varphi_0$

Ángulo que representa el estado de vibración de un punto en la onda. Se mide en radianes (rad). φ_0 es la fase inicial.

Amplitud A

Distancia máxima que se separa un punto de su posición de equilibrio. Es la misma para todos los puntos de la onda.

Velocidad de propagación $v = \lambda/T = \lambda f = \omega/k$

Velocidad a la que se propaga la perturbación en el medio. Se mide en m/s. Es importante diferenciar la velocidad de propagación de la velocidad de vibración de las partículas del medio, $v(x,t)$, calculada derivando la ecuación de la onda:

$$v(x,t) = \frac{\mathrm{d}y(x,t)}{\mathrm{d}t} = A\omega\cos\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right) = \frac{2\pi A}{T}\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Si quisiéramos calcular la aceleración de las partículas del medio, derivaríamos la velocidad:

$$a(x,t) = \frac{\mathrm{d}v(x,t)}{\mathrm{d}t} = -A\omega^2\sin\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right) = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Criterio de signos

Se adopta el siguiente **criterio**:

- Signo **negativo** (−) para las ondas que se propagan hacia la **derecha** (en la dirección del eje x positivo).
- Signo **positivo** (+) para las ondas que se propagan hacia la **izquierda** (en la dirección del eje x negativo).

Fase y desfase en una onda armónica

En general, en un instante t, el desfase $\Delta\varphi$ entre dos puntos x_1 y x_2 viene dado por:

$$\Delta\varphi = \left(\omega t \pm kx_2 + \varphi_0\right) - \left(\omega t \pm kx_1 + \varphi_0\right) = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

De forma análoga, para un punto dado x, el desfase $\Delta\varphi$ entre dos instantes t_1 y t_2 es:

$$\Delta\varphi = \left(\omega t_2 \pm kx + \varphi_0\right) - \left(\omega t_1 \pm kx + \varphi_0\right) = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t = 2\pi f\Delta t$$

Concordancia de fase

Se dice que dos puntos de una onda están en fase cuando siempre se encuentran en el mismo estado de vibración, esto es, $\Delta\varphi = 2\pi n$, donde n es un número entero:

$$\Delta\varphi = 2\pi n \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = 2\pi n \Rightarrow \Delta x = n\lambda$$

Oposición de fase

Se dice que dos puntos de una onda están en oposición de fase cuando siempre se encuentran en estados de vibración opuestos, esto es, $\Delta\varphi = (2n-1)\pi$, donde n es un número entero:

$$\Delta\varphi = (2n-1)\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = (2n-1)\pi \Rightarrow \Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$$

Energía asociada a una onda armónica

En una onda mecánica que se propaga por un medio elástico, la **energía mecánica** de cada partícula es:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right)$$

Teniendo en cuenta que $k = m\omega^2$, podemos escribir:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\left[\cos^2\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right) + \sin^2\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right)\right] = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m4\pi^2f^2A^2 = 2\pi^2mf^2A^2$$

La energía transportada por la onda es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia f y al cuadrado de la amplitud A. Como es energía, se expresa en julios (J).

Potencia de una onda armónica

Se define la potencia P de una onda como la energía emitida por el foco por unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} \quad \text{(en el SI se mide en watios, W)}$$

Intensidad de una onda armónica

Es la potencia que se transmite por unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{E}{S\cdot t} \quad \text{(en el SI se mide en W/m}^2\text{)}$$

La potencia y la intensidad también son proporcionales al cuadrado de la frecuencia f y la amplitud A, pero esta última es la que mejor mide el efecto de la energía sobre un punto, por eso es la más empleada para tener en cuenta la energía transportada por una onda.

Atenuación y absorción de ondas

Atenuación

A medida que una onda se propaga por un medio, su intensidad disminuye, porque la misma energía (generada en el foco) debe repartirse por igual entre más puntos del medio cada vez, exceptuando en las ondas unidimensionales.

Ondas unidimensionales (ej. cuerdas) El frente de onda es plano y la intensidad se trasnmite punto a punto, de forma que $I_1 = I_2$ (no hay atenuación). $I = P$.

Ondas bidimensionales (ej. ondas en la superficie del agua) La energía del foco se reparte entre todos los puntos del frente de onda, en este caso circular:

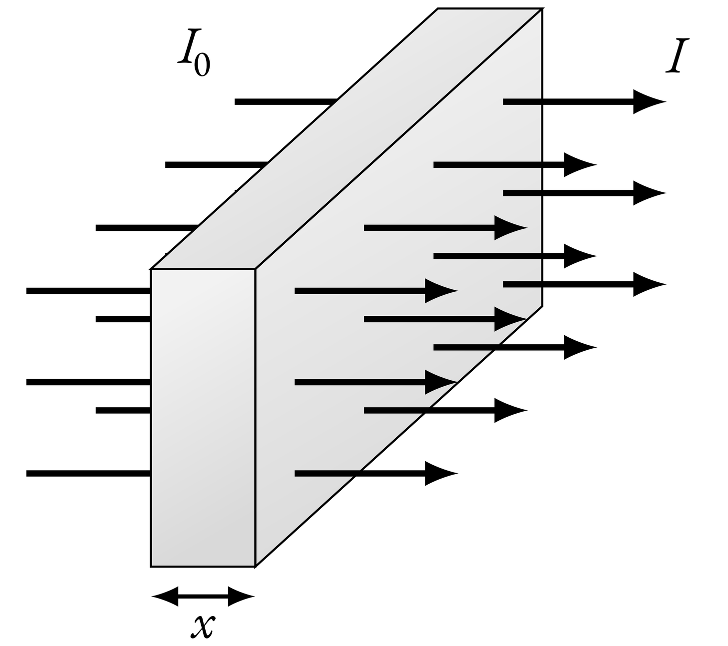
$$I = \frac{P}{L} = \frac{P}{2\pi r} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \quad \text{(la intensidad disminuye a medida que nos alejamos del foco)}$$

Ondas tridimensionales (ej. sonido o luz) La energía del foco se reparte entre todos los puntos del frente de onda, en este caso esférico:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \quad \text{(la intensidad disminuye más rápidamente a medida que nos alejamos del foco)}$$

Absorción

Cuando una onda se propaga por un medio, existen efectos disipativos que causan pérdidas de energía y la disminución de la intensidad. En el caso de ondas mecánicas, estos efectos disipativos (rozamiento) producen pérdidas de energía mecánica en forma de calor. Si fueran ondas electromagnéticas, las pérdidas de energía se deben a interacciones con la materia. En ambos casos, la intensidad disminuye exponencialmente con la distancia recorrida:



Intensidad inicial: I_0
Intensidad tras atravesar el medio: I
Espesor del medio: x
Se cumple:

$$I = I_0 e^{-\beta x},$$

donde β es el coeficiente de absorción, que es característico de cada medio.

Adaptada de `https://tikz.net/electric_field_slab/`.

La ecuación de absorción puede expresarse también en función del espesor de semiabsorción $D_{1/2}$, que es el espesor necesario para que la intensidad se reduzca a la mitad ($I = I_0/2$):

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\beta D_{1/2}} \Rightarrow D_{1/2} = \frac{\ln 2}{\beta}$$