

ASTURIAS 2018

EJERCICIO 4

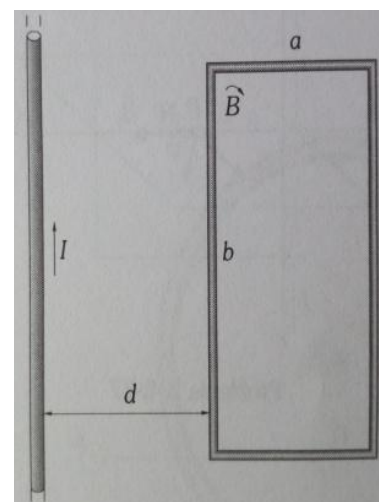
R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

- A. Determine razonadamente la expresión del flujo magnético que atraviesa el circuito rectangular de la figura, y calcúlela teniendo en cuenta que la intensidad de la corriente que circula por la línea rectilínea e indefinida es $I = 6 \text{ A}$, $a = 5 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$ y $d = 5 \text{ cm}$.

Calcule la fuerza electromotriz inducida en el circuito anterior en los siguientes casos independientes:

- B. Si el circuito rectangular se mueve separándose perpendicularmente de la línea de corriente rectilínea, con una velocidad uniforme de 2 m/s , en el instante en que la distancia d sea de 20 cm .
- C. Si por la línea rectilínea circula una corriente alterna de intensidad $I = I_0 \sin \omega t$, siendo la frecuencia 50 Hz y la intensidad máxima 10 A .

Dato: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$.



Solución

- A. El flujo magnético, Φ , se calcula en general como la integral de superficie:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S B dS \cos \theta, \quad (1)$$

donde \vec{B} es el vector campo magnético y $d\vec{S}$ el diferencial de superficie.

Calculamos el campo magnético \vec{B} utilizando la LEY DE AMPÈRE¹:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

$$B 2\pi x = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x},$$

siendo x la distancia medida en perpendicular desde el conductor.

Tomando $dS = b dx$ podemos calcular el flujo con (1):

$$\Phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} [\ln x]_d^{d+a} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \quad (2)$$

Sustituyendo valores:

$$\Phi = 8.3 \times 10^{-8} \text{ Wb}$$

- B. Calculamos la f.e.m. inducida utilizando la LEY DE FARADAY-LENZ, aplicando la REGLA DE LA CADENA:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dd} \cdot \frac{dd}{dt},$$

teniendo en cuenta que:

$$\frac{d\Phi}{dd} = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{a}{d(d+a)}$$

y:

$$\frac{dd}{dt} = v$$

¹ También se podría utilizar la LEY DE BIOT Y SAVART:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

La f.e.m. por tanto viene dada por la expresión:

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{ab}{d(d+a)} \cdot v$$

Sustituyendo valores²:

$$\mathcal{E} = 2.4 \times 10^{-7} \text{ V}$$

² Recordemos que nos piden la f.e.m. en el instante en que $d = 20 \text{ cm}$.

C. Ahora $I = I_0 \sin \omega t$, con $f = 50 \text{ Hz}$ e $I_0 = 10 \text{ A}$. Utilizando de nuevo la LEY DE FARADAY-LENZ y volviendo a aplicando la REGLA DE LA CADENA:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt},$$

con Φ dado por (2).

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dI} &= \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \\ \frac{dI}{dt} &= I_0 \omega \cos \omega t, \end{aligned}$$

con $\omega = 2\pi f$. La f.e.m. por tanto viene dada por la expresión:

$$\mathcal{E} = -\mu_0 I_0 f b \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \cos(2\pi f t)$$

Sustituyendo valores:

$$\mathcal{E}(t) = -2\pi \ln 2 \times 10^{-5} \cos(100\pi t) \text{ [V]}$$