

**FÍSICA**

**INDICACIONES**

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

**CONSTANTES FÍSICAS**

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Radio de la Tierra	$R_T = 6370 \text{ km}$	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

**Nota:** estas constantes se facilitan a título informativo.

**OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1**

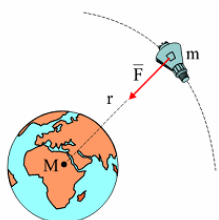
- Un satélite de 500 kg realiza una órbita circular alrededor de la tierra a una altura de 230 km sobre la superficie terrestre. Determina:
  - [1 PUNTO] El periodo del satélite y su velocidad orbital.
  - [0,5 PUNTOS] La energía potencial y mecánica del satélite en la órbita.
  - [0,5 PUNTOS] Describe brevemente el concepto de “potencial gravitatorio”.
- Un rayo de luz monocromática de longitud de onda 200 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ) en un medio de índice 2.5 alcanza una superficie de separación (plana) con agua (índice 1.33) incidiendo con un ángulo de  $30^\circ$  respecto a la normal a dicha superficie.
  - [1 PUNTO] Dibujar un esquema, cualitativamente correcto del proceso descrito y calcular el ángulo de refracción que experimenta el rayo.
  - [0,5 PUNTOS] Calcular la longitud de onda de la luz que atraviesa el agua, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.
  - [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.
- La función trabajo de un cierto metal es  $6.0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , calcula:
  - [0,5 PUNTOS] La frecuencia umbral.
  - [0,75 PUNTOS] Si se ilumina el metal con una luz incidente de 320 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ) calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos.
  - [0,75 PUNTOS] Si la longitud de onda de luz incidente se reduce a la mitad, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos?
- En una cuerda se genera una onda transversal que se traslada a 12 m/s en el sentido negativo del eje x. El foco que origina la onda está situado en  $x = 0$ , y vibra con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. El foco se encuentra en la posición de amplitud nula en el instante inicial.
  - [1 PUNTO] Determinar la ecuación de la onda en unidades SI.
  - [1 PUNTO] Calcular la diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 80 cm.
- Dos cargas puntuales iguales de  $+2 \mu\text{C}$  se encuentran en los puntos A (0, 2) m y B (0, -2) m. Calcula:
  - [1 PUNTO] El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3, 0) m y D (0, -1) m.
  - [1 PUNTO] Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de  $+3 \mu\text{C}$  desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C?

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Radio de la Tierra	$R_T = 6370 \text{ km}$	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- Un satélite de 500 kg realiza una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 230 km sobre la superficie terrestre. Determina:

a) (1 p) El periodo del satélite y su velocidad orbital.



La fuerza gravitatoria de la Tierra actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 + 2,3 \cdot 10^5 = 6,6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,6 \cdot 10^6}} = 7785 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_0} = \frac{2\pi \cdot 6,6 \cdot 10^6}{7785} = 5326,8 \text{ s} \approx 1,48 \text{ h}$$

b) (0,5 p) La energía potencial y mecánica del satélite en la órbita.

$$E_p = \frac{-G \cdot M_T \cdot m}{r} = \frac{-6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 500}{6,6 \cdot 10^6} = -3,03 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La energía mecánica del satélite, también conocida como energía de enlace, es la suma de las energías cinética y potencial que tiene el satélite en su órbita.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0)^2 + \left[ \frac{-G \cdot M_T \cdot m}{r} \right] = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \right)^2 + \left[ \frac{-G \cdot M_T \cdot m}{r} \right]$$

$$E_m = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \cdot 500}{6,6 \cdot 10^6} = -1,52 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

c) (0,5 p) Describe brevemente el concepto de "potencial gravitatorio".

La existencia de una masa  $M$  en un punto del espacio hace que, al colocar cualquier otra masa  $m$  en un punto de su entorno, ésta adquiera una energía potencial. Es decir, la existencia de una masa  $M$  en un punto del espacio dota a los puntos de su alrededor de una propiedad escalar que se pone de manifiesto al poner otra masa a su alrededor, a la que llamamos potencial gravitatorio. Definimos el potencial gravitatorio,  $V$ , en un punto como la energía potencial que tendría una partícula de masa unidad colocada en dicho punto.

$$V_x = \frac{E_{p,x}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r_x} \quad (\text{J/kg})$$

También podemos definir el potencial gravitatorio en un punto del campo gravitatorio como una magnitud escalar que representa el trabajo por unidad de masa que debe realizar una fuerza externa para transportar un cuerpo, a velocidad constante, desde el infinito hasta un punto del campo gravitatorio.

2.- Un rayo de luz monocromática de longitud de onda 200 nm ( $1\text{nm} = 10^{-9}\text{ m}$ ) en un medio de índice 2,5 alcanza una superficie de separación (plana) con agua (índice 1,33) incidiendo con un ángulo de  $30^\circ$  respecto a la normal a dicha superficie.

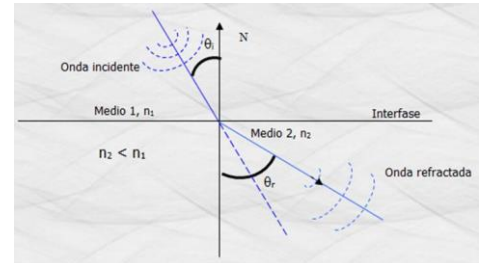
- a) (1 p) Dibujar un esquema, cualitativamente correcto del proceso descrito y calcular el ángulo de refracción que experimenta el rayo.

Cuando un rayo luminoso pasa de un medio transparente de índice de refracción  $n_1$  a otro medio transparente de índice de refracción  $n_2$ , sufre un cambio en su dirección de propagación, fenómeno conocido como refracción de la luz. La refracción se rige por la ley de Snell:

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}$$

En este caso como  $n_1 > n_2$ , el ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia, por lo que el rayo luminoso se aleja de la normal.

$$2,5 \cdot \sin 30^\circ = 1,33 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 70^\circ$$



- b) (0,5 p) Calcular la longitud de onda de la luz que atraviesa el agua, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

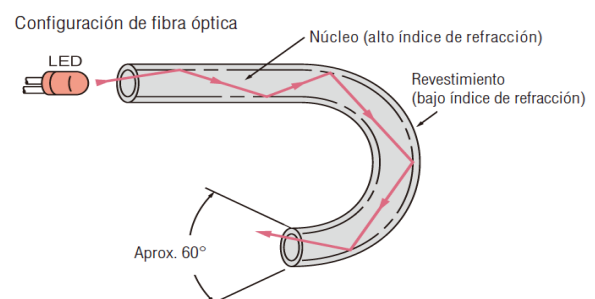
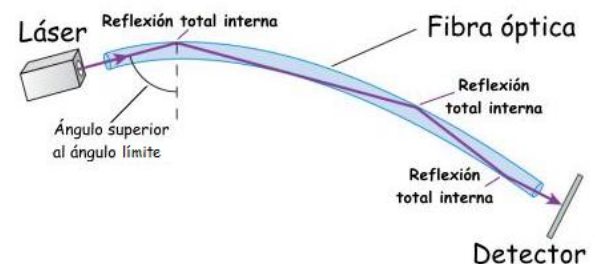
$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \cdot \frac{v_2}{v_1} = \lambda_1 \cdot \left( \frac{c}{n_2} \right) = \lambda_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} = 200 \cdot \frac{2,5}{1,33} = 375,9 \text{ nm}$$

- c) (0,5 p) Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.

Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de  $90^\circ$ . Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de  $90^\circ$ . Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total.

La fibra óptica es un medio de transmisión empleado habitualmente en redes de datos; un hilo muy fino de material transparente, vidrio o materiales plásticos, con un índice de refracción mayor que el del aire o del recubrimiento, por el que se envían pulsos de luz que representan los datos a transmitir. El haz de luz queda completamente confinado y se propaga por el interior de la fibra con un ángulo de reflexión por encima del ángulo límite de reflexión total, en función de la ley de Snell. La fuente de luz puede ser láser o un LED. Entre las ventajas de la fibra óptica podemos destacar:

- La velocidad de transmisión de datos por fibra óptica es mucho más rápida. Si en un sistema normal podemos alcanzar una velocidad máxima de apenas 100 Mb/s, en uno de fibra óptica se ha llegado tradicionalmente a 10 Gb/s.
- Mejor ancho de banda (cantidad de información que se puede enviar en una misma unidad de tiempo). Si conectas muchos equipos a la vez a una red inalámbrica o red por cable, obtendrías mucha menor velocidad para cada uno, mientras que con la fibra podrías conectar más equipos sin ver limitadas tus opciones.



- Las redes por fibra óptica evitan las interferencias electromagnéticas, lo que evitará problemas de bajada de la velocidad, cortes de la conexión, etc.
- Más seguridad de red: en una de fibra óptica el intrusismo se detecta con mucha facilidad, por el debilitamiento de la energía lumínica en recepción, de modo que no resulta nada sencillo el robo o intervención en las transmisiones de datos.

3.- La función trabajo de un cierto metal es  $6,0 \cdot 10^{-19}$  J, calcula:

a) (0,5 p) La frecuencia umbral.

$$W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{6,0 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 9,09 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) (0,75 p) Si se ilumina el metal con una luz incidente de 320 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ) calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos.

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_0 + (E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow E_{C,\text{máx}} = E_{\text{fotón inc.}} - W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$E_{C,\text{máx}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-7}} - 6,0 \cdot 10^{-19} = 1,875 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$E_{C,\text{máx}} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot (v_{\text{máx}})^2 \Rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{C,\text{máx}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,875 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2,03 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

c) (0,75 p) Si la longitud de onda de luz incidente se reduce a la mitad, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos?

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_0 + (E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow E'_{C,\text{máx}} = E_{\text{fotón inc.}} - W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda'} - W_0$$

$$E'_{C,\text{máx}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-7}} - 6,0 \cdot 10^{-19} = 6,375 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E'_{C,\text{máx}} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot (v'_{\text{máx}})^2 \Rightarrow v'_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E'_{C,\text{máx}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,375 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,18 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

4.- En una cuerda se genera una onda transversal que se traslada a 12 m/s en el sentido negativo del eje x. El foco que origina la onda está situado en  $x = 0$ , y vibra con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. El foco se encuentra en la posición de amplitud nula en el instante inicial.

a) (1 p) Determinar la ecuación de la onda en unidades SI.

La ecuación general de una onda armónica que se desplace en el sentido negativo del eje X:

$$y(x; t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}\left(2\pi f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \varphi_0\right)$$

A partir de la velocidad de propagación y de la frecuencia podemos obtener la longitud de onda:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{12} = 1 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$y(x; t) = 0,04 \cdot \text{sen}\left(2\pi \cdot 12 \cdot t + \frac{2\pi}{1} \cdot x + \varphi_0\right) = 0,04 \cdot \text{sen}(24\pi \cdot t + 2\pi \cdot x + \varphi_0) \text{ (m; s)}$$

Para establecer el valor de  $\varphi_0$ , sabemos que  $y(x = 0; t = 0) = 0$

$$y(0; 0) = 0 \Rightarrow 0 = 0,04 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor  $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$ , la ecuación de la onda es:

$$y(x; t) = 0,04 \cdot \text{sen}(24\pi \cdot t + 2\pi \cdot x) \text{ (m; s)}$$

- b) (1 p) Calcular la diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 80 cm.

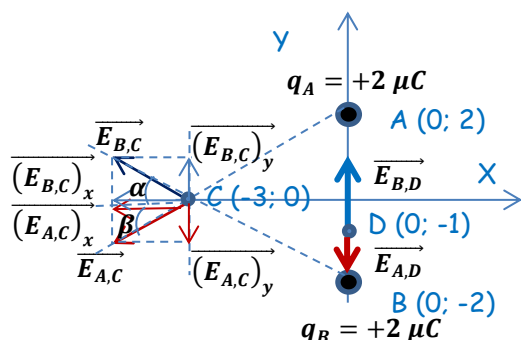
$$\Delta\varphi = (24\pi \cdot t + 2\pi \cdot x_2) - (24\pi \cdot t + 2\pi \cdot x_1) = 2\pi \cdot (x_2 - x_1) = 2\pi \cdot \Delta x = 2\pi \cdot 0,8 = 1,6\pi \text{ rad}$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de  $2\pi$  radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 0,8}{1} = 1,6\pi \text{ rad}$$

5.- Dos cargas puntuales iguales de  $+2 \mu\text{C}$  se encuentran en los puntos A (0; 2) m y B (0; -2) m. Calcula:

- a) (1 p) El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3; 0) m y D (0; -1) m.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ m}$$

$$r_{A,D} = 3 \text{ m}$$

$$r_{B,D} = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = \arctg\left(\frac{2}{3}\right) = 33,7^\circ$$

### Punto C

En el punto C se da una situación de simetría, ya que al ser  $q_A = q_B$  y  $r_{A,C} = r_{B,C}$ , el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes verticales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes horizontales que también son iguales.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2 \cdot (\vec{E}_{A,C})_x = -2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,C})^2} \cdot \cos \alpha \vec{i} = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{13})^2} \cdot \cos 33,7^\circ \vec{i}$$

$$\vec{E}_C = -2303,9 \vec{i} \text{ N/C}$$

A la hora del cálculo del potencial eléctrico también se da la misma simetría, cargas iguales y distancias iguales.

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = 2 \cdot V_{A,C} = 2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{r_{A,C}} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} = 9984,6 \text{ V}$$

### Punto D

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A,D} + \vec{E}_{B,D} = K \cdot \frac{q_A}{(r_{A,D})^2} \cdot (-\vec{j}) + K \cdot \frac{q_B}{(r_{B,D})^2} \cdot (\vec{j}) = K \cdot q \cdot \left( \frac{-1}{(r_{A,D})^2} + \frac{1}{(r_{B,D})^2} \right) \vec{j}$$

$$\vec{E}_D = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{-1}{(3)^2} + \frac{1}{(1)^2} \right) \vec{j} = 16000 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}} \right) = K \cdot q \cdot \left( \frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{1} \right) = 24000 \text{ V}$$

- b) (1 p) Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de  $+3 \mu\text{C}$  desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C?

$$(W_{\infty \rightarrow C})_{F \text{ eléctrica}} = q' \cdot (V_{\infty} - V_C) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (0 - 9984,6) = -0,03 \text{ J}$$

Proceso no espontáneo. Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

$$(W_{D \rightarrow C})_{F \text{ eléctrica}} = q' \cdot (V_D - V_C) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (24000 - 9984,6) = 0,042 \text{ J}$$

Proceso espontáneo. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar la carga supone una disminución de la energía potencial electrostática de ésta.