



## CINEMÁTICA VECTORIAL I 1.º BACH EJERCICIOS REPASO DE VECTORES ALBA LÓPEZ VALENZUELA ANTONIO GONZÁLEZ MORENO

- Dados los vectores  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  y  $\vec{v} = 4\vec{i} 2\vec{j}$  calcular:
  - (a) Su vector suma.
  - (b) Representa los tres vectores en el plano.
  - (c) El módulo de ambos vectores y el de su suma. **Solución:** a)  $\vec{u} + \vec{v} = 6\vec{i} + \vec{j}$ ; c)  $u = \sqrt{13}$ ,  $v = \sqrt{20}$ ,  $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{37}$
- Dados los vectores del plano  $\vec{v_1} = (3,4)$  y  $\vec{v_2} = (-1,1)$ , calcula:
  - (a) Sus módulos.
  - (b) Su suma.
  - (c) El vector  $-2\vec{v_2}$ .

**Solución:** a) 
$$v_1 = 5$$
,  $v_2 = \sqrt{2}$ ; b) (2,5); c) (2, -2)

¿Qué valor se ha de dar al escalar t para que el módulo del vector  $\vec{v}(t) = (t+1)\vec{i} + (2t+3)\vec{j} - t\hat{k} \sec \sqrt{6}$ ?

**Solución:**  $t = -\frac{1}{3}$  y t = -2

- 4 Dados los vectores del espacio expresados en coordenadas cartesianas  $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  y  $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ , determina:
  - (a) Sus módulos.
  - (b) Su diferencia  $\vec{v} \vec{u}$ .
  - (c) Su diferencia  $\vec{u} \vec{v}$ .
  - (d) ¿Cómo son entre sí los dos vectores diferencia?
  - (e) Represéntalos gráficamente.

**Solución:** a) 
$$v = \sqrt{3} \text{ u}, u = \sqrt{14} \text{ u}; \text{ b}) \vec{v} - \vec{u} = (-2,3,-2);$$

c)  $\vec{u} - \vec{v} = (2, -3,2)$  14

- Dados los siguientes puntos en el plano XY: A(-2, -2)y B(-1,3).
  - (a) Halla los vectores  $\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OB}$ .
  - (b) Halla el vector  $\overrightarrow{AB}$ .
  - (c) El ángulo que forma este vector con el eje X. **Solución:** a)  $\overrightarrow{OA} = (-2, -2), \overrightarrow{OB} = (-1,3); \overrightarrow{AB} = (1,5);$

El vector  $\vec{v}$  del plano XY situado en el primer cuadrante tiene módulo 5 y forma un ángulo de  $30^{\circ}$  con el eje x. Descompón este vector en sus componentes cartesianas y expresa el vector.

**Solución:**  $v_x = 4.33, v_y = 2.5; \vec{v} = 4.33\vec{i} + 2.5\vec{j}$ 

El vector  $\vec{a}$  del plano XY situado en el tercer cuadrante tiene módulo 10 y forma un ángulo de 30° con el eje y. Descompón este vector en sus componentes cartesianas y expresa el vector.

**Solución:**  $a_x = 5$ ,  $a_y = 8.66$ ;  $\vec{a} = -5\vec{i} - 8.66\vec{j}$ 

8 Hallar un vector unitario de igual dirección y sentido que el vector  $\vec{v} = 8\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ .

**Solución:**  $(\frac{8}{9}, -\frac{1}{9}, \frac{4}{9})$ 

9 Hallar un vector unitario de igual dirección que el vector  $\vec{v} = 6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}$  pero de sentido contrario a este.

- Dado los vectores  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} 3\vec{j} + \vec{k}$  y  $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}.$ 
  - (a) Calcular el vector  $\vec{v} = 2\vec{a} + \vec{b} 3\vec{c}$ .
  - (b) Halla el módulo.
  - (c) Los cosenos directores de  $\vec{v}$ .

**Solución:** a) (1, -2, 2); b) 3; c)  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \beta = -\frac{2}{3}$ ,  $\cos \gamma = \frac{2}{3}$ 

- 11 Dados los vectores  $\vec{u} = 4\vec{i} 3\vec{j} 6\vec{k}$  y  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} 2\vec{k}$ ,
  - (a) Su producto escalar.
  - (b) El producto de los módulos de ambos vectores.
  - (c) El coseno del ángulo que forman.

Solución: a) 10; b) 23.43; c) 0.43

12 Calcula el **producto escalar** y el ángulo que forman los vectores:  $\mathbf{a} = 5\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k} \ \mathbf{y} \ \mathbf{b} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ .

Solución: -7; 107.67°

Dados los vectores  $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k} \mathbf{y} \mathbf{b} = m\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  hallar el valor del parámetro m para que el vector diferencia de estos dos vectores sea perpendicular al primero.

Solución: m = 2

¿Para qué valores de t el vector  $\vec{v}(t) = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} - (t+5)\vec{k}$ es perpendicular al vector  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ ?

**Solución:**  $t_1 = 2 \text{ s}; \quad t_2 = -1.67 \text{ s}$ 

Dados los vectores  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  y  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$  calcular el producto escalar  $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ .

Solución: 54

Dada la función vectorial  $\vec{v}(t) = 4\vec{i} + (3t-2)\vec{j} + (t^2-5)\vec{k}$ , calcular el producto escalar de los vectores que se obtienen al hacer t = 1 s y t = 3 s.

Solución: 7

Calcular la **derivada** de la función vectorial  $\vec{r}(t) = 3t\vec{i} +$ 

 $(2t^{2}-1)\vec{j} + (t^{3}-2t)\vec{k} \text{ para } t = 0 \text{ y } t = -2.$   $Solución: \frac{d\vec{r}(0)}{dt} = 3\vec{i} - 2\vec{k}; \quad \frac{d\vec{r}(-2)}{dt} = 3\vec{i} - 8\vec{j} + 16\vec{k}$ 18 Hallar el módulo del vector derivada respecto a t del vec-

tor  $\mathbf{v} = t^2 \mathbf{i} - 2t \mathbf{j} + \mathbf{k}$ , correspondiente a t = 1.

Solución:  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 

Hallar los ángulos que forma con los ejes de coordenadas el vector derivada con respecto a t del vector  $\mathbf{v}$  =  $\operatorname{sen} t \mathbf{i} - \cos t \mathbf{j} + \sqrt{2} \mathbf{k}$ , correspondiente al instante t = 0.

**Solución:**  $\alpha = 54.74^{\circ}; \quad \beta = 0^{\circ}; \quad \gamma = 35.26^{\circ}$