CANTABRIA 2018

OPCIÓN 2 · EJERCICIO 3

R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

Un conductor rectangular se desplaza en el plano ZY. Calcular la intensidad que circula por el circuito, si tiene una resistencia de $2\,\Omega$, en los casos siguientes:

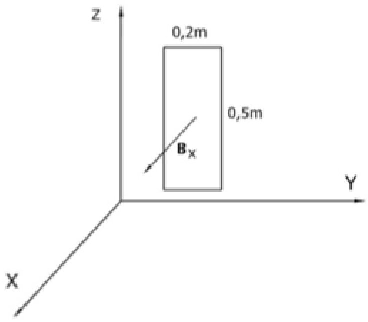
a) Se desplaza con velocidad uniforme de $2\,\hat{\jmath}\,\mathrm{m/s}$ y en toda la región existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 6\,\hat{\imath}\,\mathrm{T}$.

b) Se desplaza con velocidad uniforme de $2\,\hat{\jmath}\,\mathrm{m/s}$ y en toda la región existe un campo magnético $\vec{B} = (6 - y)\,\hat{\imath}\,\mathrm{T}$.

c) Al cabo de $100\,\mathrm{s}$ si existe un campo magnético $\vec{B} = (6 - y)\,\hat{\imath}\,\mathrm{T}$ y el conductor se desplaza con aceleración de $2\,\hat{\jmath}\,\mathrm{m/s^2}$.

d) Determina en todos los casos el sentido de la f.e.m. inducida.

Inicialmente el lado izquierdo del conductor coincide con el eje OZ.



Solución

Para determinar la intensidad que circula por el circuito hacemos uso de la LEY DE OHM:

$$\mathcal{E} = I \cdot R \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

donde, de acuerdo a la LEY DE FARADAY-LENZ:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

será la f.e.m. inducida en cada caso[1], I la intensidad y $R = 2\,\Omega$ la resistencia. El flujo magnético, Φ, se calcula en general como la integral de superficie:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iint_S B\,\mathrm{d}S \cos\theta,$$

donde $\vec{B}$ es el vector campo magnético y $\mathrm{d}\vec{S}$ el diferencial de superficie (ver figura 1).

[1] Notar el signo $-$ que indica que el sentido de la f.e.m. inducida es tal que su efecto se opone al campo magnético (causa) que la produce.

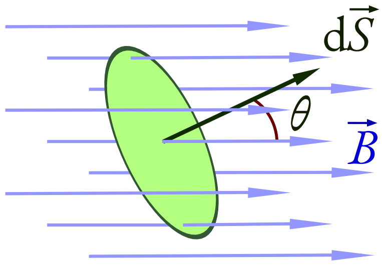


Figura 1: Flujo magnético a través de una espira. Adaptada de `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FlujoMagnetico.svg`.

a) Como el campo magnético es uniforme en toda la región, no se produce ninguna variación de flujo magnético (es constante) por lo que su derivada temporal será nula y también la f.e.m. inducida:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left(\iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\right)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left(\iint_S B\,\mathrm{d}S \cos\theta\right)}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$\boxed{I = 0}$$

b) En este caso el campo magnético varía a medida que la espira se desplaza en la dirección y, por lo que el flujo magnético a través de ella también lo hará[2]. Calculamos lo primero el flujo magnético Φ:

[2] Notar que el campo magnético $\vec{B}$ disminuye hasta $y = 6$ m, posición a partir de la cual cambia de sentido.

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_y^{y+0.2} (6-y) \cdot 0.5 \mathrm{d}y = 0.5 \left[6y - \frac{y^2}{2} \right]_y^{y+0.2} = \cdots = 0.59 - 0.1y$$

La f.e.m. inducida será:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(0.59 - 0.1y)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(BS\cos\theta)}{\mathrm{d}t} = 0.1\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0.1v$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.1v}{R} = \frac{0.1 \cdot 2}{2} = 0.1\ \mathrm{A}$$

c) En este caso la f.e.m. inducida depende del tiempo, ya que la velocidad a la que se mueve la espira no es constante como en b). Aún así nos piden la instensidad que circula por el circuito a los 100 s, por lo que:

$$\mathcal{E}(t) = \cdots = 0.1v(t),$$

donde $v(t) = v_0 + at = 2t\,\hat{\jmath}$ asumiendo un MRUA (a constante).

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} = \frac{0.1v(t)}{R} = \frac{0.1 \cdot 2t}{2} = 0.1t$$

$$I(100\ \mathrm{s}) = 10\ \mathrm{A}$$

d) En el apartado a) no circula intensidad por el conductor. Tanto en el apartado b) como en el c) nos encontramos con que el campo magnético disminuye hasta $y = 6$ m para después aumentar pero cambiando de signo. De acuerdo a la LEY DE LENZ, la corriente que circula por la espira deberá crear un campo magnético tal que *contrarreste* la variación de flujo sufrida por la espira. Como el flujo está disminuyendo hasta $y = 6$ m, la espira creará un campo que haga que aumente el flujo, por lo que la intensidad girará en SENTIDO ANTIHORARIO (campo magnético hacia afuera —sentido $+x$— de acuerdo a la REGLA DEL SACACORCHOS). Para $y > 6$ m el campo magnético aumenta pero esta vez está dirigido hacia dentro, pues es negativo ($-\hat{\imath}$). Aplicando de nuevo la LEY DE LENZ vemos que la intensidad deberá seguir circulando en SENTIDO ANTIHORARIO para oponerse al aumento de flujo.