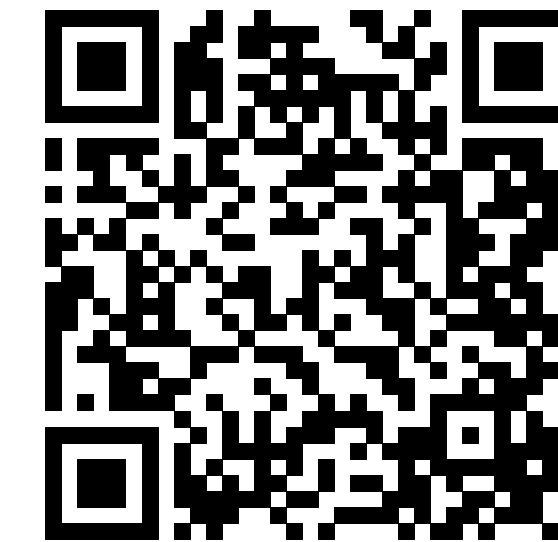


MOVIMIENTOS

4º ESO

Rodrigo Alcaraz de la Osa



MRU

Características

Las **características** del **movimiento rectilíneo uniforme** (MRU) son:

- Trayectoria rectilínea.
- Velocidad v constante (aceleración $a = 0$).

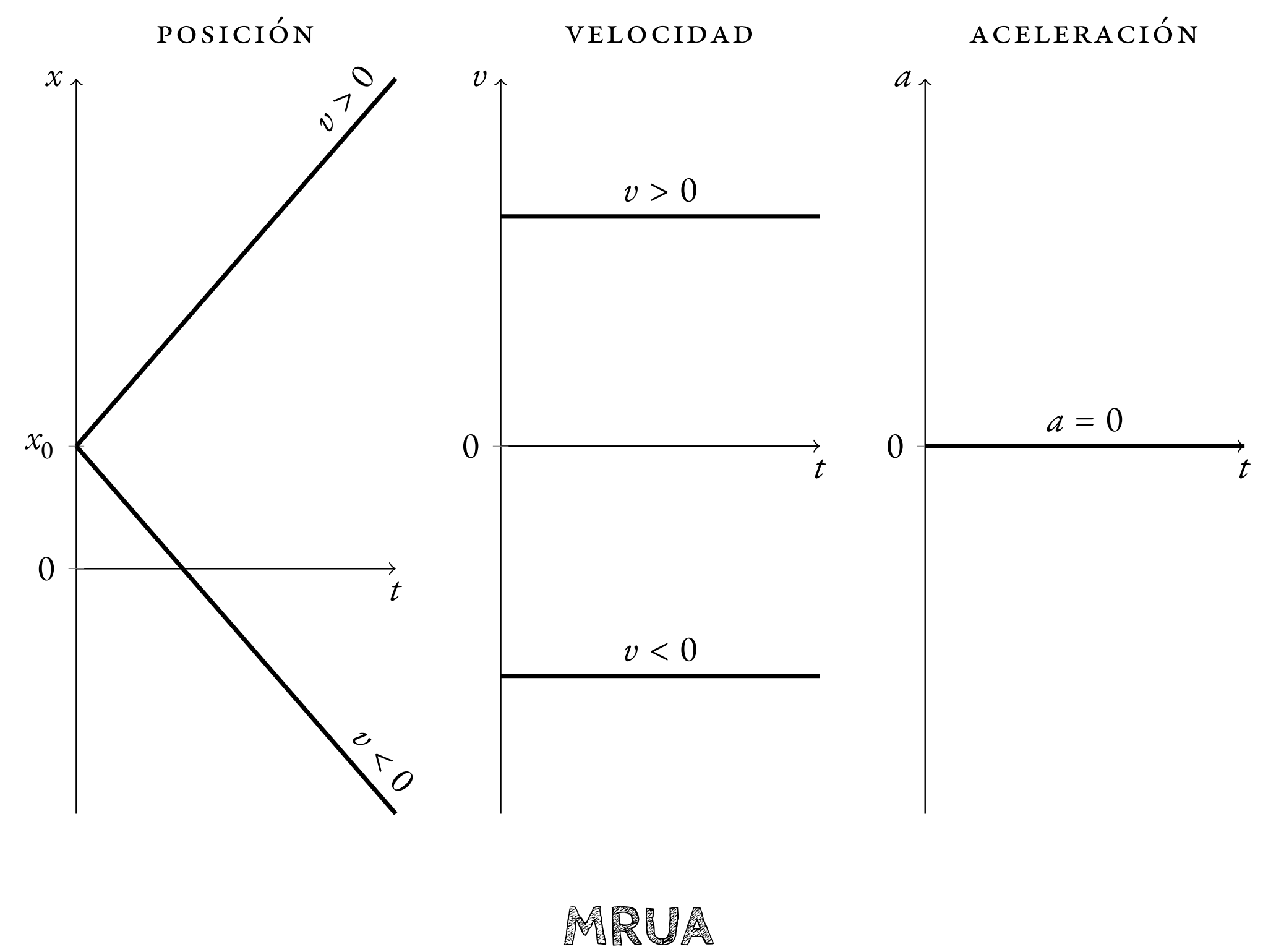
Ecuación principal

La **ecuación principal** (también llamada **ecuación del movimiento** o **ecuación de la posición**) del MRU es:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0),$$

donde x es la posición final, x_0 la posición inicial, v la velocidad, t el tiempo final y t_0 el tiempo inicial.

Gráficas



MRUA

Características

Las **características** del **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado** (MRUA) son:

- Trayectoria rectilínea.
- Aceleración a constante (velocidad v variable).

Ecuaciones principales

La **ecuaciones principales** del MRUA son:

$$\text{Posición: } x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (1)$$

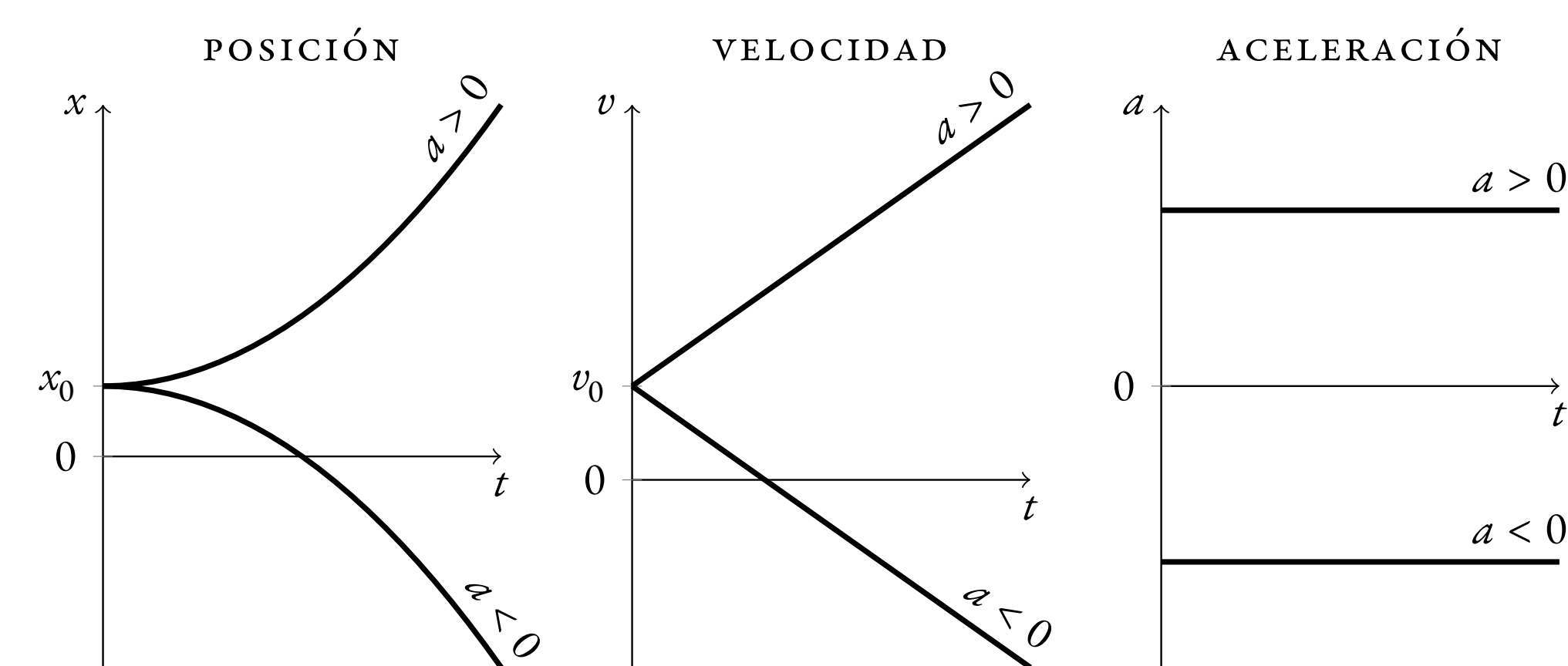
$$\text{Velocidad: } v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (3)$$

donde x es la posición final, x_0 la posición inicial, v_0 la velocidad inicial, a la aceleración, t el tiempo final, t_0 el tiempo inicial y $\Delta x = x - x_0$ es la distancia o espacio recorrido.

MRUA (cont.)

Gráficas



Caída libre/lanzamiento vertical

La **caída libre** o **lanzamiento vertical** es un caso especial de MRUA en el que la aceleración es igual a la aceleración de la **gravedad**. En el caso de la Tierra, $a = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$ (el signo $-$ indica que la aceleración de la gravedad apunta, siempre, hacia abajo).

Encuentros

Se trata de situaciones en las que dos cuerpos comienzan en posiciones distintas y acaban encontrándose al cabo de un cierto tiempo.

Seguimos estos **tres pasos**:

1. **Escribir** las **ecuaciones de la posición** de cada cuerpo.
2. **Imponer** la **condición de encuentro**, es decir, que ambas **posiciones coinciden cuando se encuentran**.
3. **Despejar** la magnitud que me pidan.

Ejemplo

Un coche 🚗 se desplaza por una carretera que es paralela a la vía de un tren. El coche se detiene ante un semáforo que está con luz roja en el mismo instante que pasa un tren 🚂 con una rapidez constante de 12 m/s. El coche permanece detenido durante 6 s y luego arranca con una aceleración constante de 2 m/s². Determinar:

- a) El tiempo que emplea el coche en alcanzar al tren, medido desde el instante en que se detuvo ante el semáforo.
- b) La distancia que recorrió el coche desde el semáforo hasta que alcanzó al tren.
- c) La rapidez del coche en el instante que alcanza al tren.

Solución

- a) Lo primero que hacemos es **escribir las ecuaciones del movimiento** de cada móvil:

$$\text{🚗 (MRUA): } x_c = x_{0c} + v_{0c}(t - t_{0c}) + \frac{1}{2}a_c(t - t_{0c})^2$$

$$\text{🚂 (MRU): } x_t = x_{0t} + v_t(t - t_{0t})$$

Ejemplo (cont.)

- a) **Particularizamos** para nuestro caso:

$$\begin{aligned} x_{0c} &= x_{0t} = 0 \\ v_{0c} &= 0; \quad v_t = 12 \text{ m/s} \\ a_c &= 2 \text{ m/s}^2 \\ t_{0c} &= 6 \text{ s}; \quad t_{0t} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{🚗 (MRUA): } x_c = 0 + 0 \cdot (t - 6) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (t - 6)^2 = (t - 6)^2 = t^2 - 12t + 36$$

$$\text{🚂 (MRU): } x_t = 0 + 12 \cdot (t - 0) = 12t$$

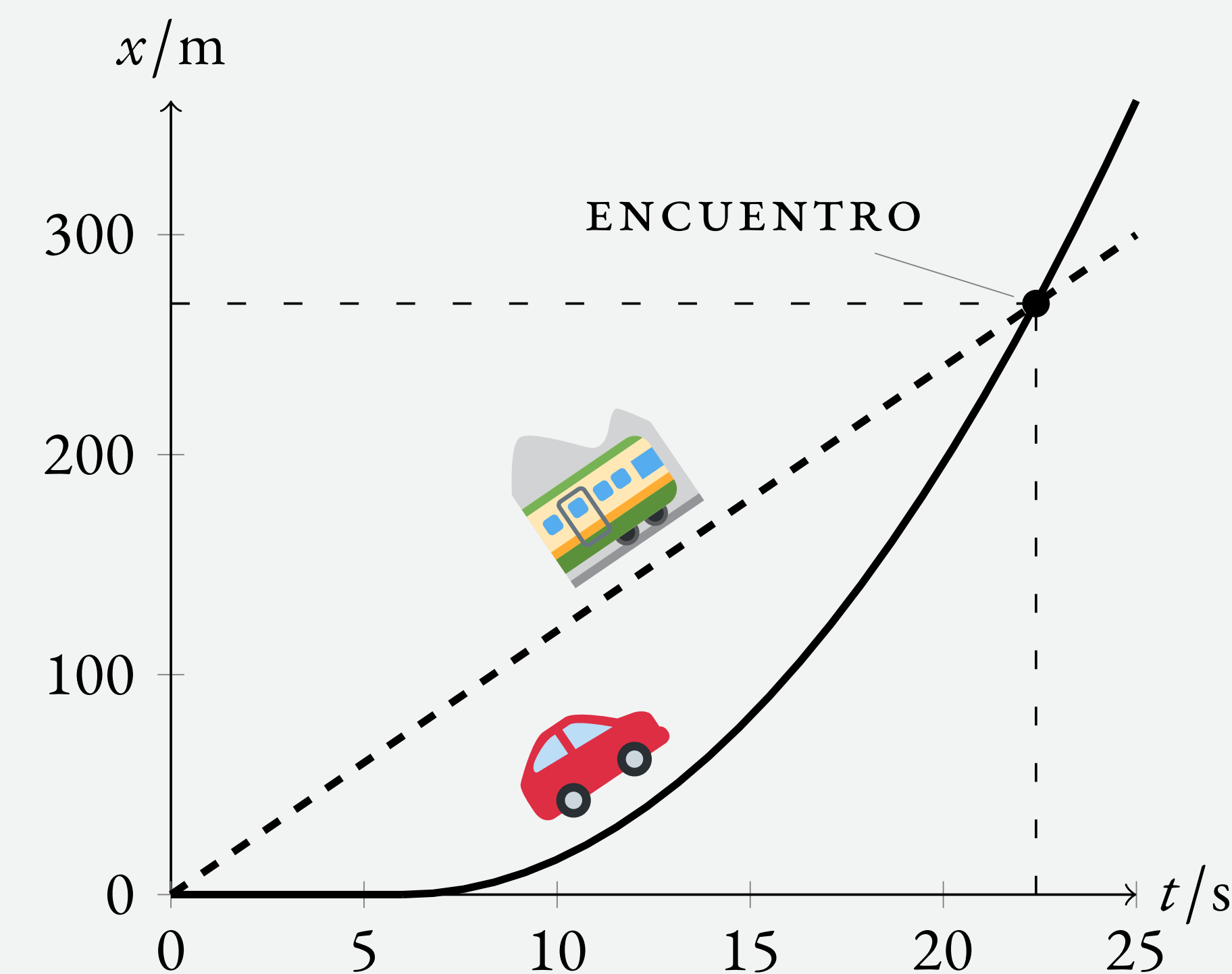
A continuación **imponemos la condición de encuentro**:

$$\begin{aligned} x_c &= x_t \\ t^2 - 12t + 36 &= 12t \\ t^2 - 24t + 36 &= 0 \end{aligned}$$

Despejamos el **tiempo de encuentro** t^* :

$$t^* = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{432}}{2} = \begin{cases} 22.4 \text{ s} \\ 1.6 \text{ s} \end{cases}$$

donde descartamos la solución $t = 1.6 \text{ s}$ por ser menor que los 6 s que está parado el coche en el semáforo. Podemos comprobar esto representando la gráfica de posición frente a tiempo ($x - t$) para cada móvil:



donde se ve claramente cómo el coche está parado los primeros 6 s para después arrancar acelerando (parábola) y alcanzando al tren a los 22.4 s.

- b) Para calcular la **distancia recorrida** por el coche solo tenemos que sustituir el tiempo de encuentro, $t^* = 22.4 \text{ s}$, en su ecuación de posición, ya que comienza en $x_0 = 0$:

$$x_c(t^*) = t^{*2} - 12t^* + 36 = 22.4^2 - 12 \cdot 22.4 + 36 = 268.7 \text{ m}$$

- c) La **rapidez** del coche cuando alcanza al tren la podemos calcular utilizando la **ecuación de la velocidad** del coche, sustituyendo $t = t^*$:

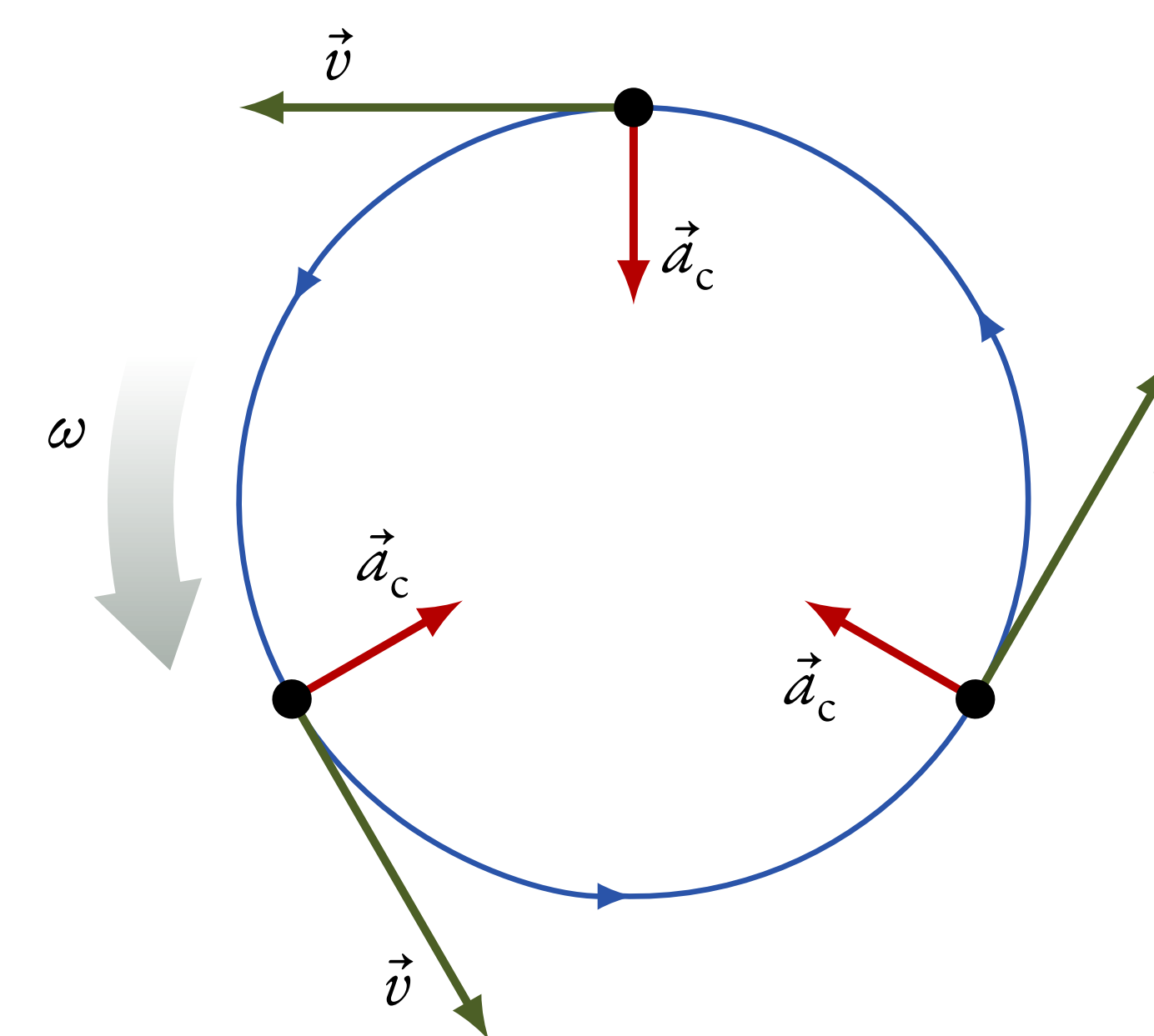
$$v_c(t^*) = v_{0c} + a_c(t^* - t_0) = 0 + 2 \cdot (22.4 - 6) = 32.8 \text{ m/s}$$

MCU

Características

Las **características** del **movimiento circular uniforme** (MCU) son:

- Trayectoria circular.
- Módulo de la velocidad constante (aceleración tangencial $a_t = 0$).



Ecuación principal

La **ecuación principal** del MCU es:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega(t - t_0),$$

donde φ es la posición angular final, φ_0 la posición angular inicial, ω la velocidad angular, t el tiempo final y t_0 el tiempo inicial.

Periodo T El tiempo que tarda el móvil en completar una vuelta completa se llama **periodo**, T .

Frecuencia f El número de vueltas que da el móvil en 1 s es la **frecuencia**, f , y está relacionada con el periodo:

$$f = \frac{1}{T} \left[\frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz} \right]$$

La frecuencia o velocidad angular, ω , está relacionada con el periodo y la frecuencia a través de las expresiones:

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Las magnitudes lineales y angulares se relacionan a través del radio R :

$$\begin{aligned} e &= \varphi R \\ v &= \omega R \end{aligned}$$

Aceleración centrípeta \vec{a}_c

También llamada **aceleración normal**, es una aceleración que surge del cambio de dirección de la velocidad. Su módulo es igual a:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

y siempre se dirige hacia el centro de la circunferencia.