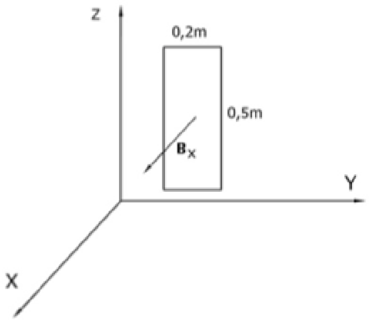
CANTABRIA 2018

OPCIÓN 2 · EJERCICIO 3

R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

Un conductor rectangular se desplaza en el plano ZY. Calcular la intensidad que circula por el circuito, si tiene una resistencia de 2 Ω, en los casos siguientes:



a) Se desplaza con velocidad uniforme de $2\,\hat{\jmath}\,\mathrm{m/s}$ y en toda la región existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 6\,\hat{\imath}\,\mathrm{T}$.

b) Se desplaza con velocidad uniforme de $2\,\hat{\jmath}\,\mathrm{m/s}$ y en toda la región existe un campo magnético $\vec{B} = (6 - y)\,\hat{\imath}\,\mathrm{T}$.

c) Al cabo de 100 s si existe un campo magnético $\vec{B} = (6 - y)\,\hat{\imath}\,\mathrm{T}$ y el conductor se desplaza con aceleración de $2\,\hat{\jmath}\,\mathrm{m/s^2}$.

d) Determina en todos los casos el sentido de la f.e.m. inducida.

Inicialmente el lado izquierdo del conductor coincide con el eje OZ.

Solución

Para determinar la intensidad que circula por el circuito hacemos uso de la LEY DE OHM:

$$\mathcal{E} = I \cdot R \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

donde, de acuerdo a la LEY DE FARADAY-LENZ:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

será la f.e.m. inducida en cada caso[1], I la intensidad y $R = 2\,\Omega$ la resistencia. El flujo magnético, Φ, se calcula como el producto escalar:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\theta,$$

donde $\vec{B}$ es el vector campo magnético y $\vec{S}$ es un vector normal a la superficie (ver figura 1).

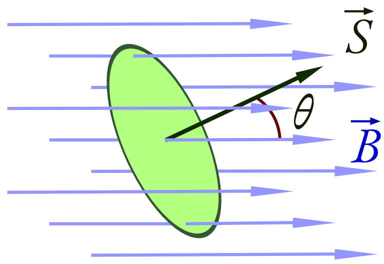


Figura 1: Flujo magnético a través de una espira. Adaptada de `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FlujoMagnetico.svg`.

a) Como el campo magnético es uniforme en toda la región, no se produce ninguna variación de flujo magnético (es constante) por lo que su derivada temporal será nula y también la f.e.m. inducida:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(\vec{B} \cdot \vec{S})}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(BS\cos\theta)}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$\boxed{I = 0}$$

b) En este caso el campo magnético varía a medida que la espira se desplaza en la dirección y, por lo que el flujo magnético a través de ella también lo hará:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(\vec{B} \cdot \vec{S})}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(BS\cos\theta)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}[(6-y)S]}{\mathrm{d}t} = S\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = Sv$$

$$\boxed{I} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Sv}{R} = \frac{0.2 \cdot 0.5 \cdot 2}{2} = \boxed{0.1\,\mathrm{A}}$$

El SENTIDO de la CORRIENTE será HORARIO, para que, de acuerdo a la REGLA DEL SACACORCHOS, el campo magnético inducido esté dirigido *hacia dentro* ($-x$), oponiéndose así al campo magnético que la creó.

[1] Notar el signo – que indica que el sentido de la f.e.m. inducida es tal que su efecto se opone al campo magnético (causa) que la produce.

c) En este caso la f.e.m. inducida depende del tiempo, ya que la velocidad a la que se mueve la espira no es constante como en b). Aún así nos piden la instensidad que circula por el circuito a los 100 s:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(\vec{B}\cdot\vec{S})}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(BS\cos\theta)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}[(6-y)S]}{\mathrm{d}t} = S\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = Sv(t),$$

donde $v(t) = v_0 + at = 2t\,\hat{\jmath}$.

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} = \frac{Sv(t)}{R} = \frac{0.2\cdot 0.5\cdot 2t}{2} = 0.1t$$

$$I(100\,\mathrm{s}) = 10\,\mathrm{A}$$

El SENTIDO de la CORRIENTE será de nuevo HORARIO, para que, de acuerdo a la LEY DE LENZ, el flujo magnético disminuya debido al campo magnético inducido —esté dirigido *hacia dentro* $(-x)$.