ARAGÓN 2018

OPCIÓN A · EJERCICIO 1

R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

Dos altavoces están situados a la misma altura y separados entre sí una distancia de 4.0 m. Ambos emiten un sonido puro de 200 Hz. En el primero, F_1, se ha seleccionado una potencia de 1.2 mW y en el segundo, F_2, la potencia seleccionada es 1.8 mW. Se sabe que vibran en fase.

1.1) Determine la intensidad del sonido en un punto del plano en el que están los altavoces situado a 4.0 m del primer altavoz y a 3.0 m del segundo.

1.2) Suponga ahora que en ambos altavoces se selecciona la misma potencia, 1.0 mW, y el sonido puro que emiten es de 40 Hz. ¿Cuál será el nivel de sensación sonora en el punto medio entre ambos altavoces? Tenga en cuenta la curva isofónica (figura 1).

Datos: velocidad del sonido $330\ \mathrm{m\,s^{-1}}$*; intensidad umbral* $10^{-12}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$.

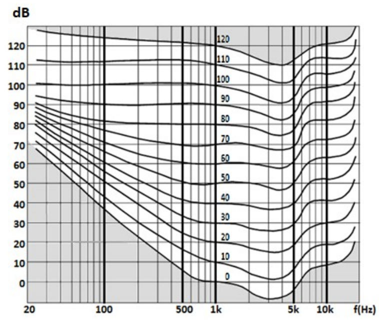

Figura 1: Curva isofónica.

Solución

1.1) La figura 2 muestra la disposición de ambos altavoces y el punto donde queremos calcular la intensidad del sonido.

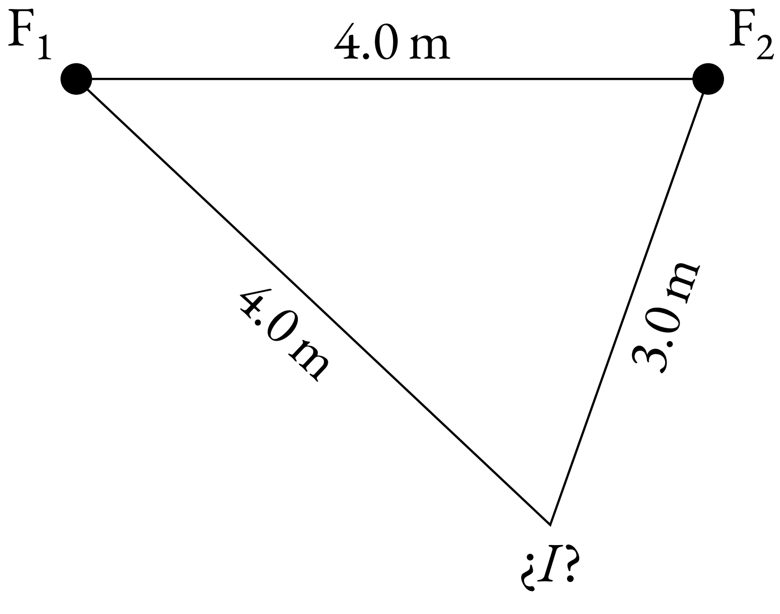

Figura 2: Disposición de los altavoces F_1 y F_2 y el punto donde queremos calcular la intensidad del sonido.

Nos dicen que los altavoces vibran en fase, por lo que en general se producirá interferencia, debido a la diferencia de caminos[1]. En el caso general:

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A_2 \cos(\omega t - kx + \delta)$$

donde utilizamos el hecho de que ambas ondas tienen la misma longitud de onda y frecuencia, pero distinta amplitud.

[1] Podemos ver fácilmente que la interferencia no será ni constructiva ni destructiva, evaluando la diferencia de camino entre ambas ondas y comparándola con la longitud de onda:

$$\lambda \cdot f = v \to \lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{200} = 1.65\ \mathrm{m}$$
$$\frac{r_1 - r_2}{\lambda} = \frac{4-3}{1.65} = \frac{20}{33}$$

que no es ni un número entero (constructiva) ni semientero (destructiva).

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda},$$

con Δr la diferencia de caminos y λ la longitud de onda:

$$\delta = 2\pi \frac{4-3}{1.65} = \frac{40}{33}\pi \text{ rad}$$

Haciendo uso de NOTACIÓN FASORIAL:

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t - kx) = \Re\{A_1 \exp[\jmath(\omega t - kx)]\} = \Re\{\tilde{y}_1 \exp[\jmath(\omega t - kx)]\}$$
$$y_2 = A_2 \cos(\omega t - kx + \delta) = \Re\{A_2 \exp[\jmath(\omega t - kx + \delta)]\} = \Re\{\tilde{y}_2 \exp[\jmath(\omega t - kx)]\}$$

siendo:

$$\tilde{y}_1 = A_1$$
$$\tilde{y}_2 = A_2 \exp(\jmath\delta)$$

La superposición de ambas ondas viene dada por $y_1 + y_2$, siendo su amplitud:

$$\tilde{y} = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 = A_1 + A_2 \exp(\jmath\delta) = A \exp(\jmath\delta'),$$

donde:

$$\begin{aligned} A = \sqrt{\tilde{y}\tilde{y}^*} &= \sqrt{[A_1 + A_2 \exp(\jmath\delta)][A_1 + A_2 \exp(-\jmath\delta)]} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2[\exp(\jmath\delta) + \exp(-\jmath\delta)]} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\delta} \end{aligned}$$

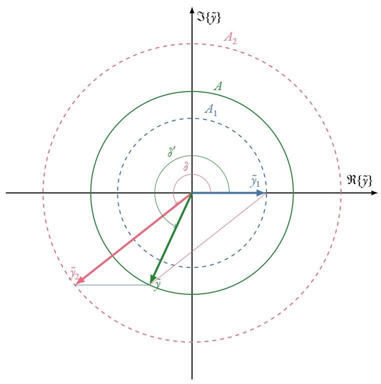

Figura 3: Representación en el PLANO COMPLEJO de las amplitudes de las ondas de cada altavoz, así como la onda resultante.

Como $I \propto A^2$, podemos escribir[2]:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\delta \tag{1}$$

[2] Recordemos que $\delta = 40/33\pi$ rad.

Para calcular la intensidad de cada altavoz por separado, utilizamos la expresión[3]:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \tag{2}$$

[3] Suponemos que los altavoces emiten ondas esféricas, de forma que la energía se distribuye en una superficie esférica de área $A = 4\pi r^2$, siendo r la distancia desde el altavoz (fuente) hasta el punto donde queremos calcular la intensidad I.

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi r_1^2} = \frac{1.2 \times 10^{-3}}{4\pi(4.0)^2} = 5.97 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$$
$$I_2 = \frac{P_2}{4\pi r_2^2} = \frac{1.8 \times 10^{-3}}{4\pi(3.0)^2} = 1.59 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$$

Sustituyendo en (1):

$$I = 6.6 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$$

1.2) En este caso los altavoces emiten con la misma potencia, misma frecuencia y nos piden el nivel de sensación sonora en el punto medio entre ambos, por lo que se producirá una interferencia constructiva. El nivel de sensación sonora, S, se relaciona con la intensidad, I, a través de la expresión:

$$S = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

siendo $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$ la intensidad umbral. A partir de (1) podemos calcular la intensidad resultante imponiendo $I_1 = I_2 = I_\mathrm{m}$ y $\delta = 0$:

$$I = I_\mathrm{m} + I_\mathrm{m} + 2\sqrt{I_\mathrm{m} \cdot I_\mathrm{m}} \cos 0 = 4I_\mathrm{m}$$

Esta intensidad I_m la calculamos a partir de (2):

$$I_\mathrm{m} = \frac{P_\mathrm{m}}{4\pi r^2} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi (2)^2} = 1.99 \times 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}},$$

por lo que $I = 4I_\mathrm{m} = 7.96 \times 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$ y por tanto:

$$\boxed{S} = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{7.96 \times 10^{-5}}{10^{-12}}\right) \approx \boxed{79\ \mathrm{dB}},$$

que, de acuerdo a la curva isofónica de la figura 1, supone una sensación sonora similar a la obtenida en el punto anterior, en el que $I = 6.6 \times 10^{-6}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$, por lo que $S \approx 68$ dB, que para $f = 200$ Hz corresponde, aproximadamente, al mismo nivel de sensación sonora que en este caso.