

GALICIA 2018

OPCIÓN B · EJERCICIO 3

R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

Queremos enfriar una bebida que está a una temperatura de 33°C y tiene una densidad de 1.2 g cm^{-3} . En un vaso aislante servimos 200 mL de la bebida y dos cubos de hielo (cada uno de 25 g y a 0°C de temperatura). Suponiendo que el calor específico de la bebida tiene el mismo valor numérico que el del agua:

- Determine la temperatura final de la bebida.
- Si en lugar de dos cubos ponemos seis, ¿cuál será la temperatura final de la bebida?
- ¿Cuántos cubos, como mínimo, son necesarios para que la bebida esté a 0°C ?

Datos: calor específico del agua y de la bebida $c = 4180\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$; calor latente de fusión del hielo $L_f = 333.4 \times 10^3\text{ J kg}^{-1}$.

Solución

- Aplicamos el PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA teniendo en cuenta que el VASO ES AISLANTE¹:

$$-Q_{\text{bebida}}^{\text{cedido}} = Q_{\text{hielo}}^{\text{absorbido}}$$

Suponemos que se derrite todo el hielo (50 g):

$$\begin{aligned} -m_b c(T_f - T_b) &= m_h L_f + m_h c(T_f - T_h) \\ -\rho_b V_b c(T_f - T_b) &= m_h L_f + m_h c(T_f - T_h) \end{aligned} \quad (1)$$

Despejando T_f :

$$T_f = \frac{c(\rho_b V_b T_b + m_h T_h) - m_h L_f}{c(\rho_b V_b + m_h)} \quad (2)$$

Sustituyendo²:

$$T_f = 286.71\text{ K} = 13.56^\circ\text{C}$$

Como la temperatura final es está entre las temperaturas iniciales de la bebida y del hielo, la suposición de que todo el hielo se derrite es correcta.

- Teniendo en cuenta que del apartado anterior obtenemos que ya con dos hielos la temperatura final es menos de la mitad de la temperatura inicial de la bebida, parece claro que con seis hielos no todo el hielo se derretirá y por lo tanto la temperatura final será 0°C . Procedemos como en el apartado anterior, suponiendo que todo el hielo se derrite, salvo que ahora $m_h = 6 \times 25\text{ g} = 150\text{ g}$:

$$T_f = \frac{c(\rho_b V_b T_b + m_h T_h) - m_h L_f}{c(\rho_b V_b + m_h)} = 262.78\text{ K} = -10.37^\circ\text{C}$$

lo que es incompatible con que se funda todo el hielo (la temperatura final debería ser mayor que $273.15\text{ K} = 0^\circ\text{C}$). La conclusión es que no todo el hielo se funde y por lo tanto la temperatura final de la bebida será $T_f = 0^\circ\text{C}$.

¹ Utilizamos el CRITERIO DE SIGNOS QUÍMICO (egoísta), de forma que el calor absorbido/cedido por el sistema es positivo/negativo.

² OJO con las UNIDADES: $m_h = 50 \times 10^{-3}\text{ kg}$; $L_f = 333.4 \times 10^3\text{ J kg}^{-1}$; $c = 4180\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$; $\rho_b = 1200\text{ kg m}^{-3}$; $V_b = 2 \times 10^{-4}\text{ m}^3$; $T_b = 306.15\text{ K}$ y $T_h = 273.15\text{ K}$.

c) Particularizamos (1) para el caso en el que $T_f = T_h = 273.15 \text{ K}$:

$$-\rho_b V_b c (T_f - T_b) = m_h L_f \rightarrow m_h = \frac{\rho_b V_b c (T_b - T_f)}{L_f}$$

Sustituyendo:

$$m_h = 99.30 \text{ g} \approx 4 \text{ } \text{ice cube icon}$$

lo que se comprueba en la figura 1, que muestra la temperatura final de la bebida, T_f , calculada a partir de (2), en función de la masa de hielo, m_h :

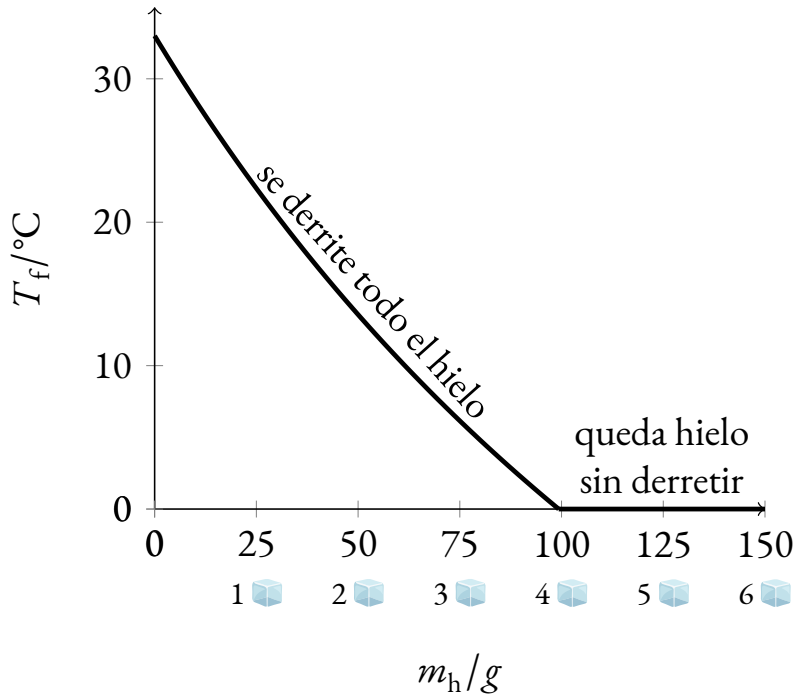


Figura 1: Temperatura final de la bebida, T_f , en función de la masa de hielo, m_h . Se muestra también la equivalencia en cubos de hielo . Se observa cómo hasta ≈ 4 cubos de hielo, todo el hielo se derrite, resultando en una $T_f > 0^\circ\text{C}$. A partir de esa masa queda hielo sin derretir y por tanto la temperatura final es $T_f = 0^\circ\text{C}$.