

CANTABRIA 2018

OPCIÓN 1 · EJERCICIO 3

R. ALCARAZ DE LA OSA · J. SÁNCHEZ MAZÓN

A 40 cm de distancia del centro óptico de una lente de 5 dioptrías se halla un objeto luminoso de 3 cm de altura. Detrás de esta lente y a 1 m de distancia, formando con ella un sistema centrado, existe un espejo convexo de 60 cm de radio.

- Construye gráficamente la imagen del objeto formada por el sistema.
- Deduce la posición de la imagen, su naturaleza y su tamaño.
- Si quitamos el espejo convexo, ¿en qué punto deberíamos colocar un espejo plano para que la imagen saliera sobre el foco imagen de la lente? Utiliza un diagrama de rayos para completar la explicación.

Solución

- La figura 1 muestra la disposición, a escala, del sistema óptico completo.



Adoptamos el CRITERIO DE SIGNOS en el que distancias medidas hacia la izquierda y hacia abajo son negativas, mientras que son positivas si se miden hacia la derecha o hacia arriba.

Lo primero, obtenemos la distancia focal de la lente a partir de la potencia:

$$P = \frac{1}{f_1} \rightarrow f_1' = \frac{1}{P} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

Construimos la imagen intermedia del objeto a través de la lente convergente:

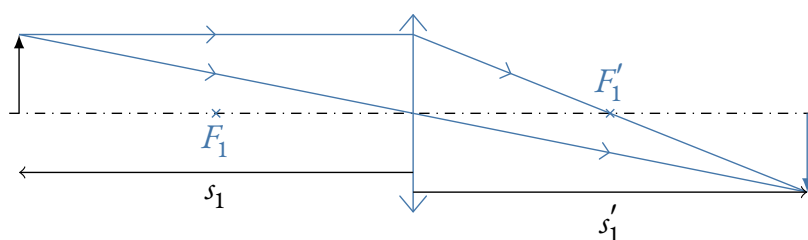


Figura 2: Imagen intermedia del objeto a través de la lente convergente. Se ha hecho uso de dos rayos, uno que incide paralelo al eje y sale por el foco imagen F_1' y otro que pasa por el centro de la lente, sin desviarse. Se observa que $s_1' = -s_1$ y que la imagen tiene el mismo tamaño que el objeto, aunque está invertida.

Ahora esta imagen intermedia actúa como objeto para el espejo convexo:

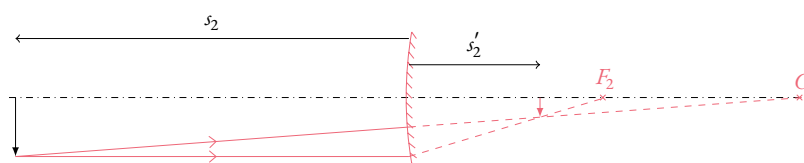


Figura 3: Imagen final a través del espejo convexo. Se ha hecho uso de dos rayos, uno que incide paralelo al eje y sale por el foco F_2 y otro que pasa por el centro del espejo, sin desviarse. Se observa que la imagen es virtual (pues se cortan las prolongaciones de los rayos), invertida (respecto al objeto original) y más pequeña que el objeto original.

- b) Del apartado a) se deduce que la **IMAGEN FINAL** está **A LA DERECHA DEL ESPEJO** (antes de su foco), es **VIRTUAL** (pues se cortan las prolongaciones de los rayos), está **INVERTIDA** y es **MÁS PEQUEÑA**. A continuación la calculamos para comprobarlo:

Paso por la lente

Escribimos la FÓRMULA DE GAUSS PARA UNA LENTE DELGADA:

$$-\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f'_1}$$

donde $s_1 = -40$ cm es la posición del objeto¹, s'_1 la posición de la imagen y $f'_1 = 20$ cm la distancia focal²:

$$s'_1 = \frac{s_1 f'_1}{s_1 + f'_1} = \frac{-40 \cdot 20}{-40 + 20} = 40 \text{ cm} = -s_1$$

¹ Negativa pues se encuentra a la izquierda de la lente.

² Positiva pues se trata de una lente convergente.

Paso por el espejo convexo

La imagen intermedia por la lente actúa como objeto para el espejo convexo.

En este caso utilizamos el INVARIANTE DE ABBE:

$$n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s_2} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'_2} \right),$$

particularizado para $n' = -n$:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{2}{r},$$

con $s_2 = -60$ cm, s'_2 la posición de la imagen y $r = 60$ cm:

$$s'_2 = \frac{r s_2}{2 s_2 - r} = \frac{60 \cdot (-60)}{2 \cdot (-60) - 60} = 20 \text{ cm},$$

por lo que la imagen final se formará 20 cm **A LA DERECHA DEL ESPEJO** convexo y será por tanto **VIRTUAL**. Calculamos el aumento total³, β , para comprobar que está invertida y es más pequeña que el objeto original:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \beta_1 \cdot \beta_2,$$

donde $y = 3$ cm es el tamaño del objeto original, y' es el tamaño de la imagen final, $\beta_1 = s'_1/s_1 = -1$ y $\beta_2 = -s'_2/s_2 = -20/(-60) = 1/3$:

$$\beta = -1 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \rightarrow y' = \beta y = -\frac{1}{3} \cdot 3 \text{ cm} = -1 \text{ cm},$$

por lo que comprobamos que la imagen final está invertida ($\beta < 0$) y es tres veces más pequeña que el objeto original.

³ Fórmula general:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n s'}{n' s}$$

- c) El paso por la lente sigue siendo válido, por lo que podemos volver a utilizar el hecho de que la imagen intermedia por la lente actúa como objeto para el (ahora) espejo plano. Llamamos x a la distancia entre la lente y el espejo plano (en cm), y utilizamos de nuevo el invariante de Abbe para un espejo plano ($r \rightarrow \infty$):

$$s' = -s,$$

$$\text{con } s = s'_1 - x = 40 - x \text{ y } s' = -(x - f'_1) = -(x - 20):$$

$$-x + 20 = -40 + x$$

$$60 = 2x$$

$$x = 30 \text{ cm},$$

por lo que habrá que colocar el espejo plano 30 cm a la derecha de la lente.

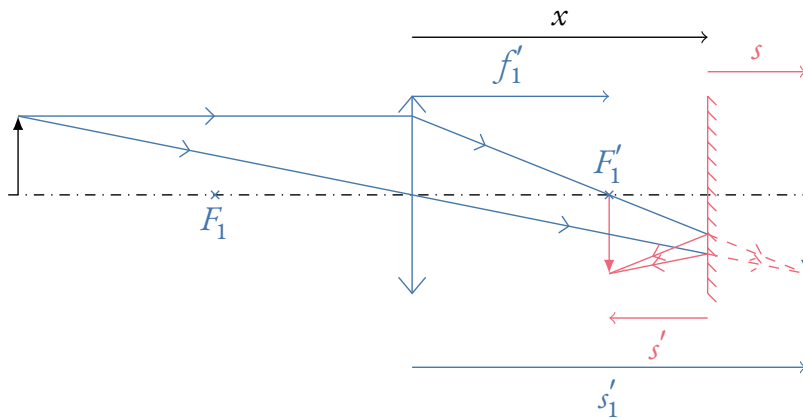


Figura 4: Imagen final a través del espejo plano. Se ha hecho uso de dos rayos, uno que incide paralelo al eje y se refleja por el mismo camino y otro que es reflejado con el mismo ángulo con el que incide (ley de la reflexión).