ONDAS (RESUELTOS)

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^{8}$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^{9}$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97{\cdot}10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

SEPTIEMBRE 2018

Una onda se propaga transversalmente por una cuerda en sentido positivo del eje X. El período de dicho movimiento es de 4 s y la distancia que recorre un punto de la cuerda entre posiciones extremas es de 30 cm.

a) **(1 p)** Si la distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que oscilan en fase es de 80 cm, ¿cuál es la velocidad de propagación de la onda?; ¿cuál es el número de onda?

Por el enunciado sabemos:

$$T = 4\ s; \qquad A = 15\ cm = 0,15\ m; \qquad \lambda = 80\ cm = 0,8\ m$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{4} = 0,2\ \frac{m}{s}; \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,8} = 2,5\pi\ rad/m\ o\ m^{-1}$$

b) **(1 p)** Escribe la ecuación de la onda suponiendo que su elongación inicial en el punto x = 0 es nula (y (0, 0) = 0).

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje X:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por lo tanto:

$$y\,(x;t) = 0,15\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{4}\,.\,t - \frac{2\pi}{0,8}\,.\,x + \varphi_0\right) = 0,15\,.\,sen\left(\frac{\pi}{2}\,.\,t - 2,5\pi\,.\,x + \varphi_0\right)\ (m;s)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos:

$$y\,(x=0;t=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0,15\,.\,sen\,(\varphi_0) \ \Rightarrow\ sen\,(\varphi_0) = 0 \ \Rightarrow\ \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0\ rad$, la ecuación de la onda es:

$$y\,(x;t) = 0,15\,.\,sen\left(\frac{\pi}{2}\,.\,t - 2,5\pi\,.\,x\right)\ (m;s)$$

SEPTIEMBRE 2018

La expresión matemática de una onda transversal en una cuerda es:

$$y\,(x,t) = 3\,.\;sen\,(3\pi t - \pi x)$$

Donde x e y están expresados en metros y t en segundos.

a) **(1 p)** ¿Cuál es la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda?

La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje X es:

$$y\,(x;t) = A\,.\;sen\;(\omega\,.\;t - k\,.\;x + \varphi_0) = A\,.\;sen\left(2\pi\,.\;f\,.\;t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\;x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \pi \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2\pi}{\pi} = 2\;m; \qquad 2\pi\,.\;f = 3\pi \;\Rightarrow\; f = \frac{3\pi}{2\pi} = 1,5\;Hz\,; \qquad v = \lambda\,.\;f = 2\,.\;1,5 = 3\;m/s$$

b) **(1 p)** En un instante determinado, ¿cuál es la diferencia de fase entre dos puntos separados 1 metro?

$$\Delta\varphi = (3\pi\,.\;t - \pi\,.\;x_2) - (3\pi\,.\;t - \pi\,.\;x_1) = \pi\,.\;(x_1 - x_2) = \pi\,.\;\Delta x = \pi\,.\;1 = \pi\;rad$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \;\Rightarrow\; \Delta\varphi = \frac{2\pi\;.\;\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\,.\;1}{2} = \pi\;rad$$

JUNIO 2018

La ecuación de una onda transversal es, en unidades del S.I.

$$y\,(x,t) = 8\,.\;cos\left[2\pi\,.\;\left(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{50}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Amplitud, frecuencia, período y longitud de onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje OX es:

$$y\,(x;t) = A\,.\;cos\;(\omega\,.\;t - k\,.\;x + \varphi_0) = A\,.\;cos\left[2\pi\,.\;\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Por identificación de términos:

$$A = 8\,m; \qquad T = 0,02\;s\,; \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,02} = 50\,Hz\,; \qquad \lambda = 50\;m$$

b) **(0,5 p)** Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 m.

$$\Delta\varphi = (100\pi\,.\;t - 0,04\pi\,.\;x_2) - (100\pi\,.\;t - 0,04\pi\,.\;x_1) = 0,04\pi\,.\;\Delta x = 0,04\pi\,.\;25 = \pi\;rad$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \;\Rightarrow\; \Delta\varphi = \frac{2\pi\;.\;\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\;.\;25}{50} = \pi\;rad$$

c) **(0,5 p)** Escribir la ecuación de onda de la misma amplitud y frecuencia pero que se propague en sentido contrario y con la mitad de velocidad.

Si la frecuencia no varía, pero sí lo hace la velocidad de propagación, tiene que variar la longitud de onda.

$$\lambda' = \frac{v'}{f} = \frac{v}{2 \,.\, f} = \frac{\lambda \,.\, f}{2 \,.\, f} = \frac{\lambda}{2} = \frac{50}{2} = 25 \ m$$

Además, si cambia el sentido de propagación, cambia el signo de la fase. La nueva ecuación de onda será:

$$y\,(x,t) = 8\,.\ cos\ \left[2\pi\,.\ \left(\frac{t}{0,02} + \frac{x}{25}\right)\right] = 8\,.\ cos\ (100\pi\,.\ t + 0,08\pi\,.\ x)$$

<u>JUNIO 2018</u>

Una onda transversal de amplitud 0,8 m, frecuencia de 250 Hz y velocidad de propagación de 150 m/s, se propaga hacia valores positivos de x. Determina:

a) Escribe la ecuación de la onda **(0,75 p)**, si en el instante inicial $y\,(0;0) = 0,2\ m$, determina la fase inicial **(0,25 p)**.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje X:

$$y\,(x;t) = A\,.\ sen\ (\omega\,.\ t - k\,.\ x + \varphi_0) = A\,.\ sen\ \left(2\pi f\,.\ t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\ x + \varphi_0\right)$$

Por el enunciado sabemos:

$$f = 250\ Hz; \qquad A = 0,8\ m\,; \qquad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{150}{250} = 0,6\ m$$

Por lo tanto:

$$y\,(x;t) = 0,8\,.\ sen\ \left(2\pi\,.\ 250\,.\ t - \frac{2\pi}{0,6}\,.\ x + \varphi_0\right) = 0,8\,.\ sen\ \left(500\pi\,.\ t - \frac{10\pi}{3}\,.\ x + \varphi_0\right)\ (m;s)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos:

$$y\,(x=0; t=0) = 0,2 \quad \Rightarrow \quad 0,2 = 0,8\,.\ sen\,(\varphi_0) \ \Rightarrow\ sen\,(\varphi_0) = 0,25 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = \begin{cases} 0,253\ rad \\ 2,9\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0,253\ rad$, la ecuación de la onda es:

$$y\,(x;t)0,8\,.\ sen\ \left(500\pi\,.\ t - \frac{10\pi}{3}\,.\ x + 0,253\right)\ (m;s)$$

b) **(1 p)** ¿A qué distancia se encuentran dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 60°?

$$\Delta\varphi = \left(500\pi\,.\ t - \frac{10\pi}{3}\,.\ x_2\right) - \left(500\pi\,.\ t - \frac{10\pi}{3}\,.\ x_1\right) = \frac{10\pi}{3}\,.\ \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{\Delta\varphi}{\frac{10\pi}{3}} = \frac{\pi/3}{\frac{10\pi}{3}} = 0,1\ m$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \quad \Rightarrow \ \Delta x = \frac{\lambda\,.\ \Delta\varphi}{2\pi} = \frac{0,6\,.\ \pi/3}{2\pi} = 0,1\ m$$

SEPTIEMBRE 2017

Un alumno estudia la propagación de ondas transversales en una cuerda y determina que se propaga hacia su derecha con una frecuencia de 2 Hz. La amplitud que observa es de 15 cm y la distancia que mide entre dos máximos idénticos consecutivos es de 80 cm. Suponer la elongación en la posición inicial en t = 0 nula. Se pide:

a) **(1 p)** La ecuación de la onda en unidades SI.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje X:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por el enunciado sabemos:

$$f = 2\ Hz; \qquad A = 15\ cm = 0,15\ m\,; \qquad \lambda = 80\,cm = 0,8\ m$$

Por lo tanto:

$$y\,(x;t) = 0,15\,.\,sen\left(2\pi\,.\,2\,.\,t - \frac{2\pi}{0,8}\,.\,x + \varphi_0\right) = 0,15\,.\,sen\,(4\pi\,.\,t - 2,5\pi\,.\,x + \varphi_0)\ \ (m;s)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos:

$$y\,(x = 0; t = 0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0,15\,.\,sen\,(\varphi_0) \ \Rightarrow\ sen\,(\varphi_0) = 0 \ \Rightarrow\ \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0\ rad$, la ecuación de la onda es:

$$y\,(x;t) = 0,15\,.\,sen\,(4\pi\,.\,t - 2,5\pi\,.\,x)\ \ (m;s)$$

b) **(0,5 p)** Distancia entre dos puntos con una diferencia de fase de π/2 radianes.

$$\Delta\varphi = (4\pi\,.\,t + 2,5\pi\,.\,x_2) - (4\pi\,.\,t + 2,5\pi\,.\,x_1) = 2,5\pi\,.\,(x_2 - x_1) = 2,5\pi\,.\,\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{\Delta\varphi}{2,5\pi} = \frac{\pi/2}{2,5\pi} = 0,2\ m$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \quad \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{0,8\,.\,\pi/2}{2\pi} = 0,2\ m$$

c) **(0,5 p)** Explica brevemente las diferencias entre onda longitudinal y onda transversal. Pon un ejemplo representativo de cada una.

En una onda longitudinal los puntos del medio alcanzados por la onda vibran en la misma dirección en la que se propaga la onda, es lo que ocurre, por ejemplo, con las ondas sonoras en el aire.
En una onda transversal los puntos del medio alcanzados por la onda vibran en dirección perpendicular a la que se propaga la onda, es lo que ocurre, por ejemplo, con las ondas generadas en la superficie de un estanque al lanzar una piedra.

SEPTIEMBRE 2017

La función de una onda armónica transversal que se mueve sobre una cuerda viene dada por:

$$y\,(x,t) = 3\,.\,sen\,(2,2x - 3,5t)\ \ (m;s)$$

a) **(0,5 p)** ¿En qué dirección se propaga esta onda y cuál es su velocidad?

Sería suficiente con decir que la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X debido al signo (-) en la fase de la onda entre el término espacial y el temporal.

Otra forma de razonar el sentido de propagación es el siguiente, cada frente de onda tiene una fase distinta pero todos los pertenecientes a mismo frente de onda tienen la misma fase ($kx - \omega t + \varphi_0 = cte$). Si derivamos esta fase respecto de t para hallar la velocidad de propagación:

$$\frac{d\,(kx - \omega t + \varphi_0)}{dt} = k\,.\,v_x - \omega = 0\ \Rightarrow\ v_x = \frac{\omega}{k} > 0\ \Rightarrow\ propagación\ en\ el\ sentido\ positivo\ del\ eje\ X$$

b) **(1 p)** Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de esta onda.

La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje X es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(k\,.\,x - \omega\,.\,t + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x - 2\pi\,.\,f\,.\,t + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$2\pi\,.\,f = 3,5\ \Rightarrow\ f = \frac{3,5}{2\pi} = 0,56\ Hz;\qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,56} = 1,78\ s;\qquad \frac{2\pi}{\lambda} = 2,2\ \Rightarrow\ \lambda = \frac{2\pi}{2,2} = 2,85\ m$$

c) **(0,5 p)** ¿Cuál es la velocidad máxima de cualquier segmento de cuerda?

La velocidad de vibración de los puntos del medio es:

$$v = \frac{dy}{dt} = -10,5\,.\cos\,(2,2x - 3,5t)$$

La máxima velocidad de vibración se consigue cuando:

$$\cos\,(2,2x - 3,5t) = \pm\,1\ \Rightarrow\ v_{máx} = \pm\,10,5\ m/s$$

JUNIO 2017

En una cuerda se genera una onda transversal que se traslada a 12 m/s en el sentido negativo del eje x. El foco que origina la onda está situado en x = 0, y vibra con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. El foco se encuentra en la posición de amplitud nula en el instante inicial.

a) **(1 p)** Determinar la ecuación de la onda en unidades SI.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido negativo del eje X:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t + k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi f\,.\,t + \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

A partir de la velocidad de propagación y de la frecuencia podemos obtener la longitud de onda:

$$v = \lambda\,.\,f\ \Rightarrow\ \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{12} = 1\ m$$

Por lo tanto:

$$y\,(x;t) = 0,04\,.\,sen\left(2\pi\,.\,12\,.\,t + \frac{2\pi}{1}\,.\,x + \varphi_0\right) = 0,04\,.\,sen\,(24\pi\,.\,t + 2\pi\,.\,x + \varphi_0)\ \ (m;s)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos que y (x = 0; t = 0) = 0

$$y\,(0;0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0,04\,.\,sen\,(\varphi_0) \ \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0\ rad$, la ecuación de la onda es:

$$y\,(x;t) = 0,04\,.\,sen\,(24\pi\,.\,t + 2\pi\,.\,x)\ \ (m;s)$$

b) **(1 p)** Calcular la diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 80 cm.

$$\Delta\varphi = (24\pi\,.\,t + 2\pi\,.\,x_2) - (24\pi\,.\,t + 2\pi\,.\,x_1) = 2\pi\,.\,(x_2 - x_1) = 2\pi\,.\,\Delta x = 2\pi\,.\,0,8 = 1,6\pi\ rad$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \quad \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi\ .\ \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\ .\ 0,8}{1} = 1,6\pi\ rad$$

JUNIO 2017

En una cuerda se propaga una onda armónica transversal cuya ecuación (en unidades del SI) viene dada por la siguiente función:

$$y\,(x,t) = 20\,.\,sen\left(-\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}x\right)$$

a) **(1 p)** Determinar la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

Reordenamos la fase de la ecuación de la onda

$$y\,(x,t) = 20\,.\,sen\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}t\right)$$

Ahora comparamos la ecuación con la ecuación general de una onda:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(k\,.\,x - \omega\,.\,t + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x - 2\pi\,.\,f\,.\,t + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$2\pi\,.\,f = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{4} = 0,25\ Hz\,; \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \lambda = 8\ m; \quad v = \lambda\,.\,f = 8\,.\,0,25 = 2\ m/s$$

b) **(1 p)** Razonar el sentido de propagación de la onda y hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de π/2 rad.

Sería suficiente con decir que la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X debido al signo (-) en la fase de la onda entre el término espacial y el temporal.

Si lo queremos argumentar de forma más rigurosa, podemos hacerlo de la siguiente forma.
cada frente de onda tiene una fase distinta pero todos los pertenecientes a mismo frente de onda tienen la misma fase ($kx - \omega t + \varphi_0$ = cte). Si derivamos esta fase respecto de t para hallar la velocidad de propagación:

$$\frac{d\,(kx - \omega t + \varphi_0)}{dt} = k\,.\,v_x - \omega = 0 \ \Rightarrow \ v_x = \frac{\omega}{k} > 0 \ \Rightarrow \ propagación\ en\ el\ sentido\ positivo\ del\ eje\ X$$

Para calcular la distancia que separa dos puntos de la onda con un desfase de π/2 rad,

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\pi}{4}x_2 - \frac{\pi}{2}t\right) - \left(\frac{\pi}{4}x_1 - \frac{\pi}{2}t\right) = \frac{\pi}{4}\,.\,(x_2 - x_1) = \frac{\pi}{4}\,.\,\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{4\,.\,\Delta\varphi}{\pi} = \frac{4\,.\,{}^{\pi}/_{2}}{\pi} = 2\ m$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{8\,.\,{}^{\pi}/_{2}}{2\pi} = 2\ m$$

SEPTIEMBRE 2016

Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 2\,.\,sen\left[2\pi\,.\,\left(\frac{t}{5} - \frac{x}{10}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$A = 2\,m; \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow T = 5\ s\,; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5} = 0,2\ Hz\,; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \lambda = 10\ m$$

$$v = \lambda\,.\,f = 10\,.\,0,2 = 2\ m/s$$

b) **(1 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 10π radianes.

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{10\,.\,10\pi}{2\pi} = 50\ m$$

JUNIO 2016

En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del S.I., viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,t) = 10\,.\,sen\left[2\pi\,.\,\left(\frac{t}{9} - \frac{x}{6}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de dicha onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación de términos:

$$A = 10\,m; \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow T = 9\ s\,; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{9}\ Hz\,; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \lambda = 6\ m$$

b) **(1 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \lambda\,.\,f = 6\,.\,\frac{1}{9} = 0,67\ m/s$$

SEPTIEMBRE 2015

Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 10\,.\,sen\left[2\pi\,.\,\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = 4\ s;\quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4}\,Hz;\quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \lambda = 2\ m;\quad v = \lambda\,.\,f = 2\,.\,\frac{1}{4} = 0{,}5\ m/s$$

b) **(0,5 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 10π radianes.

Dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{2\,.\,10\pi}{2\pi} = 10\ m$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente la diferencia entre ondas viajeras y ondas estacionarias (Ahora ya no entran ondas estacionarias).

Una onda es una perturbación que viaja a través del espacio y del tiempo, con transporte de energía. Las ondas viajan y el movimiento ondulatorio transporta energía de un punto a otro, usualmente sin desplazamiento permanente de las partículas del medio y, en muchas ocasiones, sin desplazamiento de masa. Un ejemplo serían las ondas que se generan en un lago cuando tiramos una piedra.

Una onda estacionaria se forma por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.

Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Tiene puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.

Se puede considerar que las ondas estacionarias no son ondas de propagación sino los distintos modos de vibración de la cuerda, el tubo con aire, la membrana, etc.

JUNIO 2015

Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 6\,.\,sen\left[2\pi\,.\,\left(\frac{t}{9} - \frac{x}{6}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$A = 6\,m;\ \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow T = 9\ s\,;\ f = \frac{1}{T} = \frac{1}{9}\,Hz\,;\ \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \lambda = 6\ m;\ v = \lambda\,.\,f = 6\,.\,\frac{1}{9} = 0,67\ m/s$$

b) **(1 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 3π radianes.

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{6\,.\,3\pi}{2\pi} = 9\ m$$

JUNIO 2014

Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 9\,.\,sen\left[2\pi\,.\,\left(\frac{t}{8} - \frac{x}{4}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi\,.\,f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$2\pi\,.\,f = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow f = \frac{1}{8}\ Hz\,;\ T = \frac{1}{f} = 8\,s\,;\ \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \lambda = 4\ m;\ v = \lambda\,.\,f = 4\,.\,\frac{1}{8} = 0,5\ m/s$$

b) **(1 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\frac{30\pi}{4}$ radianes.

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{4\,.\,\frac{30\pi}{4}}{2\pi} = 15\ m$$

c) **(1 p)** Explicar brevemente la diferencia entre ondas viajeras y ondas estacionarias (Ahora ya no entran ondas estacionarias).

Una onda es una perturbación que viaja a través del espacio y del tiempo, con transporte de energía. Las ondas viajan y el movimiento ondulatorio transporta energía de un punto a otro, usualmente sin desplazamiento permanente de las partículas del medio y, en muchas ocasiones, sin desplazamiento de masa. Un ejemplo serían las ondas que se generan en un lago cuando tiramos una piedra.

Una onda estacionaria se forma por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.

Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la

misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Tiene puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. La energía no puede desplazarse, porque hay puntos que no la transmiten, los nodos, ya que están en reposo. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.
Se puede considerar que las ondas estacionarias no son ondas de propagación sino los distintos modos de vibración de la cuerda, el tubo con aire, la membrana, etc.

SEPTIEMBRE 2014

En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,t) = 6\,.\,sen\left(5t - 8x + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de dicha onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x\, +\, \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi\,.\,f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por lo que, identificando términos:

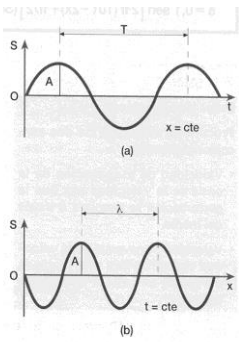
$$A = 6\ m; \qquad 5 = 2\,\pi\,.\,f \ \Rightarrow\ f = \frac{5}{2\pi} = 0,796\ Hz; \qquad 8 = \frac{2\pi}{\lambda}\ \Rightarrow\ \lambda = \frac{2\pi}{8} = 1,57\ m$$

b) **(0,5 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \lambda.\,f = \frac{2\pi}{8}\,.\,\frac{5}{2\pi} = 0,625\ m/s$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la "doble periodicidad de la función de onda".

La ecuación de una onda armónica unidimensional es doblemente periódica: respecto al tiempo y respecto a la distancia.



- **Para un punto dado (x = cte.), la elongación, y, es función senoidal del tiempo con un período T. El estado de vibración de cualquier partícula se repite en los instantes: $t + n\,.\,T,\ con\,n = 1,2,3\,...$; y se encuentran en oposición de fase en: $t +\ (2n+1)\,.\,\frac{T}{2};\ con\,n = 0,1,2\,....$**
- **En un instante determinado (t =cte.), la elongación es función senoidal de la distancia x, con un período λ. Es como si hiciésemos una fotografía de la onda en ese instante. El estado de vibración de una partícula se repite en las posiciones: $x + n\,.\,\lambda,\ con\,n = 1,2,3\,...$ y se encuentran en oposición de fase las que se encuentran en: $x +\ (2n+1)\,.\,\frac{\lambda}{2};\ con\,n = 0,1,2\,....$**

SEPTIEMBRE 2013

En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación: $\boldsymbol{y\,(x,t) = 0,60\,.\,sen\,\left(2t - 4x + \frac{\pi}{4}\right)}$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de esta onda.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

$$A = 0,60\ m;\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4} = 1,57\ m;\ \omega = 2\pi.f \Rightarrow\ f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = 0,32\ Hz;\ T = \frac{1}{f} = 3,14\ s$$

b) **(1 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \ 0,5\ m/s$$

JUNIO 2013

Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 2\,.\,sen\left[2\pi\,.\,\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación de términos:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ m \qquad \omega = 2\pi.f \Rightarrow\ f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{(\pi/2)}{2\pi} = 0,25\ Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = 4\ s \qquad v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{4} = 0,5\ m/s$$

b) **(1 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\frac{3\pi}{2}$ radianes.

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \quad \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{2\,.\,\frac{3\pi}{2}}{2\pi} = \ 1,5\ m$$

SEPTIEMBRE 2012

En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,t) = 0,2\,.\,sen\,\left(2t - 4x + \frac{\pi}{4}\right)$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de esta onda.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación de términos:

$$A = 0,2\ m;\quad \frac{2\pi}{T} = 2 \quad \Rightarrow T = \pi\ s = 3,14\ s;\quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} = 0,318\ Hz;\quad \frac{2\pi}{\lambda} = 4 \quad \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{2}\ m = 1,57\ m$$

b) **(1 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi/2}{\pi} = 0,5\ m/s$$

JUNIO 2012

Un foco sonoro emite una onda armónica de amplitud 7,0 Pa y frecuencia 220 Hz. La onda se propaga en la dirección positiva del eje X a una velocidad de 340 $m.s^{-1}$. En el instante inicial la presión en el mismo foco es máxima.

a) **(1 p)** Hallar los valores de los parámetros A, a, b y φ_0 en la ecuación:

$$P\,(x,t) = A\,.\ sen\left(\frac{x}{a} - \frac{t}{b} + \varphi_0\right)$$

de la onda sonora.

Del enunciado extraemos que: v = 340 m/s; A = 7,0 Pa; f = 220 Hz y P (0;0) = 7,0 Pa.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\,.\ f \quad \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{220} = 1,545\ m$$

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$P\,(x;t) = A\,.\ sen\ (k\,.\ x - \omega\,.\ t + \varphi_0) = A\,.\ sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,.\ x - 2\pi f\,.\ t + \varphi_0\right)$$

Por identificación de términos:

$$\frac{1}{a} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow a = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1,545}{2\pi} = 0,246\ m$$

$$\frac{1}{b} = 2\pi\,.\ f \quad \Rightarrow \quad b = \frac{1}{2\pi\,.\ f} = \frac{1}{2\pi\,.\ 220} = 7,23.10^{-4}\ s$$

$$P\,(x = 0; t = 0) = 7,0\ Pa \quad \Rightarrow \quad 7,0 = 7,0.\ sen\,(\varphi_0) \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2}\ rad \\ -\dfrac{3\pi}{2}\ rad \end{cases}$$

b) **(1 p)** Hallar la presión en el instante 300 s en un punto situado a una distancia de 2 m del foco.

$$P\,(x;t) = A\,.\ sen\left(\frac{x}{a} - \frac{t}{b} + \varphi_0\right) = 7,0\,.\ sen\left(\frac{x}{0,246} - \frac{t}{7,23.10^{-4}} + \frac{\pi}{2}\right)\ (Pa)$$

$$P\,(x = 2; t = 300) = 7,0\,.\ sen\left(\frac{2}{0,246} - \frac{300}{7,23.10^{-4}} + \frac{\pi}{2}\right) = 5,62\ Pa$$

SEPTIEMBRE 2011

(Ya no entran ondas estacionarias) La ecuación de una onda estacionaria en unidades del SI (Sistema Internacional) es:

$$y\,(x,t) = 0,2\,.\,sen\,\left(\frac{2\pi\,.\,x}{12}\right).\cos\left(\frac{2\pi\,.\,t}{3}\right)$$

a) **(0,5 p)** Hallar la amplitud de las dos ondas que se superponen.

Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas de la misma amplitud y frecuencia, que se propagan en la misma dirección pero en sentido contrario. Si las ondas que interfieren son:

$$\begin{cases} y_1 = A\,.\,sen\,(k\,.\,x - \omega\,.\,t) \\ y_2 = A\,.\,sen\,(k\,.\,x + \omega\,.\,t) \end{cases}$$

La onda estacionaria resultante tiene por ecuación:

$$y = 2.\,A\,.\,sen\,(k\,.\,x)\,.\,\cos\,(\omega\,.\,t).$$

Por lo tanto la amplitud de las ondas que se superponen es:

$$A = 0,1\,m$$

b) **(0,5 p)** Hallar la longitud de onda y el periodo de las ondas que se superponen.

Por comparación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{12} \Rightarrow \lambda = 12\ m; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T = 3\ s$$

c) **(0,5 p)** Hallar la distancia entre dos nodos consecutivos.

La distancia entre dos nodos consecutivos de una onda estacionaria es igual a la mitad de la longitud de onda:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{12}{2} = 6\,m$$

d) **(0,5 p)** Hallar la velocidad transversal máxima del punto situado en x = 3 m.

La velocidad se obtiene derivando la elongación en función del tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = -\frac{0,4\pi}{3}.\ \mathrm{sen}\ \left(\frac{2\pi\,.\,x}{12}\right).\ sen\ \left(\frac{2\pi\,.\,t}{3}\right)$$

$$v\,(x=3) = -\frac{0,4\pi}{3}.\ \cos\ \left(\frac{2\pi\,.\,3}{12}\right).\ cos\ \left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right) = -\frac{0,4\pi}{3}.\ \cos\ \left(\frac{\pi}{2}\right).\ cos\ \left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right) = 0\ m/s$$

La velocidad es nula en cualquier instante ya que se trata de un nodo de la onda.

JUNIO 2011

Una onda armónica transversal de periodo 0,5 s, longitud de onda 1,6 m y amplitud 0,8 m se propaga por una cuerda muy larga en el sentido positivo del eje X. En el instante inicial, la elongación, y, del punto situado en x = 0 es nula y su velocidad transversal es positiva.

a) **(0,5 p)** Representar gráficamente la onda en el instante inicial entre x = 0 y x = 4 m .
b) **(0,5 p)** Determinar la elongación de la onda en cualquier instante y posición, y (x , t).

Voy a resolver los dos apartados conjuntamente, ya que hasta que no tengamos la ecuación de la onda no podemos hacer la representación gráfica.
La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje X:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x\,+\,\varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

$$y\,(x;t) = 0,8\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{0,5}\,.\,t - \frac{2\pi}{1,6}\,.\,x + \varphi_0\right) = 0,8\,.\,sen\,(4\pi\,.\,t - 1,25\pi\,.\,x + \varphi_0)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos que y (x = 0; t = 0) = 0 y que en ese momento la velocidad de vibración es positiva:

$$0 = 0,8\,.\,sen\,(\varphi_0) \;\Rightarrow\; \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Para que la velocidad sea positiva:

$$v\,(0;0) = 3,2\pi\,.\,cos\,(\varphi_0) > 0 \quad\Rightarrow\; \varphi_0 = 0\ rad$$

Por lo tanto la ecuación de la onda será:

$$y\,(x;t) = 0,8\,.\,sen\,(4\pi\,.\,t - 1,25\pi\,.\,x)\;\;(m;s)$$

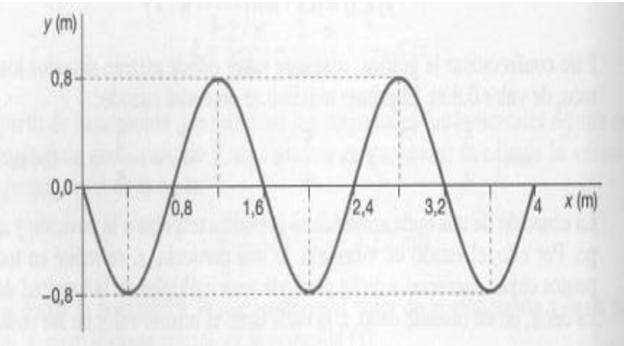
La ecuación de la onda para t = 0 es:

$$y\,(x;t=0) = 0,8\,.\,sen\,(-\,1,25\pi\,.\,x)\;\;(m;s)$$

Para representar la gráfica tomo intervalos de tiempo iguales a:

$$\frac{\lambda}{4} = 0,4\ m$$

x(m)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
y(m)	0	-0,8	0	0,8	0	-0,8	0	0,8	0	-0,8	0



c) **(0,5 p)** Calcular la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1,6}{0,5} = 3,2\ m/s$$

d) **(0,5 p)** Escribir la velocidad transversal del punto situado en x = 1,6 m en función del tiempo.

La velocidad transversal de vibración la obtenemos derivando la elongación en función del tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = 3,2\pi\,.\,\cos\,(4\pi\,.\,t - 1,25\pi\,.\,x)\;\;({}^{m}/_{s})$$

$$v\,(x = 1,6;t) = 3,2\pi\,.\,cos\,(4\pi\,.\,t - 1,25\pi\,.\,1,6) = 3,2\pi\,.\,cos\,(4\pi\,.\,t - 2\pi)\;\;({}^{m}/_{s})$$

SEPTIEMBRE 2010

(Ya no entran ondas estacionarias) La ecuación de una onda estacionaria en unidades del SI (Sistema Internacional) es:

$$y\,(x,t) = 10\,.\cos\left(\frac{\pi\,.\,x}{3}\right)\,.\,sen\left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right)$$

a) **(0,5 p)** Hallar la amplitud de las dos ondas que se superponen.

Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas de la misma amplitud y frecuencia y que se propagan en la misma dirección pero en sentido contrario. Si las ondas que interfieren son:

$$\begin{cases} y_1 = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x) \\ y_2 = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t + k\,.\,x) \end{cases}$$

La onda estacionaria resultante tiene por ecuación:

$$y = 2.\ A\,.\,cos\,(k\,.\,x)\,.\,\mathrm{sen}(\omega\,.\,t).$$

Por lo tanto la amplitud de las ondas que se superponen es:

$$A = 5\ m$$

b) **(0,5 p)** Hallar la longitud de onda y el periodo de las ondas que se superponen.

Por comparación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \lambda = 6\ m; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow T = 5\ s$$

c) **(0,5 p)** Hallar la distancia entre dos nodos consecutivos.

La distancia entre dos nodos consecutivos de una onda estacionaria es igual a la mitad de la longitud de onda:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{6}{2} = 3\ m$$

d) **(0,5 p)** Hallar la velocidad transversal máxima del punto situado en x = 1,5 m.

La velocidad se obtiene derivando la elongación en función del tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = 4\pi\,.\ \cos\left(\frac{\pi\,.\,x}{3}\right)\,.\ cos\left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right)$$

$$v\,(x = 1,5) = 4\pi\,.\ \cos\left(\frac{\pi\,.\,1,5}{3}\right)\,.\ cos\left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right) = 4\pi\,.\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\,.\ cos\left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right)$$

$$v\,(x = 1,5) = 4\pi\,.\ 0\ .\ cos\left(\frac{2\pi\,.\,t}{5}\right) = 0\ m/s$$

La velocidad es nula en cualquier instante ya que se trata de un nodo de la onda.

<u>JUNIO 2010</u>

Por una cuerda se propaga una onda armónica, cuya expresión matemática es, en unidades del Sistema Internacional:

$$y\,(x,t) = 3\,.\,sen\left[\pi\,.\,\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8}\right)\right]$$

a) **(0,5 p)** Determina la amplitud y la longitud de onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,cos\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,cos\left(2\pi\,.\,f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por comparación:

$$A = 3\ m; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{8} \Rightarrow \lambda = 16\ m$$

b) **(0,5)** Halla el período de la onda y la frecuencia.

Por comparación:

$$2\pi\,.\,f = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f = 0,125\ Hz}; \qquad \boldsymbol{T} = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,125} = \boldsymbol{8\ \ s}$$

c) **(0,5 p)** Halla la velocidad de propagación de la onda y su sentido.

$$v = \lambda\,.\,f = 16\,.\,0,125 = 2\,\frac{m}{s} \quad \textbf{en sentido hacia la derecha}\ (\textbf{signo del termino en}\ x\ \textbf{negativo})$$

d) **(0,5 p)** Halla la velocidad transversal máxima de un punto de la cuerda.

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{3\pi}{4}\,.\,\cos\left[\pi\,.\,\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8}\right)\right]; \qquad v_{máx} \Rightarrow \cos\left[\pi\,.\,\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8}\right)\right] = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad v_{máx} = \pm\frac{3\pi}{4} = \pm\, 2,36\ \frac{m}{s}$$

SEPTIEMBRE 2009

La amplitud de una onda sinusoidal (armónica) en una cuerda es de 0.1 m, la longitud de onda es 5 m y la velocidad de propagación 2 m/s. La onda se propaga según el eje OX en el sentido de las x positivas, y los puntos de la cuerda vibran en la dirección vertical OY.

a) **(1 p)** Hallar la frecuencia, la frecuencia angular (pulsación) y el período.

$$v = \lambda\,.\,f \ \Rightarrow\ f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2}{5} = \boldsymbol{0,4\ \ Hz}; \qquad \omega = 2\pi.\,f = 2\pi\,.\,0,4 = \boldsymbol{0,8\pi\ \frac{rad}{s}}; \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,4} = \boldsymbol{2,5\ \ s}$$

b) **(0,5 p)** Escribir la ecuación de la onda y (x,t), sabiendo que y (0,0) = 0 m.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje OX es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\ (k\,.\,x - \omega\,.\,t + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x - 2\pi f\,.\,t + \varphi_0\right)$$

$$y\,(x;t) = 0,1\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{5}\,.\,x - 2\pi.\ 0,4\,.\,t + \varphi_0\right) = 0,1\,.\,sen\,(0,4\pi\,.\,x - 0,8\pi\,.\,t + \varphi_0)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos que y (x = 0; t = 0) = 0

$$0 = 0,1\,.\,sen\,\varphi_0 \ \Rightarrow\ \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos ningún dato para discriminar entre ambos valores, tomaremos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0\ rad$. Por lo tanto la ecuación de la onda será:

$$\boldsymbol{y\,(x;t) = 0,1\,.\,sen\,(0,4\pi\,.\,x - 0,8\pi\,.\,t)\ \ (m;s)}$$

c) **(0,5 p)** Escribir la ecuación del movimiento vertical, y(t), del punto de la cuerda situado en x = 0.

Todos los puntos de la cuerda vibran con un m.a.s de la misma frecuencia angular de la onda que genera.

$$y\,(t) = 0,1\,.\,sen\,(0,8\pi\,.\,t + \varphi_0)\ \ (m;s)$$

Como sabemos por el enunciado que en y (x = 0; t = 0) = 0

$$0 = 0,1\,.\,sen\ \varphi_0 \ \Rightarrow\ \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos ningún dato para discriminar entre ambos valores, tomaremos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0\ rad$. Por lo tanto la ecuación del m.a.s será:

$$\boldsymbol{y\,(t) = 0,1\,.\,sen\,(0,8\pi\,.\,t)\ \ (m;s)}$$

SEPTIEMBRE 2009

Una máquina industrial produce una onda sonora cuya intensidad a 1 m de distancia es 150 dB.

DATOS: la mínima intensidad que puede percibir el oído humano es 10^{-12} W/m^2; se siente dolor cuando la intensidad supera 1 W/m^2. La intensidad sonora se reduce 6 dB cada vez que se dobla la distancia a la fuente.

a) **(1 p)** Calcular la intensidad a esa distancia en W/m^2.

$$S = 10\,.\,log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 150 = 10\,.\,log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 15 = log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow I = 10^{-12}\,.\,10^{15} = 10^3\ W/m^2$$

b) **(0,5 p)** ¿Sentirá dolor a esa distancia de la máquina por culpa del sonido un operario con unos auriculares que logran reducir la intensidad sonora en 40 dB? Razonar la respuesta.

$$S = 10\,.\,log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 40 = 10\,.\,log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 4 = log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow I = 10^{-12}\,.\,10^{4} = 10^{-8}\ W/m^2$$

No sentirá dolor, ya que la intensidad del sonido es inferior a 1 W/m^2

c) **(0,5 p)** ¿A qué distancia mínima debe situarse un operario sin protección para no sentir dolor?

Cuando la intensidad percibida por el operario sea de 1 W/m^2 estaremos en el límite de dolor. En ese momento la sensación sonora percibida será:

$$S = 10\,.\,log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\,.\,log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 10\,.\,log\left(\frac{1}{10^{-12}}\right) = 120\ dB$$

Por lo tanto la sensación sonora se tiene que reducir 30 dB. Como según los datos del problema la sensación sonora se reduce 6 dB cada vez que se dobla la distancia a la fuente, debemos alejarnos como mínimo 2^5 = 32 m.

JUNIO 2009

La expresión matemática de una onda transversal que se propaga por m cuerda es: $y\,(x,t) = 0{,}3\,.\,cos\ [\pi\,.\,(10t - x)]$, en unidades del Sistema Internacional:

a) **(0,5 p)** ¿En qué dirección y sentido se propaga la onda? ¿En qué dirección se mueven los puntos de la cuerda?

Se propaga en el sentido positivo del eje OX, ya que en la fase de la ecuación de la onda el término en x es negativo. Los puntos de la cuerda se mueven transversalmente, vibrando en la dirección del eje OY.

b) **(0,5 p)** Halla la velocidad transversal máxima de un punto de la cuerda

$$v = \frac{dy}{dt} = -\,0{,}3\,.\,10\pi\,.\,sen\ [\pi\,.\,(10\,.\,t - x)]$$

$$v_{máx} \Rightarrow \ \text{sen}\ [\pi\,.\,(10\,.\,t - x)] = \pm 1 \Rightarrow \ v_{máx} = \pm\,3\pi\ m/s = \pm\,9{,}42\ m/s$$

c) **(0,5 p)** Halla la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda.

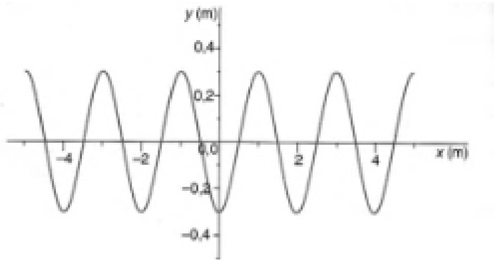
La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\ (\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi\,.\,f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$A = 0,3\ m; \quad \frac{2\pi}{T} = 10\pi \ \Rightarrow\ T = 0,2\ s; \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} = 5\ Hz; \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = \pi \ \Rightarrow\ \lambda = 2\ m$$

d) **(0,5 p)** La figura representa la situación de una sección de la cuerda en cierto instante; ¿es ese instante $t = 0$ o $t = {}^{T}/_{2}$, donde T es el período? ¿A qué otros instantes podría corresponder la figura?



$$y\,(0\,;\,0) = 0,3\,.\cos\,[\pi\,.\,(10\,.\,0 - 0)] = 0,3$$

$$y\,(0\,;\,0,1) = 0,3\,.\cos\,[\pi\,.\,(10\,.\,0,1 - 0)] = -\,0,3$$

La gráfica corresponde a t = T/2. También podría corresponder a cualquier instante de tiempo que cumpla la condición:

$$t = \frac{T}{2} + n\,.\,T = 0,1 + n\,.\,0,2\ s,\ \ siendo\ n = 0, 1, 2, 3 \ldots..$$