3.7 Exercícios

1. Construa um autômato para reconhecer as linguagens representadas pelas expressões regulares

   (a) 1^*0^*

   (b) $(00 + 10)^*$

   (c) $(01 + 10)^*$

   (d) $(0 + 10 + 110)^*(\lambda + 1 + 11)$

2. Escrever uma expressão regular para as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$.

   (a) $\mathcal{L} = \{a^n b^m /\ n \geq 1,\ m \geq 1,\ n \cdot m \geq 3\}$.

   (b) $\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^* /\ \mathcal{N}_a(w) \leq 3\}$.

   (c) $\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^* /$ existem cadeias u e v tais que $w = u111v$ e $\mathcal{N}_a(v) = 1$ ou $\mathcal{N}_a(v) = 3\}$

   (d) $\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^* /$ existem cadeias u e v tais que $w = u111v$ e $\mathcal{N}_a(u) = 3$ ou $\mathcal{N}_b(v) = 3\}$

   (e) $\mathcal{L} = \{w \in \Sigma^* /\ \mathcal{N}_1(w)$ é ímpar e múltipla de $3\}$

3. Escrever expressões regulares para as seguintes linguagens, sobre $\{0, 1\}$

   (a) Todas as cadeias terminando em 01.

   (b) Todas as cadeias não terminando em 01.

   (c) Todas as cadeias contendo um número par de zeros.

   (d) Todas as cadeias com no máximo duas ocorrências da subcadeia 00.

   (e) Todas as cadeias que contenham as subcadeias 000 e 111.

   (f) Todas as cadeias que não contenham as subcadeias 00 e 11.

   (g) Todas as cadeias que para alguma ocorrência de dois zeros eles estejam separados por uma subcadeia de tamanho $3i$, para algum $i \geq 0$.

   (h) Todas as cadeias que toda ocorrência de dois zeros seguidos eles estejam separados por uma quantidade ímpar de uns.

   (i) Todas as cadeias com uma quantidade par de 1's.

   (j) Todas as cadeias com uma quantidade ímpar de 0's.

   (k) Todas as cadeias com uma quantidade par de 1's e ímpar de 0's.

   (l) Todas as cadeias que não contenham qualquer ocorrência da subcadeia 000.

   (m) Todas as cadeias que contém ao menos uma ocorrência da subcadeia 111 mas nenhuma ocorrência da subcadeia 000.

   (n) Todas as cadeias com exatamente uma ocorrência da subcadeia 111.

   (o) Todas as cadeias com no máximo uma ocorrência da subcadeia 100.

   (p) Todas as cadeias com exatamente duas ocorrências da subcadeia 000 e as quais estejam separadas por uma quantidade ímpar de uns.

(q) Todas as cadeias que não sejam da forma 1^k onde k é múltiplo de 3.

4. Escrever expressões regulares para as seguintes linguagens sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$

   (a) Todas as cadeias contendo exatamente um a.
   (b) Todas as cadeias contendo não mais do que três a's.
   (c) Todas as cadeias que contém no mínimo uma ocorrência de cada símbolo em Σ.
   (d) Todas as cadeias que contém três a's, três b's e três c's consecutivos, nessa ordem. Por exemplo as cadeias *abaaacbabbbaccccba* e *ccccaaababbbabcccabccc* fazem parte dessa linguagem, já a cadeia *aaabbcccbbba* não.
   (e) Todas as cadeias que não contém dois a's consecutivos.
   (f) Todas as cadeias com uma quantidade par de a's (0 é considerado como par).

5. Demonstre que

   (a) $(a + b)^* \equiv (a^*b^*)^*$
   (b) $a^* + b^* \not\equiv (a + b)^*$
   (c) $a^*b^* \not\equiv (ab)^*$
   (d) $(b + ab)^*(a + \lambda) \equiv (a + \lambda)(ba + b)^*$
   (e) $aa^* \equiv a^*a$

   onde $r_1 \not\equiv r_2$ se, e somente se, $L(r_1) \neq L(r_2)$.

6. Prove que para toda expressão regular r_1, r_2 e r_3

   (a) $(r_1^*)^* \equiv r_1^*$
   (b) $(r_1 + r_2) \equiv r_2 + r_1$
   (c) $(r_1 + r_2) + r_3 \equiv r_1 + (r_2 + r_3)$
   (d) $r_1(r_2 + r_3) \equiv r_1r_2 + r_1r_3$
   (e) $r_1 + r_1 \equiv r_1$
   (f) $(r_1 + r_2)^* \equiv (r_1^*r_2^*)^*$
   (g) $r_1^*r_1^* \equiv r_1^*$
   (h) $(r_1r_2)^*r_1 \equiv r_1(r_2r_1)^*$

7. Achar autômatos finitos que aceitem as seguintes linguagens

   (a) $L(aa^*(a + b))$
   (b) $L((ab + abb)^*(bb + aa + \lambda))$
   (c) $L((ab + b)^*(a + \lambda))^*$
   (d) $L(aa^* + aba^*b^*)$
   (e) $L(aa^*bb^*aa^*)$
   (f) $L(ab(a + ab)(a + aa))$

(g) $L(a^*(b^(bb)^*aa)^*)$

(h) $L((a+b)^*a(bbb+bab)^*a(a+b)^*)$

8. Construir seguindo o algoritmo da seção 3.4.2 a expressão regular que denota a linguagem reconhecida pelo AFD da figura 3.14.

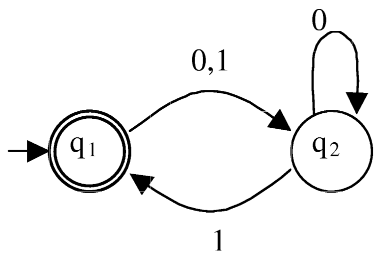

Figura 3.14: Autômato finito determinístico do exercício 8.

9. Construir uma gramática linear á direita e uma linear à esquerda para as linguagens

(a) $L((aab^*abab)^*)$

(b) $L((a+b)^*aaa(a+b)^*bbb(a+b)^*)$

(c) $L((a+b)^*aaa)$

(d) $L((ab+ba)^*(a+b+\lambda))$

(e) $L((a(aa)^*(bb)^*)^*aa^*)$

(f) $L((ab^*a+b)^*ab^*+(ba^*ba^*b+a)^*)$

10. Construir uma gramática regular que gere cada uma das linguagens do exercício **??**.

11. Construir uma gramática regular que gere cada uma das seguintes linguagens sobre o alfabeto $\{a,b\}$.

(a) Todas as cadeias que terminem com três $a's$.

(b) Todas as cadeias que contenha uma subcadeia do tipo ab^na, para algum $n \geq 0$.

(c) Todas as cadeias diferentes de $(aaa)^k$, para qualquer $k \geq 0$.

(d) Todas as cadeias diferentes de a^k, para qualquer $k \geq 3$.

(e) Todas as cadeias da forma $aawaa$, onde $|w|$ é múltiplo de três.

(f) Todas as cadeias que contém exatamente uma única ocorrência da subcadeia aa.

(g) Todas as cadeias com uma quantidade par de a's mas sem qualquer ocorrência da subcadeia aaa.

(h) Todas as cadeias que contenham exatamente uma única ocorrência de três símbolos iguais.

12. Achar as gramáticas regulares para as linguagens reconhecidas pelos autômatos da figura 3.15 seguindo o algoritmo da subseção 3.6.2.

13. Construir um AFN, seguindo o algoritmo da subseção 3.6.1, para cada uma das seguintes gramáticas

    (a) $S \longrightarrow abA$
    $A \longrightarrow baB$
    $B \longrightarrow aA \mid bb$

    (b) $S \longrightarrow aaB \mid b;$
    $B \longrightarrow bbS;$

    (c) $S \longrightarrow aA \mid bS \mid \lambda;$
    $A \longrightarrow aB \mid bS \mid \lambda;$
    $B \longrightarrow aaS \mid bS \mid \lambda$

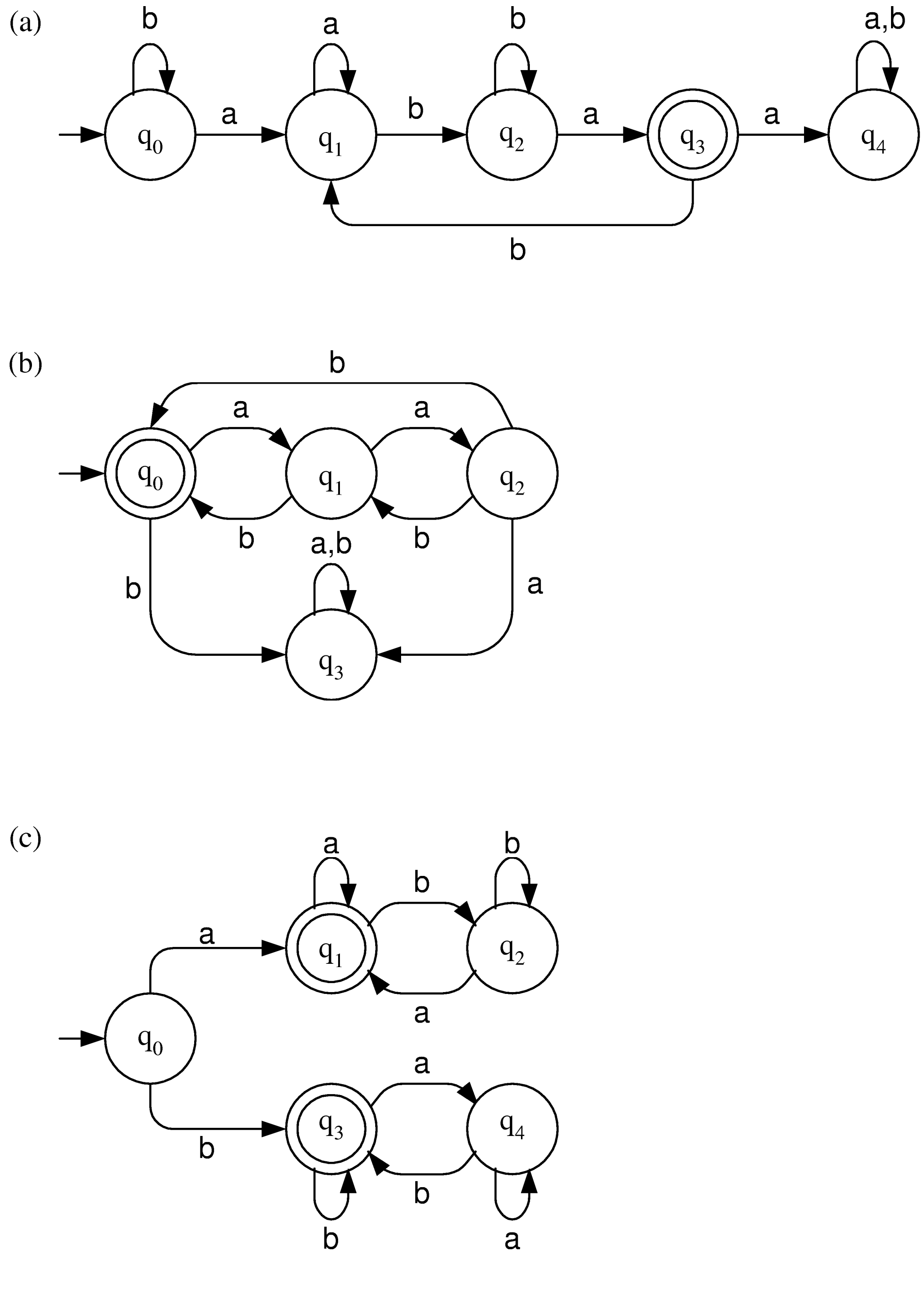

Figura 3.15: AFD’s do exercício 12