Estructuras de Datos y Algoritmos II. Curso 2023. Examen Intrasemestral.

Nombre____Grupo__________

1. Demuestre o refute las siguientes afirmaciones:

   a) Sea $\mathbf{e} \in \mathbf{E}$ la arista de menor costo de un grafo no dirigido, conexo y ponderado $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$, entonces **e** pertenece a todo **Árbol Abarcador de Costo Mínimo** de **G**.

   b) Sea **T** el árbol del **DFS** de un grafo no dirigido y conexo $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$. Sean **v** y **w** dos hijos del nodo **u** en **T**, sea **G'** el subgrafo inducido por los nodos descendientes de **v** y **w** en **T**, entonces **G'** es no conexo.

   c) Sean **d[i]** y **f[i]** los arrays con los tiempos de descubrimiento y finalización respectivamente que se obtienen tras realizar un recorrido **DFS** sobre un grafo conexo y no dirigido **G**, sea **T** el árbol abarcador que se obtiene de dicho recorrido. Si para dos nodos **u** y **v** se cumple que $\mathbf{d}[\mathbf{u}] \leq \mathbf{d}[\mathbf{v}] \leq \mathbf{f}[\mathbf{v}] \leq \mathbf{f}[\mathbf{u}]$, entonces podemos asegurar que **v** es descendiente de **u** en **T**.

2. Sea una matriz de números enteros **A** de tamaño **NxM**. Dos casillas $(\mathbf{x1}, \mathbf{y1})$ y $(\mathbf{x2}, \mathbf{y2})$ son adyacentes si se cumple que $|\mathbf{x1} - \mathbf{x2}| = \mathbf{1}$ y $\mathbf{y1} - \mathbf{y2} = \mathbf{0}$ o $\mathbf{x1} - \mathbf{x2} = \mathbf{0}$ y $|\mathbf{y1} - \mathbf{y2}| = \mathbf{1}$. Se dice que un camino formado por las casillas $[\mathbf{c_1}, \mathbf{c_2}, ..., \mathbf{c_k}]$ es **Bueno** si para todo **i**, $\mathbf{1} < \mathbf{i} \leq \mathbf{k}$ se cumple que $\mathbf{c_{i-1}}$ y $\mathbf{c_i}$ son adyacentes y el valor de la casilla $\mathbf{c_i}$ es mayor estricto que el de la casilla $\mathbf{c_{i-1}}$. Determine la longitud del camino **Bueno** más largo. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(\mathbf{NxM})$

3. Sea $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$ un grafo dirigido tal que $\forall \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ se cumple $\mathbf{outdegree}(\mathbf{v}) = \mathbf{1}$. Se define como **Globo** a un camino $\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, ..., \mathbf{x_k}$ $(\mathbf{k} > \mathbf{3})$ tal que existe un valor de **i** $(\mathbf{1} < \mathbf{i} < \mathbf{k})$ con $\mathbf{x_i} = \mathbf{x_k}$ y todos los nodos $\mathbf{x_j}$ $(\mathbf{1} \leq \mathbf{j} < \mathbf{k})$ son diferentes entre sí. Encuentre el **Globo** que más nodos posee. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(|\mathbf{V}| + |\mathbf{E}|)$.

NOTA: Para los ejercicios 2 y 3 usted debe explicar la correctitud de su algoritmo, apoyado en los conocimientos vistos en Conferencias y Clases Prácticas, proponer un pseudocódigo del mismo, así como explicar la complejidad temporal en el peor caso.

Estructuras de Datos y Algoritmos II. Curso 2023. Examen Intrasemestral.

Nombre____Grupo__________

1. Demuestre o refute las siguientes afirmaciones:

   a) Sea $\mathbf{e} \in \mathbf{E}$ la arista de menor costo de un grafo no dirigido, conexo y ponderado $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$, entonces **e** pertenece a todo **Árbol Abarcador de Costo Mínimo** de **G**.

   b) Sea **T** el árbol del **DFS** de un grafo no dirigido y conexo $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$. Sean **v** y **w** dos hijos del nodo **u** en **T**, sea **G'** el subgrafo inducido por los nodos descendientes de **v** y **w** en **T**, entonces **G'** es no conexo.

   c) Sean **d[i]** y **f[i]** los arrays con los tiempos de descubrimiento y finalización respectivamente que se obtienen tras realizar un recorrido **DFS** sobre un grafo conexo y no dirigido **G**, sea **T** el árbol abarcador que se obtiene de dicho recorrido. Si para dos nodos **u** y **v** se cumple que $\mathbf{d}[\mathbf{u}] \leq \mathbf{d}[\mathbf{v}] \leq \mathbf{f}[\mathbf{v}] \leq \mathbf{f}[\mathbf{u}]$, entonces podemos asegurar que **v** es descendiente de **u** en **T**.

2. Sea una matriz de números enteros **A** de tamaño **NxM**. Dos casillas $(\mathbf{x1}, \mathbf{y1})$ y $(\mathbf{x2}, \mathbf{y2})$ son adyacentes si se cumple que $|\mathbf{x1} - \mathbf{x2}| = \mathbf{1}$ y $\mathbf{y1} - \mathbf{y2} = \mathbf{0}$ o $\mathbf{x1} - \mathbf{x2} = \mathbf{0}$ y $|\mathbf{y1} - \mathbf{y2}| = \mathbf{1}$. Se dice que un camino formado por las casillas $[\mathbf{c_1}, \mathbf{c_2}, ..., \mathbf{c_k}]$ es **Bueno** si para todo **i**, $\mathbf{1} < \mathbf{i} \leq \mathbf{k}$ se cumple que $\mathbf{c_{i-1}}$ y $\mathbf{c_i}$ son adyacentes y el valor de la casilla $\mathbf{c_i}$ es mayor estricto que el de la casilla $\mathbf{c_{i-1}}$. Determine la longitud del camino **Bueno** más largo. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(\mathbf{NxM})$

3. Sea $\mathbf{G} =< \mathbf{V}, \mathbf{E} >$ un grafo dirigido tal que $\forall \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ se cumple $\mathbf{outdegree}(\mathbf{v}) = \mathbf{1}$. Se define como **Globo** a un camino $\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, ..., \mathbf{x_k}$ $(\mathbf{k} > \mathbf{3})$ tal que existe un valor de **i** $(\mathbf{1} < \mathbf{i} < \mathbf{k})$ con $\mathbf{x_i} = \mathbf{x_k}$ y todos los nodos $\mathbf{x_j}$ $(\mathbf{1} \leq \mathbf{j} < \mathbf{k})$ son diferentes entre sí. Encuentre el **Globo** que más nodos posee. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(|\mathbf{V}| + |\mathbf{E}|)$.

NOTA: Para los ejercicios 2 y 3 usted debe explicar la correctitud de su algoritmo, apoyado en los conocimientos vistos en Conferencias y Clases Prácticas, proponer un pseudocódigo del mismo, así como explicar la complejidad temporal en el peor caso.