Matemática discreta - 2do Examen Intrasemestral
Curso 2023-2024

Nombre y apellidos: ______________________________ Grupo: ________

1. Sí, los aliens son reales. Afortunadamente, por algún motivo, ven a los humanos como 'buena gente' y mantienen sus guerras y discordias entre ellos sin incluir a la tierra. En algún punto el gobierno de Cuba crea relaciones con una raza alienígena que se encuentra en guerra y esta pide apoyo en su conflicto. En batallas intergalácticas poco importan los soldados entrenados. La guerra se gana con cálculos y matemática. Ante esta situación, el gobierno le cede a los extraterrestres dos de los mayores assets del país; de la facultad MATCOM: Wilfredo y Alberto. Resulta que las naves estelares de los aliados del espacio trabajan mucho más eficientemente cuando van en parejas. Tienen un grupo de pilotos cuyas relaciones de amistad (simétricas) conocen y quieren asignar parejas de forma que solo se emparejen amistades y que cada nave pertenezca a una sola pareja. Los profesores cubanos captan la situación rápidamente y preguntan a los aliens si lo que quieren es encontrar la forma de asignar los equipos de manera que se obtenga la mayor cantidad de parejas posible, a lo que los alines responden:
   - No
   De hecho, ya tienen esa forma (m) de asignar las parejas, lo que sucede es que además tienen otra forma (m') en la cual no es posible agregar más parejas sin incumplir con una restricción. Ellos quieren saber qué tan malo puede ser m' con respecto a m. ¿Para qué rayos quieren saber eso? cosas de aliens. Wilfredo rápidamente les demuestra que la cantidad de parejas de m' debe ser mayor o igual que la mitad de la cantidad de parejas de m. Alberto por su parte les da una forma de distribuir las amistades de futuros grupos de reclutas (para cualquir tamaño n que tenga el grupo) tal que la cantidad de parejas de m' siempre será estrictamente mayor que la mitad de la cantidad de parejas de m. Demuestre que usted no es peor matemático que Wilfredo y Alberto haciendo la demostración que hizo el primero y encontrando la forma de distribución genérica que obtuvo el segundo.

2. Sea G un grafo conexo de orden n y k entero positivo tal que $k < n$. Demuestra que si para cada par de vértices no adyacentes x, y se tiene que $deg(x) + deg(y) >= k$, entonces existe en G un camino simple de longitud k

3. Sea G tal que $|V(G)| = n >= 3$. Demuestre que G es 2-conexo si y solo si para cualesquiera dos vértices de G, existe un ciclo simple que los contiene

4. Para todo entero positivo k hay un grafo G libre de triángulos con $X(G) = k$.