12-ը հունիս 2006թ.

Խնդիր 1: Դիցուք I կետը ABC եռանկյան ներգծած շրջանագծի կենտրոնն է: P կետը եռանկյան ներսում ընտրված է այնպես, որ

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

Ապացուցել, որ $AP \geq AI$: Հավասարության դեպքը տեղի ունի այն և միայն այն դեպքում, երբ P-ն համընկնում է I-ի հետ:

Խնդիր 2: P կանոնավոր 2006-անկյուն բազմանկյան անկյունագիծը կոչվում է հա լավ, երբ նրա անծայրակետերը բաժանում են P-ի եզրագիծը երկու մասերից յուրաքանչյուրը պարունակում է P եզրանկյան կողմերի կենտ թվով կողմեր: P եզրանկյան կողմեր նույնպես համարվում են լավ:

Դիցուք P-ն 2003 անկյունագծեր միմյանց չհատվող է եռանկյաններ: Այդ անկյունագծերդ ոչ մի երկուսն է չհատվածներ: P-ի ներսում հանդես են գալիս կողմեր:

որքան առավելագույն թվով հավասարապատկեր եռանկյուններ կարող է առաջանալ այդպիսի գրիչ կուզում, երբ այդ հավասարապատկեր եռանկյուններն յուրաքանչյուրը ունի երկու լավ կողմեր:

Խնդիր 3: Գտնել ամենափոքր M իրական թիվ այնպես, որ կամայական, որպեսզի

$$\left| ab(a^2-b^2) + bc(b^2-c^2) + ca(c^2-a^2) \right| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$

անհավասարությունը կլինի ճշմարիտ կամայական a, b, c իրական թվերի համար:

Ամեն խնդիր գնահատվում է 4d. 30րոպե:
Յուրաքանչյուր խնդիր
գնահատվում է 7 միավոր:
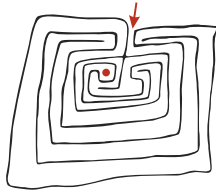
13-ը հուլիս 2006թ.

Խնդիր 4։ Գտնել բոլոր (x, y) ամբողջ թվերի զույգերը, որոնք բավարարում են

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

հավասարմանը։

Խնդիր 5։ Դիցուք $P(x)$-ը n $(n>1)$ աստիճանի ամբողջ գործակիցներով բազմանդամ է, իսկ k-ն կամայական որևէ ամբողջ ածխանդ Pք է։ Դիցարկում է

$$Q(x) = P(P(\cdots P(P(x))\cdots))$$

բազմանդամը։ [Այստեղ P-ն կիրառված է k անգամ։] Ապացուցել, որ գոյություն ունի n-ից ոչ ավելի է ամբողջ թվեր այնպիսի, որ $Q(t) = t$։

Խնդիր 6։ P ուռուցիկ բազմանկյան յուրաքանչյուր b կողմին համապատասխանության մեջ է դրված հնանկյունների մակերեսներից ամենամեծը։ Այս հնանկյունների գագաթները գտնվում են P-ի եզրերի և երևացյ կազմերից մեկը համընկնում է b-ի հետ։ Ապացուցել, որ հնանկյունների գումարը, որանց համապատասխանում են P-ի բոլոր կողմերին, համապատասխանում է P բազմանկյան մակերեսից կրկնապատիկ։

Աշխատանքの ժամանակը՝ 4 ժ. 30 րոպե:
Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է 7 միավոր: