1장 기본개념

1.1 개요: 시스템 생명주기 (시스템 : large-scale program)

⇨ 시스템 : Input + Processor + Output

⇨ 시스템 생명주기 (system life cycle): 프로그램 개발단계
(시스템 개발을 위한 일련의 단계)

(1) 요구사항 분석 (requirements analysis)
- 문제에 대한 적절한 해를 구하기 위한 요구조건을 정의
- 프로젝트들의 목적을 정의한 명세 (specification) 들의 집합

(2) 명세 (specification)
- 기능적 명세 (functional specification)
. 입력/출력 명세 – 구문적 제약조건 (비 절차적 명세)
. 기능적 명세 – 의미적 제약조건 (절차적 또는 비절차적)

(3) 설계(design)
- 명세된 기능을 어떻게 달성하는가 기술 (추상적 언어: Pseudo code)
- 전체 시스템 설계 : top-down, bottom-up
하향식(top-down): 크고 복잡한 시스템 개발시 사용
. 문제들을 실제 다룰 수 있을 정도의 작은 단위들로 나눔
. 프로그램을 독립된 기능을 수행하는 작은 세그먼트로 분리
상향식(bottom-up): 하위 레벨부터 상세히 프로그램을 작성
. 작은 문제를 해결, 하나의 기능을 수행

- 추상 자료형 (abstract data type) – 자료객체와 연산
. 자료 객체 (object)들과 수행될 연산 (operation) 의 정의
(예: 수강등록 시스템 – student, course, 등은 object

이 object에 적용할 insert, remove 등이 operation)

(4) 구현(implementation) – coding
- 구조화 프로그래밍 (assignment, conditional, loop)
- modular 프로그래밍 (one function, one entry/exit point)

(5) 검증(Verification)
- 테스트(testing): 프로그램의 수행 검증, 프로그램 성능 검사
(모듈검사, 통합검사, 시스템 검사..)
- 정확성 증명(correctness proofs):
수학적 기법들을 사용하여 프로그램의 정확성 증명
- debugging - 오류제거

(6) 운영 및 유지보수 (operation and maintenance)
- 시스템 설치(installation), 운영, 유지보수
- 새로운 요구조건 – 변경, - 수정 내용 기록 유지

1.2 객체지향적 설계 : 구조적 프로그래밍 설계와의 비교
-유사점: 분할-정복 기법 : 복잡한 문제를 여러개의 단순한 부분 작업으로 나누어 각각을 개별적으로 해결
- 차이점: 문제의 분할 방법

* 분할방법:
. 알고리즘적 분해(함수적 분해): 고전적, 소프트웨어를 기능적 모듈로 분해. Ex. C 의 함수

. 객체 지향적 분해: 응용분야의 개체를 모델링하는 객체의 집합. 소프트웨어의 재사용성, 변화에 유연한 시스템..

1.3 data type:

. 정의: 객체(objects) 들과 이 객체들에 대한 연산(operation)의 집합

⇨자료가 얼마나 잘 구조화 되어 있는가에 따라 프로그램의 속도, 개발시간 유지보수의 비용이 결정됨

⇨ 자료구조는 데이터를 유용하게 구조화 할 수 있는 다양한 방법론을 study한다. (data encapsulation, data abstraction,..)

⇨C++의 데이터 타입

. 기본 데이터 타입: (int, float,..), . 파생 데이터 타입(포인터, 참조),

. 데이터 집단화(array, struct, class), . 사용자 정의 데이터 타입,

⇨ 추상데이터 타입(**Abstract Data Type: ADT)**

. 자료 및 연산을 하나의 단위로 묶어, 외부로부터 내부자료를 접근 못하게 함. (사용자 정의 자료형, 사용자 정의연산)

1.4 데이터 추상화 와 캡슐화

- **데이타 캡슐화(Encapsulation)**
  - 정보 은닉(information hiding)
  - 외부로부터 데이타 객체의 자세한 구현을 은닉

- **데이타 추상화 (data abstraction)**
  - 무엇(what)과 어떻게(how)를 독립
  - 객체의 명세(specification)와 구현(implementation)을 분리

*** 추상화 와 캡슐화의 장점**

(1) 소프트웨어 개발 간소화: 복잡한 작업 -> 부분작업들로 분해

(2) 검사와 디버깅의 단순화: 각 부분 독자적으로 검사, 디버깅

(3) 재 사용성: 자료 구조가 시스템에서 별개의 개체로 구현

1.4 알고리즘 명세

알고리즘(Algorithm)의 정의:
(An algorithm is a finite set of instructions that accomplishes a particular task)

. 특정한 일을 수행하기 위한 명령어의 유한 집합
. 동일한 문제에 여러 개의 알고리즘이 존재함
(예: 전화번호부-> 무순서(순차적방법), 사전식배열(이진탐색)

알고리즘은 다음조건 (criteria)을 만족해야 함

- **i. 입력(input) : 0 or more are externally provided**
- **ii. 출력 (Output) : 적어도 한 개 이상의 결과가 생성됨**
- **iii. 명확성(definiteness) : 모호하지 않은 명확한 명령**
- **iv. 유한성(finiteness) : 종료**
- **v. 유효성(effectiveness) : 기본적, 실행가능 명령**

ex. program ≒ algorithm
(알고리즘은 유한 단계를 거친 후 반드시 종료, 프로그램은 반드시 종료는 아님,
예: 운영체제는 실행할 job 이 없으면 대기상태로 감)

-Algorithm 기술방법
- **. 자연어 : (정확성 결여)**
- **. flowchart : (명백성과 모호성의 결여)**
- **. 프로그래밍 언어 : (문법상의 복잡성)**
- **. 의사코드(pseudocode) : best way**

● Pseudocode 작성

1) Assignment ; causes a value to be assigned to a variable

variable <- expression

ex) {Compute sum of two numbers, first and second}
{And the result is assigned to SUM}

```
BEGIN
    INPUT first and second
    sum ← first + second
 END.
```

Ex) {find maximum of three numbers a,b,c}

```
input a,b,c
large:= a
  if b>large   then large:= b
  if c>large   then large:= c
return large;
```

Ex) Find minimum of the three numbers a,b,c ➔

2) Control statements ; flow of control through algorithm

- **Sequence**, **Condition, Iteration**

- **Sequence**: list of statements to be executed as a single unit (above examples)
- **Conditional:** if-then or if-then-else

  - if P then action, if P then action1 else action2
  - if P then begin action1; action2; …. action N end

- **Iteration (loops) For, while, repeat,..**

ex) Find sum of first n odd numbers (n개 홀수의 합)

```
procedure find_odd
 begin
   sum <- 0
   i ← 1
   input n
   while i ≤ n do
      begin
        sum ← sum + i ;
            i ← i+2
      end
   output sum
end
```

ex) Testing whether a positive integer is prime

```
procedure is_prime(m)
   for i=2 to m-1 do
      if m MOD i=0 then return false
   return (true)
end is_prime.
```

Ex) finding a prime larger then a given integer

```
procedure large_prime(n)
   m=n+1
   while not(is_prime(m)) do
         m=m+1
   return m
end large_prime
```

Ex) Find largest in a finite sequence (while loop)

```
procedure find_large (s,n)
    begin
        large := s1
        i:=2
        while i  ≤  n do
          begin
            if si >large then large := si
            i:= i+1
          end
        return(large)
    end find_large
```

<u>예제 1) [이진탐색] : 정수 searchnum 이 배열 list 에 있는지 검사</u>

. list[0] <= list[1] <= ... <= list[n-1] /* 미리 정렬되어 있음 */

. list[i] = searchnum 인 경우 인덱스 i 를 반환, 없는 경우는 -1 반환

(초기 값 : left = 0, right = n-1;
list 의 중간 위치 : middle = (left + right) / 2)

* list[middle] 과 searchnum 비교 시 다음 3 가지중 하나를 선택

1) searchnum < list[middle]: /* search again between left and moddile-1 */
2) searchnum = list[middle]: /* middle 을 반환 */
3) searchnum > list[middle]: /* search again between middle+1 and right*/

- **Version 1**

```
while (left <= right) {
    middle = (left + right) / 2;
    if (searchnum < list[middle])            right = middle - 1;
    else if (searchnum == list[middle])      return middle;
    else left = middle + 1;
}
```

- **Version 2**

```
 while (left<=right)   {
    middle = (left + right)/2;
    switch (COMPARE(list[middle], searchnum)) {
       case   -1: left = middle + 1;         break;
       case    0: return middle;
       case    1: right = middle - 1;      break; }
 }
  return -1;      }


char compare (int x, int y)
{
   if (x > y) return 1;
   else if (x < y) return -1;
   else return 0;
}
```

[문제 #1] 다음 코드를 완성하고 실행결과를 보이시오

```
int binarySearch(int data[], int num, int left, int right);
…



void main()
{
	int data[] = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100};
	int num, found;

	cout << "Enter an integer to search : ";
	cin >> num;
	found = binarySearch(data, num, 0, 9);

	if (found == -1)
			cout << "Not in the list" << endl;
	else
			cout << "Found at position " << found << endl;
}
```

* 순환 알고리즘 (Recursive Algorithm)

- 수행이 완료되기 전에 자기 자신을 다시 호출
- 순환 알고리즘의 장단점.
  . 장점 : 대단히 강력한 알고리즘 표현 방법일 뿐 아니라 복잡한 알고리즘의 과정을 명료하게 표현 가능
  . 단점 : 비 순환 알고리즘보다 시간(time)과 공간(space)면에 있어 비효율적이다.

-순환 알고리즘의 구성
  . 반드시 순환호출을 끝내는 **종료 조건**이 있어야 한다.
  . 종료 조건에 접근하는 다음 단계의 **순환호출**이 있다.

* Factorial function
- 반복적 정의: n! = n*(n-1)*(n-2) ……*2*1
- 순환적 정의: n! = 1 if n=1
  n*n(-1)! if n>1

ex) recursive factorial

```
int factorial (int n)
{
    if (n == 0)   return 1       /* anchor (종료조건)*/
    else return
        n * factorial(n-1);     /* recursive step(순환호출) */
}
```

3! = 3*2! = 3*2*1! = 3*2*1*0! (0! =1)

*** Factorial 의 반복 프로그램 (non-recursive factorial)**

```
int factorial(int n)
{
    int fact = 1;
    for (int i=1;   i≤n;   i++)
         fact = fact*i;
    return fact;
  }
```

ex) 이진 탐색

```
int binsearch(int list[], int searchnum, int left, int right)
{
   /* search list[0]     list[1]    ...     list[n-1] for searchnum*/
  int middle;

   if (left <= right)    {
      middle = (left + right) / 2;
      switch (COMPARE(list[middle], searchnum)) {
         case   -1: return
                        binsearch(list, searchnum, middle+1, right);

         case     0: return middle;
         case     1: return
                        binsearch(list, searchnum, left, middle-1);
      }
   }
  return -1;
}
```

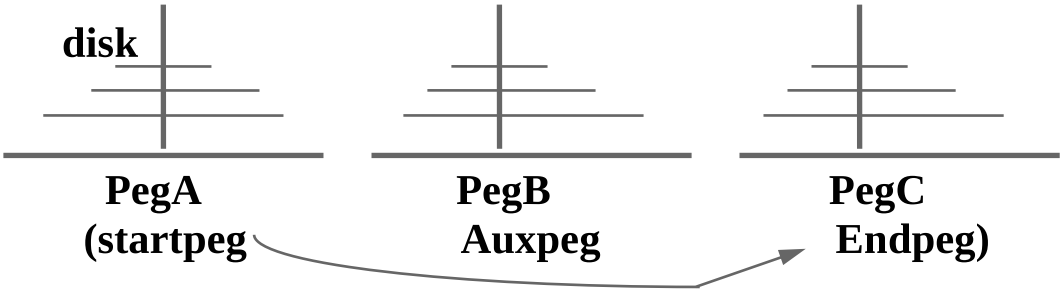
ex) Towers of Hanoi

$m_1 = 1 \qquad (k= 1)$

$m_k = 2m_{k-1} + 1 \qquad (k \geq 2),$

then $m_n = 2^n - 1 \qquad$ for $n \geq 1$

Requirement: 1) move one at a time 2) smaller disk on top of larger disk



■ Algorithm: move n disk from startpeg to endpeg using auxpeg

1) if only one disk, output “move disk from startpeg to endpeg”
2) else
move (**n-1 dis**k from **startpeg to auxpeg** using endpeg)
output “Move disk from startpeg to endpeg”
move (**n-1 disk** from **auxpeg to endpeg** using startpeg)

```
procedure towerHanoi (char start, char end, char aux, int n)
{
  if (n==1)    print (“move disk1 from ‘start’ to ‘end’);

  else {
      towerHanoi (start, aux, end, n-1);
      print (move disk ‘start’ to ‘end’);
      towerHanoi (aux, end, start, n-1);
      }
  }
    ................
    towerHanoi('A', 'C', 'B', num);
```

성능 분석 (performance Analysis)

1. Program 을 평가하는 요소

(1) 본래의 개발요구사항의 충족여부
(2) 정확성 (works correctly?)
(3) 충분한 documentation 의 여부 (how to use it and how it works)
(4) Logical unit 별로 module 화 여부 (5) Readability
(6) Space complexity (memory utilization, 효율성)
(7) Time complexity (efficiency of running time)

2. 알고리즘 분석 시 고려사항

1) 공간 복잡도(space complexity)
프로그램을 실행시켜 완료하는데 필요한 공간의 양
(amount of memory required by storage structure)

2) 시간 복잡도(time complexity)
프로그램을 실행시켜 완료하는데 필요한 컴퓨터 시간의 양
(amount of time required to execute the algorithm)

3. Space Complexity (공간 복잡도)

- 프로그램의 실행에 필요한 공간 **S(p)**

  *공간 요구량 : $S(P) = c + S_P(I)$

  ($S(P)$: 전체공간, c: 고정공간, $S_P(I)$: 가변공간, 인스턴스 특성)

. 고정 기억공간 : 프로그램 입출력 횟수나 크기와 관계없는 공간 요구
ex) 프로그램 코드(명령어) 공간, 단순변수, 집합체, 상수 등 저장할 공간

. 가변 기억공간 : 변수, 참조된 변수가 필요한 공간, 순환 스택 공간,

[예제 1]:

```
float abc(float a, float b, float c)
{
    return a+b+b*c + (a+b-c) / (a+b) + 4.0;
}
```

소요공간:

1) **변수 3 개 (a,b,c) 저장하고 함수 abc 에서 값을 반환 하는데 한 word 가 필요.**
2) **고정 공간 요구만을 가짐** $S_p(i) = 0$

[예제 2]

```
float sum(float list[], int n)
{
    float tsum = 0;    int i;
    for (i = 0; i < n; i++)    tsum += list[i];
    return tsum;
}
```

소요공간:

1) **배열을 전달할 때, 배열의 주소를 전달함 (call by ref)**
   - ⇨ **따라서 소요공간은 배열의 주소 값 => 4bytes**
2) **매개변수 n, 지역변수 tsum, I 의 공간 (4*3=12 bytes)**
3) **가변 공간 없음… 모두 16bytes**

. 가변공간요구: variable space requirements

. 가변크기의 구조체 (예: A[]).

. 문제의 instance i 에 의존하는 공간

. recursion 의 경우 추가공간 소요 (지역변수, 매개변수, return address 등)

[예제 3] 순환 알리즘

```
float rsum(float list[], int n)
{
    if (n) return   rsum(list, n-1) + list[n-1];
    return 0;
}
```

소요공간:

1) 배열주소 list 값을 위한 data 변수 => 4bytes
2) 매개변수 n=4bytes
3) 반환주소 공간: 4bytes
4) 따라서 매회 호출시 마다 3*4=12bytes 소요됨
   ⇨ n 번 호출시, 총 소요공간은 12*n

4. 시간 복잡도 (Time complexity)

* 프로그램의 실행에 필요한 **시간**
(프로그램 P 에 의해 소요되는 시간 : T(P))

1) 컴파일 시간 + 실행 시간 (T_p) 으로 구성됨
2) 컴파일 시간은 프로그램의 특성에 영향 없음
⇨ run time 만 고려

* Estimating run time is not easy

- **가장 좋은 방법: 시스템 clock 사용**
- **다른 방법: 프로그램이 수행하는 연산의 횟수계산**
  . 알고리즘의 기본연산의 수(number of basic operations in algorithm)
  . This gives us Machine-independent estimate

정의: 프로그램 단계(program step) 실행 시간이 **Instance** 특성에 상관없이 구문적으로 또는 의미적으로 독립성을 갖는 프로그램의 단위

Comments(주석): 0 step
Declarative Statement(선언문): 0 step

Expressions and Assignment (산술식 및 지정문)
1 step, but it depends on expression
Iteration statement (for, while, ... sum of iteration)(반복문)
제어부분에 대해 단계수 고려
If (expr) then (statement1) else (statement2): depends on expression and statements

Function invocation(함수호출): 1 step
Begin, end,{{, }} 0 step
Function: 0 step

ex)
```
1.  float sum (float list[], int n);     0
2.  {                                    0
3.    float tempsum=0;                   1
4.    int i;                             0
5.        for (I =0; I<n ; I ++)         n+1
6.            tempsum += list[I];        n
7.    return tempsum;                    1
8.  }                                    0
```

=> Total Steps: 2n+3

ex)
```
1.  void  add (int a[][max_size...]        0
2.  {                                      0
3.      int i, j;                          0
4.      for (i=0; i<m; i++)                m+1
5.          for ( j= 0; j<n; j++)          m(n+1)
6.              c[i][j] = a[i][j] + b[i][j];   mn
7.  }                                      0
```
=> total steps: 2mn+2m+1

ex)
```
sum = 0;                        1
i = 0;                          1
while (i < n) {                 n+1
      cin >> num                n
      sum = sum + num;          n
      i++                       n
}                               0
mean = sum / n                  1
```
=> total steps: 4n+4

ex) [수치 값 리스트의 합산을 위한 반복 호출]
```
float sum(float list[], int n)          0
{                                       0
    float tempsum = 0;                  1
    int i;                              0
    for (i = 0; i < n; i++)             n+1
        count += 2;                     n
    count += 3;                         1
    return 0;                           1
}
```
=> total steps in counts: 2n + 4 steps

< 점근 표기법 (O, Ω, Θ) > (Asymptotic/Order Notation)

* Step count 는 (either best or worst) difficult task, not precise
  => 정확한 단계의 계산: 무의미

* Order notation: 상수 인자나 적은수의 자료무시하고, 함수를 정의
  하거나, 비교하는 방법:

1) 알고리즘의 시간 복잡도를 표기하기 위한 방법
2) 알고리즘의 실제 수행시간이 아니라 명령어의 실행 빈도수를 함수로 표현한 것
3) 동일한 일을 수행하는 2 개의 서로 다른 알고리즘의 time complexity 를 비교할 수 있다.
4) 어떤 알고리즘의 특성변화에 따른 실행시간의 증가 추이를 예측할 수 있다.
   (Ex. 처리해야 할 자료의 개수 변화에 따른 실행시간 증가 추이 예측)

정의 [Big "oh"] $[f(n) = O(g(n))]$
iff $\exists c, n_0 > 0$, **such that** $f(n) \le cg(n)$ $\forall n$, $n \ge n_0$

⇨ f is of order AT MOST g(n) , if there exists positive constants C, such that $|f(n)| <= C|g(n)|$,

⇨ (g(n) 은 f(n) 의 상한선(upper bound)이 된다)

⇨ f(n) 의 수행시간이 g(n) 보다는 덜 걸린다

. $f(n) = O(g(n))$ 은 그 알고리즘이 n 개의 입력자료가 수행 될 때, 걸리는 시간이 $|g(n)|$ 에 상수 C 를 곱한 것보다 항상 같거나 작아진다는 의미.

ex) $3n+2 = O(n)$,

(sol) $3n+2 <= 4n$ for all $n>= 2$ 즉, 2 보다 큰 모든 n 에 대하여 3n+2 는 4n 보다 항상 작다. $n0=2, c=4$

ex) $1000\,n^2+100n - 6 = O(n^2)$

(sol) $1000\,n^2 +100n -6 <= 1001\,n^2$, for $n>= 100$

ex) $6*2^n + n^2 \le 7*2^n$, for $n \ge 4$, => $6*2^n + n^2 = O(2^n)$

ex) $3n+3= O(n^2)$ is correct, but not this way.

ex) $f(x) = 100x^2-50x+2$

$f(n) = a_m n^m + ... + a_1 n + a_0$, then $f(n) = O(n^m)$

- $O(1)< O(\log n) < O(n)<O(n \log n)<O(n^2)<O(n^3)<O(2^n)$

O(1) : computing time is constant

O(n) is linear, $O(n^2)$ is quadratic,

$O(2^n)$ is exponential

*** Some Rule**

1) 상수는 무시한다.

$O(cf(n)) = O(f(n))$, ex) $O(3n^2) = O(n^2)$

2) 더 할 때는 max 를 택한다.

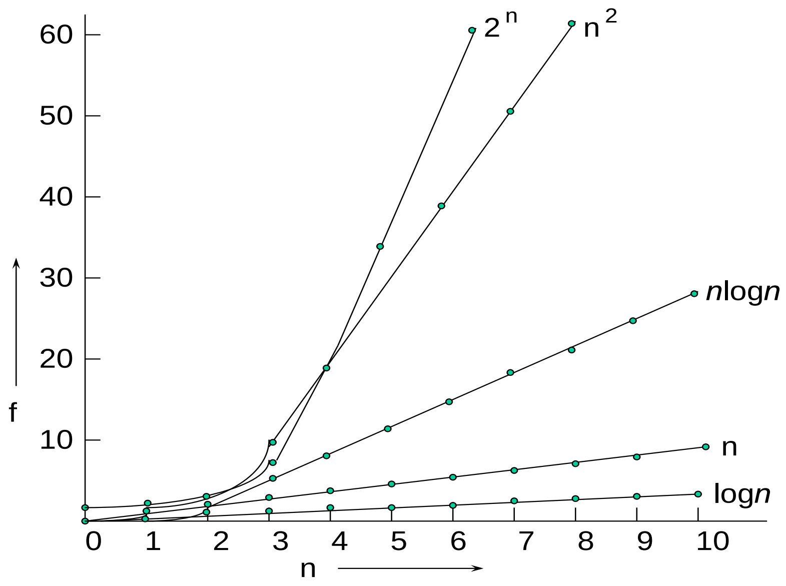
$O(f(n) + g(n)) = O(\max(f(n), g(n))$

ex) $O(2n^3 + 108n) = O(n^3)$

3) $O(f(n)) * O(g(n)) = O(f(n)*g(n))$

ex) $O(n)*O(n-1)*O(n\log n) = O(n(n-1)n\log n) = O(n^3 \log n)$

4) Assignment, read/write instruction = O(1)



ex) 어떤 프로그램이 다음과 같은 성질이 있는 f(n)과 g(n)으로 구성되었을 때 running time 을 계산하시오

$f(n) = \begin{cases} n^4 \text{ if n is even} \\ n^2 \text{ if n is odd} \end{cases}$ $\quad g(n) = \begin{cases} n^2 \text{ if n is even} \\ n^3 \text{ if n is odd} \end{cases}$

(sol) running time = O(f(n) + g(n))이며, O(max(f(n), g(n))이므로
$O(n^4)$ if n is even, and $O(n^3)$ if n is odd 이다.

ex) 다음 segment code 의 running time 을 구하시오

```
for i = 2 to n do     a[i] = 0
for i = 1 to n do
     for j = 1 to n do
          a[i] := a[i] + a[j]
```

=> (Sol) $O(n) + o(n^2) = O(n^2)$

정의 [Omega] $[f(n) = \Omega(g(n))]$
iff $\exists c, n_0 > 0$, such that $f(n) >= c.g(n)$ $\forall n, n \geq n_0$

$n \geq n_0$ 인 모든 n 에 대하여 $f(n) \geq c * g(n)$을 만족하는 양의 상수 c 와 n_0 가 존재한다면 $f(n) = \Omega(g(n))$ 이다.

- $g(n)$ 은 $f(n)$ 의 하한(Lower bound) 이다.
- $f(n)$이 $g(n)$ 이상의 시간이 걸린다

Ex) $n^3 + 2n^2 = \Omega(n^3)$ 이다

(sol) 이유: $n^3 + 2n^2 \geq n^3$ for all $n \geq 1$.
(즉 1 보다 큰 모든 n 에대하여 $n^3 + 2n^2$ 는 n^3 보다 항상 크다. ($n_0 = 1, c = 1$)
즉, 많은 하한 값들 중에서 제일 큰 값을 택하는 것이 타당하다.

정의 [Theta] [$f(n) = \Theta(g(n))$]
iff $\exists C_1, C_2, n_0 > 0$, s.t $C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n), \quad \forall n, n \geq n_0$

=> $n \geq n_0$ 인 모든 n 에 대하여 $c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$을 만족하는 양의 상수 c_1, c_2 와 n_0 가 존재한다면 $f(n) = \theta(g(n))$ 이다.

($g(n)$이 $f(n)$에 대해 상한 값과 하한 값을 모두 가지는 경우)

⇨ $g(n)$ 은 $f(n)$ 의 상한(Upper bound) 인 동시에 하한 (Lower bound) 이다.
⇨ $f(n)$ is "theta of $g(n)$" 이라고 읽는다.

ex) $3n + 2 = \theta(n)$

(sol) $3n + 2 \geq 3n$ for all $n \geq 2$, $3n + 2 \leq 4n$ for all $n \geq 2$
$c_1 = 3$ and $c_2 = 4$

ex) $10n^2 + 4n + 2 = \theta(n^2)$ 이다

(sol) $10n^2 + 4n + 2 \geq 10n^2$ for all $n \geq 1$
$10n^2 + 4n + 2 \leq 11n^2$ for all $n \geq 1$, $c_1 = 10$ and $c_2 = 11$

* 결론: 점근적 복잡도(asymptotic complexity:O, Ω, Θ)는
정확한 단계수의 계산 없이 쉽게 구함